

Chap 1 : Evolutions

par scott hamilton

1°) Rappel sur les pourcentages

Calculer un pourcentage :

- . prendre $a\%$ d'un nombre x , c'est calculer $\frac{a}{100} \cdot x$
- . pour calculer quelle proportion représente le nombre x par rapport au nombre y , on calcule $\frac{x}{y}$ et pour l'avoir en pourcentage : $\frac{x}{y} \cdot 100$

C'est une fréquence.

- . pour prendre $a\%$ de $b\%$ de x , on calcule $\frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} \cdot x$
- . pour calculer le taux d'évolution quand une grandeur passe de x à y , on calcule $\frac{y-x}{x} \cdot 100$ (pour avoir un pourcentage)

2) Rapport entre taux d'évolution et le coefficient multiplicateur

Propriété : si une grandeur subit une évolution avec un taux de $t\%$

(hausse si $t > 100$, baisse si $t < 0$)

alors, cela revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$

ex : $\overbrace{t = -30\%}$ équivaut à une multiplication par $1 - \frac{30}{100} = 0.7$

une hausse de 100% équivaut à une multiplication par 2 :

$$x \cdot \left(1 + \frac{100}{100}\right) \Leftrightarrow x \cdot 2$$

Preuve : si x évolue de $t\%$, alors la nouvelle valeur est : $x + x \cdot \frac{t}{100} = x \cdot 1 + x \cdot \frac{t}{100}$

$$x \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

3) Taux réciproque et évolutions successives

Taux réciproque : une grandeur x évolue d'un taux de $t\%$, alors x est multiplié par $1 + \frac{t}{100}$

Pour retrouver la valeur de départ, il faut diviser par $1 + \frac{t}{100}$

le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$

Mais, si t' est le taux réciproque, le coefficient est $1 + \frac{t'}{100}$.

$$\text{Donc } 1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$$

ex : On paye 20% de TVA, et le prix avec TVA est 100€.

On cherche alors le prix de départ et le taux réciproque

$$\frac{1}{1.20} \Rightarrow 0.833 \text{ qui fait un taux réciproque d'environ } -16.6\%$$

Évolutions successives : Si une grandeur subit plusieurs évolutions successives avec des coefficients C_1, C_2, \dots

L'évolution globale présente un coefficient égal au produit de C_1, C_2, \dots

Exemple, un produit subit trois hausses de 20% chacune :

$$taux_{global} = 1.2^3 = 1.728$$

Le taux global (en %) associé à plusieurs évolutions de $t_1\%$, $t_2\%$, $t_3\%$... vérifie :

$$1 + \frac{taux_{global}}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right)\left(1 + \frac{t_2}{100}\right)\left(1 + \frac{t_3}{100}\right)$$

$$taux_{global} = 72.8\%$$

Application : calcul d'un taux moyen.

Une grandeur évolue, la première année avec une baisse de 20% et, la 2ème avec une hausse de 150%

On veut savoir, en moyenne, de combien est l'évolution chaque année.

Cela fait un taux moyen de 100%

$$C = \sqrt{C_1 \cdot C_2}$$

$$\text{donc } \left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 = 0.8 \cdot 2.5$$

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 = 2$$

$$1 + \frac{t}{100} = \sqrt{2}$$

$$1 + \frac{t}{100} = \sqrt{2}$$

$$\frac{t}{100} = \sqrt{2} - 1$$

$$t \approx 41.4\%$$