Chap 1 : Ensembles de nombres

> par scott hamilton

$\mathbb{N}$: Ensemble des entiers naturels

$$\mathbb{N} = \left\{0, 1, 2, 3, ...\right\}$$

$\mathbb{Z}$: Ensemble des entiers relatifs

$$\mathbb{Z} = \left\{n, -n, \quad avec \;\; n \in \mathbb{N}\right\}$$

$$= \left\{0, 1, \text{-}1, 2, \text{-}2, 3, \text{-}3, 4, \text{-}4\right\}$$

$\mathbb{D}$: Ensemble des décimaux

$$\mathbb{D} = \left\{\frac{a}{10^n}\right\}, a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

$\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire comme une fraction décimale.

$\mathbb{Q}$: Ensemble des rationnels

$$\mathbb{D} = \left\{\frac{a}{b}, b \in \mathbb{N}^*, a \in \mathbb{Z}\right\} \mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \left\{0\right\}$$

$\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres qui s'écrivent en fraction.

$\mathbb{R}$: Ensemble des réels, c'est l'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite graduée.

$\mathbb{R}$ est l'ensemble des rationnels et des irrationnels.

Relation d'inclusion

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

$\subset =$ est inclus dans

Diviseur :

$a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$

a est un diviseur de b,

a divise b,

b est un multiple de a,

$\Leftrightarrow$ il existe $k \in \mathbb{N}$,

$\Leftrightarrow$ = Si et seulement si

tel que $b = a \times k$

Donc un nombre pair s'écrit :

$2k, k \in \mathbb{N}$

0 n'est diviseur d'aucun nombre différent de zéros. Tous les entiers divisent 0.

1 est diviseur de tout les nombres.

Démonstration de cours

$$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$$

On raisonne par l'absurde

Supposons que $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$

donc $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$ $\quad a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow 1 \times 10^n = 3a \Leftrightarrow 10^n = 3a$

donc 3 est diviseur de 10^n

$10^n = 1 \underbrace{0....0}_{\text{avec n zeros}}$ La somme des chiffres de 10^n sera toujours 1.

donc 3 ne divise pas 10^n donc $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$