

## Chap 1 : Ensembles de nombres

par scott hamilton

$\mathbb{N}$  : Ensemble des entiers naturels

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$\mathbb{Z}$  : Ensemble des entiers relatifs

$$\begin{aligned}\mathbb{Z} &= \{n, -n, \text{ avec } n \in \mathbb{N}\} \\ &= \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4\}\end{aligned}$$

$\mathbb{D}$  : Ensemble des décimaux

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^n} \right\}, a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

$\mathbb{D}$  est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire comme une fraction décimale.

$\mathbb{Q}$  : Ensemble des rationnels

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, b \in \mathbb{N}^*, a \in \mathbb{Z} \right\} \quad \mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$$

$\mathbb{Q}$  est l'ensemble des nombres qui s'écrivent en fraction.

$\mathbb{R}$  : Ensemble des réels, c'est l'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite graduée.

$\mathbb{R}$  est l'ensemble des rationnels et des irrationnels.

**Relation d'inclusion**

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

$\subset$  = est inclus dans

**Diviseur** :  $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$

$a$  est un diviseur de  $b$ ,

$a$  divise  $b$ ,

$b$  est un multiple de  $a$ ,

$\Leftrightarrow$  il existe  $k \in \mathbb{N}$ ,

$\Leftrightarrow$  = Si et seulement si

tel que  $b = a \times k$

Donc un nombre pair s'écrit :

$$2k, k \in \mathbb{N}$$

0 n'est diviseur d'aucun nombre différent de zéros. Tous les entiers divisent 0.

1 est diviseur de tout les nombres.

**Démonstration de cours**

$$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$$

On raisonne par l'absurde

Supposons que  $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$

$$\text{donc } \frac{1}{3} = \frac{a}{10^n} \quad a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow 1 \times 10^n = 3a \Leftrightarrow 10^n = 3a$$

donc 3 est diviseur de  $10^n$

$10^n = 1 \underbrace{0\dots 0}_{\text{avec } n \text{ zéros}}$  La somme des chiffres de  $10^n$  sera toujours 1.

donc 3 ne divise pas  $10^n$  donc  $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$