四川大学期末考试试题（闭卷）

（2016——2017 学年第 1 学期） A 卷

课程号：201074030 课序号： 课程名称：微积分（Ⅱ）-1 任课教师： 成绩：

适用专业年级： 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：考试时间 120 分钟。 请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一、 填空（每小题 **3** 分，共 **18** 分）

1. 当 $x\to 0$ 时，$\sin(x^2)-x^2$ 为 x 的__________阶无穷小。

2. 已知 $f(0)=1$，$f'(0)=-1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}=$______________。

3. 若 $(1,3)$ 为 $y=-\dfrac{3}{2}x^3+bx^2$ 的拐点，则 $b=$______________。

4. 设 $f(x)$ 可导，$F(x)=f(x)|x|$ 在 $x=0$ 处可导，则 $f(0)=$________。

5. 设 $f(x)=\sqrt{x\sqrt{\sin x}}$，则 $f'(x)=$______________。

6. $y=e^{1/x}+1$ 的水平渐近线为__________________。

二、 计算题（每小题 **8** 分，共 **40** 分）

1. 设 $f(x)=x^2\sin x$，求 $f^{(5)}(0)$。

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x-\tan x}-1}{\ln(1+x^3)}$。

3. 设 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t) \\ y=t-e^{y}+1 \end{cases}$ 确定，求 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0}, \left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=0}$。

4. $\int \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx$。

5. $\int \frac{\arctan x}{x^2}dx$。

三、　（10 分）设 $f(x)=\begin{cases} \frac{e^x-1}{x}, x\neq 0 \\ a, x=0 \end{cases}$，（1）求 a 为何值时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续（3 分）；（2）求 $f'(0)$，$f''(0)$（7 分）。

四、　（10 分）讨论 $x>0$ 时方程 $ax+\frac{1}{x^2}=1$ 的解的情况，其中 a 是实数。

五、　（8 分）证明：$\frac{x}{1+2x}<\ln\sqrt{1+2x}<x, x>0$。

六、　（7 分）设 $f(x)$ 为可导函数，证明：存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f'(\xi)f(1-\xi^2)=2\xi f(\xi)f'(1-\xi^2)$。

七、　（7 分）（1）证明：函数 $f_n(x)=x^n+nx-2$（n 为正整数）在 $(\frac{2}{n}-\frac{2}{n^2},\frac{2}{n})$ 内有根 a_n，且 a_n 是 $(0,+\infty)$ 上的唯一正根（2 分）；　（2）计算 $\lim\limits_{n\to+\infty}(1+a_n)^n$（3 分）；　（3）判断 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}a_n$ 的敛散性（2 分）。