Exercice 1

Machine 1

On considère un moteur effectuant les transformations suivantes, sur un gaz parfait :

- $A \to B$: isotherme, réversible à la température T_f (contact avec la source froide)
- $B \to C$: adiabatique, réversible
- $C \to D$: isotherme, réversible à la température T_c (contact avec la source chaude)
- $D \to A$: adiabatique, réversible

On supposera que le rapport des volumes $V_A/V_B = 10$. Questions :

1- Déterminer, pour chaque transformation, ΔU, W, et Q.

2- En déduire le rendement théorique.

3- On suppose que la chaleur apportée par la source chaude est crée par de la combustion d'essence, de pouvoir calorifique de 35475kJ.L^{-1}. Estimer la quantité d'essence injectée à chaque cycle si le moteur est utilisé pour mouvoir une voiture individuelle. Combien vaut alors T_c ?

Machine 2

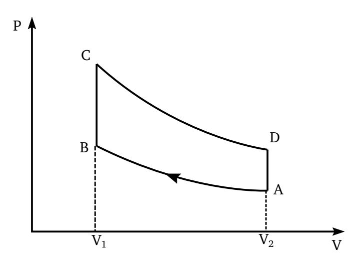
On considère désormais le moteur effectuant le cycle ci-dessous. De la même manière, on considèrera que la source de chaleur est la combustion d'une certaine quantité d'essence à chaque cycle, apportant une quantité Q_c de chaleur. Le moteur se refroidit jusqu'à la température T_f de la source froide lors de son refroidissement. Les transformations $A \to B$ et $C \to D$ sont des adiabatiques, réversibles. On supposera que γ est constant. On posera $a = V_2/V_1$

1- Déterminer, pour chaque transformation, ΔU, W, et Q.

2- Calculer son rendement en fonction de a et γ.

3- Comparer le rendement de ce moteur avec le rendement de Carnot. Conclure.

Données : $V_2/V1 = 10$ *et* $\gamma = 1.4$



Exercice 2

On étudie l'écoulement d'un gaz dans une tuyère horizontale isolée thermiquement du milieu extérieur.

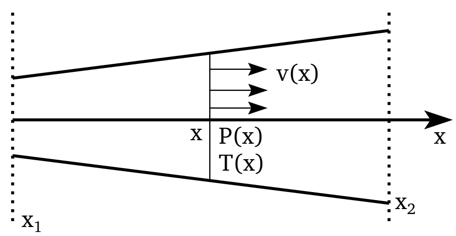
En régime permanent, dans une section droite de la tuyère les vitesses d'écoulement sont égales et normales à la section. La pression et la température sont indépendantes du temps et uniformes :

- à l'entrée de la tuyère, $x = x_1$: $P_1 = 3$ bars; $T_1 = 300$ K;
- à la sortie de la tuyère, $x = x_2$: $P_2 = 1$ bars; $T_2 = 250$ K

Soit $H_m(x)$ l'enthalpie molaire du gaz à l'abscisse x et M la masse molaire du gaz.

- Montrer que pour une mole de gaz passant dans la tuyère, on peut écrire $H_m(x) + \frac{1}{2}Mv^2(x) = cste$.
- On suppose que $v(x_1)$ négligeable, calculer $v(x_2)$. On supposera le gaz parfait.

Données : $M = 32 g.mol^{-1}$ *et* $\gamma = 1.4$



Étude d'une turbine

On suppose que le gaz est utilisé à la sortie pour actionner une turbine située dans la tuyère. A l'entrée, il a une vitesse v_2, une température T_2 et une pression P_2. A la sortie, la pression et la température sont inchangées, mais la vitesse est nulle.

- Calculer le travail récupéré par la turbine lors du passage d'une mole de gaz.

Étude d'une fusée

On suppose désormais que la tuyère est celle d'un propulseur spatial, équipant une fusée de masse M_0 à vide, contenant une masse m_0 de gaz carburant. Le gaz est stocké sous pression à une température initiale T_1 et est éjecté à une température T_2. On négligera les différences entre le cas où la tuyère est horizontale ou verticale et toute force de frottement sur la fusée.

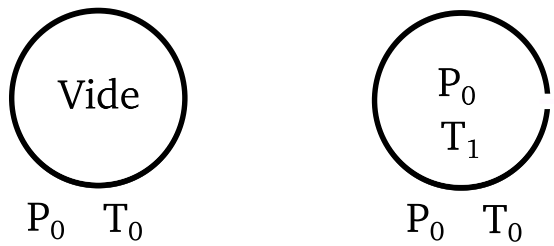
- Comment relier la vitesse d'éjection des gaz v_2 avec la variation de la vitesse $\frac{d}{dt}V(t)$ de la fusée ?
- Quelle est la vitesse de la fusée lorsque tout le gaz a été éjecté ?

Exercice 3

Premier principe

Une ampoule de volume de V_1, dans laquelle règne le vide, est entourée d'air ambiant à la pression $P_0 = 1$atm et à la température $T_0 = 20°C$, qu'on assimile à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1.4$. On perce un petit trou dans l'ampoule, l'air s'y engouffre et au bout d'une durée très courte, la pression dans l'ampoule est égale à la pression ambiante.

Quel est la température T_1 dans l'ampoule une fois celle-ci remplie?



Second principe

Soit un système de volume constant constitué d'un nombre $N >> 1$ de particules en équilibre à la température T et dont chacune peut avoir deux niveau d'énergie E_1 et E_2, avec $E_1 < E_2$.

Soit n_1 le nombre de particules dans l'état d'énergie E_1 et n_2 le nombre de particules dans l'état d'énergie E_2.

On suppose que la répartition des particules se fait selon la loi de Boltzmann :

$$\frac{n_2}{n_1} = exp\left(\frac{E_2 - E_1}{k_b T}\right) \tag{1}$$

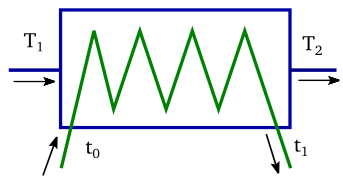
Cette distribution indique que les niveaux ont d'autant plus de chance d'être peuplés qu'ils n'ont pas une énergie élevée. D'autre part plus la température est élevée, plus les niveaux d'énergies élevées pourront être peuplés.

- Déterminez la différentielle de l'énergie interne du système en fonction de n_1 et $E_2 - E_1$.
- On rappelle que l'entropie peut s'écrire comme $S = k_B \ln \Omega$, où Ω est le nombre de configurations possibles pour le système. Exprimez S en fonction de N et n_1. On utilisera la formule de Stirling $\ln(N!) = N \ln(N)$ valable pour $N >> 1$.
- Exprimez la différentielle de S en fonction de T, Δ et n_1.
- Montrez que l'on retrouve l'identité thermodynamique : $dU = TdS$

Exercice 4

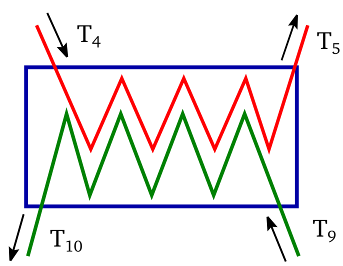
Dans tout le problème, les échanges de travail et de chaleur seront toujours considérés du point de vue du gaz.

- On considère le réfrigérant représenté ci-dessous, qu'on suppose parfaitement calorifugé. Le gaz, de chaleur massique c_p est refroidi à pression constante, de la température T_2 à la température T_3, au moyen d'un circuit d'eau (de chaleur massique c constante), qui, elle, est réchauffée de t_0 à t_1.



  Le débit massique du gaz étant imposé, déterminer le débit massique D nécessaire du circuit d'eau de refroidissement.

- On considère maintenant un échangeur de chaleur représenté ci-dessous. Il comporte deux canalisations dans lesquelles le même gaz circule avec le même débit mais dans des sens opposés. Les températures d'entrées, supposées connues, seront notées T_4 et T_9 et les température de sorties respectives T_5 et T_{10}. Dans chaque canalisation, la pression est constante. On suppose d'abord réversible les transformations subies par le gaz dans



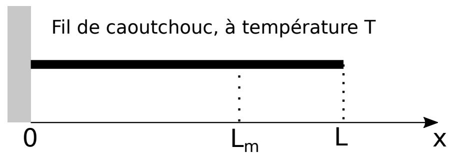
  chaque canalisation. En utilisant les fonctions enthalpie et entropie, écrire les relations reliant T_5 et T_{10} à T_4 et T_9.

  En déduire les solutions physiquement acceptables pour T_5 et T_{10}.

  Si les transformations sont en fait irréversibles, quel les inégalités satisfaites par T_5 et T_{10}, si l'on suppose $T_4 > T_9$?

- On définit l'efficacité comme étant : $e = \frac{T_5 - T4}{T_9 - T4}$ en considérant la canalisation 4-5. Montrer qu'on obtient la même efficacité en considérant la canalisation 9-10.

Exercice 5



On considère un fil de caoutchouc décrit par les variables d'état : sa longueur L, sa température T et F la force appliquée dessus. Son équation d'état est de la forme :

$$F(L,T) = F_0 + \rho(L - L_0) + \sigma(T - T_0) \tag{2}$$

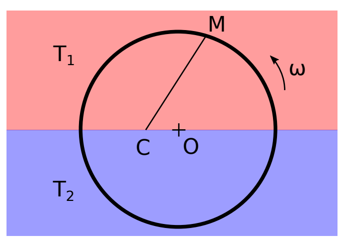
ρ et σ sont des constantes.

L'énergie interne du fil peut alors s'écrire :

$$U(L,T) = C_L(T - T_0) + (F_0 - \sigma T_0)(L - L_0) + \frac{\rho}{2}(L - L_0)^2 + U_0 \tag{3}$$

où C_L est une constante.

On attache désormais le fil de caoutchouc en CM, où le cercle de centre O et de rayon $OM = R$ tourne à la vitesse angulaire ω. On a $CO = a \ll R$. Le cercle est plongé à son diamètre entre deux source de chaleurs à températures T_1 et T_2 (avec $T_1 > T_2$) :



Le fil subit les transformations successives suivantes :

1 - Une transformation isotherme à T_1 lorsque le fil est dans la demi-partie supérieure (rouge)

2 - Lorsque le fil passe à l'horizontale (longueur $R - a$), il passe instantanément de T_1 à T_2

3 - Une transformation isotherme à T_2 lorsque le fil est dans la demi-partie inférieure (bleue)

4 - Lorsque le fil passe à l'horizontale (longueur $R + a$), il passe instantanément de T_2 à T_1

Questions :

- Comment s'écrit le travail reçu par le fil ?
- Décrire le cycle dans un diagramme de Clapeyron.
- Calculer les divers échanges mécaniques et thermiques au cours de ce cycle.
- Le cycle proposé est-il moteur ?

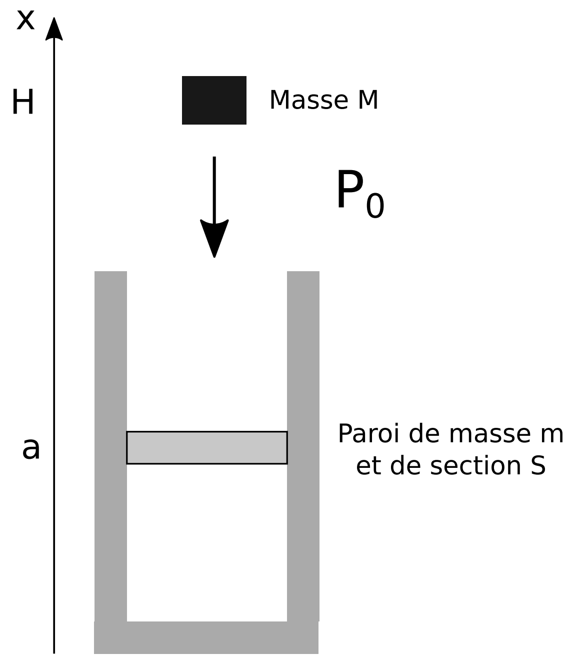
Exercice 6

On considère un cylindre rempli d'un gaz parfait à la température T_1, à la pression P_1 et un volume $V_1 = aS$, où a est la hauteur et S la section.

Le cylindre est surmonté d'un piston, de masse m, libre de coulisser sans frottement. La pression à l'extérieur du dispositif est P_0.

Les parois du cylindre et du piston sont considérées comme athermane : il n'y a aucun échange thermique avec l'extérieur.

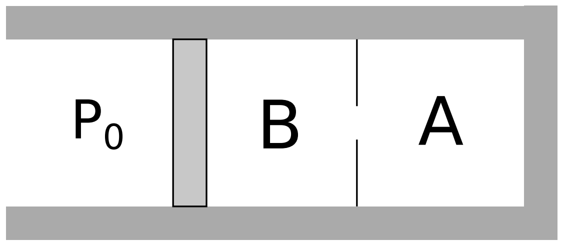
A un certain moment, on fait tomber une masse M sur le piston d'une hauteur H. Après quelques oscillations, le piston retourne à un nouvel équilibre.



- Calculez les paramètres internes du gaz au nouvel équilibre.
- Pour quelle hauteur de chute H_C le piston se retrouve t-il exactement à la même hauteur initiale a ?
- Que se passe t-il si M devient très lourde ?

Exercice 7

On considère le dispositif ci-dessous. Le piston (gris, entouré de noir) et les parois (en gris) sont adiabatiques. La paroi interne séparant les espaces A et B est fixe et diatherme. Elle est percée d'un trou fermé par une fenêtre amovible. La pression extérieure est $P_0 = 1$ bar. Initialement, le volume B est rempli d'une mole de gaz parfait $\gamma = 1,4$, avec une pression $P_0 = 1$ bar, une température $T_0 = 300$K. Le volume A est vide.



- On ouvre la fenêtre. Décrire qualitativement ce qu'il se passe suivant le volume de A. En déduire l'existence d'un volume critique V_C que l'on ne demande pas de calculer ici.
- On suppose $V_A < V_C$. Déterminez l'état final du gaz en fonction de (P_0, V_A, V_B). Calculer la création d'entropie. Quelle est la cause de la création d'entropie ? Déterminez V_C.
- On suppose désormais que $V_A > V_C$. Quel est l'état final ?