# Sillage d'un avion

On considère le vol d'un avion de chasse $A$ se déplaçant dans le sens des $x$ croissants, à une vitesse $v$ sur une droite horizontale ($y = 0, z = h$) alors qu'un observateur est situé au point $O(0, 0, 0)$. L'avion émet un signal sonore de période $T$. On note $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OA})$ l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la direction observateur-avion. Cet angle est supposé varier peu pendant une période $T$.

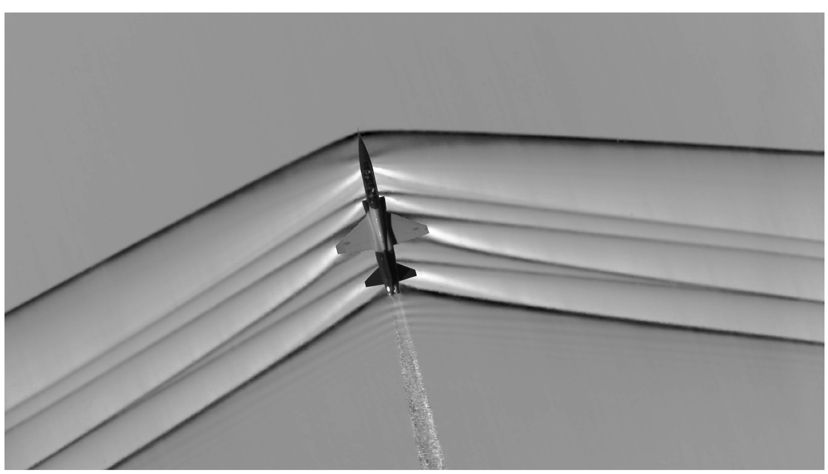
- ∘ L'air a une masse volumique au repos $\rho_0$ et une compressibilité $\chi_s$. Retrouver l'équation d'Alembert caractérisant la propagation des ondes sonores dans l'air, en explicitant la vitesse de propagation $c$ des ondes.

On suppose dans un premier temps que l'avion se déplace à une vitesse subsonique, c'est-à-dire $v < c$.

- ⋆ Quelle est la période $T'$ du signal perçu par l'observateur ? Commenter l'expression selon les valeurs prises par $\theta$. Comment s'appelle ce phénomène ?
- ⋆ Quelle est la région de l'espace qui peut être atteinte à un instant donné par l'onde sonore provenant de l'avion ?

On suppose désormais que l'avion se déplace à une vitesse supersonique, c'est-à-dire $v > c$.

- ⋄ Le son émis par l'avion à l'instant $t$ est perçu par l'observateur à l'instant $t' = f(t)$. Déterminer la fonction $f$ si l'avion passe à l'instant $t = 0$ à la verticale de l'observateur. Représenter graphiquement $f$.
- ⋄ Pourquoi le son perçu est-il particulièrement intense si $\mathrm{d}t'/\mathrm{d}t = 0$ ? Comment s'appelle ce phénomène ?
- ⋄ On donne $h = 1000\text{m}$ ; $v = 500\text{m.s}^{-1}$ ; $c = 340\text{m.s}^{-1}$. On note $t'_0$ l'instant auquel le bang est perçu par l'observateur et $t_0$ l'instant auquel les sons perçus à l'instant $t'_0$ ont été émis par l'avion. Déterminer $t_0$, $t'_0$ et les positions de l'avion à $t_0$ et $t'_0$.
- ⋄ L'observateur entend-il l'avion avant d'entendre le bang ? Quelle est la durée $\Delta t$ d'émission des sons perçus entre $t'_0$ et $t'_0 + \Delta t'$ (on pourra effectuer une développement limité de $f(t)$). Calculer $\Delta t$ pour $\Delta t' = 0.1\text{s}$ et commenter.
- ⋄ Quelle est la région de l'espace qui peut être atteinte à un instant donné par une onde sonore provenant de l'avion ?
- ⋄ Estimer la vitesse de l'avion en photo ci-dessous.



# Pavillon acoustique

Un pavillon acoustique, de symétrie de révolution autour de l'axe $Ox$, contient de l'air de masse volumique $\rho_0$ et de compressibilité $\chi_s$. Une onde s'y propage suivant $Ox$, on suppose que l'approximation acoustique est vérifiée. On note $p(x,t)$ la surpression acoustique et $\Psi(x,t)$ le déplacement longitudinal de la tranche de fluide en $x$ à l'instant $t$.

- ♢ Qu'est-ce que l'approximation acoustique ?
- ♢ En reliant la compressibilité $\chi_s = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}$ à la surpression $p(x,t)$ et au déplacement $\Psi(x,t)$, démontrer la relation suivante :

$$p(x,t) = -\frac{1}{\chi_s}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \Psi(x,t)\frac{\partial}{\partial x}\left[\ln S(x)\right]\right)$$

- ♢ En utilisant l'équation d'Euler (ou bilan de quantité de mouvement sur un fluide), en déduire une relation similaire à une équation d'onde portant sur $\Psi(x,t)$.

Le pavillon a une allure exponentielle : $S(x) = S_0 \exp(ax)$. On suppose que l'onde est une onde plane, progressive et monochromatique : $p(x,t) = p_0 \exp\left(j[\omega t - kx]\right)$. On notera la vitesse de déplacement $v(x,t) = \partial\Psi/\partial t$.

- ♢ Montrer que l'équation de "propagation" trouvée à la question précédente est aussi vérifiée par $p(x,t)$.
- ♢ Trouver une équation entre $k$ et $\omega$. Comment s'appelle se type d'équation ?
- ♢ Montrer qu'il ne peut pas y avoir de propagation en dessous d'une certaine pulsation de coupure $\omega_c$.
- ♢ Donner les expression de $v(x,t)$, $p(x,t)$, puis celle de l'énergie acoustique $\varepsilon(x,t)$ et du vecteur de Poyting $\Pi(x,t)$.

### Question supplémentaire

Que devient l'équation de conservation de la masse ? On notera $\mu(x,t)$ la variation de masse volumique par rapport à l'équilibre : $\rho(x,t) = \rho_0 + \mu(x,t)$

## Impédance acoustique

On considère une onde acoustique se propageant selon les $x$ croissants dans un milieu 1 et atteignant le milieu 2 en $x = 0$. Les milieux 1 et 2 sont caractérisés respectivement par une masse volumique $\rho_1$ et $\rho_2$ et une célérité des ondes acoustiques $c_1$ et $c_2$.

### Échographie

- ♠ Retrouver l'équation d'Alembert vérifiée par la surpression $p(x,t)$ et la vitesse $v(x,t)$ dans un milieu homogène. Quelles sont les solutions générales ?
- ♠ Qu'appelle t-on les ondes planes progressives monochromatiques ? On suppose que ce modèle d'onde permet de décrire les champs de surpression $p(x,t)$ et la vitesse $v(x,t)$ dans notre cas. Proposer une expression pour ces champs dans le milieu 1 et 2.
- ♠ Écrire les relations que vérifient la vitesse et la surpression à l'interface en $x = 0$. Justifier.
- ♠ Que se passe t-il lorsqu'une onde plane progressive arrive de par la gauche sur l'interface $1 \longrightarrow 2$ pour que ces relations soient vérifiées ?
- ♠ En déduire les coefficients de réflexion $r = v_r/v_i$ et de transmission $t = v_t/v_i$, où $v_i$, $v_r$ et $v_t$ sont respectivement l'amplitude du champ de vitesse de l'onde incidente, réfléchie et transmise. Expliciter une impédance "acoustique" dont dépend les coefficients de réflexion et de transmission.
- ♠ Pourquoi dont-on mettre un gel sur entre la sonde et le corps durant une échographie ?

### Isolation phonique

On suppose qu'il y a désormais une paroi de masse surfacique $\mu$ à l'interface entre les deux milieux, qui sont supposées être identiques ($\rho_1 = \rho_2$ et $c_1 = c_2$). Cette paroi se meut librement et sans frottement.

- ♣ Que deviennent les relations de passage précédentes ? En déduire les coefficients de réflexion et de transmission dans ce cas-là.
- ♣ Calculer $T = \mid t \mid^2$ et tracer l'allure de la courbe $G_{db} = 20 \log [T(\omega)]$ en fonction de $\log(\omega)$. Quelle est la fréquence de coupure ?
- ♣ De combien doit être l'épaisseur d'un mur de béton entre deux logements d'un appartement pour que l'atténuation soit atténuée de 50dB à 300Hz ? On donne $\rho_{bton} = 2300\text{kg.m}^{-3}$.

## Silencieux de ligne d'échappement

On étudie la réflexion et la transmission d'ondes sonores planes dans un fluide homogène au niveau d'un raccordement de deux conduites de sections $S_1$ et $S_2$.

- ♠ Retrouver l'équation d'Alembert vérifiée par la surpression $p(x,t)$ et la vitesse $v(x,t)$ dans un milieu homogène. Quelles sont les solutions générales ?

- ♠ Qu'appelle t-on les ondes planes progressives monochromatiques ? On suppose que ce modèle d'onde permet de décrire les champs de surpression $p(x,t)$ et la vitesse $v(x,t)$ dans notre cas. Proposer une expression pour ces champs dans le milieu 1 et 2.

- ♠ Écrire les relations que vérifient la vitesse et la surpression à l'interface en $x = 0$. Justifier.

- ♠ Que se passe t-il lorsqu'une onde plane progressive arrive de par la gauche sur l'interface $1 \longrightarrow 2$ pour que ces relations soient vérifiées ?

- ♠ En déduire les coefficients de réflexion $r = v_r/v_i$ et de transmission $t = v_t/v_i$, où $v_i$, $v_r$ et $v_t$ sont respectivement l'amplitude du champ de vitesse de l'onde incidente, réfléchie et transmise. Expliciter une impédance "acoustique" dont dépend les coefficients de réflexion et de transmission.

- ♠ Commenter les cas $S_2 = \infty$ et $S_2 = 0$.