Chapter 1

Oscillateurs quasi-sinusoïdaux, AO en régime linéaire et saturé - corrigé

Correction Exercice 1

- $$i(t) + [(1-G)R_2C_1 + R_1C_1 + R_2C_2]\,\frac{di(t)}{dt} + R_1C_1R_2C_2\frac{d^2i(t)}{dt^2} = 0 \qquad (1.1)$$
- $G = \frac{R_1C_1+R_2C_2+R_2C_1}{R_2C_1}$ et $f_0 = \frac{1}{2\pi(R_1C_1R_2C_2)}$
- On remplace $R_2 \leftarrow \frac{R_2R_e}{R_2+R_e}$ et $R_1 \leftarrow R_1 + R_s$

Correction exercice 2

- La boucle de rétroaction est sur la borne $+$, l'AO est en régime saturé et donc $u_s = \pm V_s$.
- Condition de basculement de $+/-V_s \to -/+V_s$: $u_- \to -/+\frac{R_1}{R_2+R_1}$. On peut commencer par $u_-(t=0) = \frac{R_1}{R_2+R_1}V_s$ et $u_+(t=0) = -V_s$. Alors :

  $$u_-(t) = V_s\left(1 + \frac{R_1}{R_1+R_2}\right)\exp^{-tRC} - V_s \qquad (1.2)$$

  Puis, à $t = t_1 = RC\ln\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right)$:

  $$u_-(t) = -V_s\left(1 + \frac{R_1}{R_1+R_2}\right)\exp^{-(t-t_1)RC} + V_s \qquad (1.3)$$

  Et ainsi de suite. La période est donc $T = 2RC\ln\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right)$. $u_+(t)$ évolue en créneau de même période.

Correction exercice 3

- $$H = \frac{jRC\omega}{1+3jRC\omega-(RC\omega)^2} = \frac{1/3}{1+\frac{j}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad (1.4)$$

  donc $Q = 1/3$ et $\omega_0 = 1/RC$.
- Équation différentielle : $\omega_0\frac{du_e}{dt} = u_s + 3\omega_0\frac{du_s}{dt} + \omega_0^2\frac{d^2u_s}{dt}$. Comme $u_s = (1+R_2/R_1)u_e$, on a :

  $$0 = u_s + \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right)\omega_0\frac{du_s}{dt} + \omega_0^2\frac{d^2u_s}{dt} \qquad (1.5)$$

  Oscillations si $R_2 = 2R_1$.
- Quasi-sinusoïdal car pour démarrer on a besoin de la condition $R_2 > 2R_1$ et alors solutions exponentielles divergentes, jusqu'à saturation. Le démarrage se fait à partir du bruit de fond qui est amplifié.

Correction exercice 4

- C'est un passe-bande d'ordre 2. Soit u_1 le potentiel entre la résistance R, la capacité C et l'inductance L_1. Alors :

$$\frac{u_1}{u_e} = \frac{1}{1 + R\left(\frac{1}{jL\omega} + jC\omega\right)} \tag{1.6}$$

De même :

$$\frac{u_s}{u_1} = \frac{jL_2\omega}{jL_1\omega + jL_2\omega} \tag{1.7}$$

Alors :

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{A_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_c}\right)} \tag{1.8}$$

avec $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$, $A_0 = \frac{L_2}{L_1+L_2}$ et $Q = RC\omega_c = R\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$

- La fonction de transfert totale faite du filtre et de l'amplificateur d'écrit :

$$\frac{u_s'}{u_e} = \frac{R_1+R_2}{R_1}\frac{A_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \frac{R_1+R_2}{R_1}\frac{A_0}{1 + jR\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)} \tag{1.9}$$

Le circuit est quasi-sinusoïdal s'il existe une pulsaiton ω_0 tq $\mid F(j\omega_0) \mid = 1$ et $arg\,[F(j\omega_0] = 0$.

On peut passer aussi par l'équation différentielle. On trouve $\omega_0 = \omega_c$ et la condition :

$$\frac{R_1+R_2}{R_1}\frac{L_2}{L_1+L_2} = 1 \tag{1.10}$$

Remplissage d'un réservoir d'hélium

Première version

- Pas de boucle de rétroaction : l'AO fonctionne forcément en régime saturé car la condition $u_+ = u_-$ n'est jamais remplie. L'AO marche donc en comparateur et comme il est parfait $I_+ = i_- = 0$. Les résistances R_1 et R_2 sont inutiles.

- Le potentiomètre fonctionne comme 2 résistances $(1-x)R_P$ et xR_P. Le potentiel (au niveau de la flèche) est pris entre ces 2 résistances. On a donc $u_+ = \frac{xR_P+R_3}{R_P+R_3}U$, avec $U = 5$V. La vanne s'ouvre lorsque $u_+ > u_-$ cad pour :

$$u_+ > u_- \Rightarrow \frac{xR_P+R_3}{R_P+R_3}U > \alpha h_{min} \tag{1.11}$$

De même, la vanne se ferme lorsque :

$$u_+ < u_- \Rightarrow \frac{xR_P+R_3}{R_P+R_3}U < \alpha h_{max} \tag{1.12}$$

On trouve que $h_{min} = h_{max} \in [0,2;1]$ pour x variant de 0 à 1. On a donc bien un système qui verse de l'hélium lorsque la hauteur descend en dessous de h_{min} et s'arrête lorsque la hauteur atteint h_{max}. Le défaut est que $h_{min} = h_{max}$: la vanne s'ouvre et se referme en permanence.

Seconde version

- L'AO fonctionne toujours en régime saturé car la boucle de rétroaction est sur la borne $+$. u_P est inchangé car les résistances R_1 sont très grandes devant les autres. On a donc $u_+ = \frac{1}{2}u_s + \frac{1}{2}u_p$ Si la vanne est initialement fermée, celle-ci s'ouvre lorsque le niveau atteint un niveau h_{min} qui correspond à :

$$u_+ = \frac{1}{2}V_{sat+} + \frac{1}{2}u_p = \alpha h_{min} \tag{1.13}$$

  De même, si la vanne est initialement ouverte, celle-ci se ferme lorsque le niveau atteint un niveau h_{max} qui correspond à :

$$u_+ = \frac{1}{2}V_{sat-} + \frac{1}{2}u_p = \alpha h_{min} \tag{1.14}$$

  On a alors : $h_{min} = 0,1$m et $h_{max} = 1,1$m si $x = 0$ et $h_{min} = 0,5$m et $h_{max} = 1,5$m si $x = 1$. Le système ne s'ouvre et ferme plus en permanence.