

Sillage d'un avion

On considère le vol d'un avion de chasse se déplaçant dans le sens des x croissants, à une vitesse v sur une droite horizontale ($y = 0, z = h$) alors qu'un observateur est situé au point $O(0, 0, 0)$. L'avion émet un signal sonore de période T . On note $\theta = \vec{Ox}, \vec{OA}$ l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la direction observateur-avion. Cet angle est supposé varier peu pendant une période T .

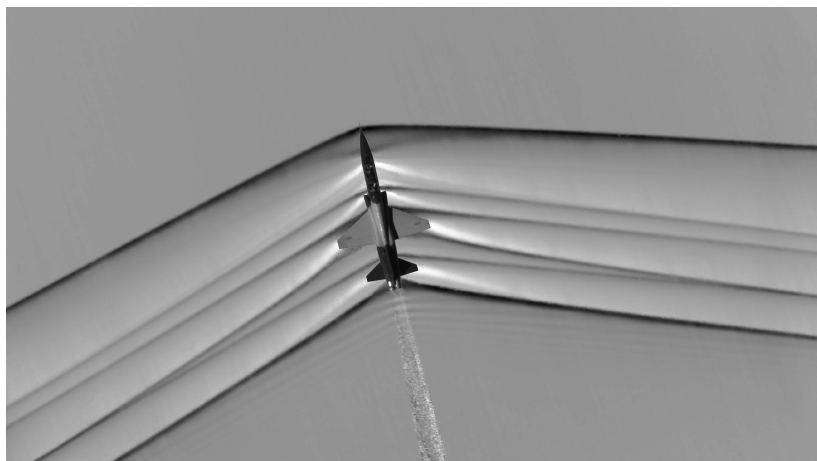
- L'air a une masse volumique au repos ρ_0 et une compressibilité χ_s . Retrouver l'équation d'Alembert caractérisant la propagation des ondes sonores dans l'air, en explicitant la vitesse de propagation c des ondes.

On suppose dans un premier temps que l'avion se déplace à une vitesse subsonique, c'est-à-dire $v < c$.

- ★ Quelle est la période T' du signal perçu par l'observateur ? Commenter l'expression selon les valeurs prises par θ . Comment s'appelle ce phénomène ?
- ★ Quelle est la région de l'espace qui peut être atteinte à un instant donné par l'onde sonore provenant de l'avion ?

On suppose désormais que l'avion se déplace à une vitesse supersonique, c'est-à-dire $v > c$.

- ◊ Le son émis par l'avion à l'instant t est perçu par l'observateur à l'instant $t' = f(t)$. Déterminer la fonction f si l'avion passe à l'instant $t = 0$ à la verticale de l'observateur. Représenter graphiquement f .
- ◊ Pourquoi le son perçu est-il particulièrement intense si $dt'/dt = 0$? Comment s'appelle ce phénomène ?
- ◊ On donne $h = 1000\text{m}$; $v = 500\text{m.s}^{-1}$; $c = 340\text{m.s}^{-1}$. On note t'_0 l'instant auquel le bang est perçu par l'observateur et t_0 l'instant auquel les sons perçus à l'instant t'_0 ont été émis par l'avion. Déterminer t_0 , t'_0 et les positions de l'avion à t_0 et t'_0 .
- ◊ L'observateur entend-il l'avion avant d'entendre le bang ? Quelle est la durée Δt d'émission des sons perçus entre t'_0 et $t'_0 + \Delta t'$ (on pourra effectuer un développement limité de $f(t)$). Calculer Δt pour $\Delta t' = 0.1\text{s}$ et commenter.
- ◊ Quelle est la région de l'espace qui peut être atteinte à un instant donné par une onde sonore provenant de l'avion ?
- ◊ Estimer la vitesse de l'avion en photo ci-dessous.



Pavillon acoustique

Un pavillon acoustique, de symétrie de révolution autour de l'axe Ox , contient de l'air de masse volumique ρ_0 et de compressibilité χ_s . Une onde s'y propage suivant Ox , on suppose que l'approximation acoustique est vérifiée. On note $p(x, t)$ la surpression acoustique et $\Psi(x, t)$ le déplacement longitudinal de la tranche de fluide en x à l'instant t .

◇ Qu'est-ce que l'approximation acoustique ?

◇ En reliant la compressibilité $\chi_s = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$ à la surpression $p(x, t)$ et au déplacement $\Psi(x, t)$, démontrer la relation suivante :

$$p(x, t) = -\frac{1}{\chi_s} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \Psi(x, t) \frac{\partial}{\partial x} [\ln S(x)] \right)$$

◇ En utilisant l'équation d'Euler (ou bilan de quantité de mouvement sur un fluide), en déduire une relation similaire à une équation d'onde portant sur $\Psi(x, t)$ et sur $p(x, t)$.

◇ Que devient l'équation de conservation de la masse ? On notera $\mu(x, t)$ la variation de masse volumique par rapport à l'équilibre : $\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$

Le pavillon a une allure exponentielle : $S(x) = S_0 \exp(ax)$. On suppose que l'onde est une onde plane, progressive et monochromatique : $p(x, t) = p_0 \exp(j[\omega t - kx])$. On notera la vitesse de déplacement $v(x, t) = \partial \Psi / \partial t$.

◇ Quelle est alors l'équation de dispersion ? Montrer qu'il ne peut pas y avoir de propagation en dessous d'une certaine pulsation de coupure ω_c .

◇ Donner les expressions de $v(x, t)$, $p(x, t)$, puis celle de l'énergie acoustique $\varepsilon(x, t)$ et du vecteur de Poynting $\Pi(x, t)$.

Impédance acoustique

On considère une onde acoustique se propageant selon les x croissants dans un milieu 1 et atteignant le milieu 2 en $x = 0$. Les milieux 1 et 2 sont caractérisés respectivement par une masse volumique ρ_1 et ρ_2 et une célérité des ondes acoustiques c_1 et c_2 .

Échographie

- ♠ Rappeler l'équation d'Alembert vérifiée par la surpression $p(x, t)$ et la vitesse $v(x, t)$ dans un milieu homogène. Quelles sont les solutions générales ? Qu'appelle t-on les ondes planes progressives monochromatiques ?
- ♠ Écrire les relations que vérifient la vitesse et la surpression à l'interface en $x = 0$. Que se passe t-il lorsque l'onde arrive de par la gauche sur l'interface $1 \rightarrow 2$ pour que ces relations soient vérifiées ? Justifier de l'existence d'une onde réfléchie et transmise.
- ♠ En déduire les coefficients de réflexion r et de transmission t .
- ♠ Pourquoi doit-on mettre un gel sur entre la sonde et le corps durant une échographie ?

Isolation phonique

On suppose qu'il y a désormais une paroi de masse surfacique μ à l'interface entre les deux milieux, qui sont supposées être identiques ($\rho_1 = \rho_2$ et $c_1 = c_2$). Cette paroi se meut librement et sans frottement.

- ♣ Que deviennent les relations de passage précédentes ? En déduire les coefficients de réflexion et de transmission dans ce cas-là.
- ♣ Calculer $T = |t|^2$ et tracer l'allure de la courbe $G_{db} = 20 \log [T(\omega)]$ en fonction de $\log(\omega)$. Quelle est la fréquence de coupure ?
- ♣ De combien doit être l'épaisseur d'un mur de béton entre deux logements d'un appartement pour que l'atténuation soit atténuée de 50dB à 300Hz ? On donne $\rho_{bton} = 2300 \text{kg.m}^{-3}$.