四川大学期末考试试题（闭卷）

（2015——2016 学年第 1 学期） A 卷

课程号：201074030 课序号： 课程名称：微积分（Ⅱ）-1 任课教师： 成绩：
适用专业年级： 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：考试时间 120 分钟。请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一、 （3×6=18 分）填空题

1、$\lim\limits_{t\to 0}(1-\sin t)^{1/t}=$____________________。

2、$\ln(x^2+1)$的带有皮亚诺余项的 4 阶麦克劳林展式为____________________。

3、设$f(x)=\dfrac{x}{1-x^2}$,则$f^{(n)}(x)=$____________________。

4、$f(x)=\begin{cases}(1+\dfrac{1}{|x|})^{\frac{1}{x}}, x\neq 0\\ 1, x=0\end{cases}$的间断点$x=0$是______间断点（填间断点类型）。

5、若$f(x)$在$x=0$处存在单侧导数，则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2)-f(0)}{x^2}=$________________。

6、若$\tan y=xy+x$确定隐函数$y=y(x)$，则$y'(x)=$________________。

二、 （4×3=12 分）计算题

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\ln(1+x)}{e^x-x-1}$

2、$\displaystyle\int\frac{\arctan\sqrt{x}}{(1+x)\sqrt{x}}dx$

3、$\int \frac{2+xe^x}{\sqrt{1+e^x}}dx$

三、　（10 分）已知$\lim\limits_{x\to 1}\frac{2\ln x-ax+2}{1+\cos \pi x}=b$，求$a,b$。

四、　（12 分）已知$f(x)=\begin{cases}\frac{e^x-\cos x}{x},x>0\\ x^2+bx+c,x\le 0\end{cases}$在$x=0$处一阶连续可导，（1）求$b,c$的值；（2）求$f'(x)$；（3）问$f(x)$二阶可导吗？

五、　（12 分）分析函数$f(x)=x\ln x-ax+1,\ a\in R$的零点情况。

六、　（10 分）若m,n为大于 1 的正整数，分析$f(x)=(x-a)^m(b-x)^n\ (a<b)$的极大值点的个数、极小值点的个数。

七、　（10 分）已知$t>0,m>0$，$\frac{1}{t}+\frac{1}{m}=1$，求证：$1<t^{\frac{1}{t}}\bullet m^{\frac{1}{m}}\le 2$。

八、　（8 分）已知函数$f(x)$在$[a,b]$上可导，$ab\ge 0$，证明：存在$\xi\in[a,b]$，使得$\frac{b^2f(a)-a^2f(b)}{b^2-a^2}=f(\xi)-\frac{\xi}{2}f'(\xi)$。

九、　（8 分）已知函数列$f_n(x)=n^3x+\ln x$，（1）求证，对任意的$n\in N^+$，存在唯一的$\xi_n\in(0,\frac{1}{n^2})$，使$f_n(\xi_n)=0$；（2）证明：级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{-\ln\xi_n}{n^3}$收敛；（3）证明：数列$\{\xi_n\}$单调递减。