四川大学期末考试试题（闭卷）

（2015-2016 学年第 2 学期）　A 卷

课程号：201075030　课序号：　课程名称：微积分（II）-2　任课教师：　成绩：

适用专业年级：　学生人数：　印题份数：　学号：　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：请将答案写在答题纸对应的方框内，否则记 0 分。

一、　填空（每小题 3 分，共 18 分）

1. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}\dfrac{\sqrt{xy+1}-1}{xy^2}=$______________.

2. 设 $F(x-y,y-z,z-x)=0$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______________.

3. 若 $\int_0^{y(x)} e^{t^2}\mathrm{d}t+\int_0^{\sin x}\cos^2 t\mathrm{d}t=0$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$______________.

4. 函数 $f(x,y)=x^2-xy+y^2-2x+y$ 在点 $(1,0)$ 处取得极______值.

5. $y''=1+(y')^2$ 的通解是______________.

6. 若区域 D 由 $x=0$，$y=0$，$x+y=\dfrac{1}{2}$，$x+y=1$ 围成，且 $I_1=\iint_D[\ln(x+y)]^{2n+1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_2=\iint_D[x+y]^{2n+1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_3=\iint_D[\sin(x+y)]^{2n+1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$n\in Z^+$，依从小到大的顺序给 I_1,I_2,I_3 排序为________________.

二、　计算题（每小题 8 分，共 48 分）

1. 求 $y''-y=3e^{2x}+4x\sin x$ 的通解.

2. 确定常数 a,b,c 的值，使 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax-\sin x}{\int_b^x \frac{\ln(1+t^3)}{t}\mathrm{d}t}=c(c\neq 0)$.

3. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程组 $\begin{cases} x=(t+1)\cos z \\ y=t\sin z \end{cases}$ 确定的函数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

4. $\displaystyle\int_{2/\pi}^{+\infty}\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}\mathrm{d}x$.

5. 用二重积分计算曲线 $r^2=2a^2\cos 2\theta$ 围成的图形的面积.

6. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} x(x-\pi)\cot x\mathrm{d}x$.

三、　（10 分）设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x-y}{x^2+y^2}\tan(x^2+y^2),(x,y)\neq(0,0) \\ 0,(x,y)=(0,0) \end{cases}$，判断 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处的可微性，若可微则求 $\mathrm{d}f(x,y)|_{(0,0)}$.

四、　（10 分）设过点 $(0,1)$ 具有连续导数的曲线 C 位于 x 轴的上方，且满足 $[0,x]$ 上的弧长等于 $[0,x]$ 上的以曲线 C 为曲边的曲边梯形的面积，求 C 的方程.

五、　（7 分）用拉格朗日乘数法求函数 $f(x,y)=x^2+\sqrt{2}xy+2y^2$ 在 $x^2+2y^2\leq 4$ 上的最大值与最小值.

六、　（7 分）设区域 D 由直线 $x=0$， $y=0$， $x+y=1$ 围成，证明：

$$\frac{\pi}{8}(1-\cos\frac{2}{\pi})\leq\iint_D \sin(x^2)\cos(y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\leq\frac{\pi}{8}(1-\cos 1).$$