Chap 1 : Evolutions

> par scott hamilton

1°) Rappel sur les poucentages

Calculer un pourcentage :
. prendre $a\%$ d'un nombre x, c'est calculer $\frac{a}{100} \cdot x$
. pour calculer quelle proportion représente le nombre x par rapport au nombre y, on calcule $\frac{x}{y}$ et pour l'avoir en pourcentage : $\frac{x}{y} \cdot 100$

C'est une fréquence.

. pour prendre $a\%$ de $b\%$ de x, on calcule $\frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} \cdot x$

. pour calculer le taux d'évolution quand une gradeure passe de x à y, on calcule $\frac{y-x}{x} \cdot 100$ (pour avoir un pourcentage)

2) Rapport entre taux d'évolution et le coefficient multiplicateur

Propriété : si une grandeure subit une évolution avec un taux de $t\%$

> (hausse si t>100, baisse si t <0)

alors, cela revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$

ex : $\overbrace{\text{une basse de } 30\%}^{t=-30\%}$ équivaut à une multiplication par $1 - \frac{30}{100} = 0.7$

une hausse de 100% équivaut à une multiplication par 2 :
$x \cdot (1 + \frac{100}{100}) \Leftrightarrow x \cdot 2$

Preuve : si x évolue de $t\%$, alors la nouvelle valeur est : $x + x \cdot \frac{t}{100} = x \cdot 1 + x \cdot \frac{t}{100}$
$x(1 + \frac{t}{100})$

3) Taux réciproque et évolutions successives

Taux réciproque : une grandeure x évolue d'un taux de $t\%$, alors x est multiplié par $1 + \frac{t}{100}$

Pour retrouver la valeur de départ, il faut divisr par $1 + \frac{t}{100}$
le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{1+\frac{t}{100}}$

Mais, si t' est le taux réciproque, le coefficient est $1 + \frac{t'}{100}$.

Donc $1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1+\frac{t}{100}}$

ex : On paye 20% de TVA, et le prix avec TVA est $100€$.
On cherche alors le prix de départ et le taux réciproque
$\frac{1}{1.20} \Rightarrow$ 0.833 qui fait un taux réciproque d'environ -16.6%

Evolutions successives : Si une grandeure subit plusieurs évolutions successives avec des coefficients $C1, C2...$
L'évolution globale présente un coefficient égal au produit de $C1, C2...$

Exemple, un produit subit trois hausses de 20% chacune :

$tauxglobal = 1.2^3 = 1.728$
Le taux global (en %) associé à plusieurs évolutions de $t1%, $t2%, $t3\%v...$ vérifie :

$1 + \frac{tauxglobal}{100} = (1 + \frac{t1}{100})(1 + \frac{t2}{100})(1 + \frac{t3}{100})$

$tauxglobal = 72.8\%$

Application : calcul d'un taux moyen.

Une grandeure évolue, la première année avec une baisse de 20% et, la 2ème avec une hausse de 150%
On veut savoir, en moyenne, de combien est l'évolution chaque année.

Cela fait un taux moyen de 100%

$$C = \sqrt{C1 \cdot C2}$$

donc $(1 + \frac{t}{100})^2 = 0.8 \cdot 2.5$
$(1 + \frac{t}{100})^2 = 2$
$1 + \frac{t}{100} = \sqrt{2}$
$1 + \frac{t}{100} = \sqrt{2}$
$\frac{t}{100} = \sqrt{2} - 1$
$t \approx 41.4\%$