

# Oscillateurs quasi-sinusoidaux, AO en régime linéaire et saturé - corrigé

## Correction Exercice 1

•

$$i(t) + [(1 - G)R_2C_1 + R_1C_1 + R_2C_2] \frac{di(t)}{dt} + R_1C_1R_2C_2 \frac{d^2i(t)}{dt^2} = 0 \quad (1)$$

- $G = \frac{R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1}{R_2C_1}$  et  $f_0 = \frac{1}{2\pi(R_1C_1R_2C_2)}$
- On remplace  $R_2 \leftarrow \frac{R_2R_e}{R_2 + R_e}$  et  $R_1 \leftarrow R_1 + R_s$

## Correction exercice 2

- La boucle de rétroaction est sur la borne +, l'AO est en régime saturé et donc  $u_s = \pm V_s$ .
- Condition de basculement de  $+/-V_s \rightarrow -/+V_s$  :  $u_- \rightarrow -/+ \frac{R_1}{R_2 + R_1}$ . On peut commencer par  $u_-(t=0) = \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_s$  et  $u_+(t=0) = -V_s$ . Alors :

$$u_-(t) = V_s \left( 1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \exp^{-tRC} - V_s \quad (2)$$

Puis, à  $t = t_1 = RC \ln \left( \frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right)$  :

$$u_-(t) = -V_s \left( 1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \exp^{-(t-t_1)RC} + V_s \quad (3)$$

Et ainsi de suite. La période est donc  $T = 2RC \ln \left( \frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right)$ .  $u_+(t)$  évolue en créneau de même période.

## Correction exercice 3

•

$$H = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - (RC\omega)^2} = \frac{1/3}{1 + \frac{j}{3} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (4)$$

donc  $Q = 1/3$  et  $\omega_0 = 1/RC$ .

- Équation différentielle :  $\omega_0 \frac{du_s}{dt} = u_s + 3\omega_0 \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 \frac{d^2u_s}{dt^2}$ . Comme  $u_s = (1 + R_2/R_1)u_e$ , on a :

$$0 = u_s + \left( 2 - \frac{R_2}{R_1} \right) \omega_0 \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 \frac{d^2u_s}{dt^2} \quad (5)$$

Oscillations si  $R_2 = 2R_1$ .

- Quasi-sinusoïdal car pour démarrer on a besoin de la condition  $R_2 > 2R_1$  et alors solutions exponentielles divergentes, jusqu'à saturation. Le démarrage se fait à partir du bruit de fond qui est amplifié.

## Correction exercice 4

- C'est un passe-bande d'ordre 2. Soit  $u_1$  le potentiel entre la résistance  $R$ , la capacité  $C$  et l'inductance  $L_1$ . Alors :

$$\frac{u_1}{u_e} = \frac{1}{1 + R \left( \frac{1}{jL\omega} + jC\omega \right)} \quad (6)$$

De même :

$$\frac{u_s}{u_1} = \frac{jL_2\omega}{jL_1\omega + jL_2\omega} \quad (7)$$

Alors :

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{A_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right)} \quad (8)$$

avec  $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$ ,  $A_0 = \frac{L_2}{L_1+L_2}$  et  $Q = RC\omega_c = R\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$

- La fonction de transfert totale faite du filtre et de l'amplificateur d'écrit :

$$\frac{u'_s}{u_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{A_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{A_0}{1 + jR \left( C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)} \quad (9)$$

Le circuit est quasi-sinusoïdal s'il existe une pulsation  $\omega_0$  tq  $|F(j\omega_0)| = 1$  et  $\arg[F(j\omega_0)] = 0$ .

On peut passer aussi par l'équation différentielle. On trouve  $\omega_0 = \omega_c$  et la condition :

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{L_2}{L_1 + L_2} = 1 \quad (10)$$

## Remplissage d'un réservoir d'hélium

### Première version

- Pas de boucle de rétroaction : l'AO fonctionne forcément en régime saturé car la condition  $u_+ = u_-$  n'est jamais remplie. L'AO marche donc en comparateur et comme il est parfait  $I_+ = I_- = 0$ . Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont inutiles.
- Le potentiomètre fonctionne comme 2 résistances  $(1-x)R_P$  et  $xR_P$ . Le potentiel (au niveau de la flèche) est pris entre ces 2 résistances. On a donc  $u_+ = \frac{xR_P + R_3}{R_P + R_3}U$ , avec  $U = 5V$ . La vanne s'ouvre lorsque  $u_+ > u_-$  cad pour :

$$u_+ > u_- \Rightarrow \frac{xR_P + R_3}{R_P + R_3}U > \alpha h_{min} \quad (11)$$

De même, la vanne se ferme lorsque :

$$u_+ < u_- \Rightarrow \frac{xR_P + R_3}{R_P + R_3}U < \alpha h_{max} \quad (12)$$

On trouve que  $h_{min} = h_{max} \in [0, 2; 1]$  pour  $x$  variant de 0 à 1. On a donc bien un système qui verse de l'hélium lorsque la hauteur descend en dessous de  $h_{min}$  et s'arrête lorsque la hauteur atteint  $h_{max}$ . Le défaut est que  $h_{min} = h_{max}$  : la vanne s'ouvre et se referme en permanence.

## Seconde version

- L'AO fonctionne toujours en régime saturé car la boucle de rétroaction est sur la borne +.  $u_P$  est inchangé car les résistances  $R_1$  sont très grandes devant les autres. On a donc  $u_+ = \frac{1}{2}u_s + \frac{1}{2}u_P$ . Si la vanne est initialement fermée, celle-ci s'ouvre lorsque le niveau atteint un niveau  $h_{min}$  qui correspond à :

$$u_+ = \frac{1}{2}V_{sat+} + \frac{1}{2}u_P = \alpha h_{min} \quad (13)$$

De même, si la vanne est initialement ouverte, celle-ci se ferme lorsque le niveau atteint un niveau  $h_{max}$  qui correspond à :

$$u_+ = \frac{1}{2}V_{sat-} + \frac{1}{2}u_P = \alpha h_{min} \quad (14)$$

On a alors :  $h_{min} = 0,1\text{m}$  et  $h_{max} = 1,1\text{m}$  si  $x = 0$  et  $h_{min} = 0,5\text{m}$  et  $h_{max} = 1,5\text{m}$  si  $x = 1$ . Le système ne s'ouvre et ferme plus en permanence.

## Électrolyse du sulfate de Cobalt

### Quelques rappels

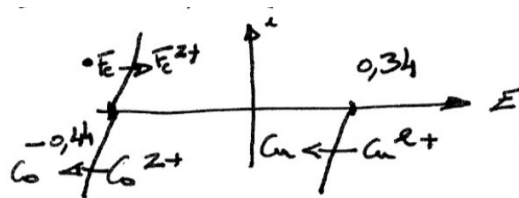
Un réaction d'oxydo-réduction :  $\alpha Ox + ne^- \longrightarrow \beta Red$ .

Potentiel de Nernst :  $E_N = E_0 + \frac{0,06}{n} \log \frac{a_{\alpha}^{\alpha}}{a_{\beta}^{\beta}}$

Anode :  $E_a > E_N$  siège de l'oxydation  $\beta Red \longrightarrow \alpha Ox + ne^-$ . Cathode :  $E_c < E_N$  siège de la réduction  $\alpha Ox + ne^- \longrightarrow \beta Red$

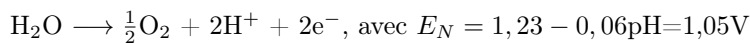
### Correction

- Équation bilan de cémentation :  $\text{Fe} + \text{Cu}^{2+} \longrightarrow \text{Cu} + \text{Fe}^{2+}$ . Pour  $\text{Co}/\text{Co}^{2+}$ ,  $E_C \sim -0,29 - 0,15 = -0,44\text{V}$  donc la réaction  $\text{Fe} + \text{Co}^{2+} \longrightarrow \text{Co} + \text{Fe}^{2+}$  est thermodynamiquement possible mais cinétiquement bloquée. Seul  $\text{Cu}^{2+}$  réagit avec Fe, le Cobalt reste en solution.

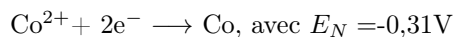


- Les espèces présentes sont :  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{Co}^{2+}$  et  $\text{SO}_4^{2-}$ .

A l'anode on peut avoir :



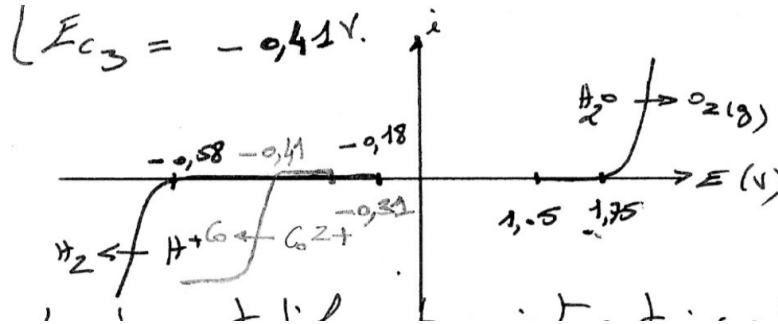
A la cathode, on peut avoir :



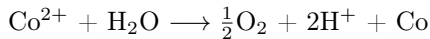
Sans surtension, on réalise l'électrolyse de l'eau avec  $\Delta E_{min} = 1,23\text{V}$ .

- $E_{A1} = 1,05 + 0,7 = 1,75V$ ,  $E_{C1} = -0,18 + 0,4 = -0,58V$  et  $E_{C2} = -0,41V$

Avec les surtensions, les potentiels à la cathode sont inversés. On réalise l'électrolyse du cobalt.



- L'électrolyse est sous contrôle cinétique :



- On a :  $\Delta E = E_{ohmique} + E_{N,O_2/H_2O} + \eta_{O_2/H_2O} - (E_{N,Co/Co^{2+}} + \eta_{Co})$

$$E_{N,O_2/H_2O} = 1,23 - 0,06pH = 1,05V$$

Il faut calculer  $E_{N,Co/Co^{2+}}$  :

$$n(SO_4^{2-}, 7H_2O) = m(SO_4^{2-}, 7H_2O)M(SO_4^{2-}, 7H_2O) = 0,18 \text{ mol.}$$

Comme c'est la quantité pour 1L,  $[Co^{2+}] = 0,18 \text{ mol.L}^{-1}$ . Alors  $E_{N,Co/Co^{2+}} = -0,29 + 0,03 \log[Co^{2+}] = -0,31V$ .

A courant nul,  $\Delta E_{min} = 1,75 - 0,41 = 2,16V$ , avec la chute ohmique  $\Delta E_{min} = 3,26 V$ .

- La charge échangée en un jour est :  $C = I\Delta t = 8,64 \cdot 10^8 C$ , cad une quantité de  $C/F = 8953$  moles d'électrons échangés. Comme pour deux électrons consommés, il n'ya qu'un Co qui est crée :  $n_{Co} = 4477 \text{ moles}$ , cad 264kg de Co.
- $\eta = 0,97$ . Il y a toujours une petite quantité d' $H_2$  qui est formée, au détriment du Co, à cause de la faible différence entre les potentiels.
- On consomme  $E = UI\Delta t = 3,02 GJ$ . Il faut donc 11,8MJ pour créer 1kg de Co.