

# 四川大学期末考试试题 A (闭卷)

## (2018-2019 学年第 2 学期)

课程号: 201075030    课序号:    课程名称: 微积分 (II) -2    任课教师:    成绩:  
适用专业年级:    学生人数:    印题份数:    学号:    姓名:

### 考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定 (修订)》, 郑重承诺:

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点;
- 2、不带手机进入考场;
- 3、考试期间遵守以上两项规定, 若有违规行为, 同意按照有关条款接受处理。

考生签名:

### 一、计算题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1、 $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ .

2、 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$ .

3、 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x \sqrt{x-t} dt}{x^{3/2}}$ .

4、 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n-1}{n}\right) \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right]^{1/n}$ .

5、 $\int_0^1 y dy \int_y^1 \sin(x^3) dx$ .

6、求  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x e^{-y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$  的解.

### 二、解答题 (每小题 8 分, 共 32 分)

1、 $\int_{-1}^1 (x + |\sin x|) \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$ .

2、设  $z = y e^x$ , 其中  $y = y(x)$  是由方程  $x + y + xy = 0$  确定的隐函数, 求  $\left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=0}$ .

3、设  $g(x,y)=f(\frac{x^2-y^2}{2}, x+y)$ , 求  $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$ , 其中  $f$  有二阶连续偏导.

4、求微分方程  $y''-3y'+2y=xe^{2x}+\cos x$  的通解.

三、(7 分) 证明不等式:  $\frac{3\sqrt{2}}{8}\pi \leq \int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\sin^2 x} dx \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ .

四、(7 分) 已知  $D_1=\{(x,y)|x^2+y^2<1\}$ ,  $D_2=\{(x,y)|1\leq x^2+y^2, |x|+|y|\leq 2\}$ , 若函

$$\text{数 } f(x,y)=\begin{cases} x^2-y^2, & (x,y)\in D_1, \\ \frac{1}{(x^2+y^2)^{3/2}}, & (x,y)\in D_2. \end{cases}, \text{ 求二重积分 } \iint_{D_1\cup D_2} f(x,y)d\sigma.$$

五、(7 分) 计算  $f(x,y)=\sqrt{2x^2+2y^2-3xy}$  满足约束条件  $x^2+y^2-xy-12=0$  的最大值和最大值点.

六、(9 分) 已知  $f(x,y)=\begin{cases} \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0, \\ 0, & x^2+y^2=0. \end{cases}$ ,

(1) 判断  $f(x,y)$  在  $(0,0)$  处的连续性;

(2) 判断  $f(x,y)$  在  $(0,0)$  处的可微性;

(3) 判断  $f''_{yx}(0,0)$  是否存在?

七、(8 分) 设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上可微, 满足  $x = \int_0^x f(t)dt + \int_0^x tf(t-x)dt$ ,

(1) 求  $f(x)$  的表达式;

(2) 计算由曲线  $y=f(x)$ ,  $x=-\frac{\pi}{4}$ ,  $x=\frac{3\pi}{4}$ , 以及  $x$  轴所围封闭区域绕  $x=\frac{\pi}{4}$

旋转所得的旋转体的体积.