

四川大学半期考试试题（闭卷）

（2016-2017 学年第 2 学期）

课程号： 201075030 课序号： 课程名称：微积分（II）-2 任课教师： 成绩：
适用专业年级： 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、（4×5=20 分）填空题

1、若 $p > 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1^p + 2^p + \cdots + n^p}{n^{p+1}} =$ _____。

2、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (\arctan x)^2 dx}{x} =$ _____。

3、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 y)}{x^2 + y^2} =$ _____。

4、设 $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$, 则 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____。

5、若方程 $x^2 + y^2 + z^2 = yz$ 确定 $z = z(x, y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____。

二、（10 分） $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

三、（10 分） $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$

四、（10 分）求函数 $z = \arctan \frac{x+y}{x-y}$ 的全微分。

五、（10 分）设 $f''(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上连续, $f(\pi) = 2$, $\int_0^\pi [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5$,

求 $f(0)$ 。

六、（10 分）求曲线 $f(x) = x^3$ 与 $g(x) = x$ 所围成的封闭图形面积以及该图形绕 y 轴旋转得到的旋转体的体积。

七、（10 分）设函数 $f(x, y) = |x - y| g(x, y)$ ，其中 $g(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某邻域内连续，问 $g(0, 0)$ 为何值时，偏导数 $f_x(0, 0)$ ， $f_y(0, 0)$ 存在？此时， $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处是否可微？

八、（10 分）当 $|\lambda| < 1$ 时，试证函数 $f(x, y) = \lambda(e^y - 1)\sin x - \cos x \cos y$ 在原点一定有极小值。

九、（10 分）设 $f(x) \geq 0$ 在 $[a, b]$ 上连续。（1）证明 $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上单调上升；（2）又若 $F(b) = 0$ ，证明：在 $[a, b]$ 上 $F(x) \equiv 0$ ， $f(x) \equiv 0$ 。