Chap 1 : Ensembles de nombres

> par scott hamilton

Démonstration :

prouver que racine de 2 n'est pas rationnel

On veut montrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, on raisonne par l'absurde.

⇒ Comment s'écrit $\sqrt{2}$?
alors $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$

$$\text{et} \begin{cases} PGCD(a,b) = 1 \\ a\text{et}b \text{ sont premiers entre eux} \\ \frac{a}{b} \text{ est irréductible} \end{cases}$$

⇒ Montrer que a^2 est pair
$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ alors $a = \sqrt{2} \cdot 6$

$$\text{et } a^2 = 2 \cdot \underbrace{b^2}_{\in \mathbb{N}}$$

donc a^2 est pair

⇒ Montrer que a est pair
Supposons que a est, impair
$a = 2k + 1$, $K \in \mathbb{N}$
$a^2 = 4k^2 + 4k + 1$
$a^2 = \underbrace{2(2k^2 + 2k)}_{\text{pair}} + 1$

Or a^2 ne peut être impair.
Donc a n'est pas impair, a est pair.

$\Rightarrow$ Montrer que b est pair

$a = 2k,\ k \in \mathbb{N}$
$a^2 = (2k)^2 = 4k^2$
$2b^2 = 4k^2$
$b^2 = 2\underbrace{k^2}_{\in \mathbb{Z}}$
b^2 est pair b est pair

$\Rightarrow$ Conclure : donc $\frac{a}{b}$ n'est pas irréductible
(a et b ont 2 comme diviseur commun) donc $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$