I) Rappeler le principe de la statique des fluides
On s'intéresse à la troposphère, en prenant tout d'abord un modèle isotherme ($T = T_0$).
On considère l'air comme un gaz parfait, de masse molaire M.
Calculer $P(z)$, en introduisant une distance H.
Calculer la pression en haut du Mont Everest avec ce modèle ($H = 8835\,\mathrm{m}$)
À présent, on suppose une variation de température : $T(z) = T_0 + \lambda z$.
Démontrer que $P(z) = P_0(1 - \dfrac{\lambda}{T_0}\,z)^{T_0/\lambda H}$.
Vérifier que pour $z << H$, les deux modèles donnent une même expression affine de P.
II) On s'intéresse au chauffage d'un cylindre métallique de conductivité σ placé dans un solénoïde très long, de longueur H, de rayon R, parcouru par un courant $i = i_0\cos(\omega t)$.
Rappeler l'expression de $\vec{B}(t) = \vec{B}_m\cos(\omega t)$.
On admet qu'il y a un champ électrique dans le cylindre, dont l'expression est : $\vec{E}(M,t) = \dfrac{1}{2}\,r\omega B_m\sin(\omega t)\vec{e}_\theta$.
Expliquer la présence du champ électrique. Déterminer $\vec{j}_{el}(M,t)$.
Calculer la puissance totale dissipée par effet Joule dans le cylindre.
On suppose que le cylindre échange, avec l'extérieur, une puissance $P_{ext} = -hS_{lat}\big(T(t) - T_{ext}\big)$ et que, à t donné, la température est uniforme dans le cylindre.
Justifier le signe $-$ dans la puissance échangée.
Établir une équation différentielle vérifiée par $T(t)$.
On se place en régime stationnaire : quelle condition ω doit-elle vérifier pour atteindre $T(t) = T_{fus}$, température de fusion du métal ?

I) Rappeler le principe de la statique des fluides
On s'intéresse à la troposphère, en prenant tout d'abord un modèle isotherme ($T = T_0$).
On considère l'air comme un gaz parfait, de masse molaire M.
Calculer $P(z)$, en introduisant une distance H.
Calculer la pression en haut du Mont Everest avec ce modèle ($H = 8835\,\mathrm{m}$)
À présent, on suppose une variation de température : $T(z) = T_0 + \lambda z$.
Démontrer que $P(z) = P_0(1 - \dfrac{\lambda}{T_0}\,z)^{T_0/\lambda H}$.
Vérifier que pour $z << H$, les deux modèles donnent une même expression affine de P.
II) On s'intéresse au chauffage d'un cylindre métallique de conductivité σ placé dans un solénoïde très long, de longueur H, de rayon R, parcouru par un courant $i = i_0\cos(\omega t)$.
Rappeler l'expression de $\vec{B}(t) = \vec{B}_m\cos(\omega t)$.
On admet qu'il y a un champ électrique dans le cylindre, dont l'expression est : $\vec{E}(M,t) = \dfrac{1}{2}\,r\omega B_m\sin(\omega t)\vec{e}_\theta$.
Expliquer la présence du champ électrique. Déterminer $\vec{j}_{el}(M,t)$.
Calculer la puissance totale dissipée par effet Joule dans le cylindre.
On suppose que le cylindre échange, avec l'extérieur, une puissance $P_{ext} = -hS_{lat}\big(T(t) - T_{ext}\big)$ et que, à t donné, la température est uniforme dans le cylindre.
Justifier le signe $-$ dans la puissance échangée.
Établir une équation différentielle vérifiée par $T(t)$.
On se place en régime stationnaire : quelle condition ω doit-elle vérifier pour atteindre $T(t) = T_{fus}$, température de fusion du métal ?