Sillage d'un avion

On considère le vol d'un avion de chasse se déplaçant dans le sens des x croissants, à une vitesse v sur une droite horizontale ($y = 0, z = h$) alors qu'un observateur est situé au point $O(0, 0, 0)$. L'avion émet un signal sonore de période T. On note $\theta = \vec{Ox}, \vec{OA})$ l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la direction observateur-avion. Cet angle est supposé varier peu pendant une période T.

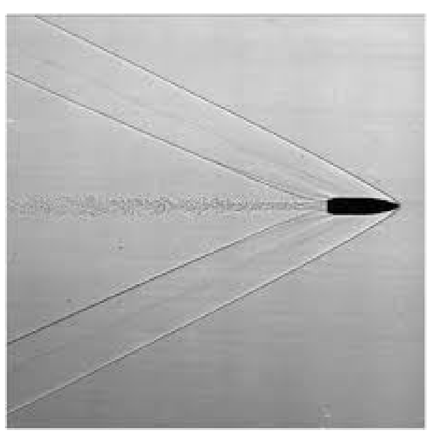
- ◦ L'air a une masse volumique au repos ρ_0 et une compressibilité χ_s. Retrouver l'équation d'Alembert caractérisant la propagation des ondes sonores dans l'air, en explicitant la vitesse de propagation c des ondes.

On suppose dans un premier temps que l'avion se déplace à une vitesse subsonique, c'est-à-dire $v < c$.

- ⋆ Quelle est la période T' du signal perçu par l'observateur ? Commenter l'expression selon les valeurs prises par θ. Comment s'appelle ce phénomène ?
- ⋆ Quelle est la région de l'espace qui peut être atteinte à un instant donné par l'onde sonore provenant de l'avion ?

On suppose désormais que l'avion se déplace à une vitesse supersonique, c'est-à-dire $v > c$.

- ⋄ Le son émis par l'avion à l'instant t est perçu par l'observateur à l'instant $t' = f(t)$. Déterminer la fonction f si l'avion passe à l'instant $t = 0$ à la verticale de l'observateur. Représenter graphiquement f.
- ⋄ Pourquoi le son perçu est-il particulièrement intense si $\mathrm{d}t'/\,\mathrm{d}t = 0$? Comment s'appelle ce phénomène ?
- ⋄ On donne $h = 1000$m ; $v = 500$m.s^{-1} ; $c = 340$m.s^{-1}. On note t'_0 l'instant auquel le bang est perçu par l'observateur et t_0 l'instant auquel les sons perçus à l'instant t'_0 ont été émis par l'avion. Déterminer t_0, t'_0 et les positions de l'avion à t_0 et t'_0.
- ⋄ L'observateur entend-il l'avion avant d'entendre le bang ? Quelle est la durée Δt d'émission des sons perçus entre t'_0 et $t'_0 + \Delta t'$ (on pourra effectuer une développement limité de $f(t)$). Calculer Δt pour $\Delta t' = 0.1$s et commenter.
- ⋄ Quelle est la région de l'espace qui peut être atteinte à un instant donné par une onde sonore provenant de l'avion ?
- ⋄ Estimer la vitesse de l'obus en photo ci-dessous.



Pavillon acoustique

Un pavillon acoustique, de symétrie de révolution autour de l'axe Ox, contient de l'air de masse volumique ρ_0 et de compressibilité χ_s. Une onde s'y propage suivant Ox, on suppose que l'approximation acoustique est vérifiée. On note $p(x,t)$ la surpression acoustique et $\Psi(x,t)$ le déplacement longitudinal de la tranche de fluide en x à l'instant t.

- ♢ Qu'est-ce que l'approximation acoustique ?
- ♢ En reliant la compressibilité à la surpression $p(x,t)$ et au déplacement $\Psi(x,t)$, démontrer la relation suivante :

$$p(x,t) = -\frac{1}{\chi_s}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \Psi(x,t)\frac{\partial}{\partial x}\left[\ln S(x)\right]\right)$$

- ♢ En utilisant l'équation d'Euler (ou bilan de quantité de mouvement sur un fluide), en déduire une relation similaire à une équation d'onde portant sur $\Psi(x,t)$ et sur $p(x,t)$.
- ♢ Que devient l'équation de conservation de la masse ? On notera $\mu(x,t)$ la variation de masse volumique par rapport à l'équilibre : $\rho(x,t) = \rho_0 + \mu(x,t)$

Le pavillon a une allure exponentielle : $S(x) = S_0 \exp(ax)$. On suppose que l'onde est une onde plane, progressive et monochromatique : $p(x,t) = p_0 \exp\left(j[\omega t - kx]\right)$. On notera la vitesse de déplacement $v(x,t) = \partial\Psi/\partial t$.

- ♢ Quelle est alors l'équation de dispersion ? Montrer qu'il ne peut pas y avoir de propagation en dessous d'une certaine pulsation de coupure ω_c.
- ♢ Donner les expression de $v(x,t)$, $p(x,t)$, puis celle de l'énergie acoustique $\varepsilon(x,t)$ et du vecteur de Poyting $\Pi(x,t)$.