

# 64050421 ภัฏฐา นิชิตนพัฒน์กุล

1. ภาชนะหนึ่งที่มีปริมาตร  $0.30 \text{ m}^3$  บรรจุก๊าซ chlorine ( $\text{Cl}_2$ ) ที่  $20^\circ\text{C}$  จำนวน 2 mole กำหนดให้ก๊าซนี้มีพฤติกรรมเป็น ideal gas จงหา

(a) Total energy ของก๊าซนี้

(b) Average rotational kinetic energy per molecule ของก๊าซนี้

a Diatomic gas  $E_{\text{total}} = \frac{5}{2} N k_B T = \frac{5}{2} n R T$ ,  $n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = n N_A$

$$E_{\text{total}} = \frac{5}{2} (n N_A) k_B T$$

$$= \frac{5}{2} (2 \text{ mol} \times 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \times 1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times 293.15 \text{ K})$$

$$E_{\text{total}} = 12185.689 \text{ J} = 12.186 \text{ kJ}$$

b  $E = \frac{f}{2} N k_B T = \frac{f}{2} n R T$ , rotation  $f = 2$

$$E_{\text{rot}} = \frac{2}{2} N k_B T = N k_B T = (n N_A) k_B T$$

$$E_{\text{rot}} = (n N_A) k_B T = (2 \text{ mol} \times 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) (1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times 293.15 \text{ K})$$

$$E_{\text{rot}} = 4.874 \times 10^3 \text{ J} = 4.874 \text{ kJ}$$

2. พิจารณาระบบที่ประกอบด้วยโมเลกุล  $^4\text{He}$  ที่  $T = 20 \text{ K}$  และความดัน  $p = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  กำหนดให้ก๊าซมีมวล  $m = 6.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$  และโมเลกุล  $^4\text{He}$  มีรัศมี  $R = 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$  จงหา

(a) Collision frequency

(b) Mean free path

a  $n = \frac{p}{kT}$

$$n = \frac{(1.01 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2})}{(1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times 20 \text{ K})}$$

$$n = 3.657 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$$

$$\sigma = \pi (2R)^2$$

$$\sigma = 4\pi R^2$$

$$\sigma = 4\pi (0.5 \times 10^{-10} \text{ m})^2$$

$$\sigma = 3.142 \times 10^{-20} \text{ m}^2$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{3kT/m}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3(1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times 20 \text{ K})}{6.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}}$$

$$\langle v \rangle = 352.460 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$p_c = n \sigma \langle v \rangle$$

$$p_c = (3.657 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}) (3.142 \times 10^{-20} \text{ m}^2) (352.460 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$p_c = 4.049 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$$

b  $\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{kT}{p\sigma}$

$$\lambda = \frac{1}{(3.657 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}) (3.142 \times 10^{-20} \text{ m}^2)}$$

$$\lambda = 8.703 \times 10^{-8} \text{ m}$$

# 64050421 ภัฏฐา พิธีพัฒน์ดิษกุล

3. ลวดทองแดงเส้นหนึ่งมี resistivity  $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$  และ carrier density  $n = 8.49 \times 10^{28} m^{-3}$  (กำหนดให้ electron's mass  $m = 9.11 \times 10^{-31} kg$ )

(a) จงหาเวลาเฉลี่ยระหว่างการชนแต่ละครั้งของอิเล็กตรอนในเส้นลวดทองแดง

(b) กำหนดให้อัตราเร็วเฉลี่ยของ free electron ในทองแดงมีค่า  $1.6 \times 10^6 m/s$  จงใช้คำตอบในข้อ (a) หา mean free path ของอิเล็กตรอนนี้

$$\begin{aligned} a \quad \sigma &= \frac{ne^2\tau}{m} \\ \tau &= \frac{6m}{ne^2} \\ \tau &= \frac{m}{\rho ne^2}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} \\ \tau &= \frac{(9.11 \times 10^{-31} kg)}{(1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m \times 8.49 \times 10^{28} m^{-3} \times 1.602 \times 10^{-19} C)^2} \\ \tau &= 2.459 \times 10^{-14} s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \quad \lambda &= \frac{1}{n\sigma} = \frac{\langle v \rangle}{p_c} \\ \tau &= \frac{1}{p_c} \\ p_c &= \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2.459 \times 10^{-14} s} \\ p_c &= 4.066 \times 10^{13} s^{-1} \\ \lambda &= \frac{\langle v \rangle}{p_c} = \frac{1.6 \times 10^6 m \cdot s^{-1}}{4.066 \times 10^{13} s^{-1}} \\ \lambda &= 3.935 \times 10^{-8} m \end{aligned}$$

4. ที่อุณหภูมิ 295 K โมเลกุลของอากาศ ( $O_2$  หรือ  $N_2$ ) ซึ่งมีมวลเท่ากับ  $4.8 \times 10^{-26} kg$  และมีความหนาแน่นของโมเลกุลเท่ากับ  $2.5 \times 10^{25} m^{-3}$  กำหนดให้แต่ละโมเลกุลของก๊าซมีรัศมีเท่ากับ  $1.9 \times 10^{-10} m$  จงหา

(a) Diffusion coefficient

(b) Coefficient of thermal conductivity

$$\begin{aligned} a \quad \sigma &= \pi(2R)^2 \\ \sigma &= 4\pi R^2 \\ \sigma &= 4\pi(1.9 \times 10^{-10} m)^2 \\ \sigma &= 4.536 \times 10^{-19} m^2 \\ \lambda &= \frac{1}{n\sigma} \\ \lambda &= \frac{1}{(2.5 \times 10^{25} m^{-3} \times 4.536 \times 10^{-19} m^2)} \\ \lambda &= 8.818 \times 10^{-8} m \\ \langle v \rangle &= \sqrt{8kT/\pi m} \\ \langle v \rangle &= \sqrt{\frac{8(1.381 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1})(295 K)}{\pi(4.8 \times 10^{-26} kg)}} \\ \langle v \rangle &= 464.898 m \cdot s^{-1} \\ D &= \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \\ D &= \frac{1}{3} (8.818 \times 10^{-8} m)(464.898 m \cdot s^{-1}) \\ D &= 1.366 \times 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1} \end{aligned}$$

$$b \quad K = \frac{1}{6} f k \lambda \langle v \rangle n$$

$$K = \frac{1}{6} (5)(1.381 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1})(8.818 \times 10^{-9} m)(464.898 m \cdot s^{-1})(2.5 \times 10^{25} m^{-3})$$

$$K = 1.179 \times 10^{-2} W/km$$

# 64050421 ทัศนวิมล วิศวกรรมโลหการ

5. จงหา coefficient of viscosity ของก๊าซไฮโดรเจนที่ STP ( $T = 273 \text{ K}$ ;  $p = 10^5 \text{ N/m}^2$ ) เมื่อกำหนดให้ก๊าซมี mass density  $\rho = 8.96 \times 10^{-2} \text{ kgm}^{-3}$  และมี mean free path  $\lambda = 1.69 \times 10^{-7} \text{ m}$

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{(10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2})}{(1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})(273 \text{ K})}$$

$$n = 2.652 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$\rho = \frac{mn}{m} = \frac{8.96 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}{2.652 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}}$$

$$m = 3.379 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/\pi m}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8(1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})(273 \text{ K})}{\pi(3.379 \times 10^{-27} \text{ kg})}}$$

$$\langle v \rangle = 1685.598 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\eta = \frac{1}{3} n m \lambda \langle v \rangle = \frac{1}{3} (2.652 \times 10^{25} \text{ m}^{-3})(3.379 \times 10^{-27} \text{ kg})(1.69 \times 10^{-7} \text{ m})(1685.598 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\eta = 8.509 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. พิจารณาระบบที่ประกอบด้วย Solid A แลกเปลี่ยนพลังงานอยู่กับ Solid B โดยที่พลังงานรวมของระบบมีค่าเท่ากับ  $10hf$  กำหนดให้ Solid A มี 5 oscillators และ Solid B มี 5 oscillators

(a) จงหาจำนวน macrostate และ microstate ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของระบบนี้

(b) Macrostate ใดมีความน่าจะเป็นสูงสุด และมีความน่าจะเป็นอยู่เท่าใด

(c) จงหา Entropy ของ macrostate ในข้อ (b)

(d) จงหา Entropy ของ Solid A ขณะที่มันมีพลังงาน  $1hf$  และขณะที่มันมีพลังงาน  $3hf$

(e) จงใช้คำตอบในข้อ (d) หาอุณหภูมิของ Solid A ขณะที่มันมีพลังงาน  $2hf$  (กำหนดให้  $hf = 0.1 \text{ eV}$ )

$q_A$	$\Omega_A$	$q_B$	$\Omega_B$	$\Omega_{\text{Total}}$
0	1	10	1001	1001
1	5	9	715	3575
2	15	8	495	7425
3	35	7	330	11550
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
10	1001	0	1	1001

a มี 11 macrostates

$$\text{มี microstates} = \frac{(q + N - 1)!}{(q! (N - 1)!)}$$

$$= \frac{(10 + 10 - 1)!}{(10! (10 - 1)!)}$$

$$\text{microstates} = 92378$$

b macrostates ที่ 5 มีความน่าจะเป็น  $6.3 \times 10^{-5}$

$$c \quad S = k \ln \Omega$$

$$= (1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}) \ln(15876)$$

$$S = 1.336 \times 10^{-22}$$

d ที่  $1 \text{ hf}$

$$S = k \ln \Omega$$

$$= (1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}) \ln(5)$$

$$S = 2.223 \times 10^{-23}$$

ที่  $3 \text{ hf}$

$$S = k \ln \Omega$$

$$= (1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}) \ln(35)$$

$$S = 4.91 \times 10^{-23}$$

e  $\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE} = \frac{d(k \ln \Omega)}{dE}$

$$T = \frac{\Omega(E)}{K} = \frac{(15)(0.999844)}{(1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})}$$

$$T = 1.086 \times 10^{24}$$

7. สำหรับ Einstein solid ที่ประกอบด้วย oscillators และ energy units จำนวนมากๆ ( $N, q \gg 1$ ) จงพิสูจน์ว่า multiplicity ของระบบนี้ ในกรณีที่  $q \ll N$  (low-temperature limit) มีความสัมพันธ์ตามสมการ

$$\Omega = \left( \frac{eN}{q} \right)^q$$

$$\Omega(N, q) = \frac{(q + N - 1)!}{(q! (N - 1)!)}$$

$$\Omega(N, q) = \frac{(q + N)!}{(q! (N + 1)!)} : q \ll N$$

$$\ln \Omega(N, q) = \ln \frac{(q + N)!}{(q! (N + 1)!)}$$

$$= (q + N) \ln(q + N) - (q + N) - q \ln(q) + q - N \ln(N + 1) + N$$

$$= (q + N) \ln(q + N) - q \ln(q) - N \ln(N)$$

$$\ln(q + N) = \ln\left(N \left(1 + \frac{q}{N}\right)\right)$$

$$\ln \Omega = (q + N) \ln N + \frac{q}{N} - q \ln q - N \ln N$$

$$= q \ln N + \frac{q^2}{N} + N \ln N + q - q \ln q - N \ln N$$

$$= q \ln N + \frac{q^2}{N} + q - q \ln q$$

$$\ln \Omega = q \ln \left( \frac{N}{q} \right) + q$$

$$\Omega = e^{q \ln \left( \frac{N}{q} \right)} \cdot e^q$$

$$= e^{q \ln \left( \frac{N}{q} \right)} \cdot e^q$$

$$= \left( \frac{N}{q} \right)^q \cdot e^q$$

$$\Omega = \left( \frac{eN}{q} \right)^q$$