

Chap 1 : Ensembles de nombres

par scott hamilton

Valeur absolue :

Définition : $x \in \mathbb{R}$, la valeur absolue de x ,

qui se note $|x|$ est le nombre positif ou nul tel que :

$$|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ \text{ou } -x \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$$

Remarques : $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$|x|$ c'est aussi la distance à zéros de x

Propriété : $|x| = a \Rightarrow$ si $a < 0$ il n'y a pas de solution,

$$\mathbb{S} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \text{si } a \geq 0 \text{ soit } x = a$$

$$\text{soit } x = -a$$

ex :

$$|x-3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=4 \\ x-3=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4+3=7 \\ x=-4+3=1 \end{cases}$$

Valeur absolue et distance :

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$$

si $a \leq b$, la distance entre a et b est $b - a$

si $a \geq b$, la distance entre a et b est $a - b$

$$\text{si } a \leq b, d(a, b) = b - a$$

$$\text{si } a \geq b, d(a, b) = a - b$$

Dans tous les cas

$$d(a, b) = |b - a|$$

(ou $a - b$)

$$|x - 3| = 4 \Leftrightarrow d(x, 3) = 4$$

$$x = 1 \text{ ou } x = 7$$

Valeur absolue et intervalle :

$$|x| \leq R \quad (R \geq 0)$$



R est le rayon de l'intervalle

$$|x - b| \leq R$$

\Leftrightarrow

$$d(x, b) \leq R$$

$$\Leftrightarrow x \in [b - R; b + R]$$