

Réflexion d'une onde électromagnétique sur des plans métalliques en incidence oblique

On considère une onde plane progressive se propageant dans le vide, selon le vecteur d'onde $\vec{k} = k \cos \theta \vec{u}_x + k \sin \theta \vec{u}_y$ et à la pulsation ω . Elle arrive sur un plan métallique infiniment conducteur situé sur le demi-espace $x > 0$. On notera \vec{E}_i et \vec{B}_i respectivement le champ électrique et le champ magnétique incidents. Le champ électrique est polarisé rectilignement selon Oz et son amplitude est E_0 .

♡ Retrouver l'équation de propagation des champs électrique et magnétique. Quelle est la relation de dispersion associée ?

♡ Expliciter les expressions des champs \vec{E}_i et \vec{B}_i .

En arrivant sur l'interface, les relations de passage du champ électromagnétique imposent l'apparition d'une onde réfléchie, dont on notera \vec{E}_r et \vec{B}_r les champ électrique et magnétique. On supposera que \vec{E}_r s'écrit sous la forme :

$$\vec{E}_r = \vec{E}'_0 \exp(i\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)$$

♡ Que valent les champs \vec{E} et \vec{B} à l'intérieur de la plaque ? Justifier.

♡ En utilisant les relations de passage, écrire \vec{E}_r en fonction de E_0 , k , ω et θ . En déduire l'expression du champ magnétique réfléchi, \vec{B}_r .

♡ Quelle est alors l'expression du champ électrique \vec{E} résultant pour $x < 0$? De quel type d'onde s'agit-il ?

♡ On place une seconde plaque métallique en $x = -L$. Montrer que la présence de la seconde plaque impose une discrétisation du spectre, c'est-à-dire que seules des fréquences ω discrètes peuvent se propager pour un angle θ donné. Tracer les valeurs prises par ω en fonction de θ .

♡ Quelle est la valeur minimale que peut prendre ω ? Justifier.

♡ Démontrer que $k_y = \vec{k} \cdot \vec{u}_y$ vérifie l'équation dite de dispersion des modes d'une onde transverse électrique :

$$k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \quad (1)$$

♡ Quel est le courant surfacique à la surface de la plaque ?

♡ Calculer l'expression du champ magnétique résultant \vec{B} entre les deux plaques et en déduire l'expression du vecteur de Poyting. Commenter.

Propagation d'une onde radio dans un plasma en présence d'un champ magnétique longitudinal

Le plasma ionosphérique est assimilé à un milieu conducteur ionisé de temps de relaxation infini, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de collisions. Le plasma est supposé neutre et sa densité électronique est n_0 . On tient compte ici du champ magnétostatique terrestre désigné par $\vec{B}_{ext} = B_{ext}\vec{u}_z$, dirigé selon la direction de propagation Oz d'une OPPM électromagnétique de pulsation ω , dont le champ est représenté par :

$$(\vec{E}, \vec{B}) = (\vec{E}_0, \vec{B}_0) \exp[j(\omega t - kz)]$$

On note $\omega_p = \sqrt{n_0 e^2 / m \varepsilon_0}$ la pulsation de plasma du milieu et $\omega_c = e B_{ext} / m$ la pulsation cyclotron.

- ♠ Montrer que le champ magnétique terrestre intervient dans la conduction électrique du milieu, qui peut être représenté par une relation linéaire :

$$\vec{j} = [\gamma] \vec{E}$$

où $[\gamma]$ est une matrice de conductivité complexe, à exprimer en fonction de ω , ω_c et ω_p .

Une onde est polarisée circulairement lorsque les composantes transverses sont déphasées de $\pm\pi/2$, c'est-à-dire dans notre cas, en notation réelle :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x \pm E_0 \sin(\omega t - kz) \vec{e}_y \quad (2)$$

Un signe "+" correspond à une onde polarisée circulairement "gauche" et le signe "-" à une onde polarisée circulaire "droite". On cherche à comprendre la propagation de ces ondes dans le plasma.

- ♠ Pourquoi appelle t-on cette polarisation "circulaire" ?
- ♠ Montrer que l'étude de la propagation des OPPM électromagnétiques peut être ramenée à celle d'ondes polarisées circulairement qui satisfont des relations de dispersion à préciser.
- ♠ On note ε_{rg} et ε_{rd} les permittivités relatives équivalentes associées respectivement à la propagation des ondes circulaires gauche et des ondes circulaires droites, dont les graphes sont donnés ci-dessous. Préciser les domaines du spectre électromagnétique pour lesquels les ondes étudiées se propagent effectivement dans le plasma.

Une onde métrique traverse une épaisseur L de plasma dans les conditions de l'étude effectuée. A l'entrée de la couche de plasma, l'onde est polarisée rectilignement.

- ♠ Montrer, dans le cas général, qu'une onde polarisée rectilignement peut s'écrire comme la superposition d'une onde polarisée circulaire droite et circulaire gauche.
- ♠ Justifier alors que l'effet du plasma consiste, aux hautes fréquences, en une rotation de la direction de polarisation de l'onde. Préciser la valeur de cet angle si $L = 1\text{km}$ et $\lambda_0 = 30\text{cm}$.