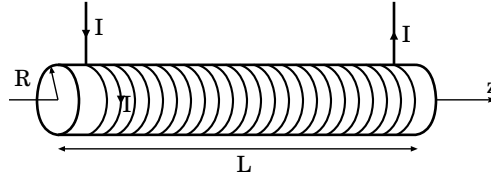
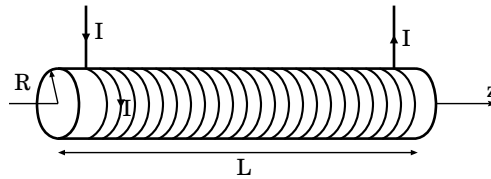


## Questions de cours

- \* Un cylindre (rayon  $R$ , longueur  $L$ ,  $R \ll L$ ) de matériau ferromagnétique dur est enroulé sur toute sa longueur par  $N$  spires, d'un fil parcouru d'un courant  $I$ . Donner l'allure des champs  $\vec{B}/\mu_0$ ,  $\vec{H}$  et  $\vec{M}$  le long de l'axe du cylindre (noté  $z$ ). On supposera que l'aimantation est uniforme dans tout le matériau. On s'intéressera en particulier au cas où  $B > 0$  et  $H < 0$ .



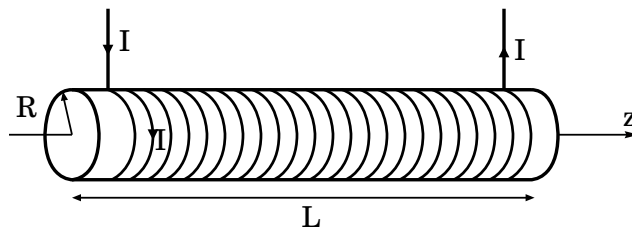
- \* Un cylindre (rayon  $R$ , longueur  $L$ ,  $R \ll L$ ) de matériau ferromagnétique doux est enroulé sur toute sa longueur par  $N$  spires, d'un fil parcouru d'un courant  $i(t)$ . Quel est l'inductance  $L$  du circuit ? Même question dans le cas d'un ferromagnétique dur.



- \* Décrire le modèle du transformateur parfait.
- \* Décrire la caractéristique  $(H, B)$  d'un matériau ferromagnétique doux et dur. Pourquoi préfère-t-on les matériaux doux pour les transformateurs ou les électroaimants ?

## Matériau ferromagnétique

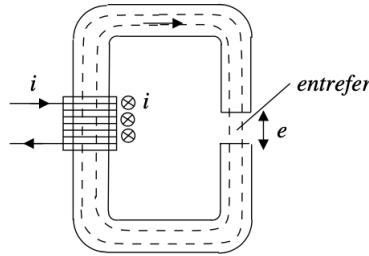
Un fil parcouru d'un courant  $I$  est enroulé sur toute la longueur  $L$ , en faisant  $N$  spires, d'un cylindre de rayon  $R \ll L$ , constitué d'un matériau ferromagnétique. On souhaite connaître l'allure des champs  $\vec{H}$ ,  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  le long de l'axe  $z$ . On suppose  $I > 0$  dans un premier temps.



- Déterminer le champ  $\vec{H}$  dans le solénoïde créée par l'enroulement sur l'axe  $z$ .
- Comment réagit le matériau ferromagnétique à l'excitation  $\vec{H}$  ? En déduire l'allure du champ aimantation  $\vec{M}$  le long de l'axe  $z$ .
- En déduire l'allure du champ magnétique  $\vec{B}$  le long de l'axe  $z$  dans le matériau, puis loin du solénoïde. En déduire l'allure  $\vec{H}$  sur la totalité de l'axe  $z$ .
- Quel type de matériau ferromagnétique doit-on avoir pour avoir un champ magnétique  $\vec{B}$  dirigé selon  $+\vec{e}_z$  malgré un courant légèrement négatif  $I < 0$  ? Préciser quantitativement ce que signifie "légèrement". Tracer l'allure des champs  $\vec{H}$ ,  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  sur l'axe  $z$  dans ce cas-là.

## Electroaimant

On considère un électroaimant comme un circuit magnétique constitué d'un matériau ferromagnétique de longueur  $l$ , alimenté par une bobine ( $N$  spires, intensité  $i$ ) enroulée autour du circuit. Le circuit magnétique est interrompu par une zone nommée entrefer. On souhaite obtenir un champ magnétique intense dans l'entrefer.



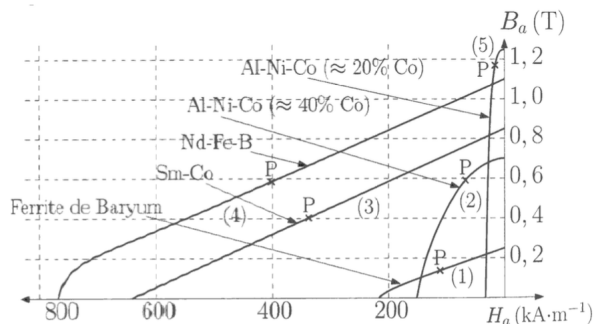
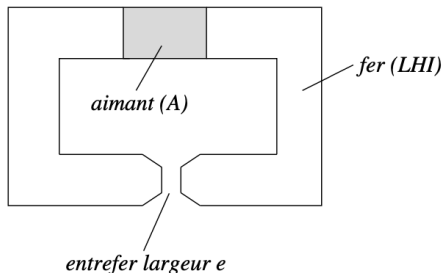
On notera avec un indice  $i$  les grandeurs à l'intérieur du milieu magnétique ( $B_i$ ,  $H_i$ , etc.) et avec un indice  $e$  les grandeurs dans l'entrefer ( $B_e$ ,  $H_e$ , etc.). On admettra que les lignes de champ magnétique sont orthogonales à l'interface dans un entrefer.

- ★ Donner une relation entre les champs magnétiques dans l'entrefer et dans le milieu ferromagnétique.
- ★ Donner une relation entre les excitations magnétiques dans l'entrefer et dans le milieu ferromagnétique.
- ★ Dans le cas d'un ferromagnétique doux, linéaire et non saturé de caractéristique  $\mu_r$ , donner l'expression du champ magnétique dans l'entrefer  $B_e$ .
- ★ Dans le cas d'un ferromagnétique dur, montrer que l'électroaimant a un deux points de fonctionnement. Distinguer les cas à courant nul et courant non nul.

## Dimensionnement d'un aimant

Un aimant ( $A$ ) permanent, rectangulaire, de section  $S_A$ , de longueur  $l_a$  est intercalé dans un circuit magnétique ( $CM$ ) en fer (ou acier) de longueur  $l_f$ . Ce circuit magnétique est supposé linéaire, homogène et isotrope (LHI) de perméabilité magnétique  $\mu_0\mu_{r,f}$ . Le circuit magnétique a même section que l'aimant ( $A$ ) excepté au voisinage d'un entrefer de largeur  $e$ , où sa section décroît jusqu'à  $S_e$  et a vocation à produire dans l'entrefer un champ magnétique  $B_e$ . On suppose pour la suite une canalisation parfaite des lignes de champ fer (LHI).

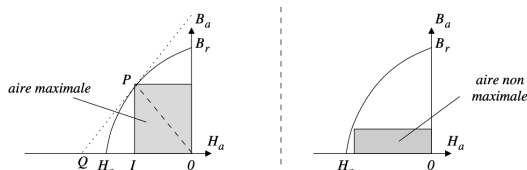
On note  $H_a$  et  $B_a$  l'excitation et le champ de l'aimant. La figure suivante donne un quart de cycle  $B_a(H_a)$  pour quatre matériaux d'aimants permanents, matériaux durs.



♡ Économiquement, l'aimant ( $A$ ) doit être dimensionné à volume minimal. Montrer qu'à volume  $V_e$  et champ  $B_e$  d'entrefer imposés, l'aimant le plus économique correspond à un produit d'énergie  $|H_a B_a|$  maximal (critère d'Evershed).

On pourra faire l'hypothèse :  $\frac{l_f}{\mu_{r,f}} \ll \frac{S_a e}{S_e}$

♡ Montrer que le produit d'énergie  $|H_a B_a|$  d'un matériau dur est maximal quand on est au point  $P$  d'Evershed, point de son quart de cycle  $B_a(H)$  tel que le segment  $PQ$  soit tangent à la courbe et le triangle  $OPQ$  isocèle (Cf. figure).



♡ Dimensionner l'aimant ( $A$ ) pour le samarium-cobalt Sm-Co. Données :  $B_e = 1.8\text{T}$ ,  $S_e = 3.0\text{cm}^2$ ,  $e = 1.0\text{cm}$ ,  $l_f = 1.0\text{m}$ ,  $\mu_{r,f} = 1,0 \cdot 10^4$ .

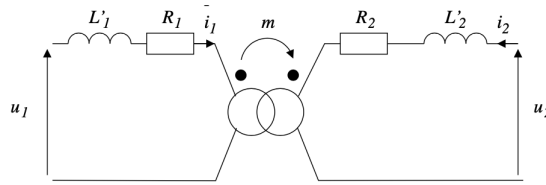
## Estimation de la puissance dissipée dans un cycle hystérésis

Un tore en acier de section  $10\text{cm} \times 12\text{cm}$  et de longueur  $1.5\text{m}$  est enroulé par un bobinage dans lequel circule un courant à la fréquence  $f = 50\text{Hz}$ , imposé par un générateur. L'acier est considéré comme un matériau ferromagnétique dur, de champ de saturation  $B_{sat} = 1\text{T}$ , de champ rémanent  $B_r = 0.7\text{T}$  et d'excitation coercitive  $H_c = 60\text{A/m}$ .

Déterminer la puissance dégagée en moyenne lorsqu'on parcourt cet hystérésis. Sous quelle forme se transforme l'énergie électrique apportée par le générateur ?

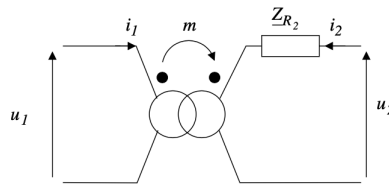
# Transformateur réel série

Un transformateur réel est représenté sur le schéma ci-dessous.

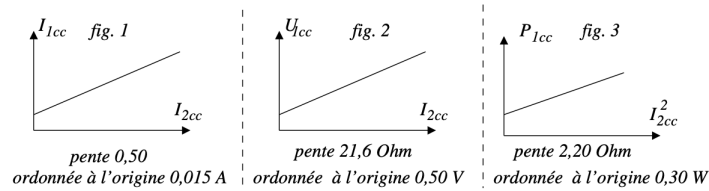


Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  représentent les résistances des fils de cuivre associées aux enroulements. Les inductances  $L'_1$  et  $L'_2$  sont des inductances de fuite modélisant les fuites de champ magnétique dues à la perméabilité finie du noyau.

- \* Montrer que le transformateur est équivalent au schéma suivant d'un transformateur idéal et d'une impédance  $Z_{R_2}$  placée au secondaire. Donner son expression.



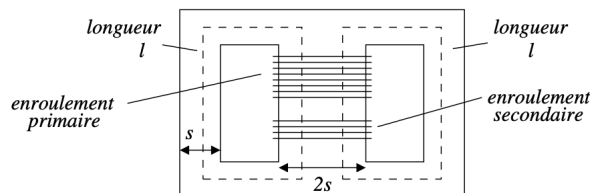
Les figures 1, 2 et 3 donnent les graphes liant amplitudes de tensions, de courants et de puissance moyenne appelée au primaire lorsque le secondaire est court-circuité à 50 Hz.



- \* Relier théoriquement  $U_{1cc}$ ,  $I_{2cc}$ ,  $Z_{R_2} = Z_R$  et  $m$ , puis trouver une équation reliant théoriquement  $P_{1cc}$  et  $I_{2cc}$ . Ces équations sont-elles en accord avec les courbes expérimentales ? Expliquer.
- \* On a  $R_2 = mR_1$  et  $L'_2 = mL'_1$ . Calculer numériquement  $m$ ,  $R_1$ , et  $L_1$ .

## Transformateur réel

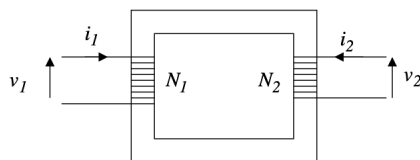
On étudie un transformateur monophasé 220 V/110 V de puissance apparente 500 VA. Ce transformateur est alimenté au primaire en 220 V sous 50 Hz. Pour réaliser ce transformateur, on utilise le circuit magnétique représenté ci-dessous.



On admet que la section du tube d'induction est  $s = 8.0 \text{ cm}^2$  et que la longueur de la ligne de champ magnétique moyenne (en pointillé sur la figure) est  $l = 25 \text{ cm}$ . Les tôles utilisées, non saturées, ont les caractéristiques suivantes : perméabilité relative  $\mu_r = 3,1 \cdot 10^3$ , masse volumique  $\rho = 7,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

- ▷ Sachant que le primaire est alimenté par une tension de 220 V de fréquence 50 Hz, déterminer le nombre  $N_1$  de spires du primaire pour que, dans le fer, le champ magnétique soit de 1 tesla. En déduire  $N_2$ . Combien faudrait-il de spires si la fréquence valait 400 Hz ?

On cherche maintenant à représenter un modèle linéaire de ce transformateur réel tenant compte du caractère fini de la perméabilité relative  $\mu_r$ . On considère le schéma suivant pour le transformateur : on appelle  $N_1$  le nombre de spires au primaire,  $N_2$  le nombre de spires au secondaire,  $\mu_r$  la perméabilité magnétique relative du milieu (non infinie !),  $\phi$  le flux magnétique à travers la section droite  $S$  du noyau. On appelle  $l$  la longueur moyenne d'une ligne de champ dans le fer. On ne tient pas compte des pertes par effet Joule et des pertes fer.

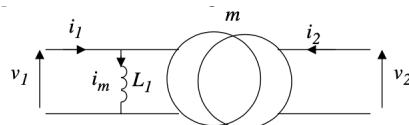


- ▷ En se plaçant en régime forcé à la pulsation  $\omega$ , montrer que :

$$i_1 - I_m = -\frac{N_2}{N_1} i_2$$

avec  $I_m = \frac{v_1}{j\omega L_1}$  le courant magnétisant, et  $L_1$  l'inductance propre du circuit primaire, dont on donnera l'expression.

- ▷ Que vaudrait  $I_m$  pour  $\mu_r \rightarrow \infty$  ? Justifier alors le nouveau schéma proposé pour le transformateur pour tenir compte de ce courant magnétisant.

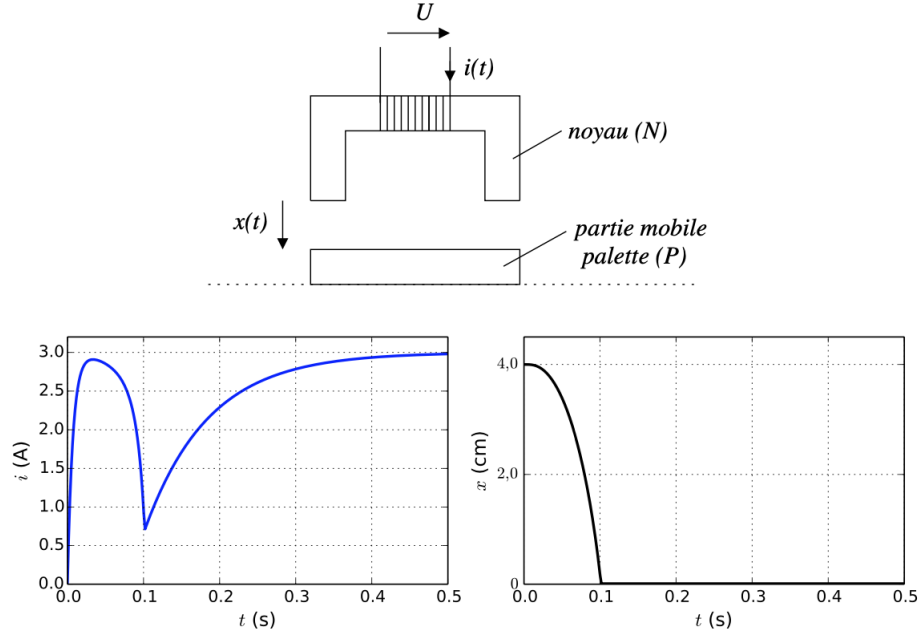


- ▷ Calculer la valeur efficace du courant magnétisant pour le transformateur réel étudié à la première question.

## Pic de courant dans un relais à palette

On considère un convertisseur à mouvement linéaire, constitué d'un noyau (N) fixe en forme de U, d'une palette (P) cylindrique, tous deux en fer doux de section  $S$ . Ces deux parties forment un circuit magnétique d'entrefer  $x(t)$  dont on considérera la canalisation parfaite des lignes de champ. Le fer doux est un matériau de grande perméabilité relative  $\mu_r$ .

La longueur moyenne totale de l'aimant en U et de la palette est notée  $l$ . La palette a une masse  $m$ . Un bobinage (B) enroulé autour de (N) est, à partir de  $t = 0$ , alimenté par la tension continue  $U$  et parcouru par le courant  $i(t)$ . On note  $R$  la résistance de l'enroulement constitué de  $N$  spires.



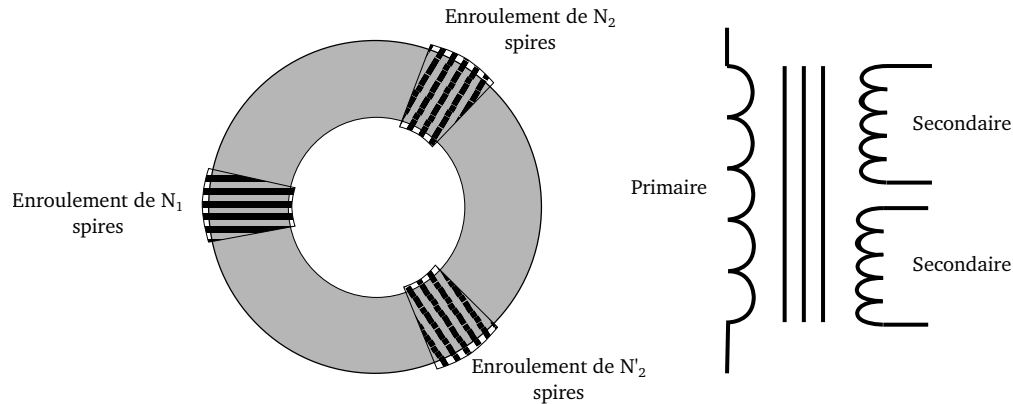
Les figures ci-dessus donnent les courbes de simulation du courant et de la position de la palette au cours du temps. Paramètres :  $U = 30\text{V}$ ,  $R = 10\Omega$ ,  $N = 500$ ,  $\mu_r = 200$ ,  $S = 0,02\text{m}^2$ , espacement initial  $e = 4\text{cm}$ ,  $l = 1,5\text{m}$ ,  $m = 10\text{kg}$ .

- ◇ Etablir le système d'équations différentielles satisfait par  $i(t)$  et  $x(t)$ .
- ◇ Analyser les différentes phases du mouvement et expliquer l'allure des courbes.

## Transformateur à 3 bobinages

Un transformateur à deux secondaires possède trois enroulements, l'un de  $N_1$  spires appelé primaire, et deux enroulements de  $N_2$  et  $N'_2$  spires appelés secondaires. On assimile la carcasse magnétique à un tore de section  $S$  et de circonférence moyenne  $L$ .

On appelle  $u_1, i_1, u_2, i_2, u'_2$  et  $i'_2$  les tensions et intensités dans les différents enroulements.



- ♣ Déterminer la relation entre l'excitation magnétique moyenne dans la carcasse magnétique et les paramètres électriques dans les enroulements. Faire de même pour les relations entre le flux à travers une spire et les paramètres du circuit.
- ♣ En déduire, dans le cas du transformateur parfait, les relations entre tensions et intensités. Donner une modélisation à l'aide de transformateurs idéaux de ce transformateur parfait.

## Transfert de puissance

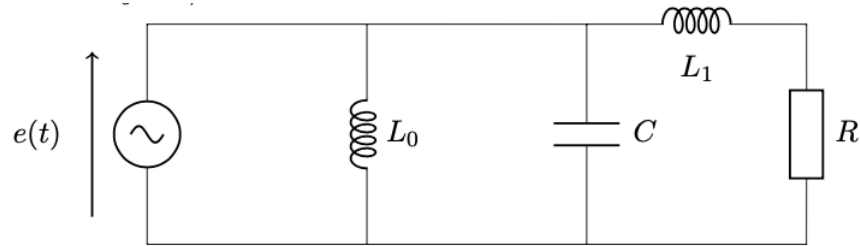
On souhaite alimenter un dipôle ohmique de résistance  $R$  par un générateur sinusoïdal de fem  $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$  par l'intermédiaire d'un transformateur supposé parfait de rapport de transmission  $m$ . Les câbles électriques reliant le transformateur ont un coefficient d'auto-induction  $L$  et l'ensemble générateur-fils une résistance  $r$ .

- ★ Déterminer le rapport de transformation pour avoir la puissance maximale dissipée dans  $R$ .
- ★ Calculer le rendement de l'installation électrique en fonction de  $m$ .
- ★ Tracer les courbes de la puissance dissipée dans  $R$  et du rendement en fonction de  $m$ .



## Détermination d'une puissance

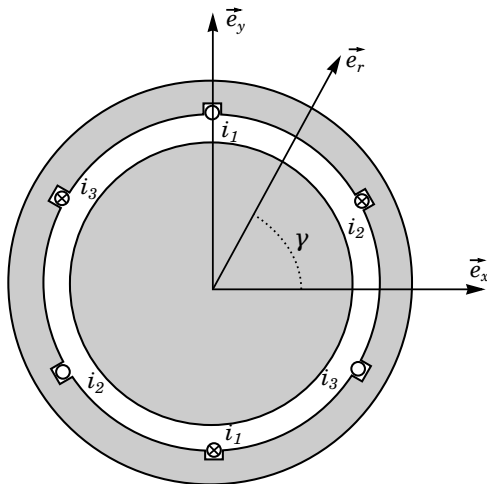
Le circuit représenté ci-dessous est alimenté par une source de tension sinusoïdale de pulsation  $\omega = 100\pi$  rad.s<sup>-1</sup> et de valeur efficace  $E_0 = 220$  V. La résistance peut être variable et l'inductance  $L_0 = 1,0$  H.



- ♣ Déterminer la puissance moyenne  $P$  dissipée dans la résistance  $R$ .
- ♣ Déterminer la valeur de  $R_0$  de  $R$  pour laquelle cette puissance dissipée est maximale. Déterminer  $L_1$  sachant que  $R_0 = 12 \Omega$ .
- ♣ Calculer la valeur maximale de la puissance  $P_m$  de  $P$ .
- ♣ Dans cette question,  $R = R_1 = 16 \Omega$ , déterminer la valeur de la capacité du condensateur  $C$  pour que la tension aux bornes du générateur soit en phase avec le courant qu'il débite.

## Champ triphasé

La machine synchrone suivante, le stator est muni de trois paires d'encoches décalées deux à deux de  $2\pi/3$ . Les enroulements correspondants sont alimentés par des courants d'intensités respectives  $i_1(t) = I \cos(\omega t)$ ,  $i_2(t) = I \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$  et  $i_3(t) = I \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ . On suppose que le stator et le rotor sont constitués d'un matériau ferromagnétique linéaire à la perméabilité relative  $\mu_r$  infinie.



- \* Donner l'expression du champ magnétique  $\vec{B}_1(\gamma)$ , créé par la spire de courant  $i_1(t)$  (en omettant les courants  $i_2$  et  $i_3$  dans cette question), pour un point dans l'entrefer repéré par l'angle  $\gamma$ .
- \* Pour simplifier, on choisit une expression simplifiée cosinusoidale pour les champs magnétiques. Le champ créé par les spires 1 s'écrit ainsi :

$$\vec{B}_1(\gamma, t) = K i_1(t) \cos(\gamma) \vec{e}_r$$

Donner l'expression du champ magnétique créé par les trois enroulements au point  $M$  correspondant à la position  $\gamma$  indiquée sur le schéma. Est-ce un champ glissant ?