第十章 直流电路

10.1 稳恒电流

一. 电流和电流强度

1. 电流的形成

电荷（载流子）的宏观定向运动

▲传导电流：电子或离子在导体中有规则运动形成的电流;

导体内产生传导电流的条件：

导体内存在电场，导体两端存在电势差。

▲运流电流：电子,离子或宏观带电体在空间作机械运动形成的电流.

电流的方向：正电荷的流动方向

2. 电流强度I

单位时间内通过导体任一截面的电量

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

单位: A

▲稳恒电流

电流的大小和方向不随时间而变化的电流

3. 电流密度 $\vec{j}$

导体中不同点处的电荷流动或电流分布情况

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

单位: A/m^2

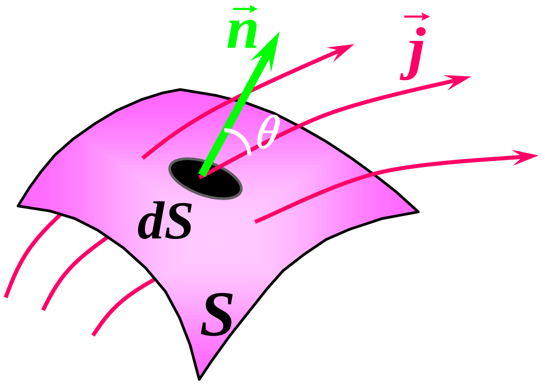
▲ $\vec{j}$ 是一矢量

方向:　正电荷在该点的流动方向或该点的场强方向

大小:　通过该点的单位垂直面积的电流强度

电流场　　　　电流密度 $\vec{j}$ 的分布

▲ 通过导体内任一曲面S的电流为：



$$dI = j\,dS_{\perp}$$

$$= j\,dS\cos\theta = \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

$$I = \int_S dI = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

二. 电流连续方程

1. 电流连续方程

导体内任取闭合曲面，规定单位法线矢量由里向外。

由电荷守恒定律：

dt时间内，S面内电量的减少等于该时间内通过S面流出的电量。

$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

称为电流的连续性方程。

2. 电流稳恒条件

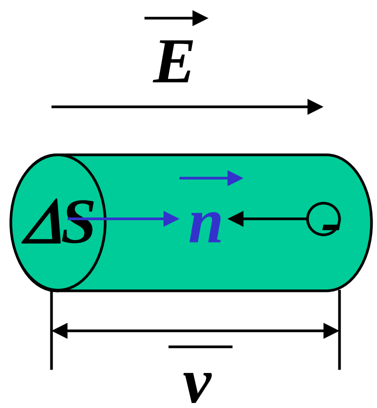
恒定电流：导体内各处的电流密度不随时间变化。

即电流稳恒时，闭合曲面内无电荷积累

$$\therefore \frac{dq}{dt} = 0 \qquad \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

电流稳恒时,通过闭合曲面一侧流入的电流必等于从另一侧流出的电流

例、在电场作用下，金属导体内的自由电子e获得定向漂移运动，速度平均值为 $\bar{v}$，单位体积内自由电子数为n，求电流密度j?



解： 1s内通过截面ΔS的自由电子的总电量

以ΔS为底面积,以 $\bar{v}$ 为高的小柱体内

$$\Delta I=(n\bar{v}\Delta S)e=ne\bar{v}\Delta S$$

$$j=\frac{\Delta I}{\Delta S} \qquad \therefore j=ne\bar{v}$$

例、一直径为1mm的银导线在1h15min内通过了26100C的电荷，已知1m^{3}的银含有5.8×10^{28}个自由电子。求：（1）导线上的电流；（2）导线中电子的漂移速度。

解:（1）由 $I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ 可知

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{26100}{(60+15)\times 60}=5.8\,A$$

（2）由于银导线中的载流子是自由电子，价数Z=1，故

$$\bar{v}=\frac{j}{ne}=\frac{\Delta I}{\pi r^2 ne}=\frac{5.8}{\pi(0.5\times10^{-3})^2\times5.8\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}}$$

$$=8.0\times10^{-4}\,m/s$$

10.2 欧姆定律　电阻

一. 欧姆定律

恒定条件下,通过一段导体的电流I与导体两端的电压U成正比

$$I=\frac{U}{R}$$

R: *导体的电阻*

(材料,形状)

二. 电阻,电导

1. 电阻*R*

$$R = \frac{U}{I} \qquad \text{单位}: \Omega$$

(1). 均匀导体

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

ρ: 电阻率(与导体材料有关)　　　单位: Ωm

(2). 非均匀导体（粗细不均匀或电阻率不均匀）

$$R = \int \frac{\rho dl}{S}$$

注意:式中的*dl*是沿着电流方向的长度,*S*是垂直于电流方向的截面面积.

(3). 电阻阻值与温度的关系

$$\rho_t = \rho_0(1+\alpha t)$$

ρ_0： 0 ℃时的电阻率；

α： 电阻温度系数

金属电阻率随温度升高而升高

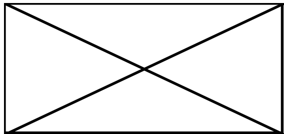
当导体的线膨胀系数可忽略时：

$$R = R_0(1+\alpha t)$$

金属电阻随温度升高而升高

(4). 电阻的串并联

$$串联:\boldsymbol{R}=\sum_{i}\boldsymbol{R}_i \qquad 并联:\frac{1}{\boldsymbol{R}}=\sum_{i}\frac{1}{\boldsymbol{R}_i}$$



2. 电导*G*

电阻的倒数

$$G = \frac{1}{R} \qquad 单位: S = \frac{1}{\Omega}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$ ——电导率

单位：*S/m*

三. 欧姆定律的微分形式

电荷运动受电场影响，所以电流场的分布与电场的分布有关。

电流分布的电流密度 $\vec{j}$ 与其所在点电场 $\vec{E}$ 的关系

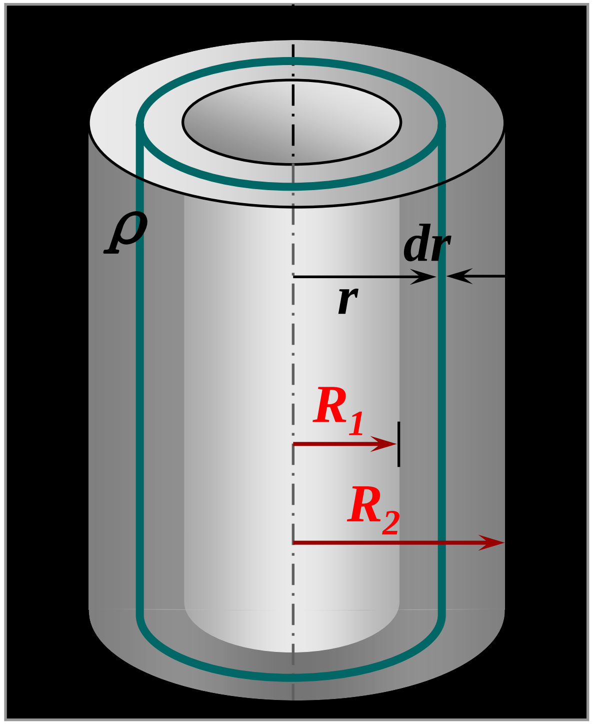
$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E}$$

欧姆定律的微分形式

例、求同轴电缆两柱面间的电阻（漏电电阻）及漏电流密度（设两柱面间电势差为U）。

在两柱面间的介质中取一同轴柱壳，则柱壳内、外表面间的电阻为：

$$dR = \rho\frac{dr}{S} = \rho\frac{dr}{2\pi rl}$$



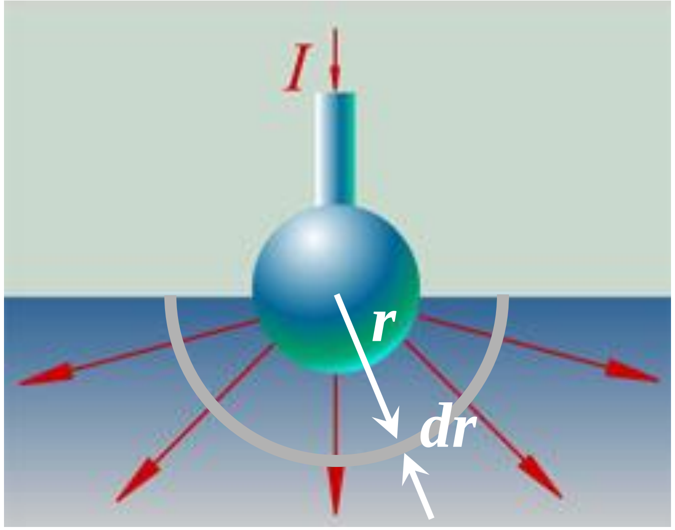
漏电电阻： $$R = \int_{R_1}^{R_2} dR = \frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

漏电流： $$I = \frac{U}{R} = \frac{2\pi lU}{\rho\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

漏电流密度： $$j = \frac{I}{2\pi lr} = \frac{U}{\rho\ln\frac{R_2}{R_1}}\cdot\frac{1}{r}$$

例、半径为a的球形电极一半埋入大地，大地电阻率为ρ。设电流沿径向均匀分布，求接地电阻。

接地电阻是指接地电极和距离电极很远处的电阻。



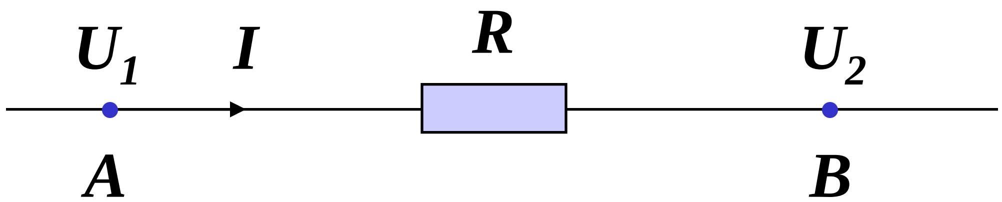
取如图所示的半球壳，则：

$$dR = \rho \frac{dr}{2\pi r^2}$$

$$\therefore \quad R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi}\int_a^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{2\pi a}$$

10.3 电流做的功

一. 电功*W*



导线*AB*　　*A*点电势为U_1,*B*点电势为U_2　　电流强度为*I*

在时间*t*内　　　　$q = It$

电量*q*通过负载（用电器）时，电场力作功（电流的功）：

$$W = q(U_1 - U_2) = It(U_1 - U_2)$$

单位：*J*

二. 电功率*P*

单位时间内电流作的功

$$P = \frac{W}{t} = (U_1 - U_2)I$$

单位：*W*

三. 焦耳定律

电场使电子获得动能，电子与晶格点阵（离子）碰撞将动能转化为晶格振动的内能（电流的热效应），与此内能相对应的热量称为焦耳热。

对纯电阻负载，电流的功全部转化为焦耳热：

$$Q = W = It(U_1 - U_2) = I^2 Rt$$

焦耳定律

单位体积导体每秒放出的焦耳热称为热功率密度。由欧姆定律的微分形式可以证明：

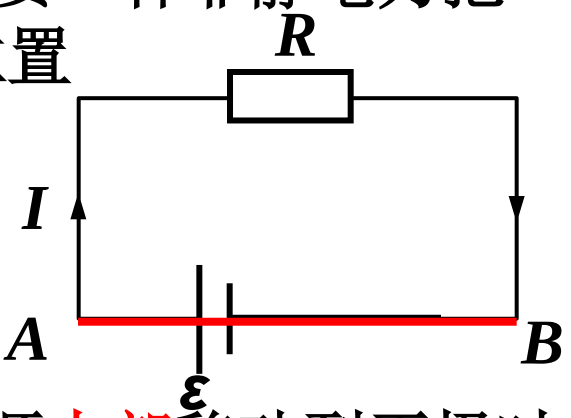
$$p = \frac{j^2}{\sigma} = \sigma E^2$$

焦耳定律的微分形式。

10.4 电 动 势

一. 电动势

要使闭合导体中形成稳恒电流，需要一种非静电力把正电荷不断从低电势位置移向高电势位置



电源:　　提供非静电力的装置

电动势:　　把单位正电荷从负极通过电源内部移动到正极时，非静电力作的功

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l}$$

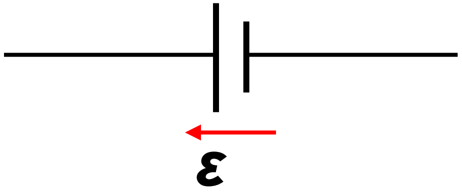
非静电力

单位: V

★ 电源电动势方向

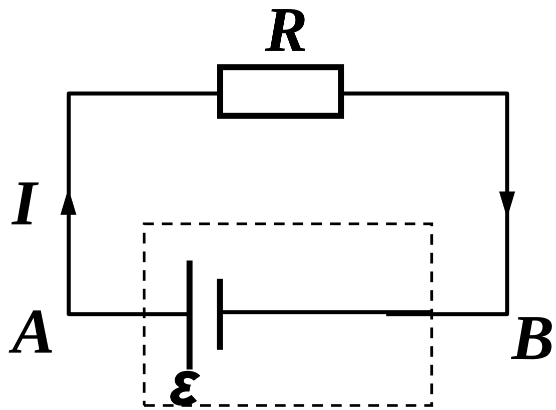
电动势是标量，但有正负之分。

由负极经电源内部指向正极的方向

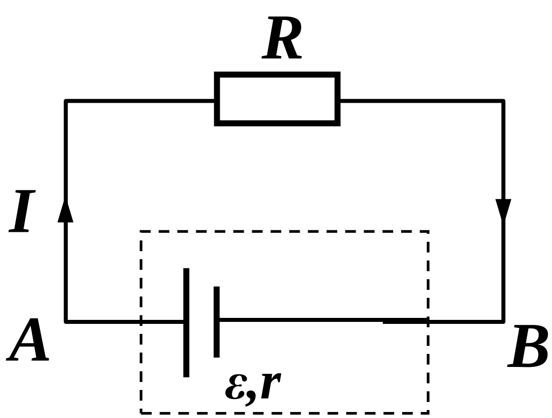


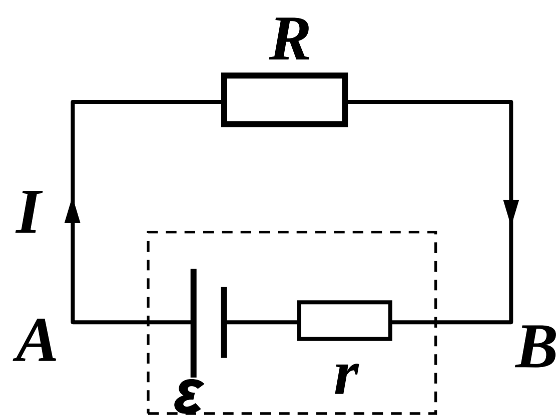
二. 电源的分类

1. 内阻$r=0$　理想电源



2. 内阻$r\neq0$





三. 计算一段电路中电势增量的约定

先任意选定一个沿电路的顺序方向

(通常选择电势增量的初端指向末端)

(1). 电阻 如果电阻中电流方向与选定的顺序方向

相同 电势增量 $-IR$

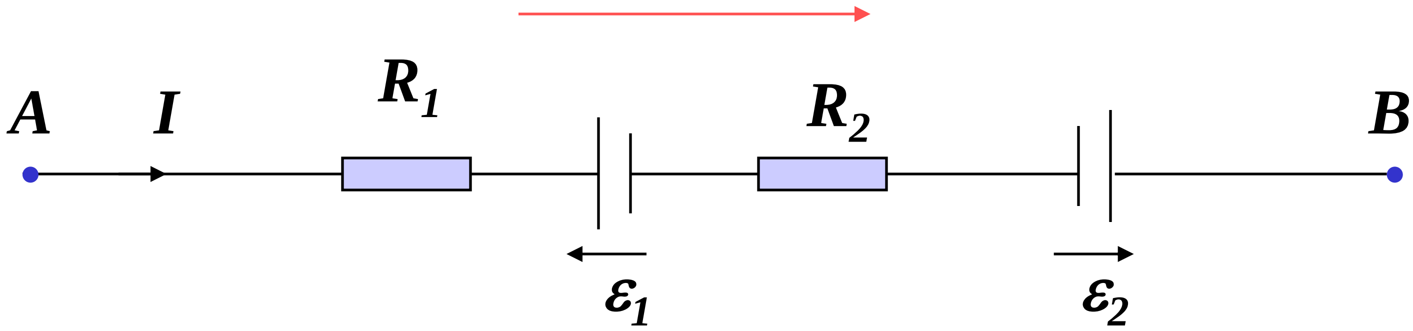
相反 电势增量 $+IR$

不要漏了电源的内电阻

(2). 电源 如果电动势方向与选定的顺序方向

相同 电势增量 $+\varepsilon$

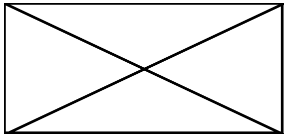
相反 电势增量 $-\varepsilon$

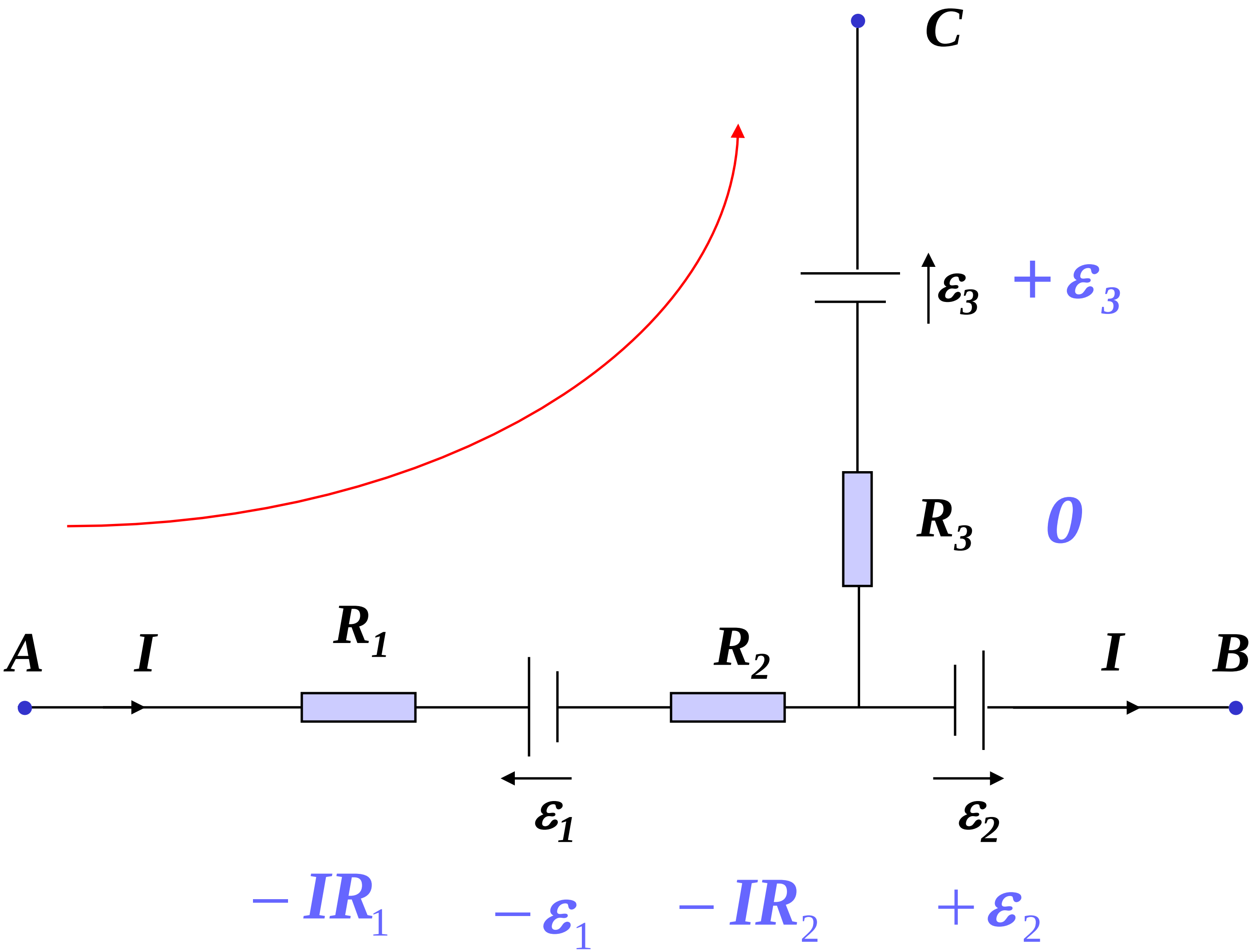


$$-IR_1 \quad -\varepsilon_1 \quad -IR_2 \quad +\varepsilon_2$$

$$U_{BA} = ?$$

$$U_{BA} = U_B - U_A = -IR_1 - \varepsilon_1 - IR_2 + \varepsilon_2$$





$$U_{CA} = U_C - U_A = ?$$

$$U_C - U_A = -IR_1 - \varepsilon_1 - IR_2 + \varepsilon_3$$

10.5 基尔霍夫定律

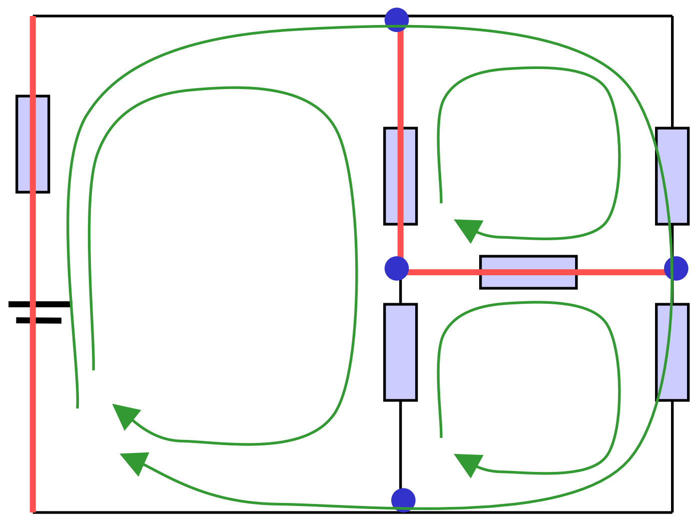
一. 复杂网络

支路： 单个电源或单个电阻或电源与电阻或电阻与电阻串联而成的通路；

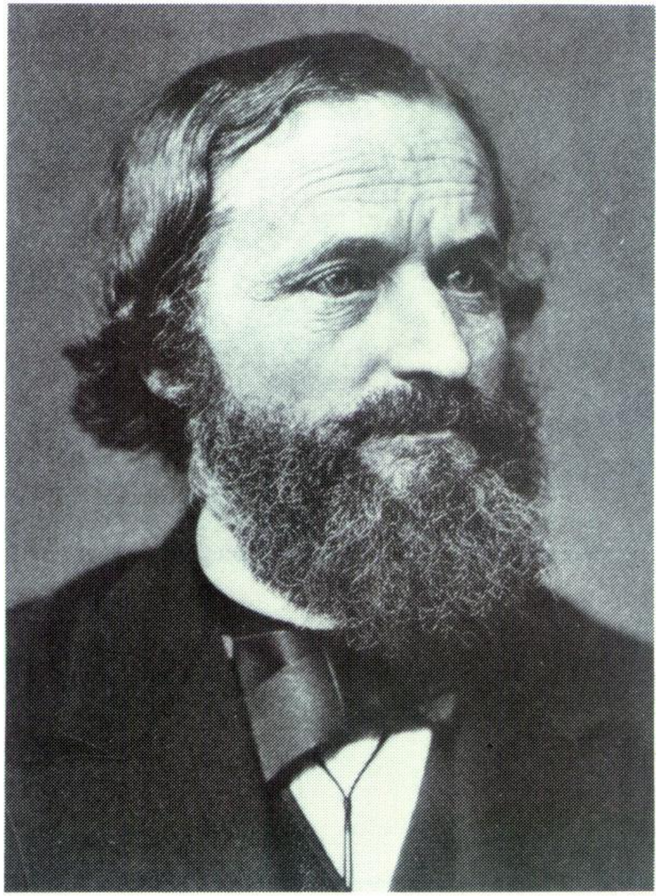
同一支路内电流处处相等

节点： 三条或三条以上的支路的会合点；

回路： 几条支路构成的闭合通路.



二. 基尔霍夫定律



Gustav R. Kirchhoff (1824–1887).

▲基尔霍夫第一定律(节点电流定律)

在任一节点处,流向节点的电流与流出节点的电流的代数和为零.

$$\sum I = 0$$

流进节点的电流取负值;
流出节点的电流取正值.

▲基尔霍夫第二定律(回路电压定律)

沿任一闭合回路的电势增量的代数和为零。

$$\sum \varepsilon + \sum IR = 0$$

先任意选定一个沿电路的顺序方向

(1). 电流　　如果支路中电流方向与选定的顺序方向

相同　　I　　负值

相反　　I　　正值

不要漏了电源的内电阻

(2). 电源　　如果电动势方向与选定的顺序方向

相同　　ε　　正值

相反　　ε　　负值

★ 注意点:

(1). *n*个节点的复杂网络　只有(*n-1*)个节点电流方程;

(2). 取回路时;必须选独立回路(即新选的回路中,至少有一段支路未被其余回路选过);

(3). 独立方程的个数应等于所求未知数的个数;

(4). 支路上的电流方向可以任意假定,计算结果电流为负值,说明该支路中电流的实际方向与原假定方向相反。

★ 解题步骤：

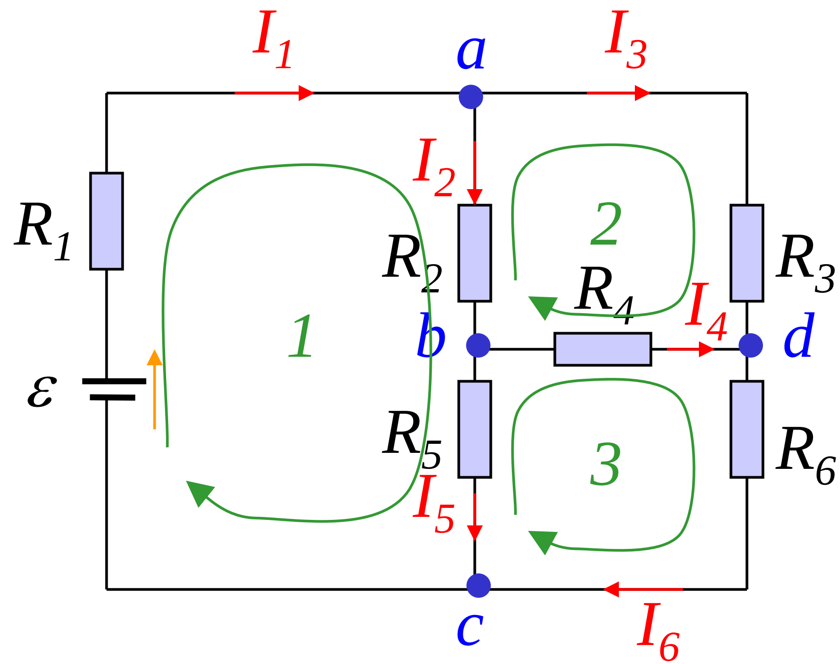
1. 分析节点数，确定节点方程数；

2. 分析独立回路数，假设方向；
（若所有支路均已选过，则无独立回路）

3. 假设好电流(一个支路一个电流)；

4. 标明电动势方向；

5. 按定律列方程。



节点电流方程

$$a: -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$b: -I_2 + I_4 + I_5 = 0$$

$$c: -I_5 - I_6 + I_1 = 0$$

回路电压方程

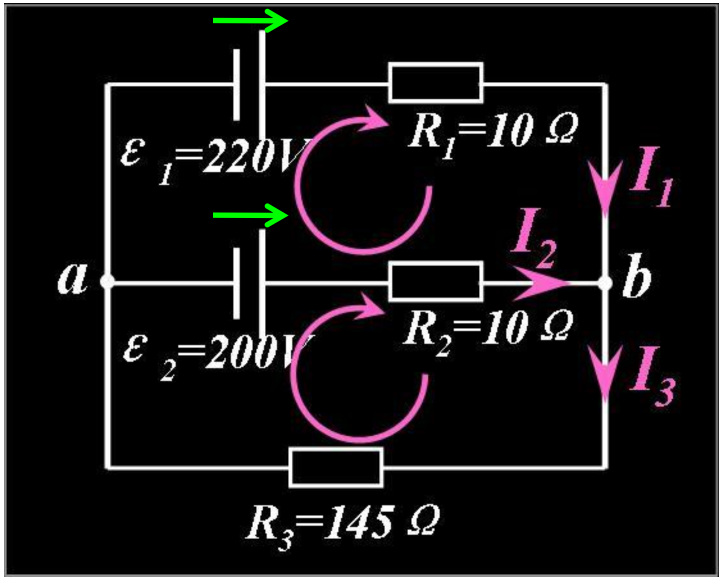
$$1: -I_1R_1 - I_2R_2 - I_5R_5 + \varepsilon = 0$$

$$2: -I_3R_3 + I_4R_4 + I_2R_2 = 0$$

$$3: -I_4R_4 - I_6R_6 + I_5R_5 = 0$$

练习、求图示电路中每一支路中的电流。

假设图示的电流方向和回路绕行方向。



由基尔霍夫第一定律：

$$I_1 + I_2 = I_3$$

由基尔霍夫第二定律：

$$-I_1R_1 + I_2R_2 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0$$

$$-I_2R_2 - I_3R_3 + \varepsilon_2 = 0$$

解以上方程得：

$$I_1 = 1.7A, \quad I_2 = -0.3A, \quad I_3 = 1.4A$$

I_2的实际方向与所设方向相反。