

2020上微积分II-2半期考试试题

题量: 30 满分: 100.0 分

☒ 显示答案

一. 判断题 (共10题,30.0分)

1 (3分)

 $f(x, y) = \sin(xy) + e^{x+y}$ 是多元初等函数.

正确答案: 正确

解析:

2 (3分)

 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有定积分, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上必有原函数.

正确答案: 错误

解析:

3 (3分)

 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有原函数, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上必有定积分.

正确答案: 错误

解析:

4 (3分)

若 $b > a$, 则 $\int_a^b \frac{1}{(x-a)^q} dx$ 在 $q < 1$ 时是收敛的.

正确答案: 正确

解析:

5 (3分)

 $\int_0^1 x \ln x dx$ 是瑕积分.

正确答案: 错误

解析:

6 (3分)

偏导数 $f_x(0, 0), f_y(0, 0)$ 都存在, 则 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处必连续.

正确答案: 错误

解析:

7 (3分)

$f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处偏导数存在和 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微是等价的.

正确答案： 错误

解析：

8 (3分)

若二元函数 $f(x, y), h(x, y)$ 可微, 且 $z = f(x, y) + h(x, y)$, 则 $z'_x = f'_1 + f'_2 \cdot h'_1$.

正确答案： 正确

解析：

9 (3分)

对 $I = \int_2^3 \frac{1}{x \ln x} dx$ 使用分部积分可得 $I = 1 - \int_2^3 \ln x d\left(\frac{1}{\ln x}\right)$.

正确答案： 错误

解析：

10 (3分)

广义积分 $\int_a^{+\infty} f^2(x) dx$ 收敛, 则广义积分 $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ 也收敛.

正确答案： 错误

解析：

二. 单选题 (共20题, 70.0分)

1 (3分)

已知 $a = \int_0^2 x dx$, $b = \int_0^2 e^x dx$, $c = \int_0^2 \sin x dx$, 则 a, b, c 的大小关系为()

- A、 $a < b < c$
- B、 $b < a < c$
- C、 $c < b < a$
- D、 $c < a < b$

正确答案： D

解析：

2 (3分)

已知 $2f(x) + x = \int_0^1 f(2x)dx$, 则 $\int_0^2 f(x)dx = ()$

- A、 -1
 B、 -2
 C、 $-\frac{4}{3}$
 D、 $-\frac{2}{3}$

正确答案: B

解析:

3 (3分)

若 $f(x)$ 是连续函数, 且对任意的 x 有 $f(x) \neq -f(-x)$,

则 $\int_{-a}^a \frac{f(x)}{f(x) + f(-x)} dx = ()$

- A、 0
 B、 $\frac{a}{2}$
 C、 a
 D、 $\frac{a}{4}$

正确答案: C

解析:

4 (3分)

若 $g(x)$ 是一个连续函数, 则 $\frac{d}{dx} \int_0^x g(t+x)dt = ()$

- A、 $g(2x)$
 B、 $g(2x) - g(x)$
 C、 $\int_0^x g'(t+x)dt$
 D、 $2g(2x) - g(x)$

正确答案: D

解析:

5 (3分)

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k+1}$ 可表示为定积分()

- A、 $\int_1^2 \frac{1}{1+x} dx$
- B、 $\int_1^n \frac{1}{1+x} dx$
- C、 $\int_1^n \frac{1}{x} dx$
- D、 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$

正确答案： D

解析：

6 (3分)

曲线 $y = e^x$ 与其过原点的切线及 y 轴所围成的图形面积为()

- A、 $\int_0^1 (e^x - ex) dx$
- B、 $\int_1^e (\ln y - y \ln y) dy$
- C、 $\int_1^e (e^x - xe^x) dx$
- D、 $\int_0^1 (\ln y - y \ln y) dy$

正确答案： A

解析：

7 (3分)

设函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处的偏导数 $f'_x(0, 0) = 3, f'_y(0, 0) = 1$,
则下列命题成立的是()

- A、 $df|_{(0,0)} = 3dx + dy$
- B、 函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某邻域内必有定义
- C、 $f(x, 0)$ 在点 $x = 0$ 处的切线斜率为3
- D、 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ 必存在

正确答案： C

解析：

8 (3分)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (\infty, a)} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}} = ()$$

- A、 1
- B、 e
- C、 -1
- D、 无极限

正确答案： B

解析：

9 (3分)

设 $z = f(e^{xy}, \cos(xy))$, f 为可微函数, 则 $x \frac{\partial z}{\partial x} = ()$

- A、 $z \frac{\partial z}{\partial y}$
- B、 $-z \frac{\partial z}{\partial y}$
- C、 $-y \frac{\partial z}{\partial y}$
- D、 $y \frac{\partial z}{\partial y}$

正确答案： D

解析：

10 (3分)

函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处的描述正确的是()

- A、 $f_x(0, 0) = 0, f_y(0, 0) = 0$, 在点 $(0, 0)$ 处连续
- B、 $f_x(0, 0) = 1, f_y(0, 0) = 0$, 在点 $(0, 0)$ 处不连续
- C、 $f_x(0, 0) = 0, f_y(0, 0) = 1$, 在点 $(0, 0)$ 处连续
- D、 $f_x(0, 0) = 0, f_y(0, 0) = 0$, 在点 $(0, 0)$ 处不连续

正确答案： D

解析：

11 (4分)

设函数 $f(x) = \int_0^{x^2} (t-1)dt$, 则()

- A、 0是 $f(x)$ 的极小值点, 1和-1是 $f(x)$ 的极大值点
B、 0是 $f(x)$ 的极大值点, 1和-1是 $f(x)$ 的极小值点
C、 0是 $f(x)$ 的最大值点, 1和-1是 $f(x)$ 的极小值点
D、 -1, 0, 1都是 $f(x)$ 的极小值点

正确答案: B

解析:

12 (4分)

设 k 是正整数, 则 $\int_0^{k\pi} \sqrt{1 - \sin^2 x} dx = ()$

- A、 $2k$
B、 $-2k$
C、 k
D、 $-k$

正确答案: A

解析:

13 (4分)

已知连续函数 $\alpha(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha(x)}{x} = 1$, 则当 $x \rightarrow 0^+$ 时,

$F(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \ln[\alpha^2(t) + 1] dt$ 是 x 的()阶无穷小.

- A、 $\frac{1}{2}$
B、 $\frac{3}{2}$
C、 2
D、 $\frac{1}{4}$

正确答案: B

解析:

14 (4分)

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + \sin^4 x) \cos^2 x dx \text{ 等于}$$

- A、 $-\frac{\pi}{16}$
- B、 $-\frac{\pi}{8}$
- C、 $\frac{\pi}{8}$
- D、 $\frac{\pi}{16}$

正确答案： D

解析：

15 (4分)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4|x| + 3} dx = ()$$

- A、 $\frac{1}{2} \ln 3$
- B、 $\ln 3$
- C、 0
- D、 $+\infty$

正确答案： B

解析：

16 (4分)

使不等式 $\int_1^x \frac{\sin t}{t} dt > \ln x$ 成立的范围是()

- A、 $(0, 1)$
- B、 $(1, \frac{\pi}{2})$
- C、 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$
- D、 $(\pi, +\infty)$

正确答案： A

解析：

17 (4分)

下列哪一个条件成立时能够推出 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点可微，
且全微分 $df|_{(x_0, y_0)} = 0$?()

- A、 在点 (x_0, y_0) 的两个偏导数 $f'_x = 0, f'_y = 0$
- B、 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的全增量 $\Delta f = \frac{\Delta x \Delta y}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}$
- C、 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的全增量 $\Delta f = \frac{\sin((\Delta x)^2 + (\Delta y)^2)}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}$
- D、 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的全增量 $\Delta f = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2] \sin \frac{1}{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

正确答案： D

解析：

18 (4分)

设 $z = f(xy, x^2 + y^2)$ ，其中 f 具有二阶连续偏导数，则在 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 的表达式中， f''_{12} 的系数 c_{12} 和 f''_{22} 的系数 c_{22} 分别为()

- A、 $c_{12} = 2y^2, c_{22} = 4xy$
- B、 $c_{12} = 2(x^2 + y^2), c_{22} = 4xy$
- C、 $c_{12} = 2x^2, c_{22} = xy$
- D、 $c_{12} = 2(x^2 + y^2), c_{22} = xy$

正确答案： B

解析：

19 (4分)

关于函数 $f(x, y) = \begin{cases} xy, & xy \neq 0 \\ x, & y = 0 \\ y, & x = 0 \end{cases}$ 给出以下结论：

(1) $\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(0,0)} = 1$

(2) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} = 1$

(3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$

(4) $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) = 0$

上述结论中正确的个数是()

- A、 4
- B、 3
- C、 2

D、	1
正确答案： B	
解析：	
20	(4分)
考虑 $\lim_{(x,y)\rightarrow(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}, \lim_{(x,y)\rightarrow(0,0)} \frac{x^3y}{x^6+y}$ 和 $\lim_{(x,y)\rightarrow(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^2+y^2},$	
则极限存在的个数是()	
A、	0
B、	1
C、	2
D、	3
正确答案： B	
解析：	