四川大学期末考试试题（闭卷）
(2020——2021学年第 2 学期) A卷

课程号：**201075030** 课序号： 课程名称：**微积分(II)-2** 任课教师： 成绩：
适用专业年级：**2020级** 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、 填空题(每题5分，共30分)

1. $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{1}{1+4x^2}\mathrm{d}x=$ __________.

2. $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(+\infty,+\infty)}\left(1+\frac{1}{x+y}\right)^{x+y}=$ __________.

3. $\displaystyle\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ __________.

4. 若$z(x,y)=xe^y$，则$\mathrm{d}z|_{(1,0)}=$ __________.

5. 已知$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=2xy,\\ y(0)=1,\end{cases}$ 则$y(x)=$ __________.

6. 若二阶线性常系数齐次常微分方程的两个特解分别是e^x和xe^x，则此二阶常微分方程为__________.

二、 计算题(每小题8分，共32分)

1. 计算$\displaystyle\int_0^1 x^2\cdot(1-x^2)^{3/2}\mathrm{d}x$.

2. 计算二重积分$\iint\limits_{D} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，

其中D是由曲线$y^2 = x$, $y = 1$, $x = 0$所围成的平面区域.

3. 求$f(x, y) = e^x(x + y^2)$的极值，并判断是极大还是极小.

4. 设$F(x, y)$具有连续偏导，且$F(0, 0) = 1$，$F_1'(0, 0) = 1$，$F_2'(0, 0) = -1$. 对$\forall x, y$，$F(xz, yz) = z - y$确定隐函数$z = z(x, y)$，求$(z_x' + z_y')\Big|_{(0,0)}$.

三、 (8分) 已知二元函数$F(x, y) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x^2) \cdot \sin(x + y)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(1)计算$F_x'(0, 0), F_y'(0, 0)$.

(2)分析$F(x, y)$在点$(0, 0)$处的可微性.

四、 (8分)设$f(x) = \int_x^1 e^{t^2}\mathrm{d}t$.求曲线$y = f(x)$与两条坐标轴所围区域的面积.

五、 (8分)设$f(x)$是$(-\infty, +\infty)$上的连续函数，满足

$$\sin x + \int_0^x t^2 \cdot f(x - t)\mathrm{d}t = \int_0^x f(t)\mathrm{d}t.$$

求$f(x)$的表达式.

六、 (8分)设$f(x, y) = x^2\cos^2 y + x^5 y + y^2 \sin^2 x$，计算下面的二次积分：

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \mathrm{d}x \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y)\mathrm{d}y + \int_{\sqrt{2}}^{2} \mathrm{d}x \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y)\mathrm{d}y.$$

七、 (6分)设$f(x) \in C^1[0, 1]$，$f(0) = 0$，$f(1) = 1$.证明：存在$0 \leq \xi \leq 1$，使得$f(\xi) + f'(\xi) = \dfrac{e}{e - 1}$.