

Exercice 1

On s'intéresse à l'écoulement stationnaire, incompressible d'un fluide de masse volumique ρ et de viscosité η autour d'une sphère de rayon R . La vitesse de l'écoulement loin de la sphère est $v_\infty \vec{e}_z$. On adoptera les coordonnées sphériques d'axe Oz , O étant le centre de la sphère.

- On suppose que l'écoulement permet de négliger le terme convectif de l'équation de Navier-Stokes devant le terme diffusif. Comment s'écrit alors cette équation ?
- On suppose que la vitesse est telle que : $r\vec{\text{rot}}(r\vec{\text{rot}}(\vec{v})) = \frac{3v_\infty R}{r^3} (\cos \theta \vec{e}_r + \frac{1}{2} \sin \theta \vec{e}_\theta)$. Quelle est la résultante des forces de pression sur la sphère ?
- Quelle est la résultante des actions de cisaillement sur la sphère ? On donne $(\frac{\partial v_\theta}{\partial r})_{r=R} = \frac{3v_\infty}{2R} \sin \theta$.
- Trouver la force de trainée s'exerçant sur la sphère.

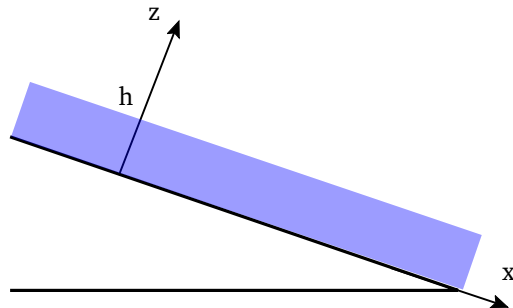
On donne :

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \quad (1)$$

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi \quad (2)$$

Exercice 2

On considère un fluide d'épaisseur h s'écoulant sur un plan infini incliné d'un angle α par rapport à la verticale. Le fluide a une viscosité η et une masse volumique ρ , et il est soumis à la gravité. On est en régime permanent.



- 1 - Quel est le profil de vitesse dans le fluide ?
- 2 - En déduire le débit.
- 3 - En déduire la vitesse d'écoulement d'un glacier de 100m d'épaisseur, d'un km de large et de viscosité $\eta = 10^{13}\text{Pa.s}$. Quelle quantité de glace est charriée en une année ?
- 5 - On place désormais une plaque au dessus du liquide, au niveau de $z = h$. Que deviennent les conditions aux limites ? Trouver le nouveau profil de vitesse. Comment s'appelle se type d'écoulement ?