

四川大学期中中考试试题（闭卷）

（2021—2022 学年第 1 学期）

课程号：201018030 课序号： 课程名称：概率统计(理工) 任课教师： 成绩：
适用专业年级：2020 级 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

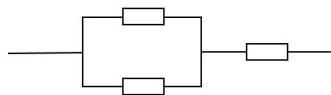
- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：本卷不允许使用计算器。

一、填空题(每题 3 分, 共 18 分)

1. 从 $0, 1, \dots, 9$ 这 10 个数字中有放回地任取一个, 共取 3 次, 则这 3 个数字严格单调递增的概率是_____.
2. 在如下电路中, 每个电阻正常工作的概率是 0.9, 各电阻独立工作, 则该电路正常的概率是_____.



3. 把一根长为 a ($a > 0$) 的木棒任意地折成三段, 这三段能构成一个三角形的概率是_____.

4. 随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 有相同的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 - \frac{e^{1-x}}{4}, & x \geq 1 \end{cases}$ 令

$Y = \min(X_1, X_2, X_3)$, 则 $P(Y \geq 1) =$ _____.

5. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 1 \leq x \leq c \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 c 为常数, 则

$P(1 \leq 2X \leq c) =$ _____.

6. 设随机变量 $X \sim P(2)$ (泊松分布), $Y \sim \Gamma(4, 2)$ (Γ 分布), 且 X 与 Y 独立, 则 $D(XY) =$ _____.

二、解答题(共 82 分)

1. (10 分) 跳高项目的及格选拔赛的规则是: 每人最多有三次试跳机会, 一旦跳过指定高度就可入选. 若三次试跳均未过杆则认定为落选. 若一位参试者在指定高度的过杆率为 0.6, 求他在测试中所跳次数 X 的概率分布律和分布函数 $F(x)$.

2. (15 分) 某校在三个相关学院选拔学生参加一项竞赛, 第 1、2、3 学院选拔的学生数量占选拔总数的比例分别为 0.5, 0.3, 0.2. 设从第 k 个学院选拔的学生在竞赛中的得分为 $X_k, k = 1, 2, 3$. 设 $X_1 \sim U(90, 100), X_2 \sim U(85, 95), X_3 \sim U(80, 90)$ (均匀分布). 现在参赛学生中任取一位, 他的得分记为 X .

(1) 求该生的得分在区间 $[85, 95]$ 的概率; (结果用小数表示)

(2) 若已知该生的得分在区间 $[85, 95]$, 求这位学生来自第 3 个学院的概率. (结果用最简分数表示)

(3) 求 X 的密度函数 $f(x)$.

3. (12 分) 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 X 的分布函数 $F(x)$;

(2) 令 $Y = F(X)$, 求 Y 的密度函数 $f_Y(y)$.

4. (20 分) 已知 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{7} \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right), & 0 < x < 1 \text{ 且 } 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$.

(1) 求概率 $P(X < Y)$;

(2) 求 Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$;

(3) 求条件密度 $f_{X|Y}(x|y)$;

(4) 计算概率 $P(X < 0.5 | Y = 1)$;

(5) 计算概率 $P(X < 0.5 | Y < 1)$.

5. (12 分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, $X \sim B(2, 0.5)$ (二项分布), $Y \sim e(1)$ (指数分布), 求 $Z = XY$ 的分布函数 $F_Z(z)$.

6. (13 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2 x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$, 求 $D(\sin X)$.