

Лабораторная работа М-102

БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедра Физики (ФН-4)

Гладков Н.А., Струков Ю.А., Чуев А.С.

Введение

Изучение баллистического маятника связано с изучением фундаментальных законов природы: законов сохранения импульса, момента импульса и энергии. Эти законы определяются свойствами симметрии пространства и времени и лежат в основе современных физических представлений о строении мира. Данные законы действуют на всех уровнях Природы: в микро- макро- и мегамире, хотя их проявление на каждом физическом уровне имеет свои особенности. Так, например, в механике макромира не заметны квантуемость момента импульса (квантом момента импульса является постоянная Планка – очень малая по размеру величина) и наблюдаемые в микромире нарушения закона сохранения энергии, происходящие в силу соотношения неопределенностей Гейзенберга.

В процессе выполнения данной работы студенты получают практический опыт проведения эксперимента и результаты, подтверждающие теоретические сведения по выполнению в макромире законов классической механики, изучаемых ими на лекционных занятиях и в учебной литературе. В частности, работа нацелена на изучение взаимосвязи физических величин момента импульса и момента инерции вращающихся тел.

При проведении данной работы студенты дополнительно уясняют принцип неконтактного измерения скорости метаемых тел (снарядов, пуль и т.п.) путем измерения времени пролета этими телами базового участка траектории.

При подготовке к выполнению работы студентам рекомендуется познакомиться с соответствующими разделами основной и дополнительной литературы, приводимой в конце методических указаний.

Цель работы

Целью лабораторной работы является приобретение студентами практических навыков проведения экспериментов и умения интерпретировать их результаты, как практическое подтверждение основных законов классической механики. По результатам выполнения лабораторной работы студенты смогут на практике оценить

выполнение законов сохранения *момента импульса* и *энергии*, роль в этих законах физической величины *момент инерции*. Студенты знакомятся с баллистическим и оптическим методами измерения скорости метаемых тел и приобретают практический навык обработки результатов эксперимента с использованием вероятностных параметров.

Краткая характеристика объекта изучения

Основное историческое предназначение баллистических маятников состоит в измерении скорости снарядов, пуль и других тел, которые метаются с большими скоростями. Поэтому в конструктивном отношении, в зависимости от конкретного предназначения, баллистические маятники весьма сильно отличаются друг от друга. Но все они имеют достаточно массивную мишень, что определяет значительный момент инерции подвижной части маятника. Это обстоятельство, в свою очередь, позволяет маятнику, при внедрении тела в его мишень, оставаться практически неподвижным. А движение маятника начинается после окончания внедрения тела в его мишень.

По аналогичному признаку работает баллистический гальванометр, который также имеет достаточно большой момент инерции подвижной части, что позволяет ему измерять малые количества заряда при кратковременных импульсах тока.

Итак, процесс внедрения шарика в мишень баллистического маятника можно рассматривать как абсолютно неупругий удар.

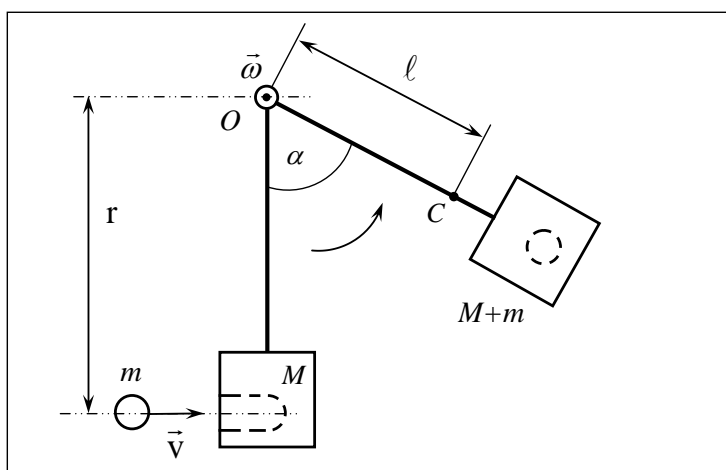


Рис.1. Схема баллистического маятника.

На рисунке 1 представлена упрощённая схема баллистического маятника, который состоит из жёсткого стержня, к нижнему концу которого прикреплена

мишень-ловушка метаемого тела. Другой конец стержня закреплён на оси вращения, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка.

В данной лабораторной работе в качестве метаемого тела используется стальной шарик массой $m = 33$ г и диаметром $d = 20$ мм.

При выстреле шарик движется со скоростью v и попадает в мишень баллистического маятника, в которой застревает. Для механической системы (МС), состоящей из шарика и маятника, должен выполняться закон сохранения момента импульса МС относительно оси вращения маятника (точки O).

$$mvr = J\omega_z, \quad (1)$$

где mvr - момент импульса шарика до момента его внедрения в мишень; ω_z - проекция угловой скорости вращения МС на ось z ; $J\omega_z$ - момент импульса МС после внедрения шарика в мишень относительно оси z ; J - момент инерции МС относительно той же оси z .

Ось z , направление которой определяется правилом правого винта, совпадает с осью вращения маятника O . При этом

$$J = J_0 + mr^2, \quad (2)$$

Здесь J_0 - момент инерции маятника относительно оси z , а mr^2 - момент инерции застрявшего в мишени шарика относительно той же оси.

Дальнейшее движение МС (после внедрения шарика в мишень) происходит в соответствии с уравнением динамики вращательного движения этой МС относительно оси z :

$$J\varepsilon_z = -(M + m)gl \sin \alpha, \quad (3)$$

где M - масса баллистического маятника; ε_z - проекция углового ускорения МС на ось z ; l - расстояние от оси вращения O до точки C - центра масс механической системы; α - угол отклонения маятника от вертикального положения.

Знак минус в уравнении (3) показывает, что движение МС после внедрения шарика в мишень будет замедленным.

Поскольку после окончания внедрения шарика в мишень для описания последующего движения МС диссипативными силами разной природы можно пренебречь, то для такой МС должен выполняться закон сохранения механической энергии.

$$\frac{J\omega_z^2}{2} = (M + m)gl(1 - \cos \alpha). \quad (4)$$

Левая часть уравнения (4) соответствует кинетической энергии МС сразу после окончания внедрения шарика в мишень. В последующем эта кинетическая энергия МС переходит в потенциальную энергию МС в поле тяжести Земли, чему соответствует правая часть уравнения (4). Здесь α – максимальный угол отклонения маятника.

Если из уравнения (1) выразить угловую скорость

$$\omega_z = \frac{mvr}{J}, \quad (5)$$

а затем равенство (5) подставить в (4), то после соответствующих преобразований можно прийти к зависимости следующего вида:

$$v^2 = \frac{2J(M + m)gl}{m^2 r^2} (1 - \cos \alpha). \quad (6)$$

Зависимость (6) интересна тем, что, откладывая величину v^2 по оси ординат, а по оси абсцисс величину $(1 - \cos \alpha)$, то график, соответствующий зависимости (6) в этих координатах, будет иметь вид прямой линии.

Для того чтобы было удобней работать с таким графиком, приведем формулу (6) к безразмерному виду. С этой целью разделим правую и левую части зависимости (6) на величину v_0^2 , где $v_0 = 1$ м/с. Тогда выражение (6) примет вид:

$$\tilde{v}^2 = \frac{2J(M + m)gl}{m^2 r^2 v_0^2} (1 - \cos \alpha), \quad (7)$$

где $\tilde{v} = \frac{v}{v_0}$ – безразмерная скорость. График зависимости \tilde{v}^2 от $(1 - \cos \alpha)$, по формуле (7), представлен на рисунке 2.

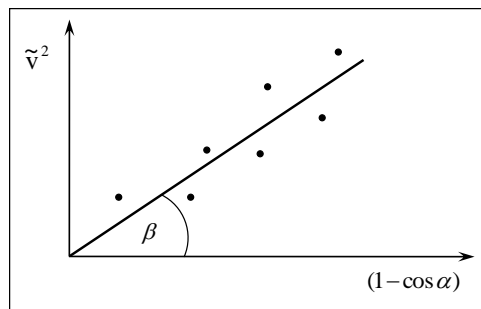


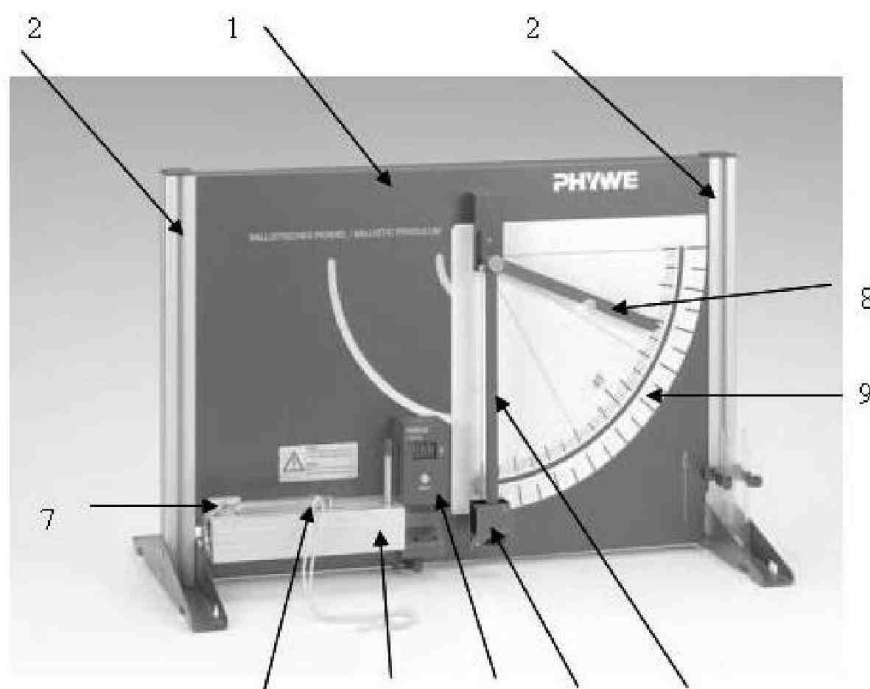
Рис. 2. График зависимости безразмерной скорости \tilde{v}^2 от $(1 - \cos \alpha)$

Тогда тангенс угла наклона прямой, изображённой на графике рисунка 2, будет равен дробному сомножителю в правой части формулы (7).

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2J(M + m)gl}{m^2 r^2 v_0^2}. \quad (8)$$

Описание лабораторной установки

Экспериментальная установка, содержащая баллистический маятник (рисунок 3), состоит из металлической пластины 1, установленной вертикально на лабораторном столе с помощью опор 2. К пластине 1 прикреплён баллистический маятник, представляющий собой стержень 3 с мишенью 4 для улавливания выстреливаемого шарика. В мишени сделано специальное отверстие, в которое попадает металлический шарик, вылетающий из пускового устройства 5. Внутри пускового устройства находится пружина со штоком, которая, при сжатии с помощью рукоятки 6, может пребывать в трех различных деформированных состояниях. Введенное пусковое устройство можно зафиксировать в трех различных положениях с помощью рукоятки 6. Шток снабжён магнитом, который удерживает шарик от перемещения до выстрела. Пусковой механизм приводится в действие с помощью спускового рычага 7. После выстрела шарик вместе с мишенью 4 и стрелкой 8 движутся в вертикальной плоскости. Максимальное отклонение маятника в вертикальной плоскости от положения равновесия определяется по отклонению от нулевого значения подвижной стрелки 8 на угломерной шкале 9. Для прямого измерения скорости шарика установка имеет цифровой измеритель скорости 10, снабжённый двумя фоторегистраторами. Цифровой измеритель скорости 10 крепится к пусковому устройству 5.



1 – металлическая пластина, 2 – опоры, 3 – стержень баллистического маятника, 4 – мишень маятника, 5 – пусковое устройство, 6 – рукоятка, 7 – спусковой рычаг, 8 – подвижная стрелка, 9 – угломерная шкала, 10 – цифровой измеритель скорости.

Рис. 3. Устройство экспериментальной установки

Таблица 1. Метрологические данные приборов.

№№ п/п	Название прибора	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Абсолютная приборная погрешность
1	Угломерная шкала	$0 - 90^\circ$	90	$1,0^\circ$	$(\Delta\alpha)_{\text{пр}} = 0,5^\circ$
2	Цифровой измеритель скорости	$0 - 10 \text{ м/с}$	–	$0,01 \text{ м/с}$	$(\Delta v)_{\text{пр}} = 0,01 \text{ м/с}$

Таблица 2. Параметры экспериментальной установки.

$(m \pm \Delta m) \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	$(M \pm \Delta M) \cdot 10^{-3}, \text{ кг}$	$r \pm \Delta r, \text{ м}$	$\ell \pm \Delta \ell, \text{ м}$
$33,0 \pm 0,5$	$97,0 \pm 0,5$	$0,250 \pm 0,001$	$0,160 \pm 0,001$

Задачи и порядок выполнения работы

Основной задачей лабораторной работы является измерение максимального угла отклонения баллистического маятника и измерение скорости шарика.

Работу следует выполнять в строгом соответствии с ниже изложенным порядком. Поскольку неправильно вылетающий из пускового устройства шарик может нанести механические травмы и вызвать порчу лабораторного оборудования, необходимо каждый раз перед выстрелом убедиться, что шарик прикреплен точно к центру магнита, а отверстие мишени 4 находится точно напротив отверстия пускового устройства.

1. Включите в сеть цифровой измеритель скорости 10. Цифровое табло должно загореться. Нажмите кнопку «Reset» на лицевой панели измерителя, чтобы обнулить его показания.

2. Убедитесь, что пружина пускового устройства не сжата. Вставьте шарик в отверстие пускового устройства и прикрепите его точно к центру магнита.

3. С помощью рукоятки 6 сожмите пружину и зафиксируйте её в первом положении деформированного состояния.

4. Убедитесь, что отверстие мишени 4 находится точно напротив отверстия пускового устройства, а конец подвижной стрелки 8 указывает на 0 угломерной шкалы.

5. Произведите выстрел, потянув вверх за спусковой рычаг 7.

6. Зафиксируйте угол максимального отклонения маятника по показаниям подвижной стрелки 8 на шкале 9. Запишите в таблицу 3 максимальный угол α отклонения маятника.

7. По показаниям цифрового измерителя скорости определите скорость v шарика и запишите в таблицу 3.

8. Повторите измерения максимального угла α отклонения маятника и скорости v шарика в соответствии с п.п. 2 – 7 ещё 4 раза.

9. С помощью рукоятки 6 сожмите пружину и зафиксируйте её во втором положении деформированного состояния.

10. Повторите операции, указанные в пунктах 2; 4–7 при втором положении сжатой пружины. Для этого деформированного состояния пружины измерения проводить 5 раз. Результаты измерений также занести в таблицу 3.

11. С помощью рукоятки 6 сожмите пружину и зафиксируйте её в третьем положении деформированного состояния.

12. Повторите операции, указанные в пунктах 2; 4–7 при третьем положении деформированного состояния пружины. Измерения проводить 5 раз. Результаты измерений также занести в таблицу 3.

Таблица 3. Измерение максимального угла отклонения маятника и прямые измерения скорости шарика.

№ п/п	Положение рукоятки, фиксирующее степень сжатия пружины														
	I					II					III				
	α_i , град	$\Delta\alpha_i$, град	v_i , м/с	Δv_i , м/с	Δv_i^2 , м ² /с ²	α_i , град	$\Delta\alpha_i$, град	v_i , м/с	Δv_i , м/с	v_i^2 , м ² /с ²	α_i , град	$\Delta\alpha_i$, град	v_i , м/с	Δv_i , м/с	Δv_i^2 , м ² /с ²
1															
2															
3															
4															
5															
Средн. знач.															

Обработка результатов измерений

1. Используя данные таблицы 3, вычислите средние значения угла отклонения маятника $\langle\alpha\rangle$ и скорости $\langle v\rangle$, абсолютные погрешности отдельных измерений $\Delta\alpha_i$ и Δv_i , среднеквадратичные погрешности среднего $\sigma_{\bar{\alpha}}$ и $\sigma_{\bar{v}}$ для трёх различных деформированных состояний пружины по формулам:

$$\langle\alpha\rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \alpha_i, \quad \Delta\alpha_i = |\langle\alpha\rangle - \alpha_i|, \quad \sigma_{\bar{\alpha}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 \Delta\alpha_i^2}{5(5-1)}},$$

$$\langle v\rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 v_i, \quad \Delta v_i = |\langle v\rangle - v_i|, \quad \sigma_{\bar{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 \Delta v_i^2}{5(5-1)}}.$$

Результаты расчётов занесите в таблицу 3.

2. Определите полную абсолютную погрешность угла $\Delta\alpha$ и скорости Δv

$$\Delta\alpha = t_{P,n}\sigma_{\bar{\alpha}} \pm (\Delta\alpha)_{\text{пр}}; \quad \Delta v = t_{P,n}\sigma_{\bar{v}} \pm (\Delta v)_{\text{пр}}.$$

Абсолютные приборные погрешности $(\Delta\alpha)_{\text{пр}}$ и $(\Delta v)_{\text{пр}}$ взять из таблицы 1. Значение коэффициента Стьюдента $t_{P,n}$ для нашего случая принять равным 1,2.

Определите относительные погрешность угла α и погрешность скорости v по формулам:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\Delta\alpha}{\langle\alpha\rangle}; \quad \varepsilon_v = \frac{\Delta v}{\langle v\rangle}.$$

3. Разместите экспериментальные результаты таблицы 3 в системе координат

$$\tilde{v}^2 - (1 - \cos \alpha) \text{ (рисунок 2), где } \tilde{v} = \frac{v}{v_0} = \frac{v}{1\text{м/с}}.$$

Данные, полученные для трех начальных деформированных состояний пружины, должны образовать на координатной плоскости 15 экспериментальных точек. От начала координат и через полученное поле экспериментальных данных провести прямую линию так, чтобы число экспериментальных точек слева и справа от прямой было приблизительно одинаковым.

Вычислите по графику $\text{tg } \beta$. При вычислении $\text{tg } \beta$ брать наиболее удалённые точки прямой от начала координат.

Вычислите момент инерции МС (маятник + шарик) в соответствии с формулой (8)

$$J = \frac{m^2 r^2 v_0^2 \text{tg } \beta}{2(M + m)gl}. \quad (9)$$

Тогда момент инерции маятника согласно равенству (2) будет равен

$$J_0 = J - mr^2. \quad (10)$$

Рассчитайте момент инерции по формулам (9) и (10).

Строго говоря, в величину J_0 входит, в соответствии с методикой проведения эксперимента, момент инерции стрелки 8. Но момент инерции самого маятника с шариком на порядок больше момента инерции стрелки. Поэтому моментом инерции стрелки можно пренебречь.

Форма отчета по лабораторной работе

Форма отчета по лабораторной работе должна соответствовать общепринятым на кафедре «Физика» требованиям. Предварительный отчет, подготавливаемый студентом до выполнения лабораторной работы, должен включать: наименование и номер лабораторной работы, краткое изложение цели работы, основные теоретические сведения по теме лабораторной работы, письменный ответ на пять контрольных вопросов методички, схему лабораторной установки с обозначениями и расшифровкой позиций, заготовки таблиц для размещения данных. Окончательный отчет должен включать раздел по обработке экспериментальных данных с выполнением необходимых расчетов и заключение или выводы по работе. Выводы должны отражать достижение поставленных целей.

Способы и средства контроля знаний студента

Для допуска к лабораторной работе студент предъявляет преподавателю предварительно оформленный отчет и демонстрирует знание теории по теме лабораторной работы и методике ее выполнения. В качестве средства контроля знаний студентов по данной работе используются следующие контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое баллистический маятник?
2. Как формулируется закон сохранения импульса?
3. Как формулируется закон сохранения механической энергии?
4. Что называется моментом импульса материальной точки и твердого тела относительно точки и относительно оси вращения?
5. Что называется моментом инерции материальной точки и твердого тела?
6. Какими формулами определяются кинетические энергии материальной точки и твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
7. Какие физические величины в лабораторной работе определяются в результате прямых измерений, а какие в результате косвенных?
8. Как определить приборную погрешность круговой шкалы?
9. Как определить приборную погрешность цифрового измерителя скорости?
10. Знать единицы измерения и размерности физических величин, используемых в данной работе, а также их уравнения связи.

Оценка выполнения лабораторной работы

В соответствии с балльной рейтинговой системой, действующей на кафедре «Физика», каждая лабораторная работа оценивается в **3 рейтинговых балла**. Итоговая оценка учитывает уровень подготовки студента к работе, качество ее выполнения, а также качество и своевременность ее защиты.

За допуск к лабораторной работе и ее выполнение – 1 балл. При отсутствии заготовленной формы отчёта или незнании ответов на контрольные вопросы – студент к выполнению лабораторных работ не допускается.

За безошибочное выполнение, качественное оформление и понимание существа лабораторной работы – 1 балл. Если отчет имеет ошибки, неправильно (включая, небрежно) оформлен или студент не понимает существа выполненной работы и не способен объяснить полученные результаты, ставится – **0 баллов**. Студенту, выполнившему лабораторную работу, предоставляется возможность повторного ее выполнения и исправления отчёта.

За защиту лабораторной работы, которая проводится в форме устных вопросов по теме или тестирования (в течение 10 минут, 3 вопроса, мин. оценка – **0 баллов**, макс. оценка – **1 балл** (при этом студенту предоставляется возможность пройти процедуру защиты повторно). Защита лабораторной работы спустя два месяца с момента ее выполнения не принимается.

Лабораторная работа считается выполненной, если студент её защитил и получил в сумме **не менее 2-х баллов**.

Студенты, допущенные к защите, но не набравшие установленного минимума баллов, могут быть допущены к повторной защите в сроки, установленные кафедрой.

Литература основная

1. Иродов И.Е. Механика. Основные законы. 12-е изд. М.: БИНОМ. 2014. – 309 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. I. Механика. – М.: АСТ. 2008. – 336 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Т I. Механика – М.: Физматлит/МФТИ. 2005. – 559 с.

Литература дополнительная

1. Кириллов А.М., Климов Л.Н. Определение скорости пули с помощью баллистического крутильного маятника. – М.: МГТУ, 1990. – 7 с.
2. Савельева А.И., Фетисов И.Н. Обработка результатов измерений при проведении физического эксперимента: Метод. указания к лабораторной работе М-1 по курсу «Общая физика». - М.: МВТУ, 1984. 23 с.