四川大学期末考试试题（闭卷）

(2019——2020学年 第 1 学期) A卷

课程号: 201074030 课序号: 课程名称: 微积分II-(1) 任课教师: 成绩:
适用专业年级：2019级 学生人数: 印题份数: 学号: 姓名:

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、 填空题(每题4分，共24分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+\ln(1-x)}{x^2}$=____________.

2. $\int \cos x\cdot\ln(\sin x)\mathrm{d}x$=____________.

3. 若$x^2+y^2-4xy=0$确定隐函数$y=y(x)$,则$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$=____________.

4. 已知$y(x)=\sin x\cdot\ln(1+x^2)$,则$y^{(5)}(0)$=____________.

5. 函数$y(x)=(x-1)(x-2)^2(x-4)$的拐点个数为____________.

6. 函数$y(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}\cdot e^x}{1+x}$,则$\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}$=____________.

二、 (9分)求$y=\dfrac{(x+1)\cdot e^x}{e^x-1}$的所有渐近线.

三、 (9分)设$F(x)$是$f(x)$的一个原函数,并且当$x>0$时,有$f(x)F(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

如果$F(1)=2\sqrt{e}$,求$x>0$时的$f(x)$.

四、 (9分)$\displaystyle\int\frac{\sqrt{x^4+1}}{x}\mathrm{d}x$.

五、 (9分)已知$\begin{cases} x &= t\cdot e^{-t} \\ y &= t\cdot e^{2t}\end{cases}$ 在$t<1$时确定函数$y=y(x)$.求函数$y(x)$的极值点,并判断是极大值还是极小值.

六、 (9分)若函数$f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}, & x>0 \\ \sqrt{1+x^3}-1, & x\le 0\end{cases}$,问

(1)当α取何值时,函数$f(x)$连续？

(2)当α取何值时,导函数$f'(x)$连续？

七、(9分) 已知$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x-\arcsin\left(\frac{x}{1+x}\right)}{x^k}=c\neq 0$,求$k$和$c$.

八、(9分)已知$f_n(x)=x^n-2x+1$,其中$n>2$是正整数.证明：

(1)$f_n(x)=0$在$(\dfrac{1}{2},1)$内有唯一实数解β_n.

(2)证明数列$\{\beta_n\}$是收敛的,并计算$\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{2\beta_n-1}$.

九、(7分)

(1)判断函数$f(t)=\dfrac{\ln t}{1-t}$的单调性.

(2)对任意的$y>x>0,x\neq 1,y\neq 1$,比较$y\cdot x^y$与$x\cdot y^x$的大小.

十、(6分)若$f(x)$在$[0,1]$上具有四阶连续导数,三次多项式$p_3(x)$满足$p_3(0)=f(0)$,

$p_3'(0)=f'(0)$, $p_3(1)=f(1)$,$p_3'(1)=f'(1)$. 证明：$|f(x)-p_3(x)|\leq\dfrac{1}{384}\cdot\max\limits_{0\leq x\leq 1}|f^{(4)}(x)|$.