

四川大学期中考试试卷

(2015—2016 年第二学期)

科目: 概率统计(理工) 课程号: 201018030 考试时间: 90 分钟

注: 请将解答写在答题纸上规定的方框内, 否则记 0 分。

一、填空题(1-5 题, 每空 3 分, 共 15 分)

1. 从一大批产品中随机抽取 3 次, 每次取一件. 已知取出的 3 件产品中至少有一件正品的概率为 $\frac{63}{64}$, 则这批产品的正品率为_____.
2. 设随机变量 $X \sim B(50, 0.2)$ (二项分布), $Y \sim P(0.5)$ (泊松分布), 且 X 与 Y 相互独立, 记 $Z = X - 2Y - 5$, 则 $D(Z) =$ _____.
3. 一个袋中有 10 个同样大小的球, 其中有 4 个白球, 其余是红球, 现有一人做摸球游戏, 规则如下: 每次从袋中摸取一球, 观察颜色后放回, 同时向袋中放入 2 个同颜色的球. 问此人三次摸出球的颜色依次为红、白、红的概率为_____.
4. 设 $F(x)$ 为连续型随机变量 X 的分布函数, 且分布函数值 $F(0) = 0.5$, $F(1) = 0.8413$; 令 $Y = 2 - 2X$, 则 $P(X \geq 0, Y \geq 0) =$ _____.
5. 若每次实验 E 只有三种两两不相容的结果: A_1, A_2, A_3 , 且这三种结果发生的概率均为 $\frac{1}{3}$. 将实验 E 独立重复做两次, 用 X 与 Y 分别表示两次试验中 A_1 与 A_2 出现的次数, 则 X 与 Y 的协方差为_____.

二、解答题(6-11 题, 共 85 分)

6. (16 分) 设考生的报名表来自三个地区, 各有 10 份、15 份、25 份报名表, 其中女生报名表分别为 3 份、7 份、5 份. 现随机抽一个地区的报名表, 从中先后各取一份. 试求:
 - (1) 先取的一份是男生报名表的概率;
 - (2) 在先取的一份是男生报名表的条件下, 后取的一份是女生报名表的概率.
7. (12 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-2)}, & x > 2 \\ 0, & x \leq 2 \end{cases}.$$

用 Y 表示对 X 的 100 次独立重复观测中事件 $\{X > 6\}$ 出现的次数, 求 $P(Y \leq 1)$.

8. (15 分) 设 $X \sim U(-2, 1)$ (均匀分布), $Y = 2X^2 - 1$, 求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.
9. (12 分) 一个商店经销某种商品, 每周的进货量 X 与顾客对该商品的需求量 Y 是相互独立的随机变量, 都服从区间 $(10, 20)$ 上的均匀分布. 商店每售出一件该商品可获利润 100 元, 若需求量超过了进货量, 则可以要从其它商店调剂供应, 此时售出一件该商品可获利润 50 元. 试求此商店销售该商品每周的平均利润.

10. (9 分) 设 X 与 Y 是两个相互独立的随机变量, 已知 $X \sim B(1, 0.6)$ (0-1 分布), Y 的概率密度函数为

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}, \quad -\infty < y < +\infty.$$

令 $Z = X + Y$, 求 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

11. (21 分) 设区域 $G = \{(x, y) \mid 0 < x < \frac{1}{2}, x < y < 1 - x\}$, 随机变量 (X, Y) 服从区域 G 上的二维均匀分布.

试求:

(1) (X, Y) 的概率密度函数 $f(x, y)$;

(2) 条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$;

(3) 条件概率 $P\left(X < \frac{1}{4} \mid Y = \frac{5}{8}\right)$.