

# 四川大学半期考试试题（闭卷）

## （2019—2020 学年第 2 学期）

课程号：201018030      课序号：      课程名称：概率统计(理工)      任课教师：      成绩：  
适用专业年级：2019 级      学生人数：      印题份数：      学号：      姓名：

### 考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：请将所有解答写在答题纸上。

### 一、填空题（每题 5 分，共 20 分）

1. 设袋中共有 10 个球，其中含 7 个黑球, 3 个白球, 现从袋中取球, 每次取一球（不放回抽取），则直到第 4 次才首次取到白球的概率是\_\_\_\_\_。
2. 设随机变量  $X \sim U(-1,4)$ （均匀分布），事件  $A=\{X \leq 0\}$ ， $B=\{X \geq 2\}$ ，则  $P(\bar{B} | \bar{A}) =$ \_\_\_\_\_。
3. 设随机变量  $X \sim e(3)$ （指数分布），用  $Y$  表示对  $X$  的两次独立重复观测中事件  $\{X > 1\}$  发生的次数，则  $P(Y=1) =$ \_\_\_\_\_。（注： $e^{-3} \approx 0.05$ ）
4. 设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$  则  $P(X \geq 3) =$ \_\_\_\_\_。

### 二、解答题（共 80 分）

1. (15 分) 有一个通讯系统，假设信源发送 0, 1 两个状态信号，其中发送信号 0 的概率为 0.55，发送信号 1 的概率为 0.45. 无论信源发送什么，接收端可能接收到的是 0, 1, 或“不清”。它的转移概率矩阵如下：

发送 \ 接收	0	1	不清
0	0.9	0.05	0.05
1	0.05	0.85	0.1

若已知接收端收到信号为 1, 求发送端信号为 0 的概率。

2. (15 分) 设已知随机变量  $X$  的密度函数  $f_X(x) = \begin{cases} 0.25, & -2 < x \leq 0, \\ a(1-x^2), & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它}; \end{cases}$

- (1) 确定常数  $a$ ;
- (2) 求  $X$  的分布函数  $F_X(x)$ ;
- (3) 求  $Y = X^2 + 1$  的密度函数  $f_Y(y)$ .

3. (16 分) 设随机变量  $X$  与  $Y$  独立同服从  $B(1, p)$  ( $0-1$  分布), 其中  $0 < p < 1$ . 定义

$$Z = \begin{cases} 1, & X+Y \text{ 为偶数}, \\ 0, & X+Y \text{ 为奇数}; \end{cases}$$

- (1) 请写出  $(X, Z)$  的联合分布律;
- (2) 问:  $p$  为何值时,  $X$  与  $Z$  相互独立?

4. (24 分) 已知  $(X, Y)$  的联合密度函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}, & y^2 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它}; \end{cases}$

- (1) 求边缘密度函数  $f_X(x)$  与  $f_Y(y)$ ;
- (2) 求条件密度  $f_{X|Y}(x|y)$ ;
- (3) 计算概率  $P\left(X \leq \frac{1}{2} \middle| Y = \frac{1}{4}\right)$ ;
- (4) 计算  $Y$  的期望  $E(Y)$  与方差  $D(Y)$ .

5. (10 分) 设  $(X, Y)$  的联合密度函数  $f(x, y) = \begin{cases} \sin y, & 0 < x < \frac{1}{2}, 0 < y < \pi, \\ 0, & \text{其它}; \end{cases}$

求  $Z = \frac{X}{Y}$  的密度函数.