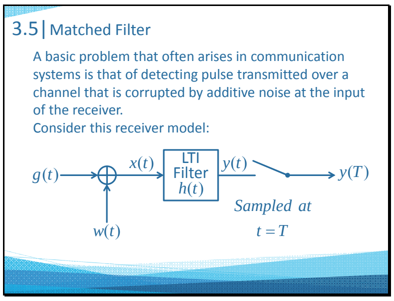
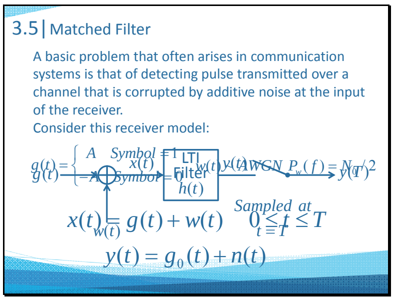
幻灯片 31



通信系统中常常遇到的一个基本问题是如何在接收机的输入端去检测经过了加性噪声所污染的脉冲信号。让我们来看一个接收机模型（C）

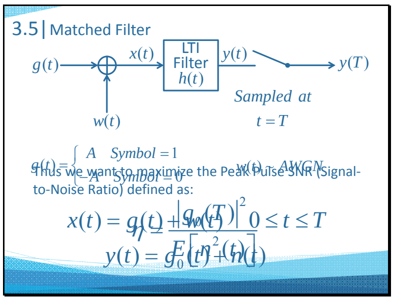
可以看到，输入的有用信号g(t)被噪声w(t)污染，经过了一个冲激响应为h(t)的线性时不变滤波器，然后在t=T时刻被采样形成采样信号。（C）

幻灯片 32



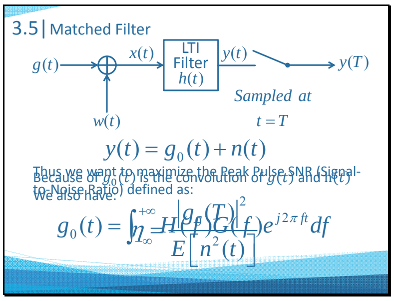
假设我们输入的有用信号g(t)可以表示一个二进制符号，0或1对应-A和A幅度，脉冲持续时间为0~T，T是任意观测时间的间隔；w(t)为加性高斯白噪声，0均值，功率谱密度为N0/2,；那么在这个滤波器的输入信号x(t)为g(t)与w(t)之和，脉冲持续时间为0~T；同时，滤波器的输出为y(t)，它由两个分量所构成，分别为有用信号g(t)通过滤波器的输出g0(t)和加性高斯白噪声w(t)通过滤波器的响应n(t)。对于接收机而言，为了尽可能提高性能，我们总是会希望让信号分量g0(t)比噪声分量n(t)尽可能的大。为了衡量在采样时刻T信号，分量与噪声分量的比值，我们定义一个新的概念。（C）

幻灯片 33



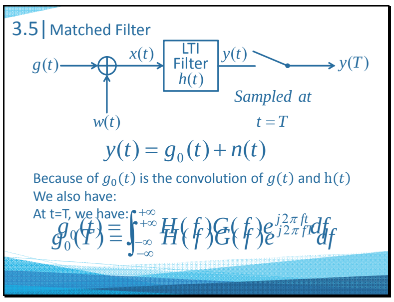
峰值信噪比，分子为信号分量在T时刻的瞬时功率，分母为噪声分量的平均功率。那么显然的，我们想要提高接收机的性能，是需要想办法最大化这个峰值信噪比。基于此目的，我们需要找到一个满足这个要求的滤波器冲激响应h(t)（C）

幻灯片 34



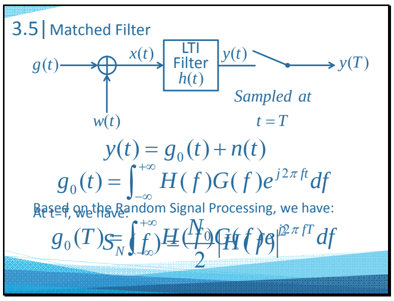
对于滤波器输出信号分量g0(t)，由于其为输入有用信号g(t)与滤波器冲激响应h(t)相卷，对应的为其傅里叶变换G(f)H(f)相乘再反变换。（C）

幻灯片 35



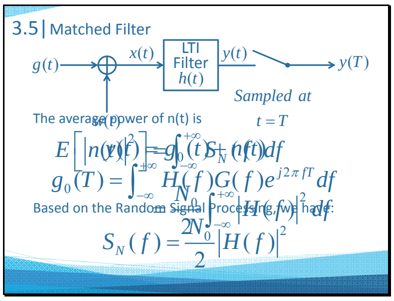
而经过T时刻采样的滤波器输出信号分量g0(T)，通过将上式中的t代换可以求得。（C）

幻灯片 36



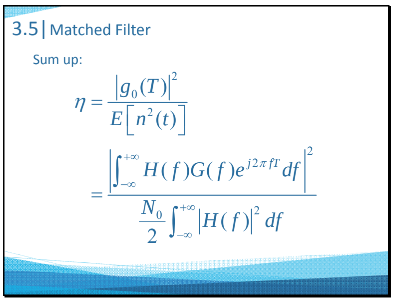
根据随机信号处理方面的有关知识，我们知道滤波器输出噪声分量n(t)的功率谱密度SN(f)等于滤波器输入噪声分量w(t)的功率谱密度N0/2乘以滤波器传输函数H(f)的模值的平方。（C）

幻灯片 37



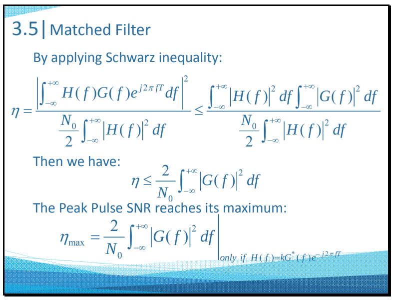
因此，滤波器输出噪声分量n(t)的平均功率为SN(f)在频域上的积分，代换后为N0/2这个常系数乘以滤波器传输函数H(f)的模值的平方在频域上的积分（C）

幻灯片 38



因此，整理代换有峰值信噪比的表达式，除了常系数N0，分子分母为仅与滤波器传输函数H(f)和输入信号分量傅里叶变换G(f)有关。（C）

幻灯片 39

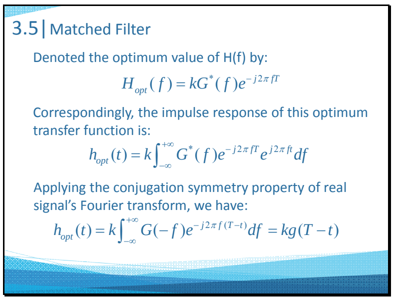


此外，先介绍一下Schwarz不等式，其表明，具有实自变量x的两个复函数 . $\phi_1(x)$ 与$\phi_2(x)$，

满足$\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\phi_1(x)\phi_2(x)dx\right|^2 \le \int_{-\infty}^{+\infty}|\phi_1(x)|^2dx\int_{-\infty}^{+\infty}|\phi_2(x)|^2dx$，当且仅当$\phi_1(x) = k\phi_2^*(x)$时等号成立。

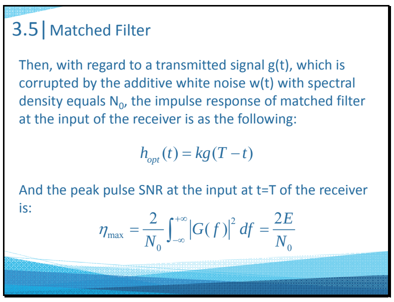
将Schwarz不等式应用于峰值信噪比中，可得其最大值为_________，当且仅当H(f)=___________时成立。（C）

幻灯片 40



则将令峰值信噪比取得最大值的滤波器冲激响应定义为hopt(t)，根据傅里叶反变换公式，我们有_________
同时，若输入信号g(t)为一个实信号，根据其傅里叶变换的共轭对称性，我们可以进一步简化，得到最优滤波器冲激响应为__________。（C）

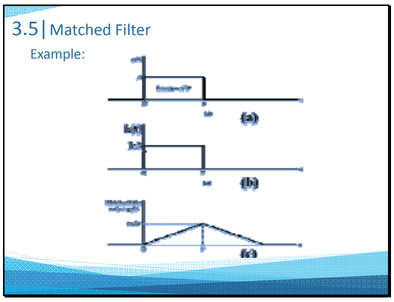
幻灯片 41



这种最优滤波器的冲激响应，我们称其匹配于输入信号，这是因为这个冲击响应实际上是输入信号g(t)关于脉冲持续时间T的一半时的对称翻转再乘以幅度因子k。
接着，我们将这个最大的峰值信噪比，能够得到上式，此处的E代表输入信号分量g(t)在脉冲持续时间（0~T）内的能量。
可以看出，对于一个已经匹配到输入信号的匹配滤波器，其输出的峰值信噪比只依赖于滤波器输入端信号分量在脉冲持

续时间段内的能量和影响输入信号的白噪声的功率谱密度之比。这样的意义在于，对于噪声比较大的情况，发射功率固定的通信系统，想要在接收端通过匹配滤波器的方法提高接收性能，就需要增大发射符号脉冲持续时间（换言之降低符号传输速率）以提高接收端在脉冲持续时间内收到的信号分量能量，提高峰值信噪比；另一方面，对于发射速率固定的通信系统，想要在接收端通过匹配滤波器的方法提高接收性能，就需要增大发射符号的平均功率，以提高接收端在脉冲持续时间内收到的信号分量能量，提高峰值信噪比（C）

幻灯片 42



幻灯片 43

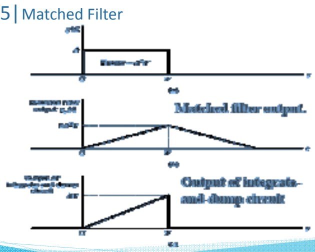
3.5 | Matched Filter

The structure of an integrate-and-dump circuit is like this:

Input Pulse → Integrator → Sampled at $t = T$

幻灯片 44

3.5 | Matched Filter



幻灯片 45

Thank You!