

# 四川大学期末考试试题 A（闭卷）

## （2017-2018 学年第 1 学期）

课程号： 201074030    课序号：    课程名称：微积分（II）-1    任课教师：    成绩：  
适用专业年级：    学生人数：    印题份数：    学号：    姓名：

### 考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

### 一、（3×6=18 分）填空题

1. 当  $x \rightarrow 0$  时， $\tan x - ax$  为  $x$  的 3 阶无穷小，则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
2. 已知  $f'(0) = 1$ ，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x} =$ \_\_\_\_\_.
3. 曲线  $y = e^{1-x}$  在 (1,1) 处的切线方程为\_\_\_\_\_.
4. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{1}{n}\right)^3$  的敛散性为\_\_\_\_\_.（填收敛或发散）
5.  $\frac{d}{dx} \left( \int x e^{\sin x} dx \right) =$ \_\_\_\_\_.
6. 若函数  $f(x)$  在  $x_0$  的邻域内二阶可导， $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{x - x_0} = 1$ ，则  $f(x_0)$  是函数  $f(x)$  的极\_\_\_\_\_值.

### 二、（8×6=48 分）计算题

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}.$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{\ln \sec x}.$

3. 设  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \ln(t+1) \\ e^{yt} = y-t \end{cases}$  确定, 求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$ .

4. 已知可导函数  $f(x)$  满足  $f'(\ln x) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1] \\ x, & x \in (1,+\infty) \end{cases}$ , 求  $f(x)$ .

5.  $\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$ .

6.  $\int \sqrt{x^2 + 2x + 2} dx$ .

三、 (8 分) 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{bx}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ , (1) 问实数  $a, b$  满足什么条件时,  $f(x)$

在  $x=0$  处是连续的, 并且是可导的? (2) 问  $f''(0)$  是否存在? 并给出理由.

四、 (10 分) 根据实数  $a$  的不同取值情况, 讨论曲线  $y = \ln x$  与曲线  $y = ax$  的交点个数.

五、 (8 分) 证明: 当  $x < 1$  时,  $\ln \frac{1}{1-x} \geq x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ .

六、 (8 分) 已知函数  $f(x) = 2x - \sin x - 1$ . 证明: (1) 存在唯一的实数  $\alpha$ ,

使得  $f(\alpha) = 0$ . (2) 对任意的实数  $x_0$ , 由  $x_{n+1} = \frac{\sin x_n + 1}{2}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) 产生的

数列  $\{x_n\}$  满足  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \alpha$ .

