第十一章 稳 恒 磁 场

11.1 磁相互作用

一. 基本磁现象

1. (1). 磁极：条形磁铁或磁针的两端磁性特别强的区域；

南极*S* 北极*N*

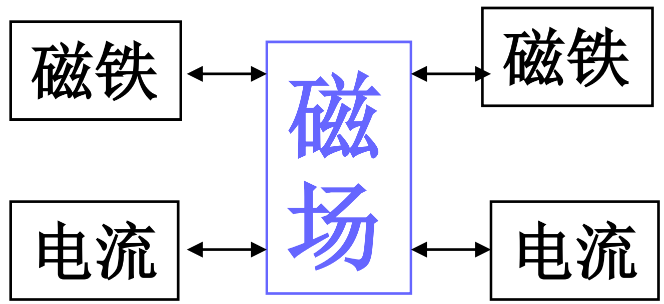
(2). 磁铁的两极不可分割成独立存在的单个磁极,两者是共存的；自然界中没有独立存在的磁极；

2. 同名磁极相互排斥,异名磁极相互吸引；

3. 地球是个大磁体,地球的磁场简称地磁场,它的N极位于地理南极附近,S极位于地理北极附近。

二. 磁感应强度*B*

1. 磁场



任何运动电荷或电流在周围空间内产生的场;

▲ 性质:

(1). 磁场对引入场中的其他运动电荷或载流导体有磁力的作用;

(2). 载流导体在磁场内移动时,磁场的作用力将对载流导体作功.

2. 磁感强度B

定量描述磁场强弱和方向的物理量

▲用磁场对运动电荷的作用力来定义

(1). 在任一点P,当运动电荷以同一速率v沿不同方向通过P点时,电荷所受磁力F大小不同;但磁力F的方向总与v的方向垂直;

(2). 在P点的各个方向中,有一个特定方向

运动电荷沿这方向(或反方向)运动时,磁力为0;

运动电荷方向与该方向垂直时,磁力最大F_{max}

(3). 最大磁力F_{max}正比于运动电荷的电量q,也正比于运动电荷的速率v,但F_{max}/qv仅与该点的磁场性质有关,反映了该点磁场强弱的性质.

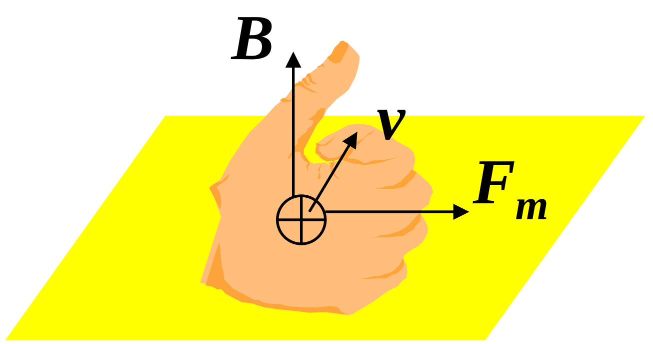
$$B = \frac{F_{max}}{qv}$$

磁感强度

(4). 分析磁力F的方向:F 既与速度v垂直,又与零磁力方向垂直.

定义零磁力方向中的一个指向为B的方向

F_m, v, B: 右手螺旋法则



单位: T, G $1T = 10^4 G$

三. 磁感线

用来描绘磁场分布情况的曲线

1. 方向

磁感线上任一点的切线方向和该点处的磁感应强度方向一致.

2. 大小

通过垂直于$\boldsymbol{B}$矢量的单位面积的磁感线数目

磁场强的地方,磁感线密;

磁场弱的地方,磁感线疏;

3. 性质

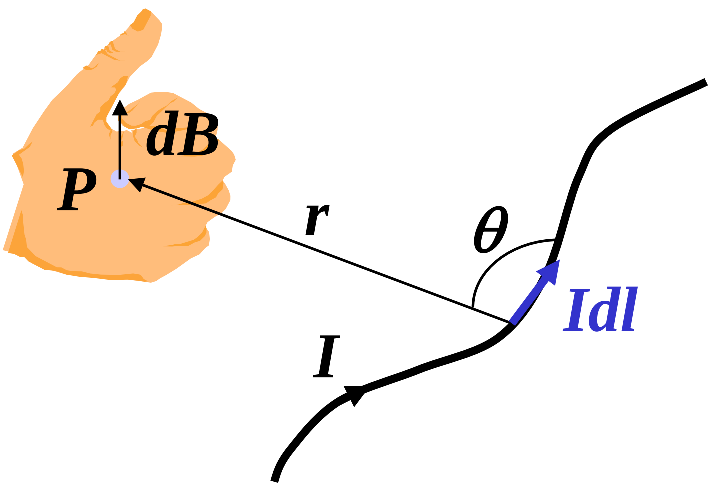
在任何磁场中,每一条磁感线都是环绕电流的闭合线,而且每条闭合磁感线都与闭合电路互相套合.

11.2 电流的磁场

一. 毕奥-沙伐尔定律

▲电流元 *Idl*　大小为流过导线的电流*I*与导线的线元*dl*的乘积，方向为线元所在处的电流方向

将载流导线分成许多电流元*Idl*



真空中,任一电流元*Idl*在空间某点*P*产生的磁感强度*dB*的大小与电流元*Idl*的大小成正比;与电流元和它到*P*点的矢径*r*间的夹角*θ*的正弦成正比;与电流元到*P*点的距离*r*的平方成反比.

$d\vec{B}$ 的方向与 $Id\vec{l}\times\vec{r}$ 的方向相同(右手螺旋).

真空中	介质中
$dB = \dfrac{u_0 Idl\sin\theta}{4\pi r^2}$	$dB = \dfrac{uIdl\sin\theta}{4\pi r^2}$
$d\vec{B} = \dfrac{u_0 Id\vec{l}\times\vec{r}^{\,0}}{4\pi r^2}$	$d\vec{B} = \dfrac{uId\vec{l}\times\vec{r}^{\,0}}{4\pi r^2}$
$\vec{B} = \int_L d\vec{B}$	$\vec{B} = \int_L d\vec{B}$

注意：实际处理时，由于总磁感强度是矢量的和，与方向有关.通常把dB分成x、y两个方向的分量后再积分。

二. 某些电流(线/面/体)回路的磁场

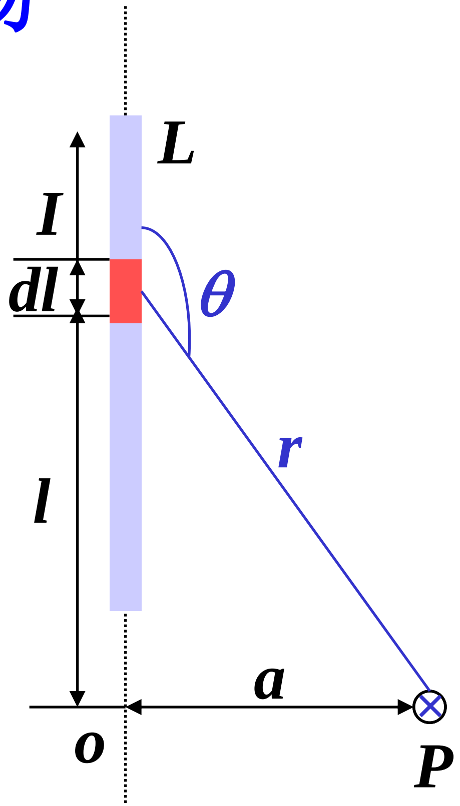
▲线电流的磁场

1. 载流直导线的磁场

$$dB = \frac{u_0 I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

方向垂直纸面向内⊗

(如方向垂直纸面向外⊙)



各电流元在P点的dB方向相同

$$\therefore B = \int_L dB = \int_L \frac{u_0 I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

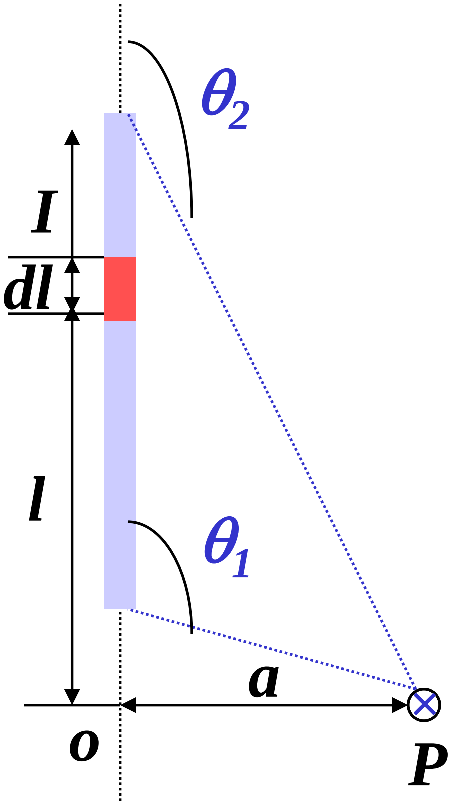
$$\because r = \frac{a}{\sin\theta}, l = -a ctg\theta, dl = \frac{a d\theta}{\sin^2\theta}$$

$$\therefore B = \int_L \frac{u_0 I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

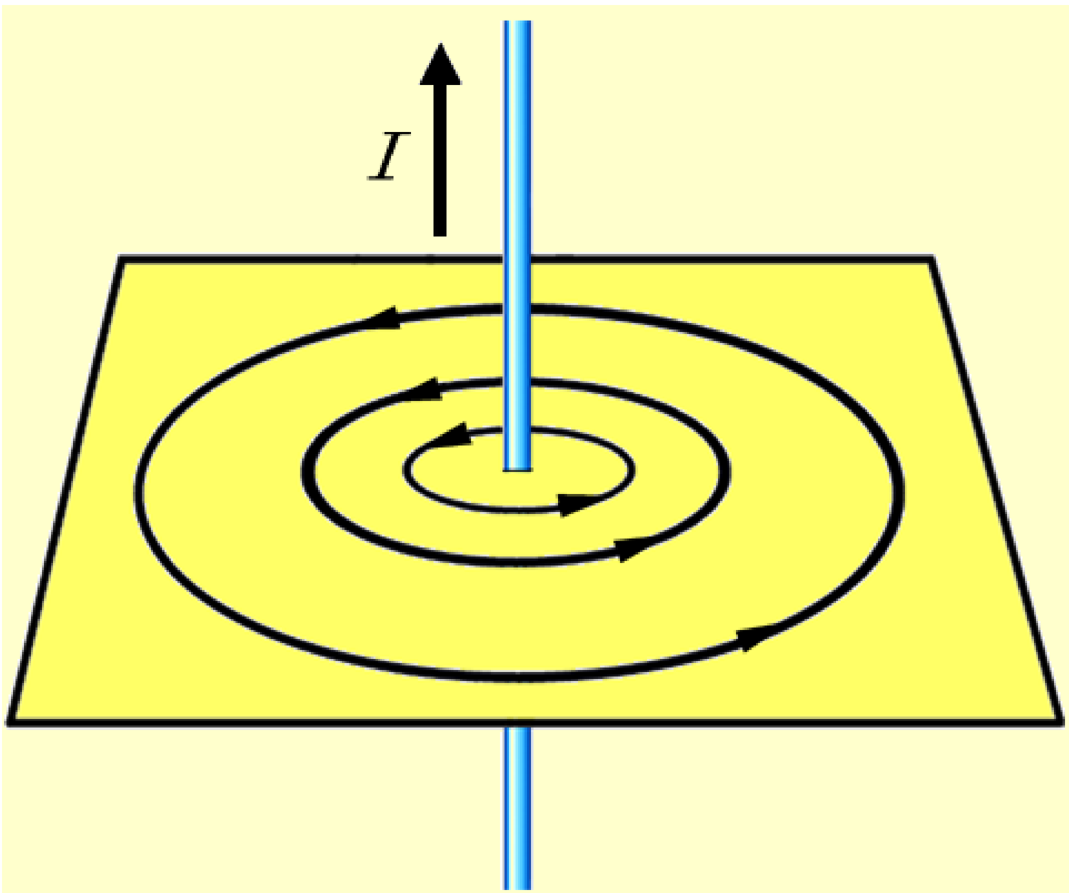
$$= \frac{u_0}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{I}{a}\sin\theta d\theta$$

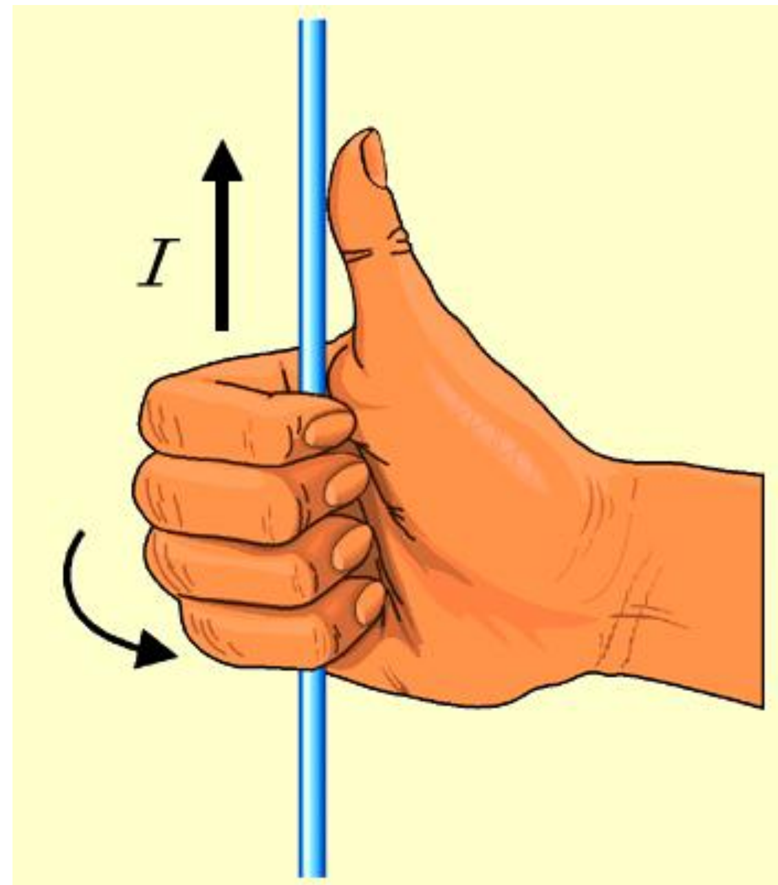
$$= \frac{u_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

方向: 垂直纸面向内.



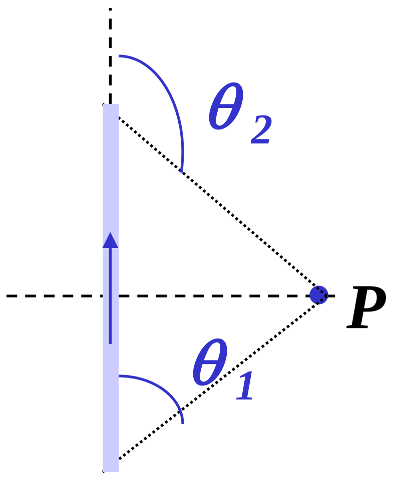
磁感线的分布





★讨论:

(1). θ角的位置;



(2). P点在直导线的延长线上,则

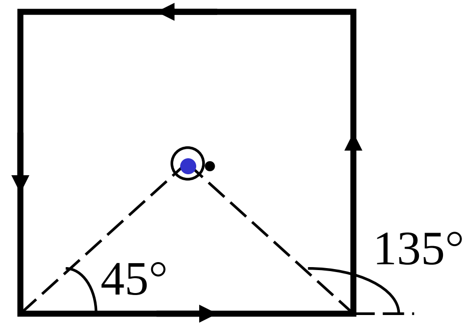
$\because Id\vec{l}$与$\vec{r}$同向 $\quad \therefore dB = 0 \quad\quad B = 0$

(3). 直导线"无限长",则

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi \qquad\qquad B = \frac{u_0 I}{2\pi a}$$

例、 载有电流I的正方形线圈，边长为L，求正方形中心的磁感强度B。

解: 每条边在中心产生的B相等均为



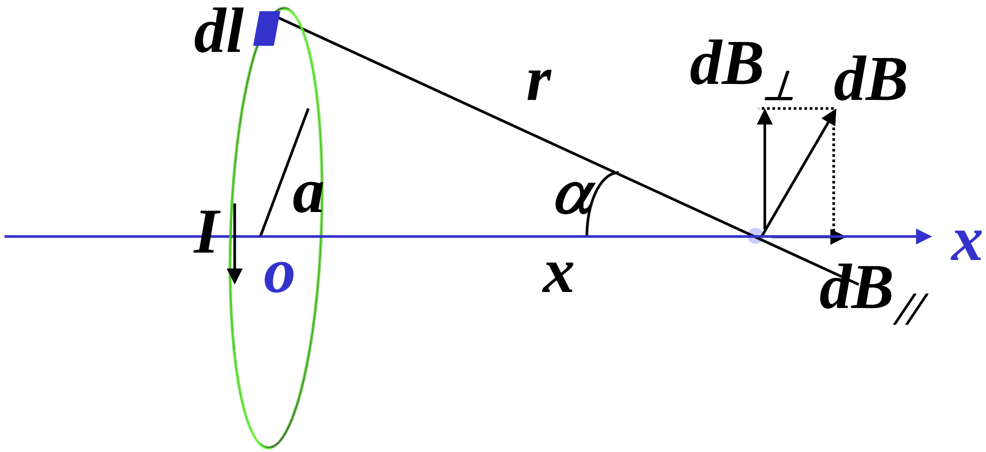
$$B=\frac{u_0 I}{4\pi L/2}(\cos 45°-\cos 135°)=\frac{\sqrt{2}u_0 I}{2\pi L}$$

正方形中心的B的大小为

$$B_{总}=4B=\frac{2\sqrt{2}u_0 I}{\pi L}$$

方向垂直纸面向外

2. 载流圆线圈轴线上的磁场



$$dB = \frac{u_0 Idl}{4\pi r^2}$$ ($Id\vec{l}$ 与 $\vec{r}$ 的 夹 角 是 90°)

由对称性可知

各电流元的磁场强度在垂直x轴的方向上的分矢量$dB_\perp$相互抵消

$$\therefore\ B = \int_L dB_{//} = \int_L dB \sin\alpha = \frac{u_0}{4\pi}\int_L \frac{Idl}{r^2}\sin\alpha$$

各电流元与P 的距离相同, α角相同

$$\therefore B = \frac{u_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}\int_0^{2\pi a} dl = \frac{u_0 Ia\sin\alpha}{2r^2}$$

$$\because \sin\alpha = \frac{a}{r},\ x^2 + a^2 = r^2$$

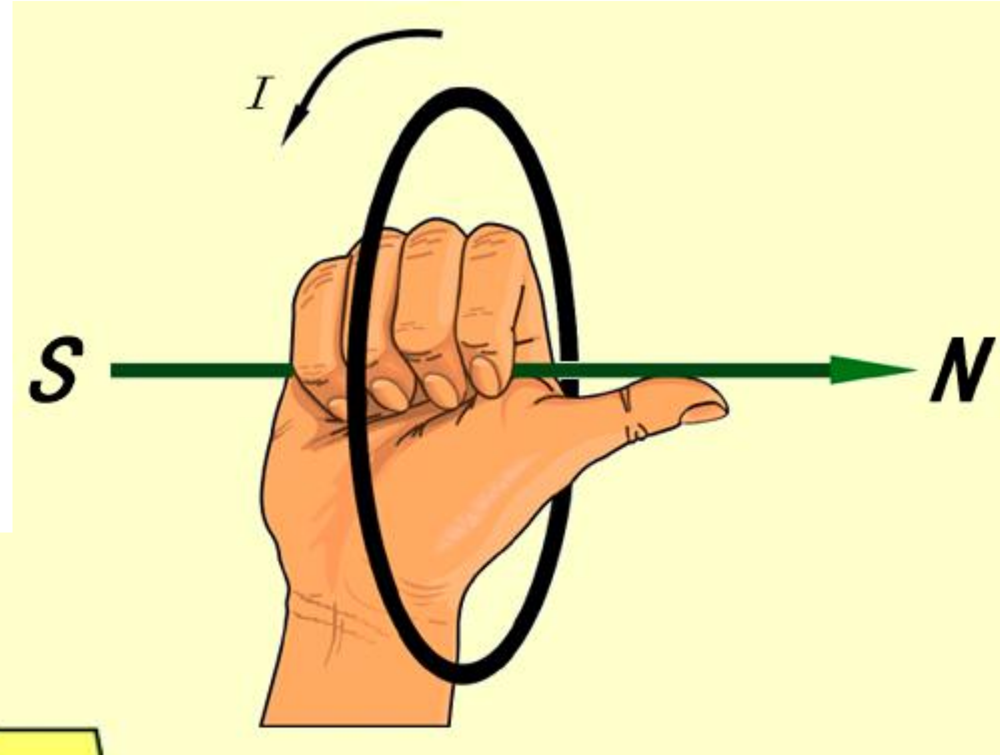
$$\therefore B = \frac{u_0 Ia^2}{2(x^2+a^2)^{3/2}}$$

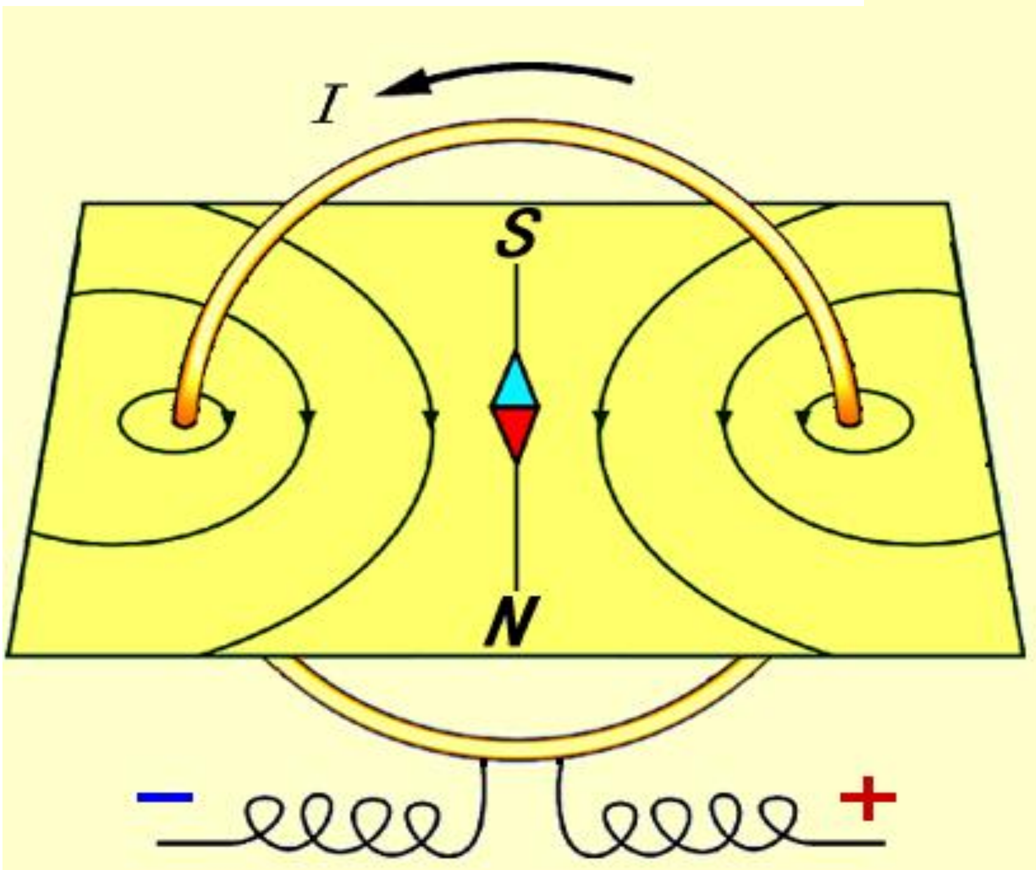
磁矩 $m=IS=I\pi a^2$

$$= \frac{u_0 IS}{2\pi(x^2+a^2)^{3/2}} \quad (S = \pi a^2)$$

方向指向x轴正向

磁感线的分布





★讨论:

(1). $x = 0$时

$$B_0 = \frac{u_0 I}{2a}$$

(2). $x >> a$时

$$(x^2 + a^2)^{3/2} \approx x^3$$

$$B = \frac{u_0 IS}{2\pi x^3}$$

磁矩 $m=IS=I\pi a^2$

$$B = \frac{u_0 m}{2\pi x^3}$$

例、玻尔氢原子模型中，电子绕原子核做圆轨道运动，圆轨道半径为5.3×10^{-11}m，频率为6.8×10^{15}Hz，求

（1）电子在轨道中心产生的B的大小；（2）电子的等效磁矩。

解:　　1秒内电子通过轨道上任一点的次数为$n=f$

由电流定义

$$i = ef = 1.6\times10^{-19}\times6.8\times10^{15} = 1.1\times10^{-3}A$$

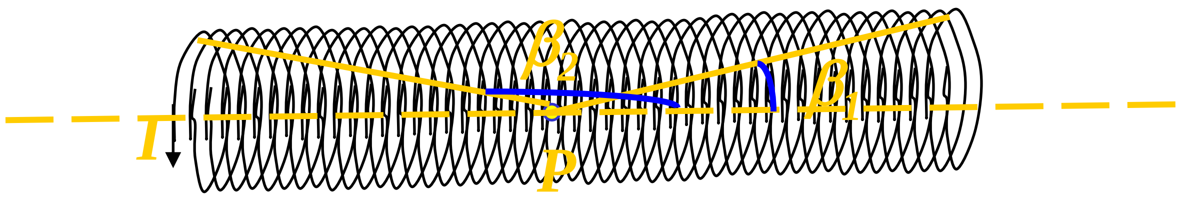
轨道中心的B的大小为

$$B = \frac{u_0 i}{2R} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times1.1\times10^{-3}}{2\times5.3\times10^{-11}} = 13T$$

等效磁矩为

$$m = iS = i\pi R^2 = 9.7\times10^{-24}A\cdot m^2$$

3. 载流直螺线管内部的磁场

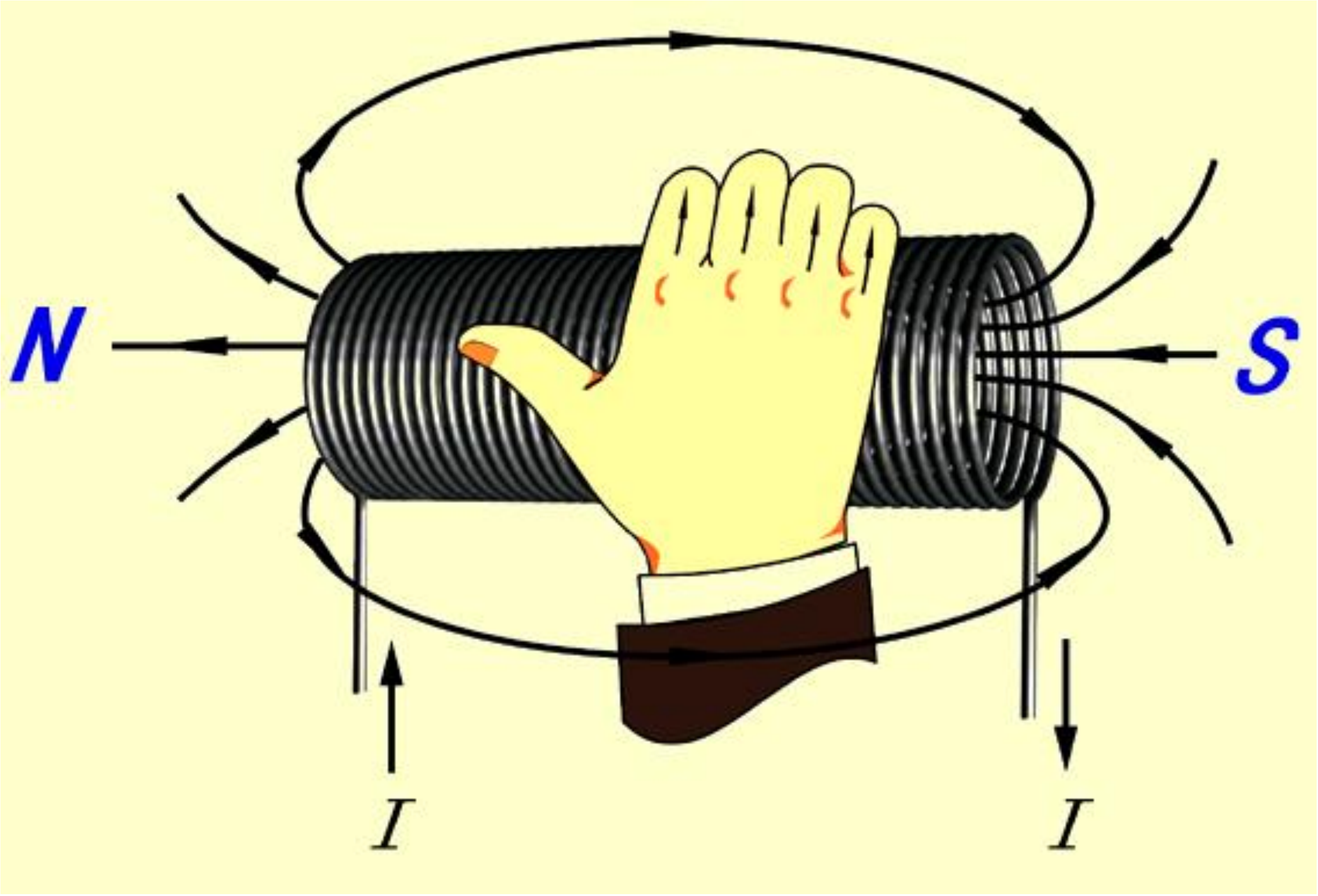


半径为***R*,**单位长度内有线圈***n*匝

$$B=\frac{u_0}{2}nI(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$$

方向沿轴线方向

磁感线的分布



★讨论:

(1). "无限长" (细长螺线管)，$\beta_1=0$，$\beta_2=\pi$

$$B = u_0 n I$$

螺线管内磁场是均匀的

(2). 半无限长长直螺线管的端点

$$A\text{点}: \beta_1 \to 0, \beta_2 \to \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{1}{2} u_0 n I$$

是内部的一半

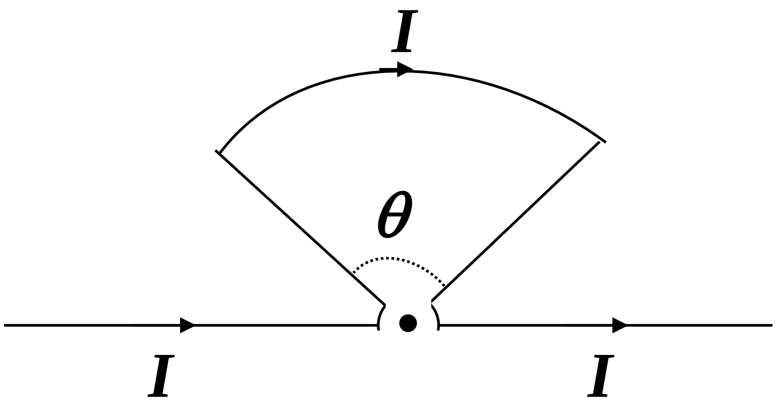
例、某一细长螺线管，其长度为L，绕有N匝线圈。 当通有电流I时，管内中央的B为多少？

解:

$$\boldsymbol{B = u_0 n I = u_0 \frac{N}{L} I}$$

▲组合电流的磁场

例、P240页 例11-5



具体求解见P240页

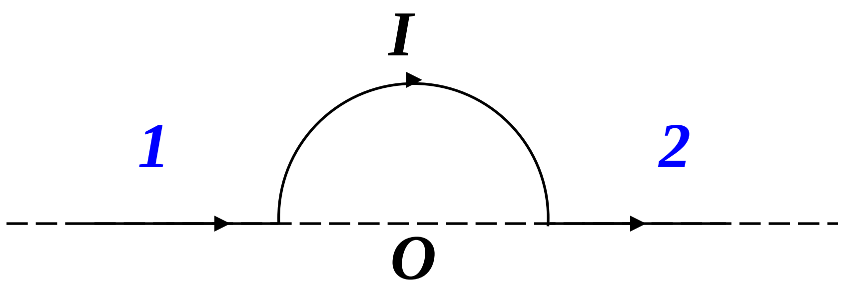
一个重要的结论:

▲圆弧上单位弧度载流导线在圆心产生的磁感强度为

$$\boldsymbol{B_o = \frac{u_0 I}{4\pi R}} \qquad B = \frac{u_0 I}{4\pi R}\cdot\theta$$

如 $\theta = \pi/3$，则 $$\boldsymbol{B} = \frac{u_0 \boldsymbol{I}}{4\pi \boldsymbol{R}}\cdot\frac{\pi}{3} = \frac{u_0 \boldsymbol{I}}{12\boldsymbol{R}}$$

例、 求下列各图中，O点的磁感强度?



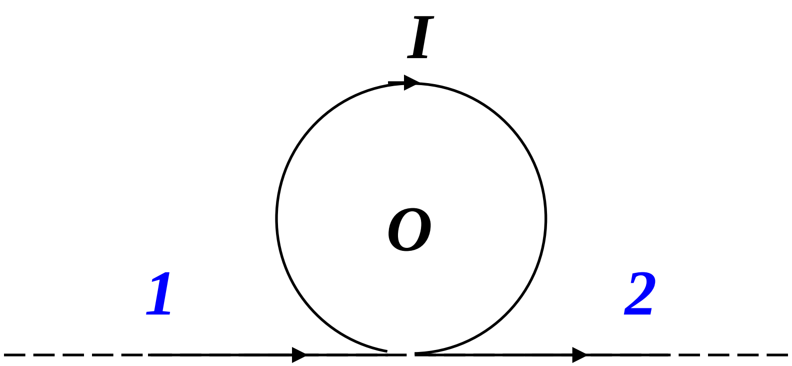
(O点在两导线的延长线上)

$$B_o = B_{圆弧} + B_1 + B_2$$

$$= \frac{u_0 I}{4\pi R}\cdot\pi + 0 + 0$$

$$= \frac{u_0 I}{4R}$$

垂直纸面向内



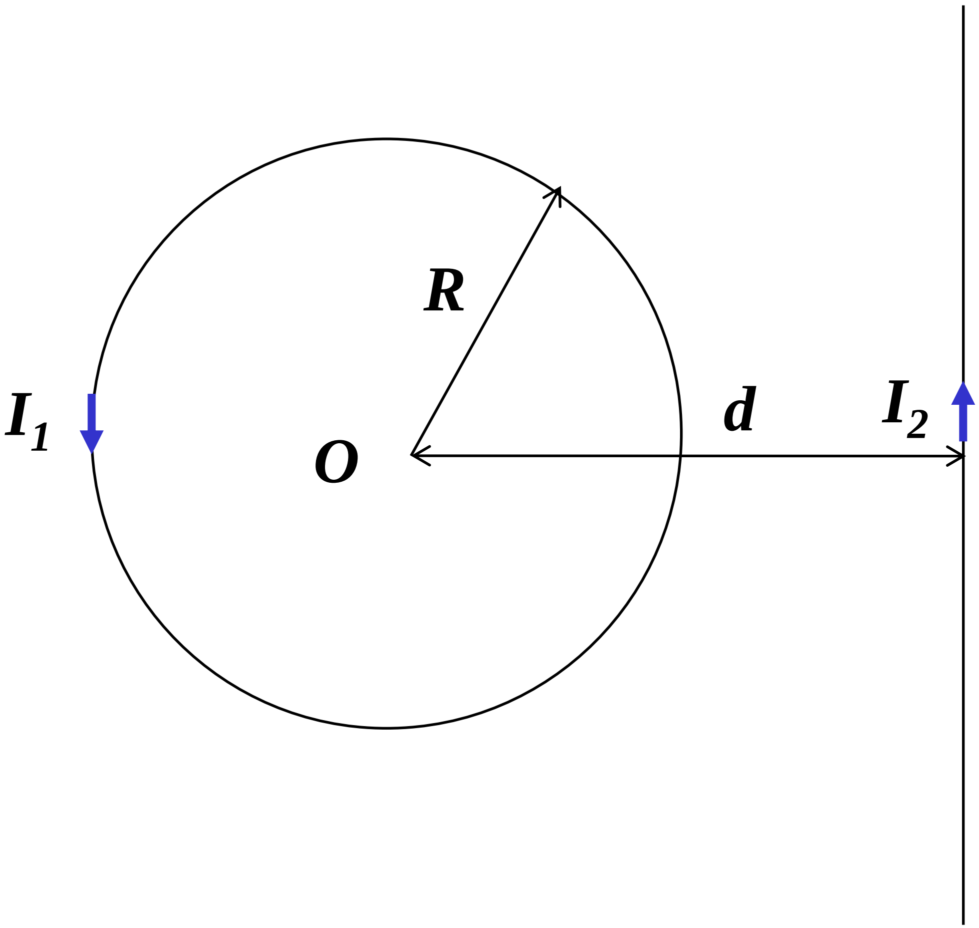
$$B_o = B_{圆} - B_1 - B_2$$

$$= \frac{u_0 I}{2R} - \frac{u_0 I}{4\pi R} - \frac{u_0 I}{4\pi R}$$

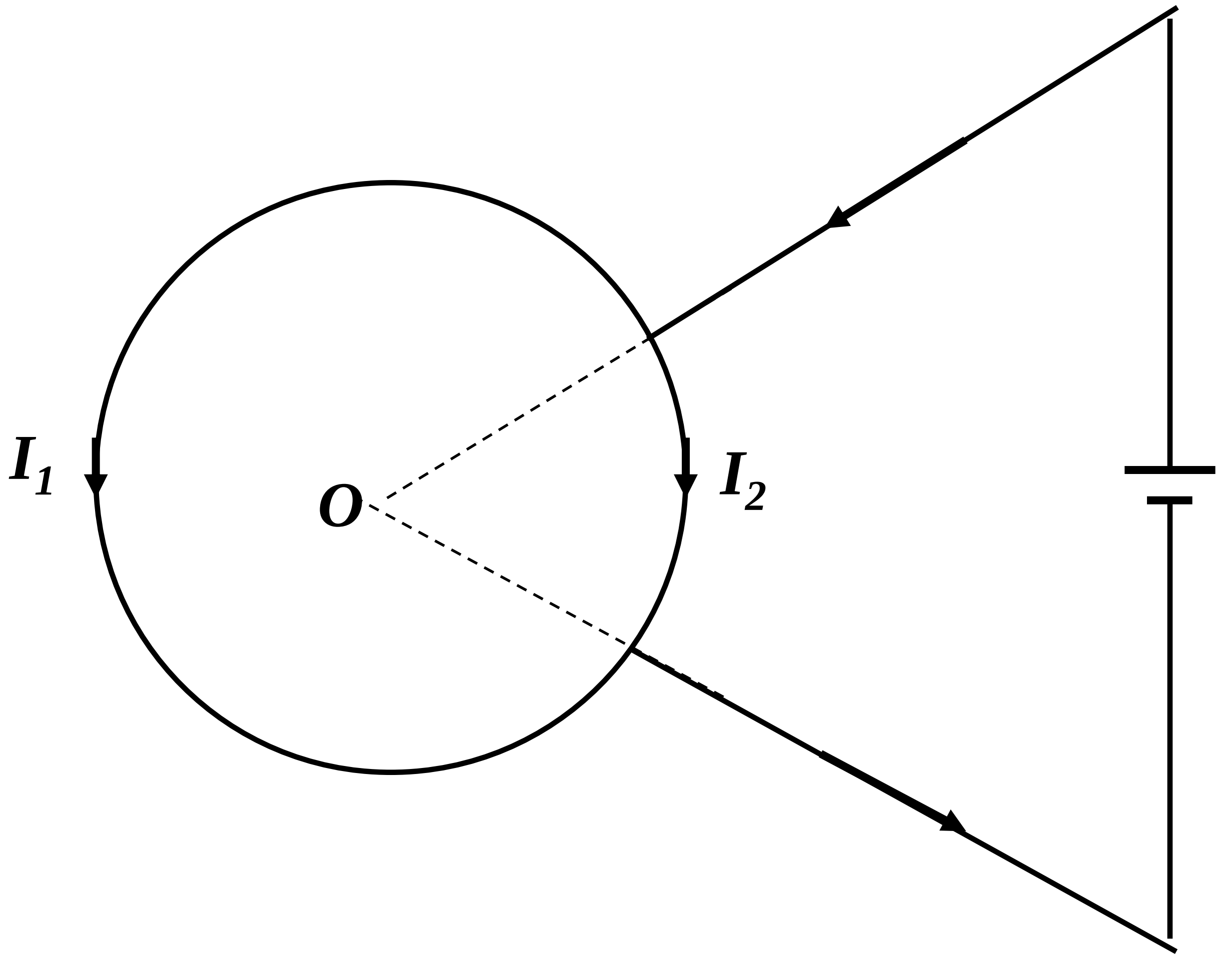
$$= \frac{u_0 I}{2R} - \frac{u_0 I}{2\pi R}$$

垂直纸面向内

练习、求O的磁感强度

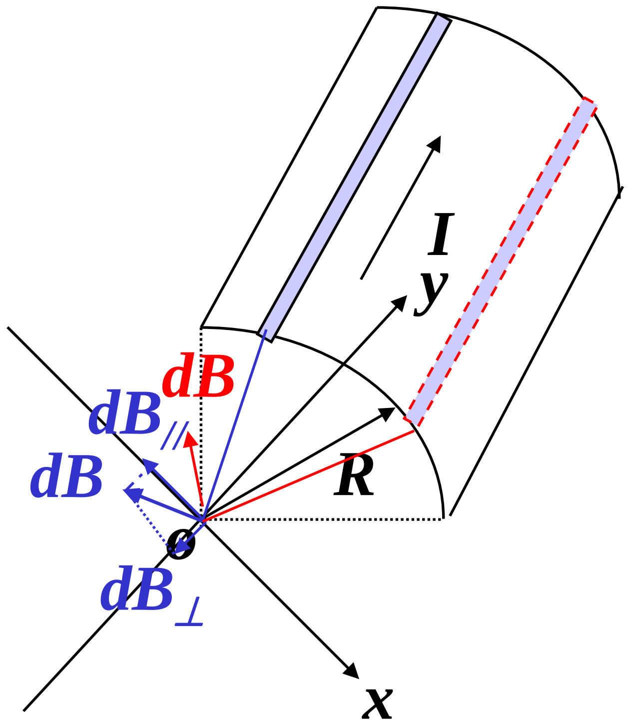


例、习题11-29



▲面/体电流的磁场

例、 一半径为R的无限长1/4圆柱形金属薄片载有电流I，求圆柱轴线上一点P的磁感强度？



解：(1). 选择正确的微元;

$$dI = \frac{Idl}{\pi R/2} = \frac{IRd\theta}{\pi R/2} = \frac{Id\theta}{\pi/2}$$

(2). 根据微元形状写出dB表达式;

$$dB = \frac{u_0 dI}{2\pi R} = \frac{u_0}{2\pi R}\cdot\frac{Id\theta}{\pi/2}$$

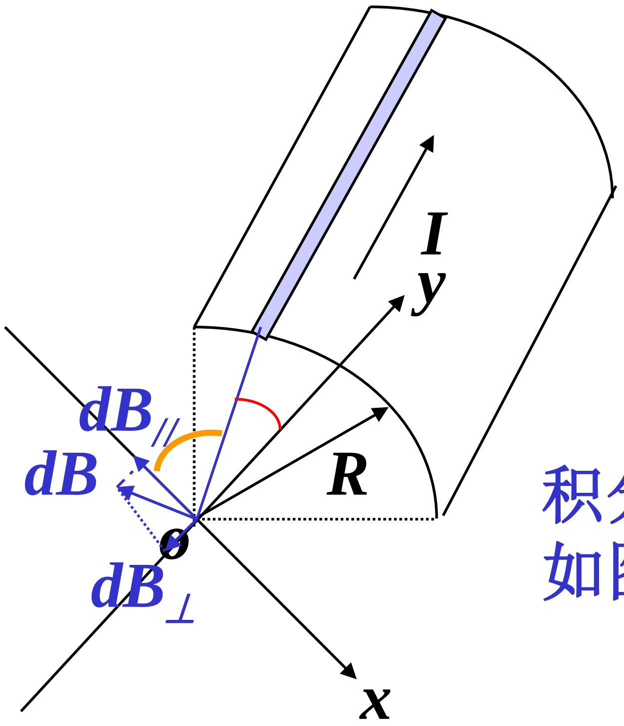
(3). 分析dB的方向;

选取不同微元时,产生的dB方向不同

y方向相互抵消

(4). 建立合适的坐标系(考虑对称性);

(5). 分解dB;



(6). 标出积分上下限.

积分上下限与所选的θ的位置有着密切的关系如图

红色: $-\frac{\pi}{4} \sim \frac{\pi}{4}$

棕色: $\frac{\pi}{4} \sim \frac{3\pi}{4}$

下略

★ 求解电流回路产生的磁感强度的一般步骤：

1. 根据电流分布的形状，选取合适的微元；

(1). 线状电流(电流元)

$$Idl$$

(2). 面状电流(适当形状)

写出相应的dI

(3). 体状电流(适当形状)

写出相应的dI

2. 根据微元的形状写出适当形式的磁感强度dB；

3. 写出微元磁感强度dB的各个分量式（不同方向时）；

（可考虑建立对称坐标系）

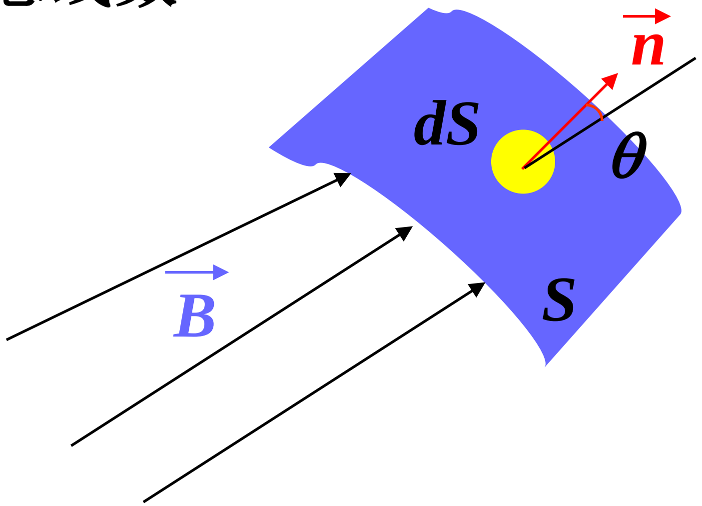
4. 统一积分变量，确定积分上下限，求出各分量值；

5. 求出总磁感强度的大小和方向。

11.3 磁场的高斯定理

一. 磁通量Φ_B

磁场中,通过一给定曲面的总磁感线数

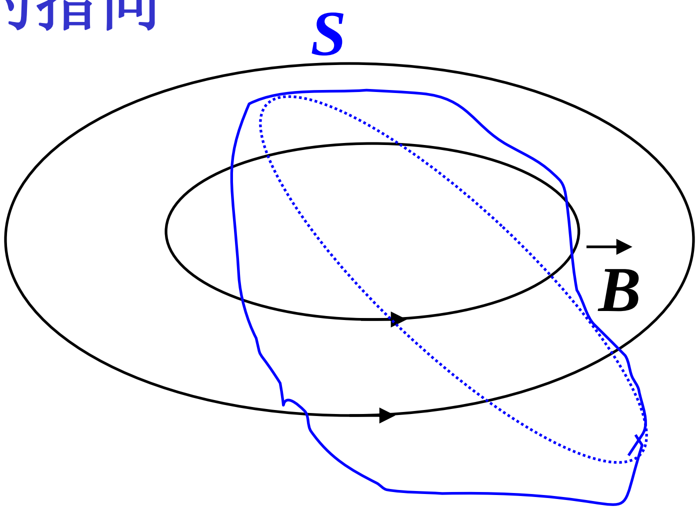


$$\Phi_B = \int_S B\cos\theta dS = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

单位: Wb　　　$1Wb = 1T\cdot m^2$

二. 磁场中的高斯定理

对闭合曲面,规定向外的指向为正法线的指向



从闭合面穿出的磁通量为正,
穿入闭合面的磁通量为负.

磁感线是闭合线

$\Downarrow$

穿入闭合曲面的磁感线数必等于穿出闭合曲面的磁感线数

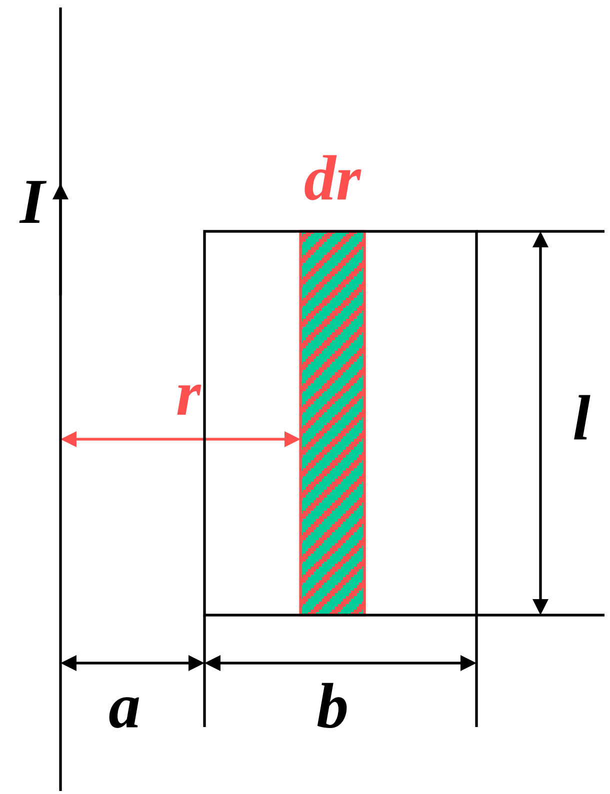
通过闭合曲面的磁通量恒为零

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

例、 长直电流旁有一与它共面的长方形平面，如果$I=20A$，$a=10cm$，$b=20cm$，$l=25cm$，求通过长方形的磁通量？

解:

$$B=\frac{u_0 I}{2\pi r}$$



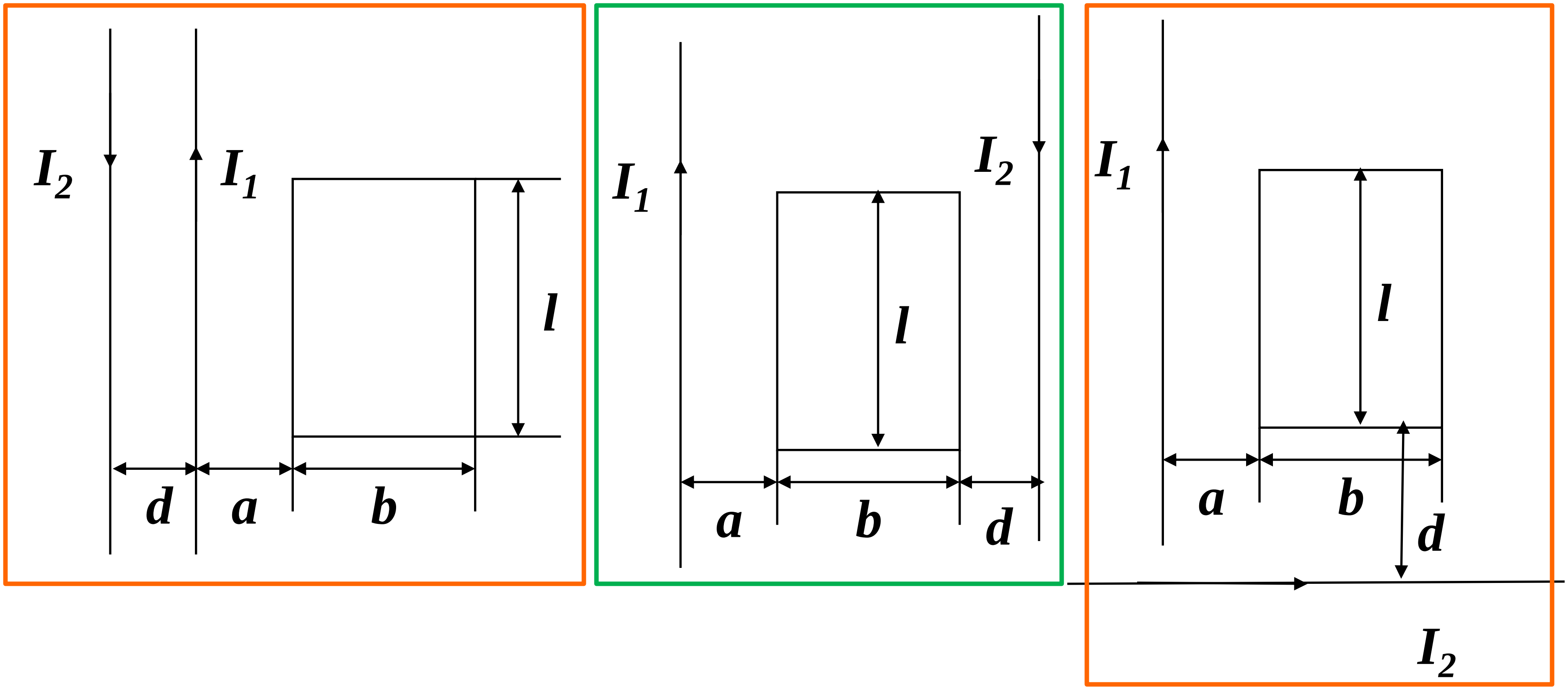
距导线r处取一宽为dr的面积元

$$d\Phi=\vec{B}\cdot d\vec{S}=BdS$$

$$=\frac{u_0 I}{2\pi r}\cdot ldr$$

$$\Phi=\int d\Phi=\frac{u_0 Il}{2\pi}\int_a^{a+b}\frac{1}{r}dr \quad =\frac{u_0 Il}{2\pi}ln\frac{a+b}{a}$$

$$\Phi = \Phi_1 \pm \Phi_2$$



★ 磁通量的计算与感应电动势的计算密切相关

11.4 磁场的安培环路定理

一. 安培环路定理

稳恒磁场中,沿任何闭合曲线的B的线积分等于真空的磁导率乘以包围在这闭合曲线内各电流的代数和.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = u_0 \sum I_{内}$$

★结论:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = u_0 \sum I_{内}$$

在磁场中,沿任何闭合曲线的B的线积分等于真空的磁导率乘以包围在这闭合曲线内各电流的代数和.

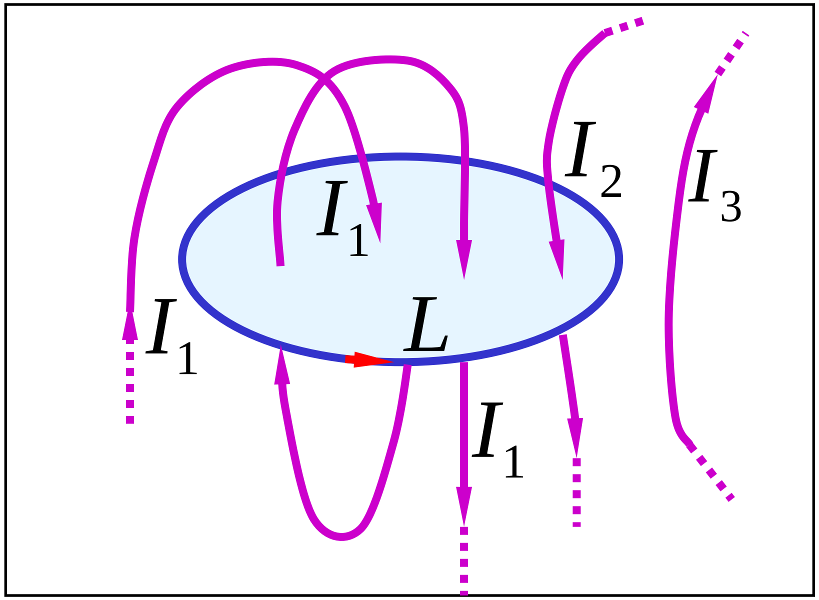
▲电流的正负

与积分回路方向有关,由右手螺旋法则判定

取螺旋的旋转方向与积分回路方向相一致,则

$$\begin{cases} \text{与螺旋前进方向(大拇指指向)相同,电流为正;} \\ \text{与螺旋前进方向(大拇指指向)相反,电流为负.} \end{cases}$$

适用情况: 具有一定对称性分布的电流产生的磁场



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(-I_1 + I_1 - I_1 - I_2)$$

$$= -\mu_0(I_1 + I_2)$$

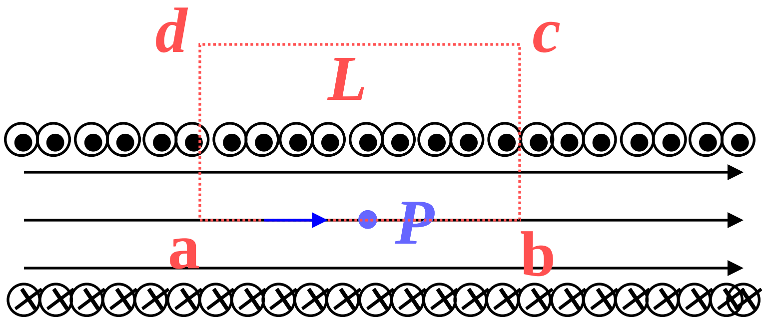
二. 应用

具有一定对称性分布的电流产生的磁场

1. 载流长直螺线管的磁场

长度>>半径　　　　近似认为是无限长

管内是均匀磁场,管外*B=0*



作一矩形回路*abcd*,*ab*段上各点的*B*相等,方向与积分路径*dl*相同

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{bc}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{cd}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{da}\vec{B}\cdot d\vec{l}$$

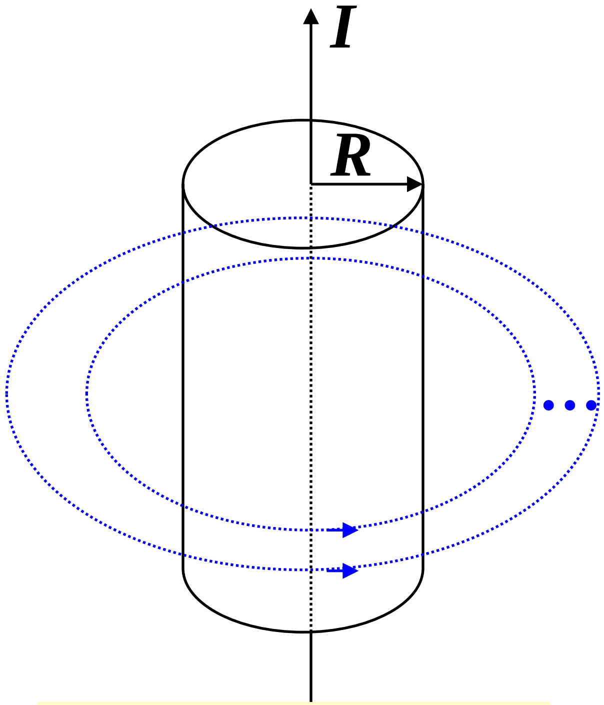
$$= B\cdot\overline{ab} + 0 + 0 + 0$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = u_0 \sum I_{内}$$

$$\because \sum I = nI\overline{ab}$$

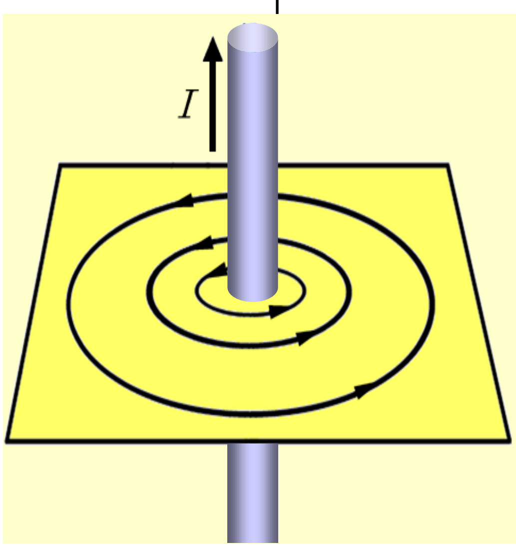
$$B = u_0 nI$$

2. 无限长载流圆柱体内外的磁场



圆柱半径为*R*,电流*I*均匀分布在截面上

磁感线是在垂直轴线平面内以轴线为中心的同心圆上



选通过讨论点的磁感线作为积分回路*L*

回路上任一点*B*相等,方向与d*l*同向

(1). P点在圆柱导体外 ($r>R$)

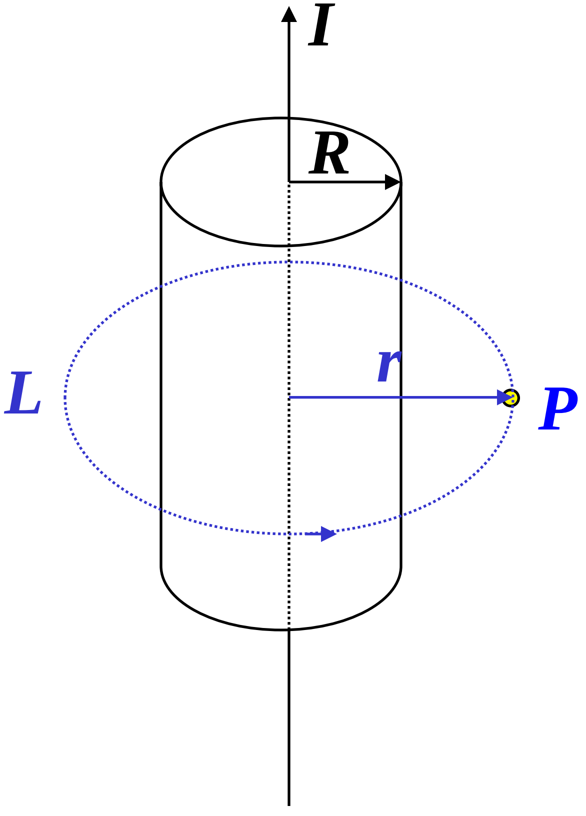
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L B dl$$

$$= B2\pi r$$

$$\because \sum I = I$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = u_0 \sum I_{内}$$

$$\therefore B = \frac{u_0 I}{2\pi r}$$



(2). P点在圆柱导体内 ($r<R$)

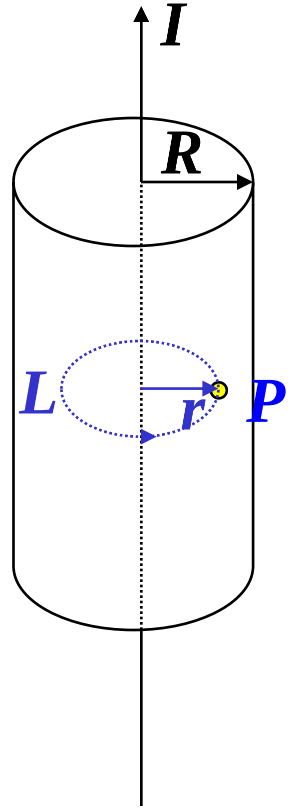
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L Bdl$$

$$= B2\pi r$$

$$\because \sum I = \frac{I\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{Ir^2}{R^2}$$

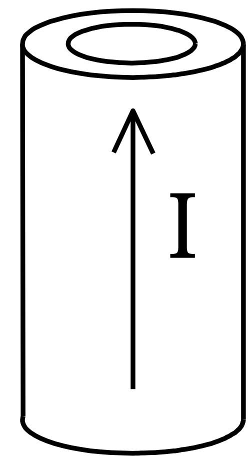
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = u_0 \sum I_{内}$$

$$\therefore B = \frac{u_0 I r}{2\pi R^2}$$



练习、如图，内外半径分别为a和b的中空无限长导体圆柱，通有电流I，电流均匀分布于截面，求在$r<a$和$a<r<b$和$r>b$区域的磁感应强度的大小。

解：由安培环路定律



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I$$

当$r<a$时

$$\sum I = 0, \therefore B = 0$$

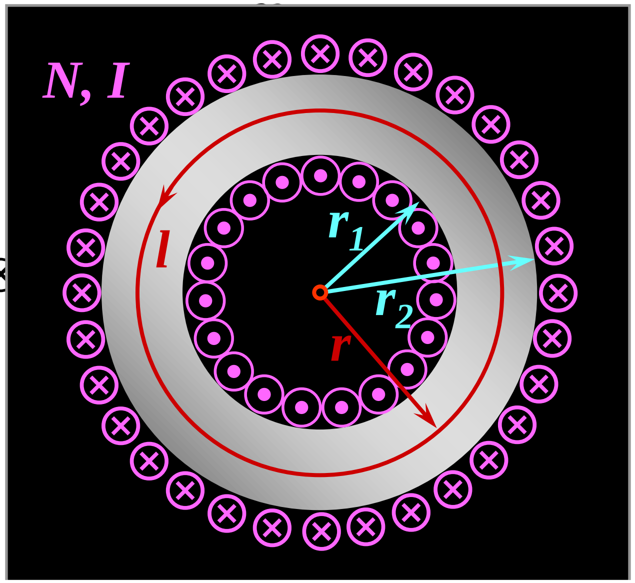
当$a<r<b$时

$$\sum I = \frac{I(r^2-a^2)}{b^2-a^2}, \therefore B = \frac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)}$$

当$r>b$时

$$\sum I = I, B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

3. 环形螺线管内的磁场



螺绕环：绕在圆环上的螺形线圈

绕的很密,线圈总匝数为N,通以电流I

磁场几乎集中在环内,磁感线是在以圆心为中心的同心圆上

选通过讨论点的磁感线作为积分回路L

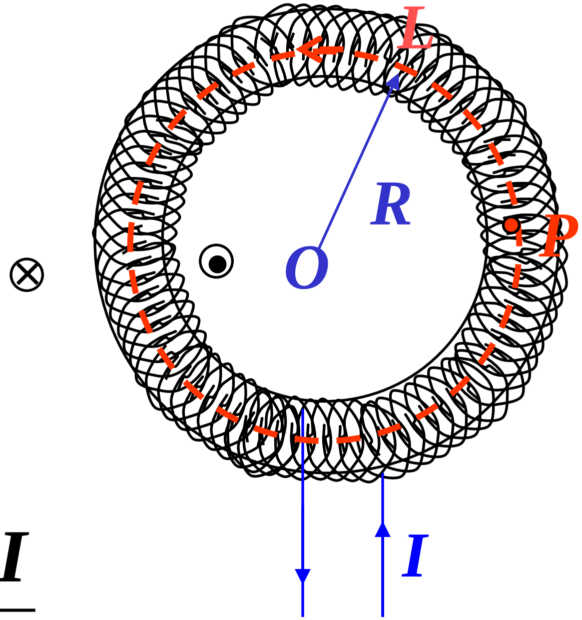
回路上任一点B相等,方向与dl同向

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L Bdl$$

$$= B2\pi r$$

$$\because \sum I = NI$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = u_0 \sum I_{内} \qquad \therefore B = \frac{u_0 NI}{2\pi r}$$



如果螺线管的截面极小,则L可视为螺线管的平均长度

$$\therefore N/L = n$$

$$\therefore B = u_0 nI$$

★利用安培环路定律计算磁感强度的步骤：

1. 分析磁场分布的对称性特点;

2. 根据磁场分布的对称性，选取适当的积分回路;

(1). 必须通过所求的场点;

(2). 闭合曲线与磁感线重合,则闭合曲线上任一点*B*的量值相等,方向与*dl*相同;

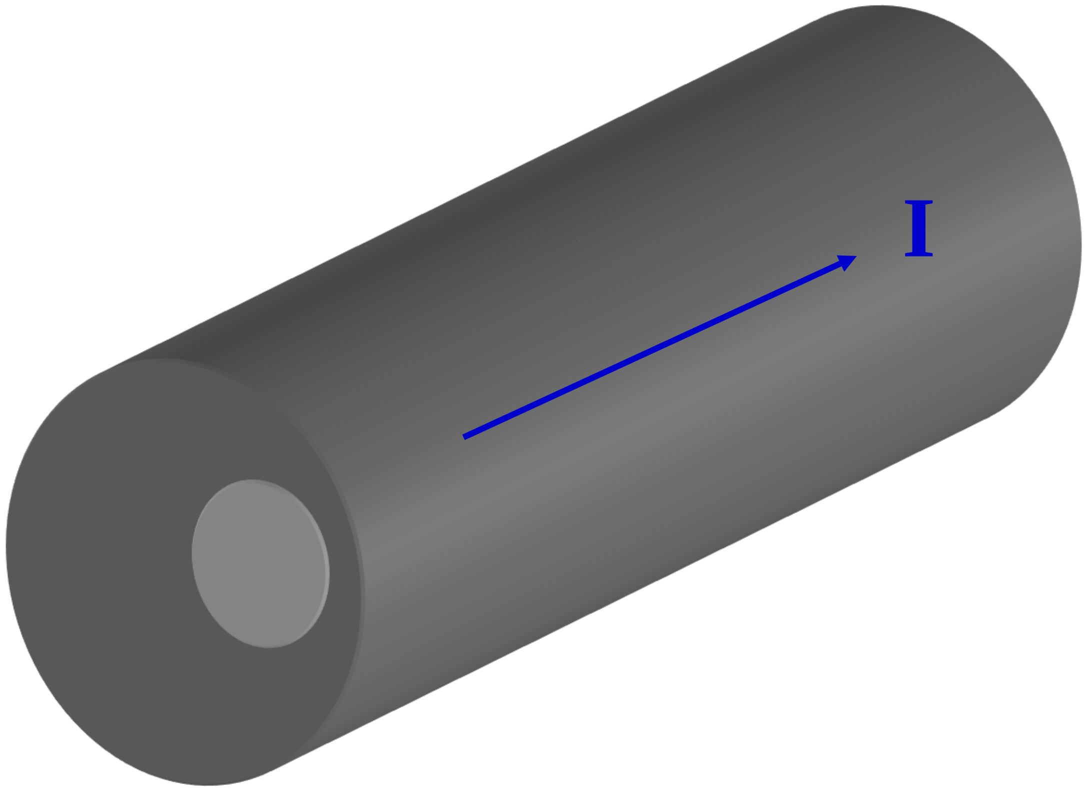
(3). 闭合曲线,一部分与磁感线重合,一部分垂直
重合部分,*B*的量值相等,方向与*dl*相同;
垂直部分,*cos(B,dl)=0*,积分时不考虑.

3. 写出环路定理的 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ （用*B*用表示）。

4. 求出环路内所包围的电流;

5. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = u_0 \sum I$ 求出B。

三. 补缺法



注意：1、矢量叠加

2、补缺的电流密度要相等。

11.5 运动电荷的磁场

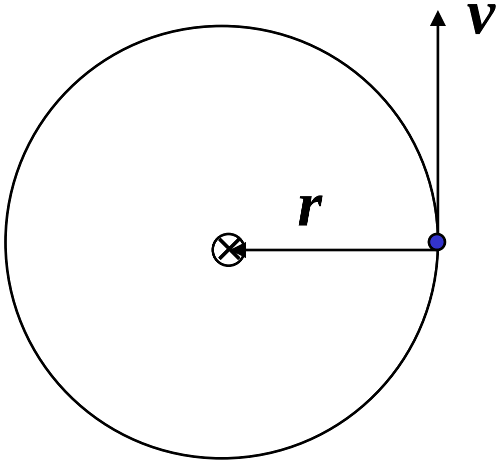
研究毕奥-沙伐尔定律的微观意义

$$\vec{B} = \frac{u_0 q\vec{v} \times \vec{r}^{\,0}}{4\pi r^2}$$

例、 $v=2.2\times10^{6}m/s$ $r=5.3\times10^{-11}m$

解:

$$B=\frac{u_0 qv\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi r^2}$$



$$\because \vec{v}\perp\vec{r}$$

$$B=\frac{u_0 qv}{4\pi r^2}=13Wb/m^2$$

垂直纸面向内（右手螺旋+电荷极性）

1秒内电子通过轨道上任一点的次数为$n=v/2\pi r$

由电流定义

$$i = ne$$

$$\therefore m = iS = neS = (\frac{v}{2\pi r})e \cdot \pi r^2$$

$$= 9.3 \times 10^{-24} A \cdot m^2$$

11.6 洛 仑 兹 力

一. 洛仑兹力

运动电荷在磁场中受到的力

由磁感强度定义，得

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

★特点:

1. 洛仑兹力与速度相互垂直;洛仑兹力不作功;

2. 洛仑兹力不能改变运动电荷速度的大小,只能改变速度方向,使路径发生弯曲.

二. 运动电荷在磁场中的运动

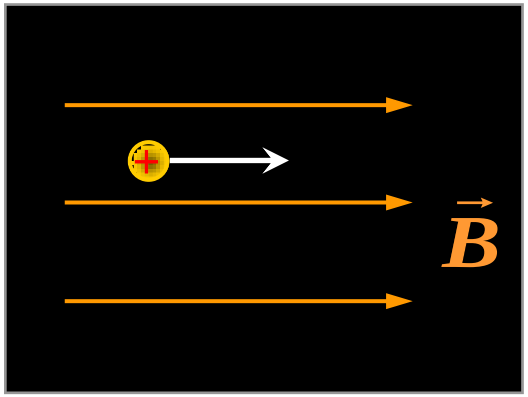
1. 匀强磁场B

有一电荷 q, m, v_0

(1). v_0与B同向

$$\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 0 \qquad \boldsymbol{F} = 0$$

带电粒子不受磁场影响,仍作匀速直线运动



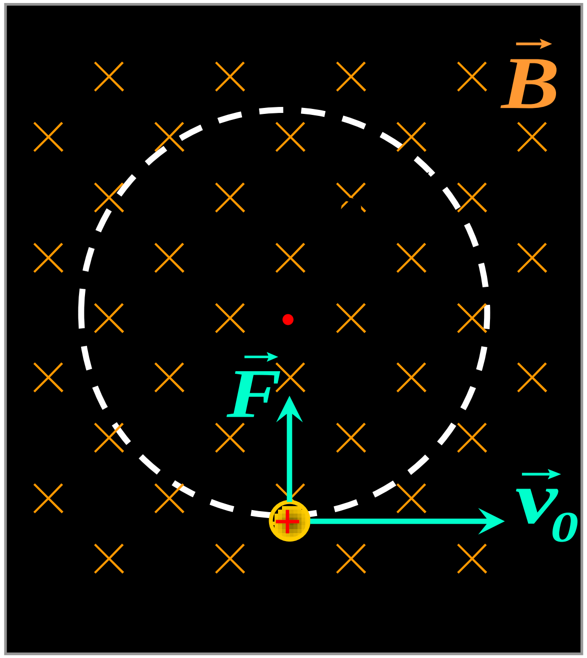
(2). $v_0 \perp B$

$$\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$$

$F = qv_0 B$ 方向与运动方向垂直

带电粒子速度大小不变,方向改变,作匀速圆周运动.

洛仑兹力起向心力作用



$$qv_0B = m\frac{v_0^2}{R}$$

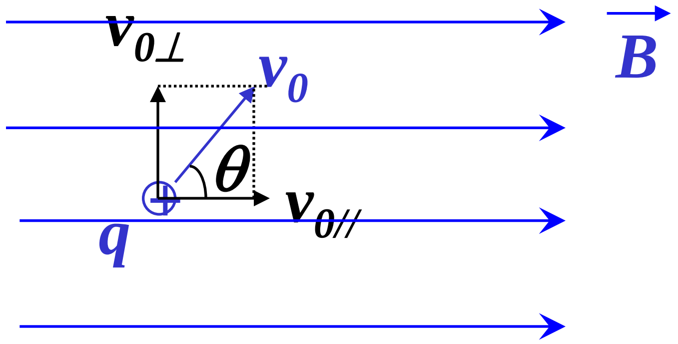
$$\therefore R = \frac{mv_0}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

(周期与带电粒子运动速度无关)

$$a_m = \frac{v_0^2}{R} = \frac{qBv_0}{m}$$

(3). v_0与 B有夹角θ

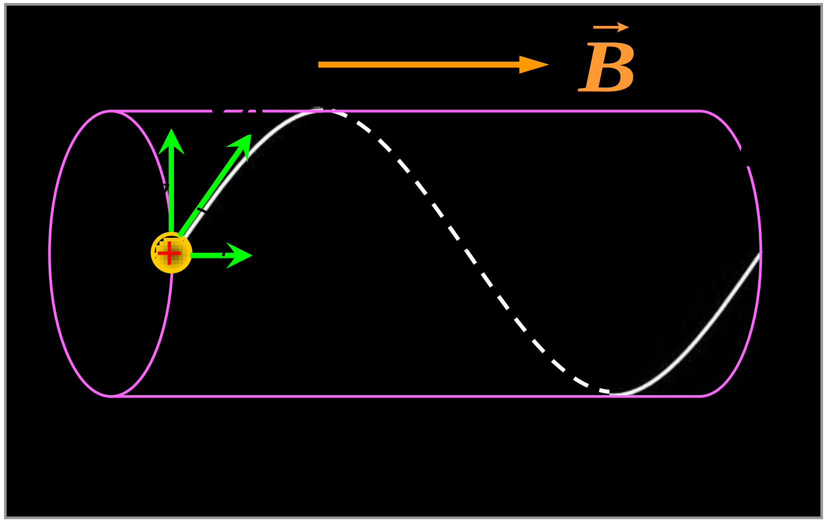


把v_0分解成两矢量

$$\vec{v}_{0//} = \vec{v}_0 \cos\theta$$

$$\vec{v}_{0\perp} = \vec{v}_0 \sin\theta$$

垂直分量$v_{0\perp}$



不改变大小,仅改变方向

带电粒子在垂直于B的平面内作匀速圆周运动

平行分量$v_{0//}$

螺旋运动

轨道是螺旋线

不受磁场影响,保持不变

带电粒子在平行于B的方向作匀速直线运动

螺旋线半径 $$R=\frac{mv_0\sin\theta}{qB}$$

旋转周期 $$T=\frac{2\pi R}{v_0\sin\theta}=\frac{2\pi m}{qB}$$

螺距 $$h=v_0\cos\theta T$$

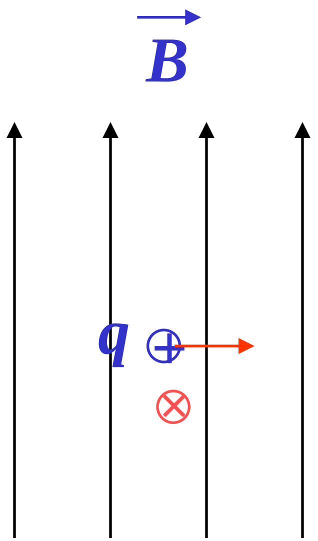
$$=\frac{2\pi mv_0\cos\theta}{qB}$$

2. 非匀强磁场中

具体运动与磁场分布有关

例、有一匀强磁场,其磁感应强度B水平地由南指向北,$B=1.5T$, 如果有一个$5.0MeV$的质子沿竖直向下的方向通过这个磁场,

求: $F=?$



解:

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=5.0\times10^6 MeV$$

$$=8.0\times10^{-13}J$$

$$(\because 1eV=1.6\times10^{-19}J)$$

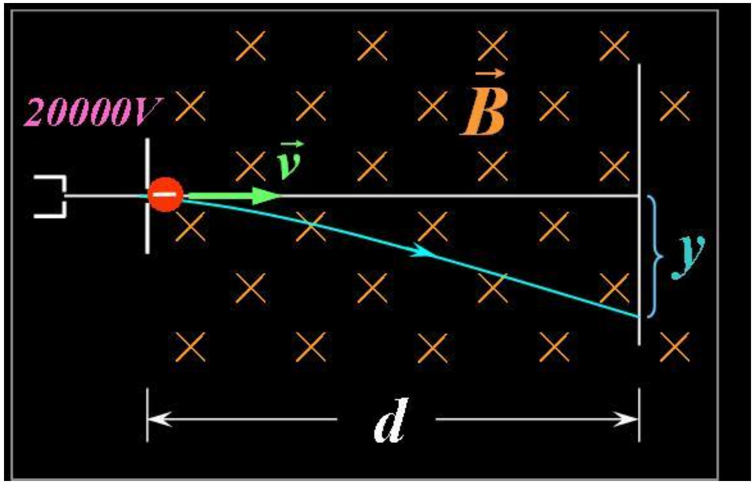
$$v=3.1\times10^7 m/s$$

$$F=qvB\sin90^\circ=7.4\times10^{-12}N$$

方向水平向东

例、估算地磁场对电视机显象管中电子束的影响。

设加速电压为20000V，电子枪到屏幕的距离为0.4m，地磁场大小为0.5×10^{-4}T，计算电子束的偏转距离。



电子从电子枪出射时的动能：

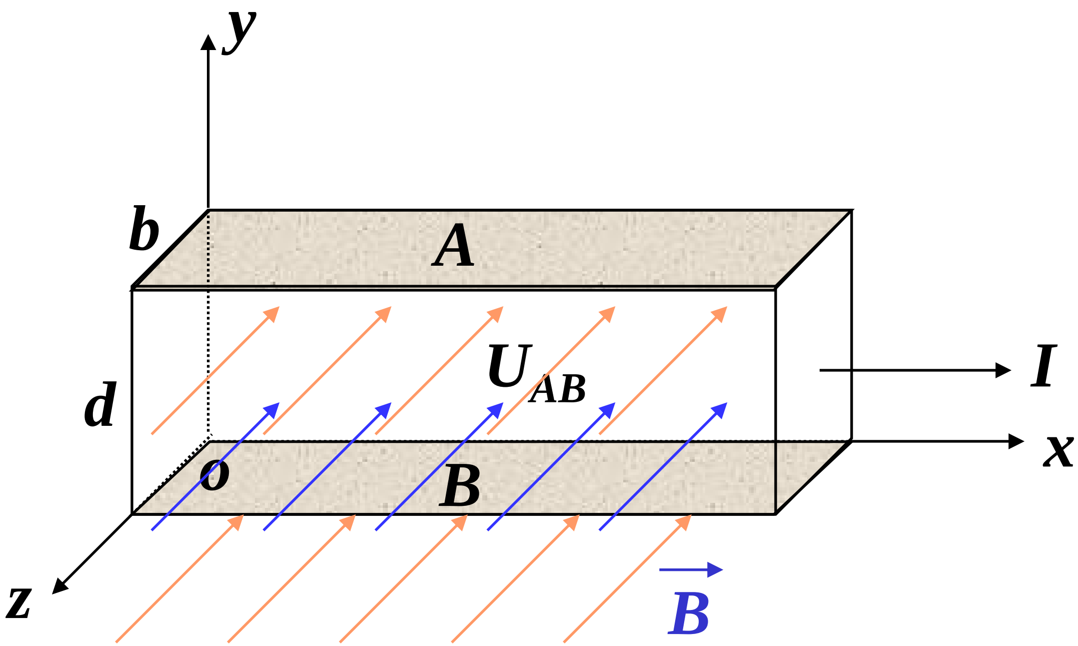
$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=eU$$

电子速率：$v=\sqrt{\dfrac{2eU}{m}}$

回旋半径：$R=\dfrac{mv}{eB}=\sqrt{\dfrac{2mU}{eB^2}}=9.54m$

偏转距离：$y=R-\sqrt{R^2-d^2}=8.3\times10^{-3}m=8.3mm$

四. 霍耳效应



霍尔电势差U_{AB}

$$\therefore U_{AB} = \frac{IB}{nqb}$$

b沿磁场方向的厚度

例、把一块宽$d=2.0$ cm，厚$b=1.0$ mm的铜片，放在$B=1.5$ T的磁场中，如果铜片上载有$200A$的电流，求铜片两侧间的霍耳电动势？

$$U=\frac{IB}{nqb}=2.2\times10^{-5}\mathrm{V}$$

分清d,b

b沿磁场方向的厚度

11.7 磁场对电流的作用

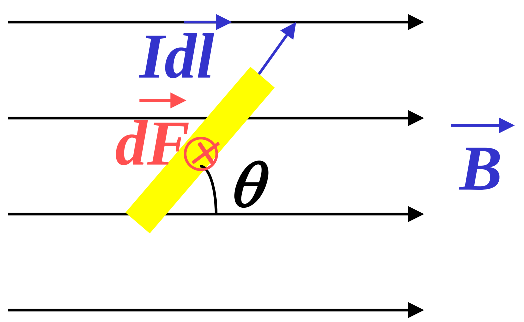
一. 安培定律

安培力

载流导线在磁场中所受的力

电流元Idl在磁场中所受的力

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$



大小: $dF = BIdl\sin\theta$

方向:

垂直于Idl和B所决定的平面,

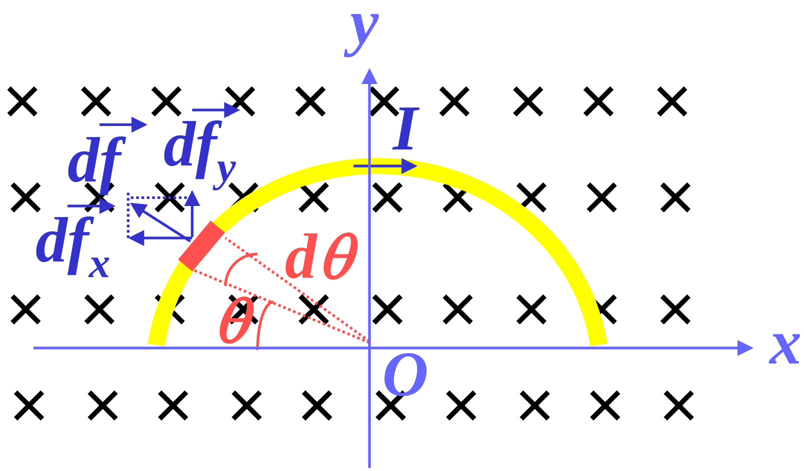
指向由右手螺旋法则判定.

▲整个载流导线

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$$

▲匀强磁场中，载流导体为曲线

例、 求均匀磁场中半圆形载流导线所受的安培力?



解： 以圆心为原点o,建立xoy坐标系

$$df = BIdl$$

由于对称性, x方向上分力的总和为零

$$\therefore\ f = \int_L df_y = \int_L BIdl\sin\theta$$

$$\because\ dl = Rd\theta$$

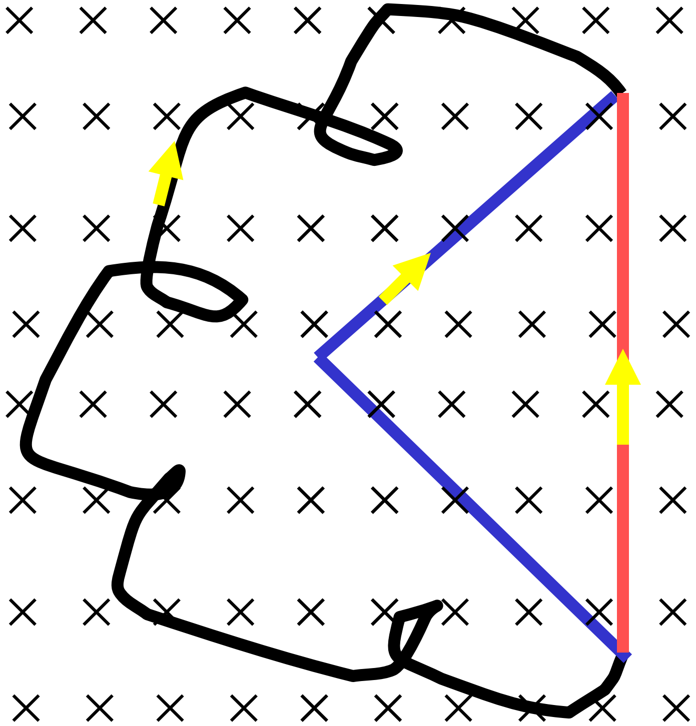
$$\therefore\ f = \int_L BIdl\sin\theta$$

$$= \int_0^{\pi} BI\sin\theta R\,d\theta$$

$$= 2BIR$$

合力作用在半圆弧中点,方向向上

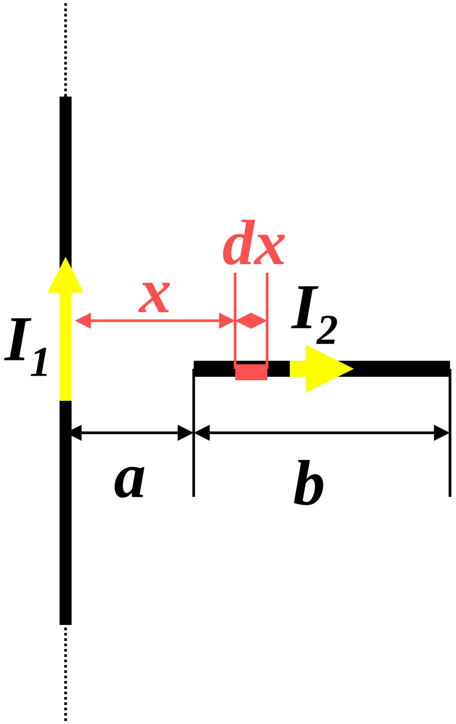
★ 讨论：



三者等效

▲非匀强磁场中

例、



(1). 根据磁场的分布选取合适的电流元；

(2). 由安培定律写出微元在磁场受的力dF；

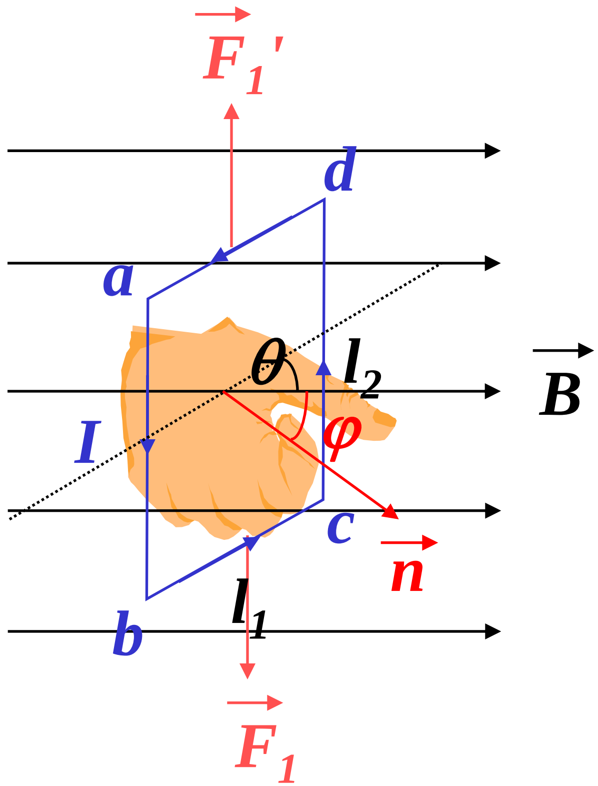
(3). 积分，并把矢量积分变为标量积分；
统一变量，确定积分上下限；

(4). 积分求出结果。

课后完成

二. 磁场对载流平面线圈的作用

1. 在匀强磁场中



线圈的正法线方向*n*

分析各边的受力情况

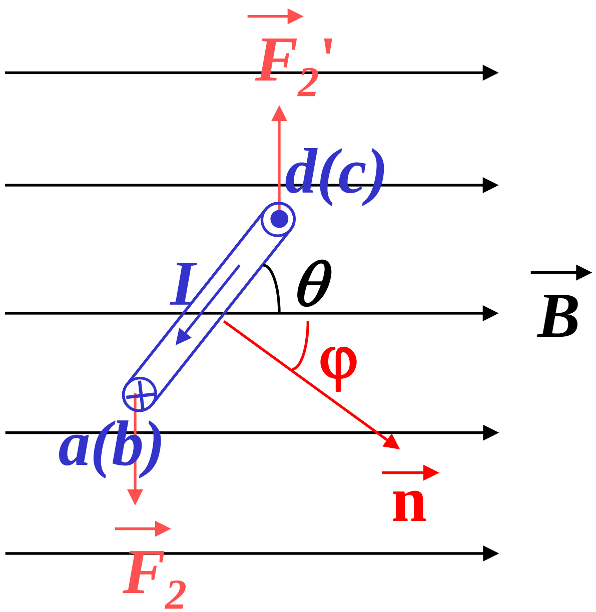
bc:

$$F_1 = BIl_1 \sin\theta = BIl_1 \cos\varphi$$

da:

$$F_1' = BIl_1 \sin(\pi - \theta) = BIl_1 \cos\varphi$$

▲ F_1和F_1'大小相等,方向相反,且在同一直线上,相互抵消



ab: $F_2 = BIl_2$

cd: $F_2' = BIl_2$

▲ F_2和F_2'大小相等,方向相反,不在同一直线上,构成一力矩M

$$M = F_2 l_1 \cos\theta = BIl_1 l_2 \cos\theta$$

$$= BIS\cos\theta$$

$\because \varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$ $\therefore M = BIS\sin\varphi$ 转动(无平动)

$$\vec{M} = IS\vec{n} \times \vec{B}$$

适用于任意形状的平面线圈

（注意匝数、φ）

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \qquad (\because \vec{m} = IS\vec{n})$$

★分析几种特殊情况:

(1). $\varphi = \pi/2$　线圈平面与磁场的方向重合;

线圈的法线方向**n**与磁场**B**的方向垂直;

$$M = IBS$$

转动　线圈的法线方向**n**转向磁场**B**的方向

(2). $\varphi = 0$　线圈的平面与磁场垂直;

线圈的法线方向**n**与磁场**B**的方向一致;

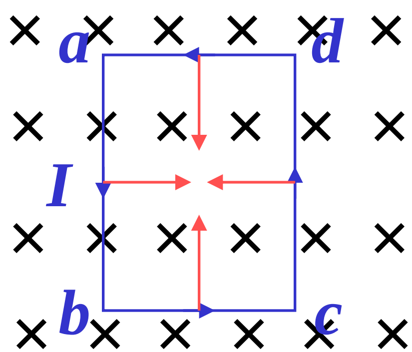
$$M = 0$$

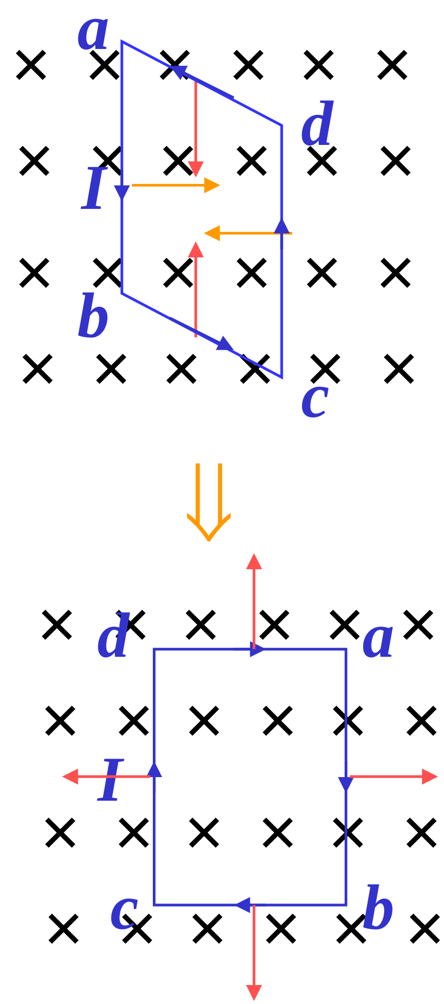
线圈处于一种稳定状态

(3). $\varphi = \pi$　　线圈平面与磁场方向垂直

线圈的法线方向$\boldsymbol{n}$与磁场$\boldsymbol{B}$的方向相反;

$$M = 0$$

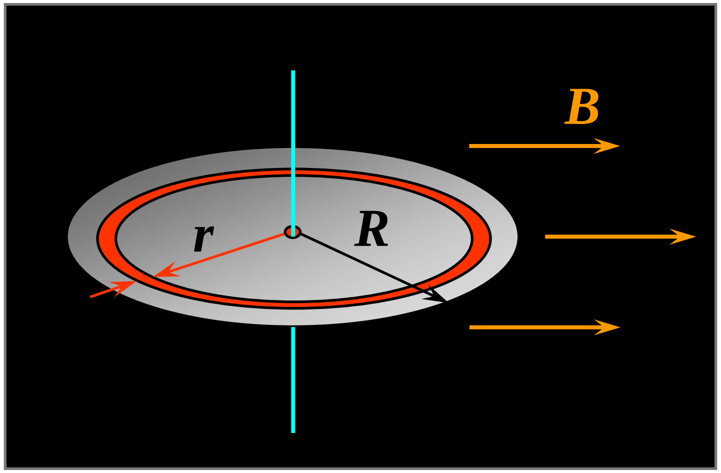




线圈略偏离平衡位置，将翻转180°

线圈处于一种非稳定状态

例、半径为R的带电塑料圆盘，面电荷密度σ为常量。设圆盘绕轴以 ω旋转，磁场方向垂直于转轴。求圆盘所受的磁力矩。



在圆盘上取同心细圆环。

电量： $dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$

电流： $di = \dfrac{\omega}{2\pi} dq = \sigma\omega r dr$

磁矩： $dm = di \cdot S = \sigma\omega r dr \cdot \pi r^2 = \sigma\omega\pi r^3 dr$

磁力矩： $dM = B dm = \sigma\omega B\pi r^3 dr$

圆盘所受总的磁力矩：

$$M = \sigma\omega B\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{\sigma\omega B\pi R^4}{4}$$

2. 非均匀磁场

例、如图,求:

(1). 矩形线圈各边所受的力;

(2). 合力与合力矩?

解：距导线r处

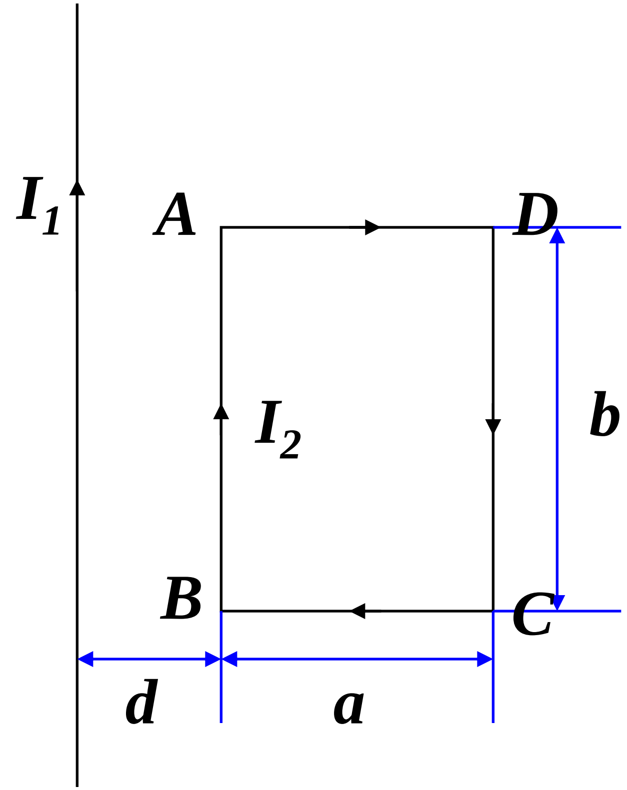
$$B=\frac{u_0 I_1}{2\pi r}$$ 垂直纸面向内

(1).

$$f_{AB}=\frac{u_0 I_1}{2\pi d} I_2 \overline{AB}$$

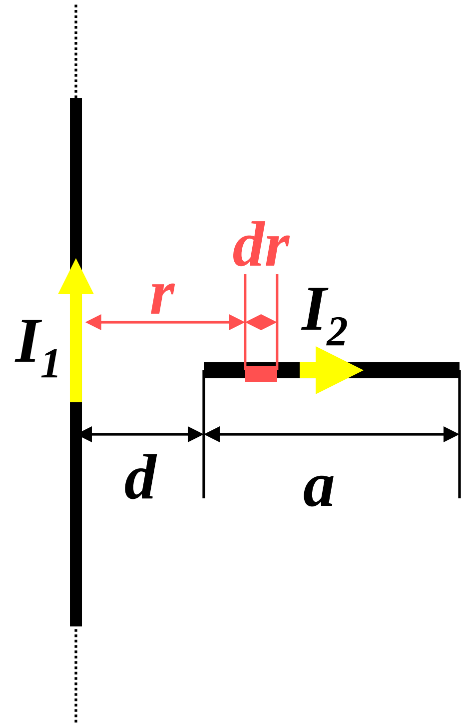
$$=\frac{u_0 I_1 I_2 b}{2\pi d}$$ 向左

$$f_{CD}=\frac{u_0 I_1 I_2 b}{2\pi (a+d)}$$ 向右



$$f_{DA}=\int_d^{a+d}\frac{u_0 I_1}{2\pi r}I_2 dr$$

$$=\frac{u_0 I_1 I_2}{2\pi}ln\frac{a+d}{d}$$ 向上



$$f_{BC}=\int_d^{a+d}\frac{u_0 I_1}{2\pi r}I_2 dr$$

$$=\frac{u_0 I_1 I_2}{2\pi}ln\frac{a+d}{d}$$ 向下

(2).

$$F=f_{AB}-f_{CD}=\frac{u_0 I_1 I_2 b}{2\pi}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{a+d}\right)$$ 向左

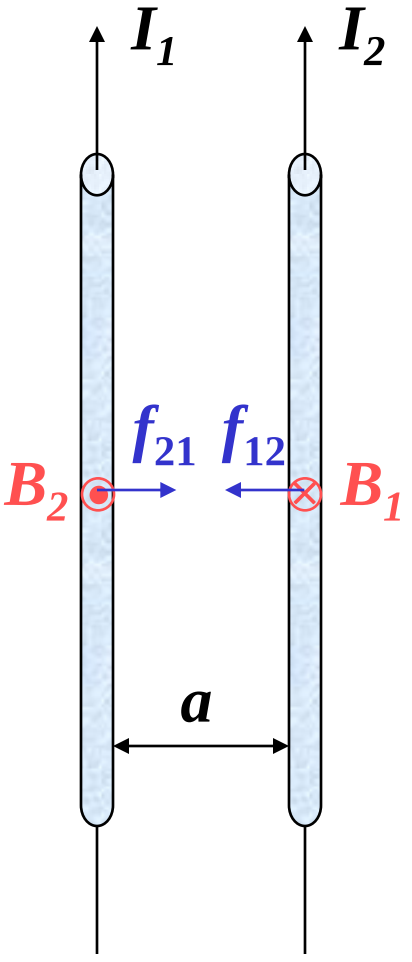
各力均在一平面内,合力通过线圈中心

$$\therefore \boldsymbol{M} = 0$$

三. 安培的定义

设真空中两平行无限长直导线

$$B_1 = \frac{u_0 I_1}{2\pi a} \qquad B_2 = \frac{u_0 I_2}{2\pi a}$$



导线2单位长度受的安培力为

$$f_{21} = \frac{u_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

方向:指向I_1

导线1单位长度受的安培力为

$$f_{12} = \frac{u_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

方向:指向I_2

平行同向载流导线　　　　吸引力;

平行反向载流导线　　　　排斥力.

令a=1m , I_1=I_2

若导线单位长度内受力为 $f=2\times10^{-7}N/m$

$$I_1 = I_2 = \sqrt{\frac{2\pi af}{u_0}} = 1A$$

真空中两条无限长载流平行直导线,各通有相等的稳恒电流,当两导线相距1m且任一导线上每米长度上受力为$2\times10^{-7}N$,则各导线上的电流为1A.