

1、一质点从静止出发沿半径为  $R=3\text{m}$  的圆周运动，切向加速度为  $a_t = 3\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

(1) 经过多少时间它的总加速度  $a$  恰好与半径成  $45^\circ$  角。

(2) 在上述时间内，质点所经过的路程和角位移各为多少？

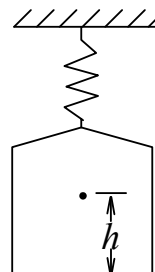
$$\text{解: } \beta = \frac{a_t}{R} = 1\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

(1) 当  $a_n = a_t$  时,  $a$  恰好与半径成对  $45^\circ$ ,

$$a_n = R\omega^2 = R(\beta t)^2 = 3, \therefore t = 1\text{s}$$

$$(2) \theta = \frac{1}{2} \beta t^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1^2 = 0.5\text{rad}, S = R\theta = 1.5\text{m}$$

2、如图所示，质量  $M=2.0\text{kg}$  的笼子，用轻弹簧悬挂起来，静止在平衡位置，弹簧伸长  $x_0=0.10\text{m}$ 。今有质量  $m=2.0\text{kg}$  的粘球由距离笼底高  $h=0.30\text{m}$  处自由落到笼子上，求笼子向下移动的最大距离。



$$\text{解: } k = \frac{Mg}{x_0}$$

粘球碰撞前的速度,  $v = \sqrt{2gh}$ ,

碰撞后共同速度为  $V$ ,  $mv = (M + m)V$

机械能守恒, 下移最大距离  $\Delta x$ , 则

$$\frac{1}{2} k(x_0 + \Delta x)^2 = \frac{1}{2} (M + m)V^2 + \frac{1}{2} k x_0^2 + (M + m)g\Delta x$$

$$\text{得: } \Delta x = \frac{m}{M} x_0 + \sqrt{\frac{m^2 x_0^2}{M^2} + \frac{2m^2 x_0 h}{M(M + m)}} = 0.3\text{m}$$

3、水平放置的弹簧，劲度系数  $k=20$  牛/米，其一端固定，另一端系住一质量  $m=5$  千克的物体，物体起初静止，弹簧为自然长度，假设一个水平恒力  $F=10$  牛顿作用于物体上（不考虑摩擦）。试求：（1）该物体移动  $0.5$  米时物体的速率；（2）如果移到  $0.5$  时撤去外力，物体静止前尚可移动多远。

$$\text{解: (1) 由功能原理: } Fx = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2Fx - kx^2}{m}} = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(2) \text{ 撤去外力, 弹簧又伸长 } \Delta x, \text{ 则 } \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} k(x + \Delta x)^2 = Fx$$

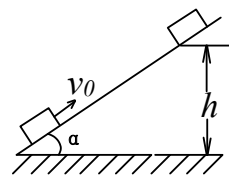
$$\therefore (x + \Delta x)^2 = \frac{2Fx}{k} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x + \Delta x = 0.707, \quad \Delta x = 0.207m$$

4、一物体与斜面间的摩擦系数  $\mu = 0.20$ ，斜面固定，倾角  $\alpha = 45^\circ$ ，现给予物体以初速度  $v_0 = 10\text{m/s}$ ，使它沿斜面向上滑，如图所示。求：

(1) 物体能够上升的最大高度  $h$ ；

(2) 该物体达到最高点后，沿斜面返回到原出发点时的速率  $v$ 。



解：(1) 根据动能原理有： $f \cdot s = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgh$

$$f \cdot s = \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = \mu mgh \cdot \cot \alpha = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgh$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g(\mu \cdot \cot \alpha + 1)} = 4.25m$$

(2) 根据动能原理有： $mgh - \frac{1}{2}mv^2 = f \cdot s$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - \mu mgh \cdot \cot \alpha$$

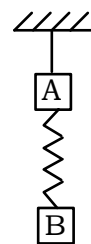
$$v = \sqrt{2gh(1 - \mu \cdot \cot \alpha)} = 8.16\text{m/s}$$

1、一飞轮的角速度在 5 s 内由 90 rad/s 均匀地减到 80 rad/s，那么飞轮的角加速度  $\beta =$  \_\_\_\_\_，5 s 内的角位移  $\Delta\theta =$  \_\_\_\_\_，再经 \_\_\_\_\_ 秒，飞轮将停止转动。

2、一质量为 10 kg 的物体沿  $x$  轴无摩擦地运动，设  $t = 0$  时物体位于原点，速率为零，如果物体在作用力  $F = (5 + 4x)$  ( $F$  的单位为 N) 的作用下运动了 2 m，它的加速度  $a =$  \_\_\_\_\_，速度  $v =$  \_\_\_\_\_。

3、一质点从  $t=0$  时刻由静止开始作圆周运动，切向加速度的大小为  $a_t$ ，是常数。在  $t$  时刻，质点的速率为 \_\_\_\_\_；假如在  $t$  时间内质点走过  $1/5$  圆周，则运动轨迹的半径为 \_\_\_\_\_，质点在  $t$  时刻的法向加速度的大小为 \_\_\_\_\_。  
 $a_t t, 5a_t t^2/4\pi, 4\pi a_t/5$

4、一弹簧两端分别固定质量为  $m$  的物体 A 和 B，然后用细绳把它们悬挂起来，如图所示。弹簧的质量忽略不计。当把细绳烧断的瞬间，A 物的加速度等于 \_\_\_\_\_，B 物体的加速度等于 \_\_\_\_\_。



$2g, 0$

5、半径为  $r=1.5\text{m}$  的飞轮，初始角速度  $\omega_0=10\text{rad/s}$ ，角加速度  $\beta=-5\text{rad/s}$ ，则在  $t=$  \_\_\_\_\_ 时角位移为零，而此时边缘上点的线速度  $v=$  \_\_\_\_\_。

$t = 4\text{s}, v = -15\text{m/s}$

6、质量为 1kg 的物体 A 和质量为 2 kg 的物体 B 一起向内挤压使弹簧压缩，弹簧两端与 A、B 不固定，把挤压后的系统放在一无摩擦的水平桌面上，静止释放。弹簧伸长后不再与 A、B 接触而落在桌面上，物体 B 获得速率 0.5m/s，那么物体 A 获得的速率为 \_\_\_\_\_，压缩弹簧中储存的势能有 \_\_\_\_\_。

$1\text{m/s}, 0.75\text{J}$

7、速率为  $v_0$  的子弹打穿木板后，速率恰好变为零，设木板对子弹的阻力恒定不变，那么当子弹射入木板的深度等于木板厚度一半时，子弹的速率为\_\_\_\_。 $\frac{\sqrt{2}}{2}v_0$

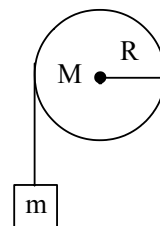
8、一质量为  $m$  的质点原来向北运动，速率为  $v$ ，它突然受到外力打击，变为向西运动，速率仍为  $v$ ，则外力的冲量大小为\_\_\_\_\_。 $\sqrt{2}mv$

9、今有劲度系数为  $k$  的弹簧（质量忽略不计），竖直放置，下端悬一小球，球的质量为  $m$ ，使弹簧为原长而小球恰好与地面接触。今将弹簧上端缓慢地提起，直到小球刚能脱离地面为止，在此过程中外力作的功为\_\_\_\_\_。 $m^2g^2/2k$

10、两个相互作用的物体 A 和 B 无摩擦地在一条水平直线上运动，A 的动量为  $p_A = p_0 - bt$ ，式中  $p_0$  和  $b$  都是常数， $t$  是时间。如果  $t=0$  时 B 静止，那末 B 的动量为\_\_\_\_\_；如果  $t=0$  时 B 的初始动量是  $-p_0$ ，那末 B 的动量为\_\_\_\_\_。  
 $bt, -p_0 + bt$

11、一质点运动方程为： $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + (2-t^3)\vec{j}$ ，(单位国际单位制)，则速度为 \_\_\_\_\_，加速度为\_\_\_\_\_。  
 $2\vec{i} - 3t^2\vec{j}; -6t\vec{j}$

1、如图所示，一个质量为  $m$  的物体与绕在定滑轮上的绳子相联，绳子质量可以忽略，它与定滑轮之间无滑动，假定一滑轮质量为  $M$ ，半径为  $R$ ，滑轮轴光滑，试求该物体由静止开始下落的过程中，下落速度与时间的关系。

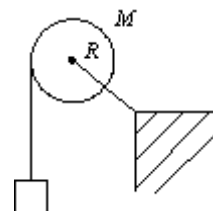


解：物体由静止开始下落，作匀变速直线运动

$$\left. \begin{aligned} mg - T &= ma \\ TR &= I\beta = \frac{1}{2}MR^2\beta \\ a &= R\beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{2m}{2m+M}g$$

$$v_0 = 0, \quad v = at = \frac{2m}{2m+M}gt$$

2、半径为  $R$ ，质量为  $M$  的均匀圆盘能绕其水平轴转动，一细绳绕在圆盘的边缘，绳上挂质量为  $m$  的重物，使圆盘得以转动。



(1) 求圆盘的角加速度；

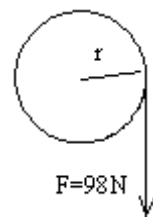
(2) 当物体从静止出发下降距离  $h$  时，物体和圆盘的动能各为多少？

$$\left. \begin{aligned} mg - T &= ma \\ TR &= I\beta = \frac{1}{2}MR^2\beta \\ a &= R\beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{2m}{2m+M}g, \quad \beta = \frac{2mg}{(2m+M)R}$$

$$(2) \text{ 物体作匀变速直线运动, } v^2 = 2ah, \text{ 物体的动能: } E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{2m^2}{2m+M}gh$$

$$\text{根据机械能守恒, 圆盘的动能: } E_{k2} = mgh - E_{k1} = \frac{mM}{2m+M}gh$$

3、一轻绳绕于半径  $r=0.2\text{m}$  的飞轮边缘，现以恒力  $F=98\text{N}$  拉绳的一端，使飞轮由静止开始转动，已知飞轮的转动惯量  $I=0.5\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ ，飞轮与轴承之间的摩擦不计。求：



(1) 飞轮的角加速度；

(2) 绳子下拉  $5\text{m}$  时，飞轮的角速度和飞轮获得的动能？

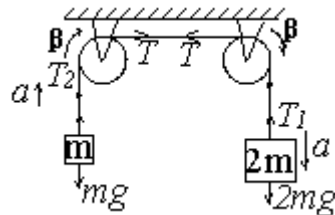
解: (1)  $F \cdot R = I\beta$ ,  $\beta = \frac{F \cdot R}{I} = \frac{98 \times 0.2}{0.5} = 39.2 \text{ rad/s}^2$

(2)  $W = F \cdot S = 98 \times 5 = 490 \text{ J}$

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2W}{I}} = \sqrt{\frac{2 \times 490}{0.5}} = 44.27 \text{ rad/s}$$

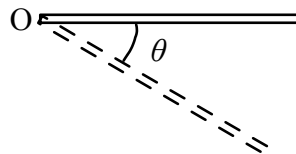
4、一轻绳跨过两个质量均为  $m$ , 半径均为  $r$  的均匀圆盘状定滑轮, 绳的两端分别挂着质量为  $m$  和  $2m$  的重物, 如图所示。绳与滑轮间无相对滑动, 滑轮轴光滑, 两个定滑轮的转动惯量均为  $\frac{1}{2}mr^2$ , 将由两个定滑轮以及质



量为  $m$  和  $2m$  的重物组成的系统从静止释放, 求两滑轮之间绳内的张力。

解: 
$$\left. \begin{aligned} 2mg - T_1 &= 2ma \\ T_2 - mg &= ma \\ T_1 r - Tr &= \frac{1}{2} mr^2 \beta \\ Tr - T_2 r &= \frac{1}{2} mr^2 \beta \\ a &= r\beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = \frac{11}{8} mg$$

5、长为  $l$ , 质量为  $m$  均质细棒, 可绕固定轴  $O$  (棒的一个端点), 在竖直平面内无摩擦转动, 如图所示。棒原静止在水平位置, 将其释放后当转过  $\theta$  角时, 求棒的角加速度  $\beta$ 、角速度  $\omega$ 。



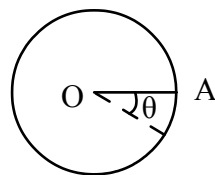
解: 力矩:  $M = mg \frac{l}{2} \cos \theta$

转动惯量:  $I = \frac{1}{3} ml^2$ ,

转动定理:  $\beta = \frac{M}{I} = \frac{3g}{2l} \cos \theta$

动能定理:  $\frac{1}{2} I \omega^2 = mg \frac{l}{2} \sin \theta$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{3g}{l} \sin \theta}$

6、如图所示，质量为  $M$ ，半径为  $R$  的均匀圆盘可绕垂直于盘面的光滑轴  $O$  在竖直平面内转动。盘边  $A$  点固定着质量为  $m$  的质点。若盘自静止开始下摆，当  $OA$  从水平位置下摆  $\theta$  角时，求系统的角速度和质点  $m$  的切向加速度  $a_t$ 。



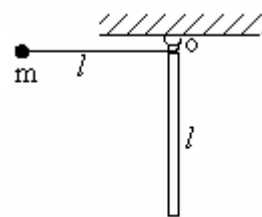
解：转动惯量  $I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$

$$\text{动能定理: } \frac{1}{2}I\omega^2 = mg \cdot R \sin \theta \quad \omega = \sqrt{\frac{4m}{(M+2m)R}} g \cdot \sin \theta$$

$$\text{转动定理: } mg \cdot R \cos \theta = I\beta \quad \beta = \frac{mgR \cos \theta}{I} = \frac{2mg}{(M+2m)R} \cos \theta$$

$$a_t = R\beta = \frac{2mg}{M+2m} \cos \theta$$

7、如图所示，长为  $L$  的匀质细杆，一端悬于  $O$  点，自由下垂。在  $O$  点同时悬一单摆，摆长也是  $L$ ，摆的质量为  $m$ ，单摆从水平位置由静止开始自由下摆，与自由下垂的细杆作完全弹性碰撞，碰撞后单摆恰好静止。求：



(1) 细棒的质量  $M$ ；(2) 细棒摆动的最大角度  $\theta$ 。

解：(1) 质点  $m$  碰撞前速度  $V = \sqrt{2gL}$

$$\text{碰撞过程动能守恒: } \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\text{碰撞过程角动量守恒: } mVL = I\omega \quad \Rightarrow M = 3m$$

$$\text{杆的转动惯量: } I = \frac{1}{3}ML^2$$

(2) 设细杆摆动的最大角度  $\theta$ ，根据机械能守恒：

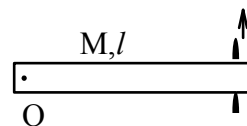
$$Mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad \Rightarrow \theta = \arccos \frac{1}{3}$$

8、某冲床上的飞轮的转动惯量为  $I = 4 \times 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ ，当它的转速达到每分钟 30 转时，它的转动动能是多少？每冲一次，其转速降为每分钟 10 转。求每冲一次飞轮所做的功。

解:  $E_{k1} = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = 1.97 \times 10^4 J$ ,  $E_{k2} = \frac{1}{2} I \omega_2^2 = 2.19 \times 10^3 J$

每冲一次飞轮所做的功  $W = E_{k1} - E_{k2} = 1.75 \times 10^4 J$

9、一静止的均匀细棒，长为  $l$ ，质量为  $M$ ，可绕  $O$  轴（棒的一端）在水平面内无摩擦转动。一质量为  $m$ ，速度为  $v$  的子弹在水平面内沿棒垂直的方向射入一端，设击穿后子弹的速度为  $v/2$  如图。



求：(1) 棒的角速度。(2) 子弹给棒的冲量矩。

解：(1) 由角动量守恒:  $mv \cdot l = m \frac{v}{2} \cdot l + I \omega$

$$\omega = \frac{mv \cdot l - m \frac{v}{2} l}{\frac{1}{3} M l^2} = \frac{3mv}{2Ml}$$

$$(2) \int M dt = I \omega = \frac{1}{3} M l^2 \cdot \frac{3mv}{2Ml} = \frac{mvl}{2}$$

$$\text{或 } \int M dt = I \omega = mv \cdot l - m \frac{v}{2} \cdot l = \frac{mvl}{2}$$

10、一质量为  $m_0$  均质方形薄板，其边长为  $L$ ，铅直放置着，它可以自由地绕其一固定边转动。若有一质量为  $m$ ，速度为  $v$  的小球垂直于板面撞在板的边缘上。设碰撞是弹性的，问碰撞结束瞬间，板的角速度和小球的速度各是多少。板对转轴的转动惯量为  $\frac{1}{3} m_0 L^2$ 。

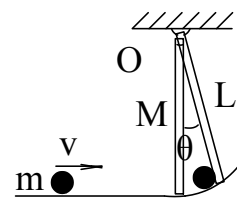
解：由角动量守恒:  $mvL = mv_1 L + I \omega$ ,

由动能守恒:  $\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

可得:  $v_1 = \frac{mL^2 - I}{mL^2 + I} \cdot v = \frac{(3m - m_0)v}{(3m + m_0)}$ ,  $\omega = \frac{2mLv}{mL^2 + I} = \frac{6mv}{(3m + m_0)L}$



11、一根质量为  $M$  长为  $L$  的均匀细棒，可以在竖直平面内绕通过其一端的水平轴  $O$  转动。开始时棒自由下垂，有一质量为  $m$  的小球沿光滑水平平面以速度  $V$  滚来，与棒做完全非弹性碰撞，求碰撞后棒摆过的最大角度  $\theta$ 。



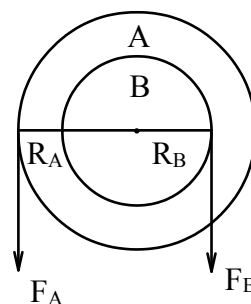
解：转动惯量：  $I = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2$

角动量守恒：  $mvL = I\omega$

机械能守恒：  $\frac{1}{2}I\omega^2 = mgL(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}MgL(1 - \cos\theta)$

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{3m^2v^2}{(M + 3m)(M + 2m)Lg}\right)$$

12、如图所示，A、B 两圆盘钉在一起，可绕过中心并与盘面垂直的水平轴转动，圆盘 A 的质量为 6kg，B 的质量为 4kg。A 盘的半径 10cm，B 盘的半径 5cm，力  $F_A$  与  $F_B$  均为 19.6 牛顿，求：



(1) 圆盘的角加速度；

(2) 力  $F_A$  的作用点竖直向下移动 5m，圆盘的角速度和动能。

解：(1)  $I = \frac{1}{2}m_A R_A^2 + \frac{1}{2}m_B R_B^2 = 0.035 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

转动力矩：  $M = F_A R_A - F_B R_B$

$$\beta = \frac{M}{I} = 28 \text{ rad/s}^2$$

(2)  $\Delta\theta = \frac{S}{R_A} = 50 \text{ rad}$

$$\omega^2 = 2 \cdot \beta \cdot \Delta\theta = 2800, \quad \omega = \sqrt{2800} = 52.9 \text{ rad/s}$$

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.035 \times 2800 = 49 \text{ J}$$

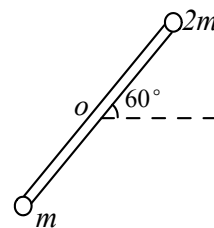
1、半径为  $R$  的圆盘绕通过其中心且与盘面垂直的水平轴以角速度  $\omega$  转动，若一质量为  $m$  的小碎块从盘的边缘裂开，恰好沿铅直方向上抛，小碎块所能达到的最大高度  $h=$ \_\_\_\_\_。

$$\frac{R^2 \omega^2}{2g}$$

2、一飞轮以角速度  $\omega_0$  绕轴旋转，飞轮对轴的转动惯量为  $I$ ，另一个转动惯量为  $3I$  的静止飞轮突然被啮合到同一个轴上，啮合后整个系统的角速度  $\omega=$ \_\_\_\_\_。

$$\omega = \frac{1}{4} \omega_0$$

3、一长为  $l$  的轻质细杆，两端分别固定质量为  $m$  和  $2m$  的小球，此系统在竖直平面内可绕过中点  $O$  且与杆垂直的水平光滑固定轴转动。开始时杆与水平成  $60^\circ$  角静止，释放后，此刚体系统绕  $O$  轴转动。系统的转动惯量  $I=$ \_\_\_\_\_。当杆转到水平位置时，刚体受到的合外力矩  $M=$ \_\_\_\_\_；角加速度  $\beta=$ \_\_\_\_\_。

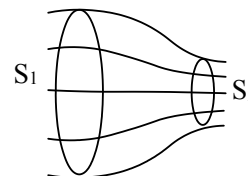


$$I = \frac{3}{4} ml^2, M = \frac{1}{2} mgl, \beta = \frac{2g}{3l}$$

4、质量为  $m$  的质点以速度  $\vec{v}$  沿一直线运动，则它对直线上任一点的角动量为\_\_\_\_\_。 0

1、一水平水管粗处的横截面积为  $S_1=40\text{cm}^2$ ，细处为  $S_2=10\text{cm}^2$ ，管中水的流量为  $Q=6000\text{cm}^3/\text{s}$ ，则水管中心轴线上 1 处与 2 处的压强差  $P_1-P_2=$ \_\_\_\_\_。

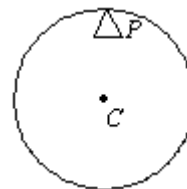
2、图示水平管子，粗的一段截面积  $S_1=1\text{m}^2$ ，水的流速为  $V_1=5\text{m/s}$ ，细的一段截面积  $S_2=0.5\text{m}^2$ ，压强  $P_2=2\times 10^5\text{Pa}$ ，则粗段中水的压强  $P_1=$ \_\_\_\_\_。



3、均匀地将水注入一容器中，注入的流量为  $Q=150\text{cm}^3/\text{s}$ ，容器底有面积为  $S=0.5\text{cm}^2$  的小孔，使水不断流出，稳定状态下，容器中水的深度  $h=$ \_\_\_\_\_。

$$Q = v \cdot S = \sqrt{2gh} \cdot S \Rightarrow h = 46\text{cm}$$

1、质量为  $m$ ，半径为  $R$  的细圆环，悬挂于图示的支点  $P$  成为一复摆，圆环对质心  $C$  的转动惯量  $I_C=$ \_\_\_\_\_，对支点  $P$  的转动惯量  $I_P=$ \_\_\_\_\_，该复摆的周期  $T=$ \_\_\_\_\_。



2、一驻波的表达式为  $y=2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos\omega t$ ，两个相邻波腹之间的距离是\_\_\_\_\_。

$$\frac{\lambda}{2}$$

3、两劲度系数均为  $k$  的弹簧串联起来后，下挂一质量为  $m$  的重物，系统简谐振动周期为\_\_\_\_\_；若并联后再下挂重物  $m$ ，其简谐振动周期为\_\_\_\_\_。

$$2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}, \quad 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

4、某弹簧振子的总能量为  $2 \times 10^{-5} \text{J}$ ，当振动物体离开平衡位置  $\frac{1}{2}$  振幅处，其势能  $E_p = \underline{\hspace{2cm}}$ ，动能  $E_k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$E_p = \frac{1}{4} E = 0.5 \times 10^{-5} \text{J}, \quad E_k = E - E_p = 1.5 \times 10^{-5} \text{J}$$

5、一横波的波动方程为  $y = 0.02 \sin 2\pi(100t - 0.4x)$  (SI 单位制)，则振幅是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，波长是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，频率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，波的传播速度是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$0.02 \text{ m} \quad 2.5 \text{ m} \quad 100 \text{ Hz} \quad 250 \text{ m/s}$$

6、一横波沿绳子传播的波动方程为  $y = 0.05 \cos(10\pi t - 4\pi x)$ ，式中各物理量单位均为国际单位制。那么绳上各质点振动时的最大速度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，位于  $x = 0.2 \text{m}$  处的质点，在  $t = 1 \text{s}$  时的相位，它是原点处质点在  $t_0 = \underline{\hspace{2cm}}$  时刻的相位。

$$0.5\pi = 1.57 \text{ m/s}, 0.92 \text{ s}$$

7、两个同方向的谐振动为： $x_1 = 0.05 \cos(10t - \frac{5}{6}\pi)$ ， $x_2 = 0.06 \cos(10t + \frac{1}{6}\pi)$  (SI 单位制)，它们的合振动的振幅  $A = \underline{\hspace{2cm}}$ ，初相位  $\phi = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(提示：相位差  $\pi$ )

8、两个同方向的简谐运动分别为： $x_1 = 0.03 \cos(2t + \frac{3}{4}\pi)$ ， $x_2 = 0.04 \cos(2t + \frac{1}{4}\pi)$  (SI 单位制)，则合振动的运动学方程  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(提示：相位差  $\frac{\pi}{2}$ )

1、一个沿  $x$  轴作简谐振动的弹簧振子、振幅为  $0.1\text{m}$ ，周期为  $0.2\text{s}$ ，在  $t=0\text{s}$  时，质点在  $x=-0.05\text{m}$  处，且向正方向运动。求：

(1) 简谐运动方程；(2) 如果弹簧的劲度系数为  $100\text{N/m}$ ，在初始状态，振子的弹性势能和动能。

解：(1) 设简谐运动方程： $x = A\cos(\omega t + \phi)$

$$A = 0.1, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi,$$

$$x = 0.1\cos(10\pi t + \phi)$$

$$t = 0 \text{ 时}, \quad -0.05 = 0.1\cos\phi,$$

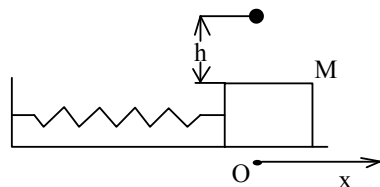
$$\cos\phi = -\frac{1}{2}, \quad \phi = \pm\frac{2\pi}{3}$$

$$t = 0 \text{ 时}, \quad v = -0.1 \times 10\pi \sin\phi > 0, \quad \phi = -\frac{2\pi}{3}$$

$$\text{简谐运动方程: } x = 0.1\cos(10\pi t - \frac{2\pi}{3})$$

$$(2) \quad E_p = \frac{1}{2}kx^2 = 0.125\text{J}, \quad E_k = \frac{1}{2}kA^2 - E_p = 0.375\text{J}$$

2、一个水平面上的弹簧振子（劲度系数为  $k$ ，重物质量为  $M$ ），当它作振幅为  $A$  的无阻尼自由振动时，有一块质量为  $m$  的粘土，从高度为  $h$  处自由下落，



在  $M$  通过平衡位置时，粘土正好落在物体  $M$  上，求系统振动周期和振幅。

解：在水平方向，有： $Mv_0 = (M + m)v$ ,  $v = \frac{M}{M + m}v_0$

$$\text{碰撞前总能量: } \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2$$

$$\text{碰撞后总能量: } \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(M + m)v^2$$

$$\frac{A'^2}{A^2} = \frac{M + m}{M} \cdot \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{M + m}{M} \cdot \left(\frac{M}{M + m}\right)^2, \quad A' = \sqrt{\frac{M}{M + m}}A$$

振动周期:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$

3、一轻弹簧在 60N 的拉力下伸长 30cm，现把质量为 4kg 的物体悬挂在该弹簧的下端使之静止，再把物体向下拉 10cm，然后由静止释放并开始计时。求：

(1) 物体的振动方程；(2) 物体在平衡位置上方 5cm 时弹簧时对物体的拉力；

(3) 物体从第一次过平衡位置时起到它运动到上方 5cm 处所需要的最短时间。

解：

(1) 设简谐运动方程:  $x = A\cos(\omega t + \phi)$

$$k = \frac{f}{\Delta l} = \frac{60}{0.3} = 200 \text{ N/m}, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 7.07 \text{ rad/s}$$

由题意  $\phi = 0, A = 0.1 \text{ m}$

$$x = 0.1\cos 7.07t(\text{m})$$

$$(2) x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{4 \times 10}{200} = 0.2 \text{ m}$$

$$x = -5 \text{ cm 时}, F = -k(x_0 + x) = -200(0.2 - 0.05) = 30 \text{ N}$$

$$(3) t_1 \text{ 时刻: } x = 0, v < 0, \theta_1 = \frac{\pi}{2}$$

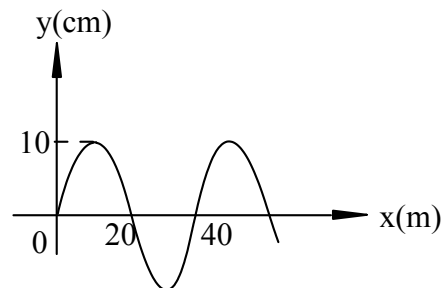
$$t_2 \text{ 时刻: } x = -0.05 \text{ m}, v < 0, \theta_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Delta t = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\omega} = 0.074 \text{ s}$$

4、平面简谐波沿 X 轴正向传播，其波源振动周期  $T=2\text{s}$ ， $t=0.5\text{s}$  时的波形如图所示，求：

(1) 写出 O 点的振动方程；

(2) 写出该平面谐波的波方程。



解：(1) 设原点振动方程为  $y = A\cos(\omega t + \phi)$

$$A = 0.1m, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y = 0.1 \cos(\pi t + \phi)$$

$$t = 0.5s \text{ 时, } y = 0$$

$$0 = 0.1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) \Rightarrow \phi = 0 \text{ 和 } \phi = \pi$$

$$v = -0.1 \cdot \pi \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) < 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) > 0$$

$$\therefore \phi = 0$$

$$\text{原点振动方程为 } y = 0.1 \cos \pi t$$

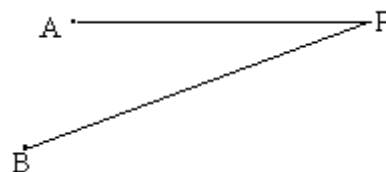
$$(2) \quad \lambda = 40m, \quad T = 2s, \quad u = \frac{\lambda}{T} = 20m/s$$

$$y = 0.1 \cos \pi \left(t - \frac{x}{u}\right) = 0.1 \cos \pi \left(t - \frac{x}{20}\right)$$

5、A、B 为两平面简谐波的波源，振动表达式分别为

$$x_1 = 0.2 \times 10^{-2} \cos 2\pi t, x_2 = 0.2 \times 10^{-2} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

它们传到 P 处时相遇，产生叠加。已知波速



$v = 0.2m/s, \overline{PA} = 0.4m, \overline{PB} = 0.5m$ ，求：

(1) 波传到 P 处的相位差；

(2) P 处合振动的振幅。

$$\text{解： (1) } \Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 - 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = -\frac{\pi}{2}$$

$$(2) A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\phi} = 0.28 \times 10^{-2}m$$

6、振幅为 0.10m，波长为 2m 的平面简谐横波，以 1m/s 的速率，沿一拉紧的弦从左向右传播，坐标原点取在弦的左端，质点位移向上为正。t=0 时，弦的左端经平衡位置向下运动。求：(1) 用余弦函数表示弦左端的振动方程；

(2) 波方程; (3) 弦上质点的最大振动速度。

解: (1) 弦左端的振动方程  $y = A \cos(\omega t + \phi)$

$$A = 0.1, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{u}{\lambda} = \pi,$$

$$y = 0.1 \cos(\pi t + \phi)$$

$$t = 0, \quad y = 0,$$

$$0.1 \cos \phi = 0 \Rightarrow \phi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$t = 0, \quad v < 0$$

$$v = -0.1 \cdot \pi \sin \phi < 0 \Rightarrow \sin \phi > 0$$

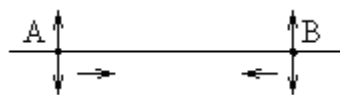
$$\therefore \phi = \frac{\pi}{2}$$

$$y = 0.10 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$(2) y = 0.10 \cos[\pi(t - \frac{x}{u}) + \frac{\pi}{2}] = 0.10 \cos[\pi(t - x) + \frac{\pi}{2}]$$

$$(3) v_m = \omega A = 0.1\pi = 0.314 \text{ m/s}$$

7、如图所示, A、B 两点相距 20 米, 为同一介质中的二波源, 作同频率 ( $\nu = 100$  赫兹), 同方向的振动, 它们激起的波设为平面波, 振幅均为 5 厘米, 波速均为 200 米/秒, 设 A 处波的  $\phi_{A0} = 0$ ,



的波设为平面波, 振幅均为 5 厘米, 波速均为 200 米/秒, 设 A 处波的  $\phi_{A0} = 0$ ,

B 处波的  $\phi_{B0} = \pi$ 。求 AB 连线上因干涉而静止的各点的位置。

$$\text{解: } \lambda = \frac{u}{\nu} = 2 \text{ m},$$

两波相遇处的相位差:

$$\Delta\phi = \phi_{B0} - \phi_{A0} - \frac{2\pi}{\lambda}(r_B - r_A) = \pi - 0 - \frac{2\pi}{\lambda}(20 - x - x) = \pi - 2\pi(10 - x)$$

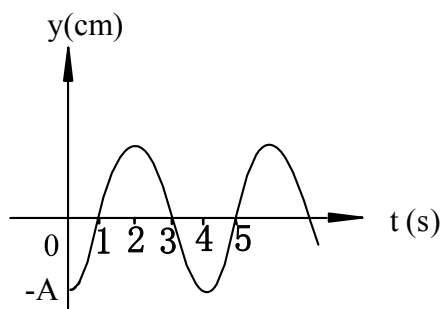
$$\therefore A_1 = A_2, \text{ 当 } \Delta\phi = (2k+1)\pi, A = |A_1 - A_2| = 0$$

$$\therefore \pi - 2\pi(10 - x) = (2k+1)\pi$$

$$\therefore x = k + 10, k = 0, \pm 1, \dots, \pm 10$$



8、一平面简谐波沿 OX 轴负方向传播，波长为  $\lambda$ ，位于 x 轴上正向 d 处的质点 P 的振动规律如图所示。求：



(1) P 处质点的振动方程；

(2) 若  $d = \frac{\lambda}{2}$ ，求坐标原点 O 处质点的振动

方程；

(3) 求此波的波方程。

解：(1) 由振动曲线可知， $T = 4s$

P 处质点振动方程为：  $y_P = A \cos(\frac{2\pi t}{4} + \phi)$

$$t = 0, y_P = -A, \quad \phi = -\pi$$

$$y_P = A \cos(\frac{\pi}{2}t - \pi)$$

(2) O 处质点的振动方程

$$y_0 = A \cos \frac{\pi}{2}t$$

$$\textcircled{3} y = A \cos(\frac{\pi t}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda})$$