

Manual del simulador de 6 grados de libertad de la dinámica de un lanzador y un vehículo orbitador en la Luna

Sergio Cavia Fraile

3 de junio de 2021

Tutorizado por: José María Fernández Ibarz

Resumen

El objetivo de las prácticas es modelizar y simular un lanzador lunar y un vehículo en órbita lunar con 6 grados libertad utilizando el entorno de Matlab Simulink con el objetivo de poder usarlo en el TFG del alumno. Para ello se deberá modelizar la dinámica rotacional y traslacional del vehículo, el campo gravitacional (cuerpo central más J_2), la rotación del cuerpo central, la inercia y masa del vehículo así como la propulsión de éste.

1. Introducción

Para cumplir los dos objetivos de las prácticas se han creado dos modelos distintos, uno para modelizar el lanzador y otro para el orbitador, esto debido a que ciertos conceptos como la excentricidad, el semieje mayor o la inclinación de la órbita no tienen sentido durante las primeras etapas del lanzamiento.

En este manual se analizará cada subsistema señalando los inputs, los outputs, las ecuaciones implementadas y las formas en que se ha verificado a fin de dar una visión general del funcionamiento del simulador.

Ambos simuladores incluyen los siguientes subsistemas:

1. Dinámica traslacional.
2. Dinámica rotacional.
3. Campo gravitacional.
4. Parámetros orbitales.
5. Propulsión.
6. Cambio ejes propulsión.
7. Visualización 3D.
8. Otros subsistemas y bloques.

Pero tanto los cambios de ejes de la propulsión, como la visualización 3D, como los inputs la dinámica traslacional son diferentes entre los dos simuladores.

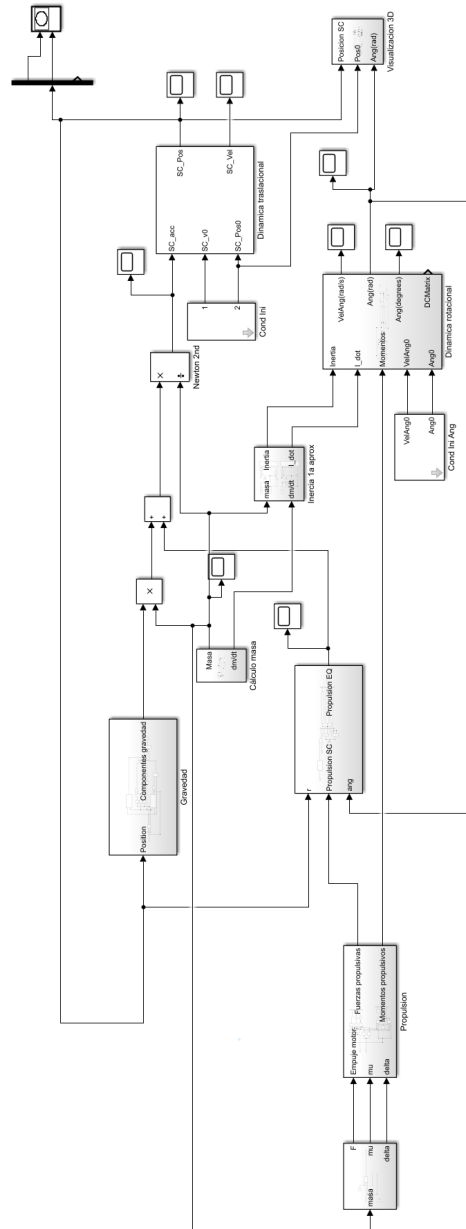


Figura 2: Simulador del lanzador.

Ambos simuladores se pueden descargar desde el código QR o el enlace disponibles en el Apéndice [B] de este manual.

2. Dinámica traslacional

2.1. Inputs

1. Aceleración del vehículo.
2. Velocidad inicial del vehículo.
3. Posición inicial del vehículo.

En los inputs de este subsistema se encuentra la primera diferencia entre los dos simuladores, ya que como el lanzador parte desde la superficie lunar, a su velocidad inicial se suma automáticamente la que le otorga la rotación del cuerpo, mientras que en el simulador orbital no se suma ningún valor.

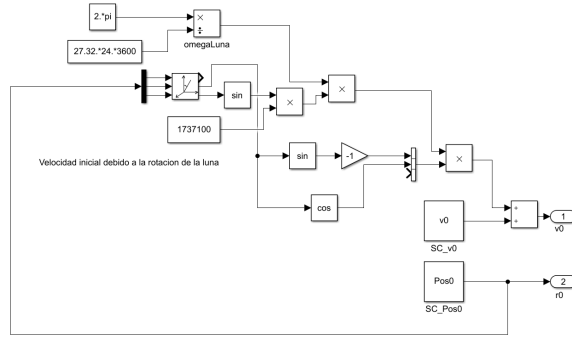


Figura 3: Input de condiciones iniciales del lanzador.

2.2. Outputs

1. Velocidad del vehículo con el tiempo.
2. Posición del vehículo con el tiempo.

Todos los valores de este subsistema están en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1.].

2.3. Ecuaciones utilizadas

En este subsistema se ha integrado la aceleración y para obtener la velocidad del vehículo tras sumarle la inicial.

$$V = \int_0^t a + V_0$$

Posteriormente se ha integrado de nuevo para hallar la posición del vehículo.

$$Pos = \int_0^t V + Pos_0$$

Que implementado en Simulink resulta en:

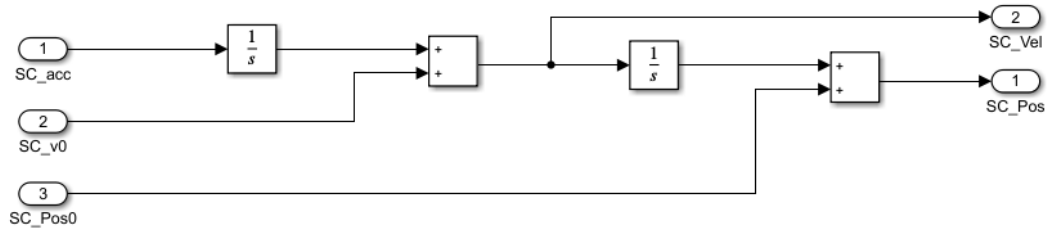
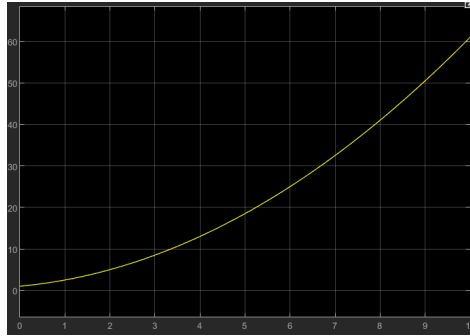


Figura 4: Implementación de la dinámica traslacional en Simulink.

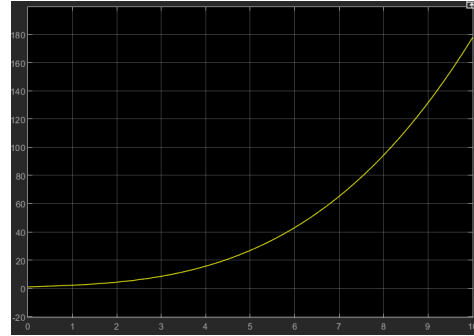
2.4. Verificación del subsistema

Para verificar el subsistema se han resuelto analíticamente aceleraciones que dan velocidades y posiciones conocidas y se han comparado con las halladas por el subsistema creado.

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \\ V_0 = 1 \\ Pos_0 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V = t + 1 \\ Pos = \frac{t^2}{2} + t + 1 \end{array} \right. ; \left. \begin{array}{l} a = t \\ V_0 = 1 \\ Pos_0 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{t^2}{2} + 1 \\ Pos = \frac{t^6}{6} + t + 1 \end{array} \right.$$



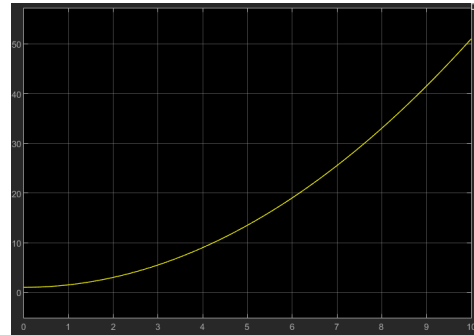
(a) Pos (a=1)



(b) Pos (a=t)



(a) V (a=1)



(b) V (a=t)

Figura 5: Soluciones calculadas por el subsistema

3. Dinámica rotacional

3.1. Inputs

1. Tensor de inercia del vehículo.
2. Derivada del tensor de inercia del vehículo.
3. Momentos propulsivos.
4. Velocidad angular inicial del vehículo
5. Ángulos iniciales del vehículo.

3.2. Outputs

1. Velocidad angular del vehículo.
2. Ángulos de Euler del vehículo (en radianes y grados).
3. Matriz de rotación

Todos los valores de este subsistema son en ejes cuerpo [A.4].

3.3. Ecuaciones utilizadas

Partiendo de los momentos se puede hallar la aceleración angular del vehículo con la siguiente ecuación:

$$\alpha = \left[M - \frac{d\bar{I}}{dt} \cdot \omega - \omega \wedge (\bar{I} \cdot \omega) \right] \cdot \bar{I}^{-1} = (\dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$$

A continuación, derivando y teniendo en cuenta la velocidad angular inicial se obtiene la velocidad angular $\omega = (p, q, r)$.

Seguidamente se transforman estas velocidades angulares en las derivadas de las ecuaciones de Euler con las siguientes ecuaciones y teniendo en cuenta los ángulos iniciales:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &= p + [q \cdot \text{sen}\varphi + r \cdot \text{cos}\varphi] \cdot \frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta} \\ \dot{\theta} &= q \cdot \text{cos}\varphi - r \cdot \text{sen}\varphi \\ \dot{\psi} &= [q \cdot \text{sen}\varphi + r \cdot \text{cos}\varphi] \cdot \frac{1}{\text{cos}\theta}\end{aligned}$$

Resolviendo estas ecuaciones se obtienen todos los outputs exceptuando la matriz de rotación, para este último se aprovechará el bloque de simulink que hace la transformación.

El subsistema final queda de la forma:

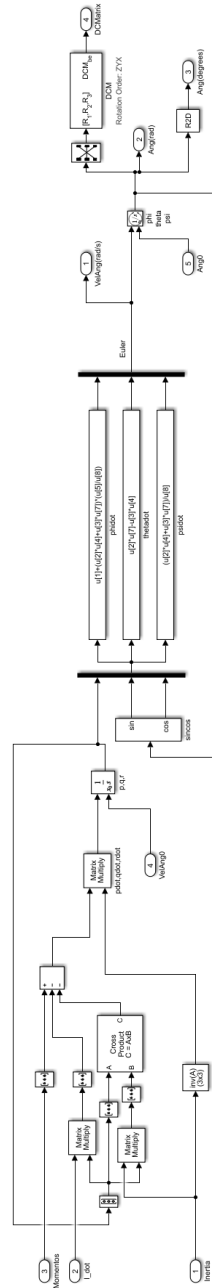


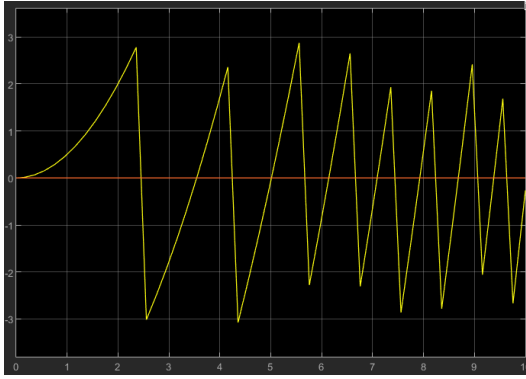
Figura 6: Implementación de la dinámica rotacional en Simulink.

Todas las ecuaciones para este subsistema se han extraído del capítulo 4 del libro Spacecraft Dynamics & Control (Sidi, 1997).

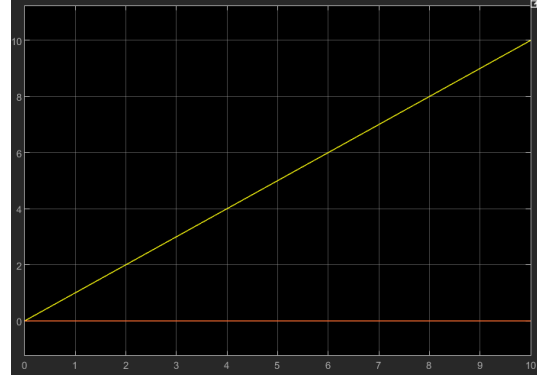
3.4. Verificación del subsistema

Para verificar el subsistema se han resuelto analíticamente aceleraciones angulares que dan velocidades angulares y ángulos conocidos y se han comparado con las halladas por el subsistema creado.

$$\left. \begin{array}{l} M = (1, 0, 0) \\ \bar{I} = eye(3) \\ \frac{d\bar{I}}{dt} = zeros(3) \\ C.I.nulas \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}) = (1, 0, 0) \\ (p, q, r) = (t, 0, 0) \\ (\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) = (t, 0, 0) \\ (\varphi, \theta, \psi) = (\frac{t^2}{2}, 0, 0) \end{array} \right.$$



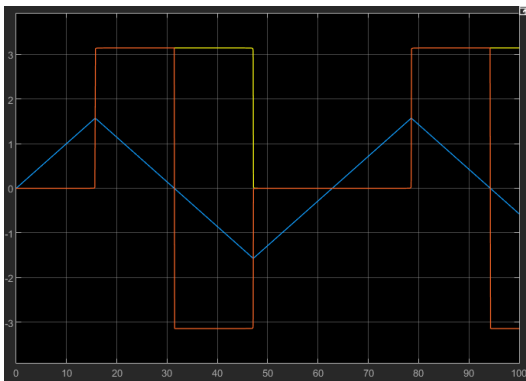
(a) Ángulos de Euler



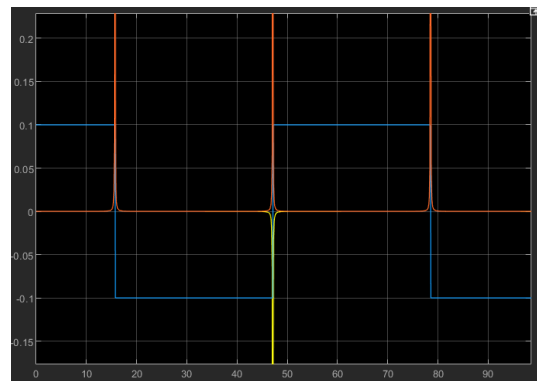
(b) Velocidad angular

Figura 7: Soluciones calculadas por el subsistema

Para verificar se ha comprobado también un movimiento de Poincot, en específico el efecto Dzhanibekov, para ello introducimos un vehículo con 3 momentos de inercia principales tal que $I_1 > I_2 > I_3$ y ponemos unas condiciones iniciales donde el vehículo esté girando alrededor de su eje intermedio I_2 y tenga una pequeña perturbación inicial: $(\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}) = (0, 0.1, 0)$; $(\varphi, \theta, \psi) = (0.0001, 0, 0)$. Los resultados calculados por el subsistema son los siguientes:



(a) Ángulos de Euler



(b) Velocidad angular

Figura 8: Soluciones calculadas por el subsistema

4. Campo gravitacional

4.1. Inputs

1. Posición del vehículo.

4.2. Outputs

1. Campo gravitatorio.

Todos los valores de este subsistema están en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1.].

4.3. Ecuaciones utilizadas

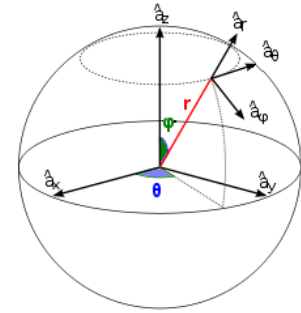
La gravedad tiene dos componentes, una radial debida al cuerpo central (con una pequeña influencia de J2) y otra perpendicular a ésta en la dirección de la colatitud debida únicamente al armónico J2.

$$g_r = -\frac{GM}{r^2} \left[1 - 3J_2 \left(\frac{R_{Luna}}{r} \right)^2 P_2(\cos(\phi)) \right]$$

$$g_\phi = \frac{3GM}{r^2} \left(\frac{R_{Luna}}{r} \right)^2 \sin(\phi) \cos(\phi) J_2$$

Solo se ha utilizado el armónico J2 ya que es el más relevante y porque no se han encontrado los valores de mayores armónicos para la Luna.

Una vez calculados estos valores simplemente hay que transformar las componentes de coordenadas esféricas al sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1.].



Finalmente, queda implementado en Simulink de la siguiente forma.

Figura 9: Componentes de la gravedad.

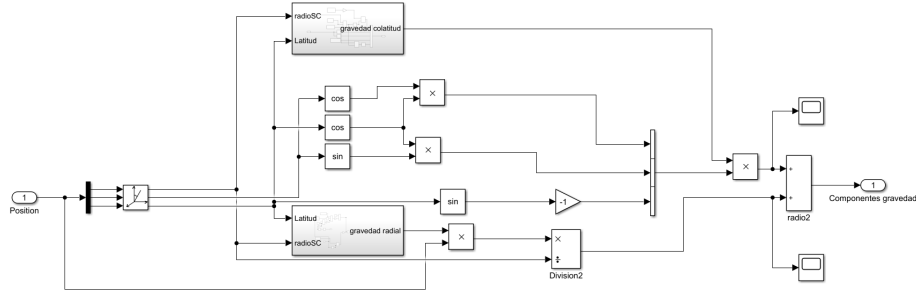


Figura 10: Cálculo de la gravedad en Simulink.

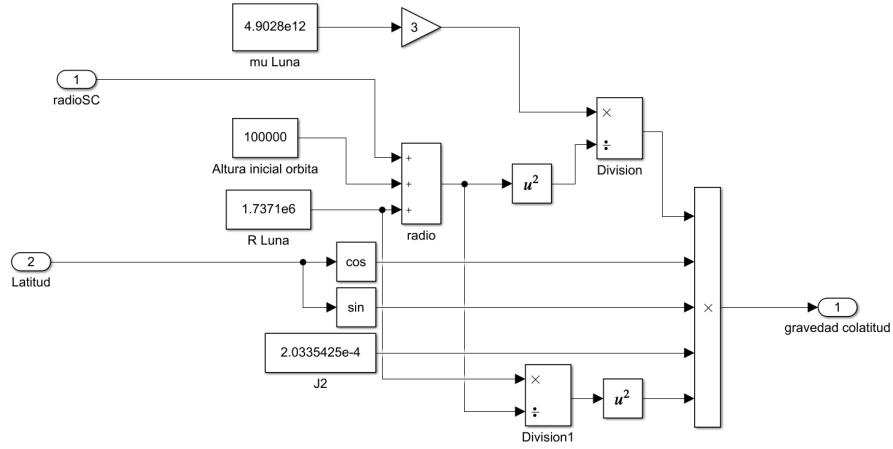


Figura 11: Campo gravitatorio colatitud.

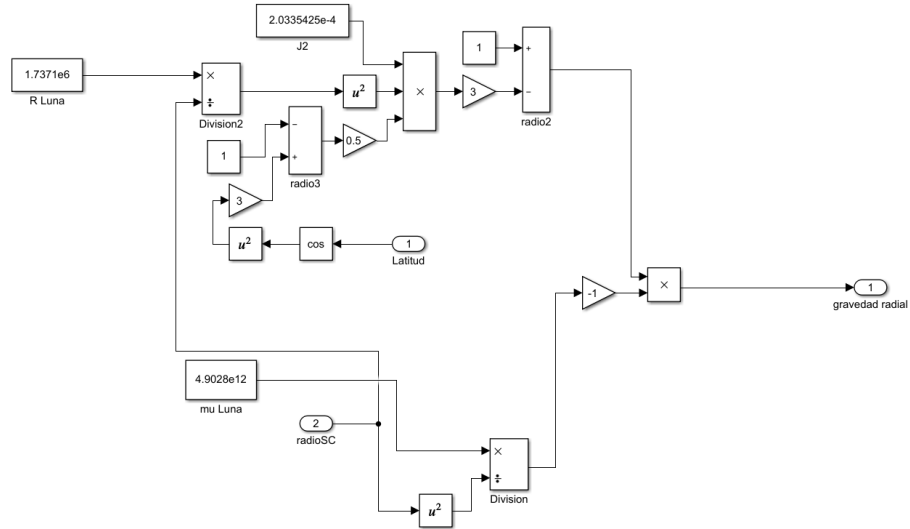


Figura 12: Campo gravitatorio radial.

Todas las ecuaciones para este subsistema se han extraído del capítulo 3 del libro Atmospheric and Space Flight Dynamics (Tewary, 2007).

Todas las constantes de este subsistema se han extraído del artículo Lunar Constants and Models Document (Jet Propulsion Laboratory [JPL], 2005).

4.4. Verificación del subsistema

Para verificar el subsistema se van a hacer dos pruebas, la primera con una órbita circular ecuatorial (de 100km de altura) y otra con la órbita circular con 45° de inclinación. (Se empezará en el eje x en ambos casos)

En el primer caso, el término de colatitud debe ser nulo por ser la órbita ecuatorial y el término radial debe hacer oscilar valores en X e Y, ser nulo en Z y tener un módulo algo inferior a $1.5 \frac{m}{s^2}$.

En el segundo caso, el término de colatitud debe oscilar, siendo en Z negativo cuando el vehículo está por encima del ecuador y positivo cuando esté por debajo, en X e Y irá oscilando dependiendo el signo del cuadrante en que se halle el vehículo. El término radial oscilará en los 3 ejes y será del mismo módulo que en el caso anterior.

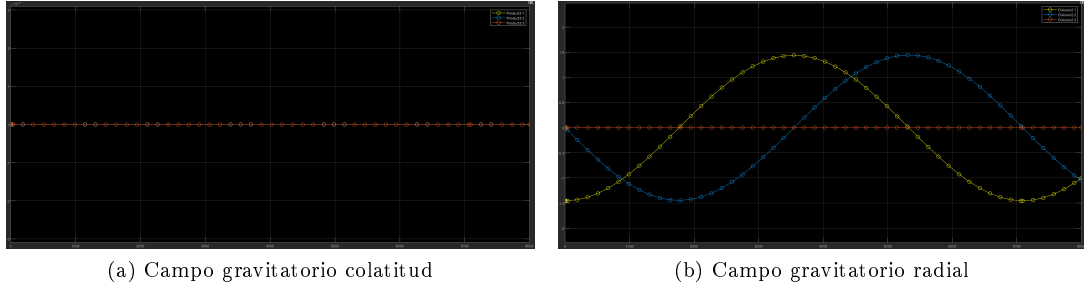


Figura 13: Caso 1

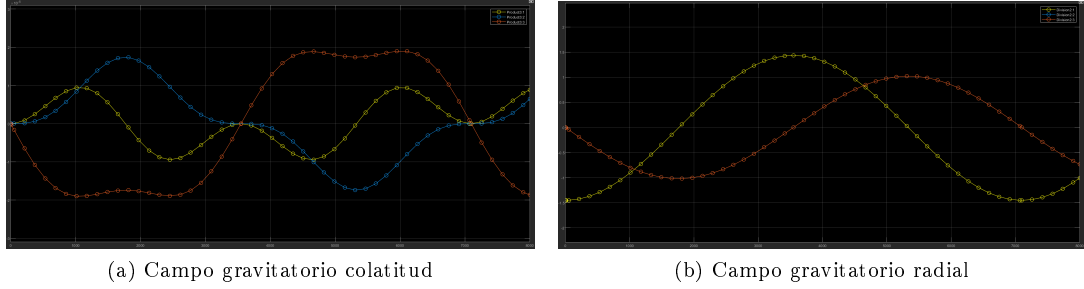


Figura 14: Caso 2

5. Parámetros orbitales

5.1. Inputs

1. Posición del vehículo.
2. Velocidad del vehículo.

5.2. Outputs

1. Inclínación.
2. Longitud del nodo ascendente.
3. Anomalía verdadera desde el nodo ascendente.
4. Excentricidad.
5. Semieje mayor.

5.3. Ecuaciones utilizadas

Este subsistema únicamente se ha utilizado en el simulador orbital ya que éstos parámetros no tienen sentido en las etapas iniciales de un lanzamiento.

Lo primero que se hará es calcular el momento cinético ($\vec{h} = \vec{r} \wedge \vec{V}$), con este valor se pueden hallar la inclinación y el RAAN con las siguientes ecuaciones:

$$\cos(i) = \frac{h_z}{h}$$

$$\sin(\Omega) = \frac{h_x}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}$$

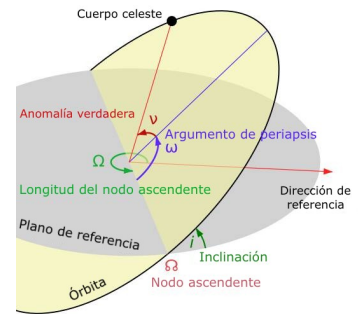


Figura 15: Parámetros orbitales.

Con la fórmula de la velocidad orbital se halla el semieje mayor:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}}$$

Hallando el parámetro de la cónica ($p = \frac{h^2}{\mu}$) se puede obtener la excentricidad con la siguiente ecuación:

$$p = a(1 - e^2)$$

Por último, para hallar el ángulo entre el nodo ascendente y la posición del vehículo simplemente se hace con el producto escalar:

$$\vec{dir}_{\Omega} \cdot \vec{r} = |\vec{r}| \cdot \cos(\nu)$$

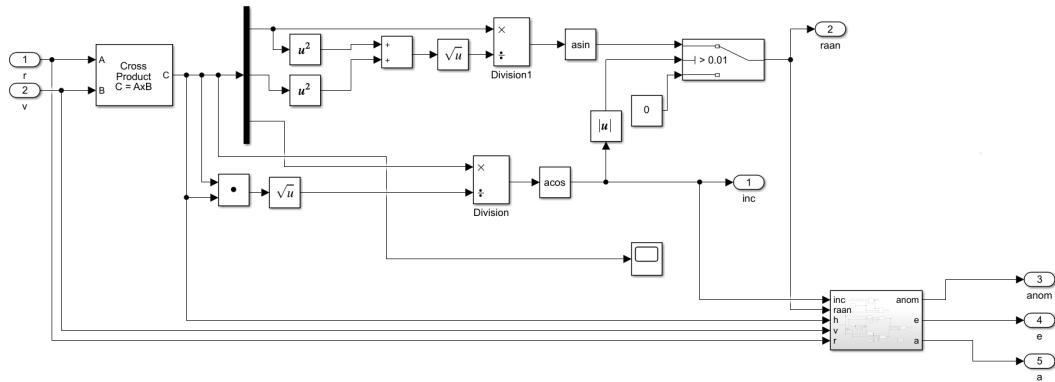


Figura 16: Cálculo de los parámetros orbitales en Simulink.

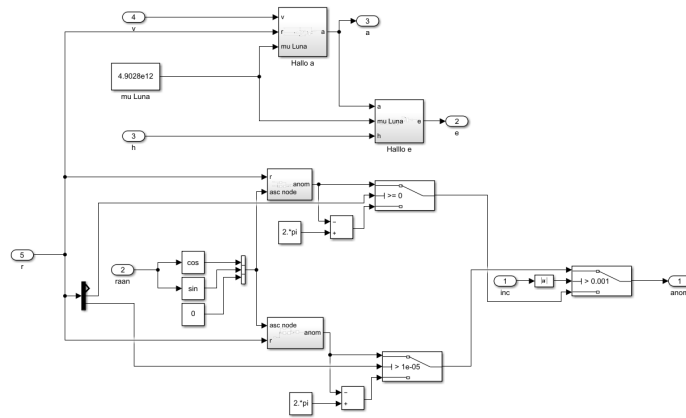
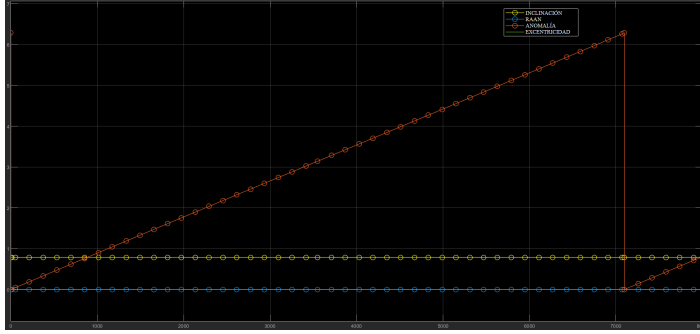


Figura 17: Cálculo de a, e y la anomalía en Simulink.

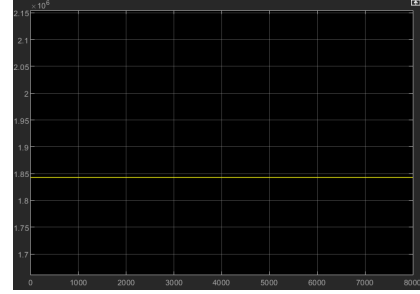
Todas las ecuaciones de este subsistema se han extraído de los apuntes de la asignatura de Vehículos Espaciales (Laverón, 2019).

5.4. Verificación del subsistema

Para verificar el subsistema se han puesto condiciones iniciales del caso 2 de la verificación del subsistema anterior al vehículo y se ha comparado con los parámetros orbitales que son conocidos.



(a) Parámetros orbitales



(b) Semieje mayor

6. Propulsión

6.1. Inputs

1. Empuje.
2. μ .
3. δ .

6.2. Outputs

1. Fuerzas propulsivas.
2. Momentos propulsivos.

Todos los valores de este subsistema son en ejes cuerpo [A.4].

6.3. Ecuaciones utilizadas

Para extraer las ecuaciones se ha utilizado el diagrama de la derecha, pero los ejes "Yz" "Z" se han cambiado de sentido ya que es el convenio que se eligió para los ejes cuerpo [A.4.] al iniciar el simulador.

Las ecuaciones quedan de la siguiente forma:

$$\vec{F} = T \cos(\mu) \vec{i} - T \sin(\mu) \cos(\delta) \vec{j} - T \sin(\mu) \sin(\delta) \vec{k}$$

$$\vec{M} = -T \sin(\mu) \sin(\delta) \xi \vec{j} - T \sin(\mu) \cos(\delta) \xi \vec{k}$$

Todas las ecuaciones de este subsistema así como el diagrama de la figura [15] se han extraído del libro Automatic Control of Atmospheric and Space Flight Vehicles (Tewari, 2007).

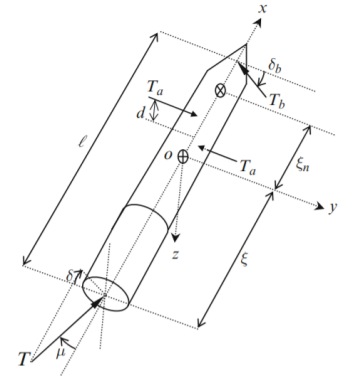


Figura 18

Implementado en Simulink queda de la siguiente forma:

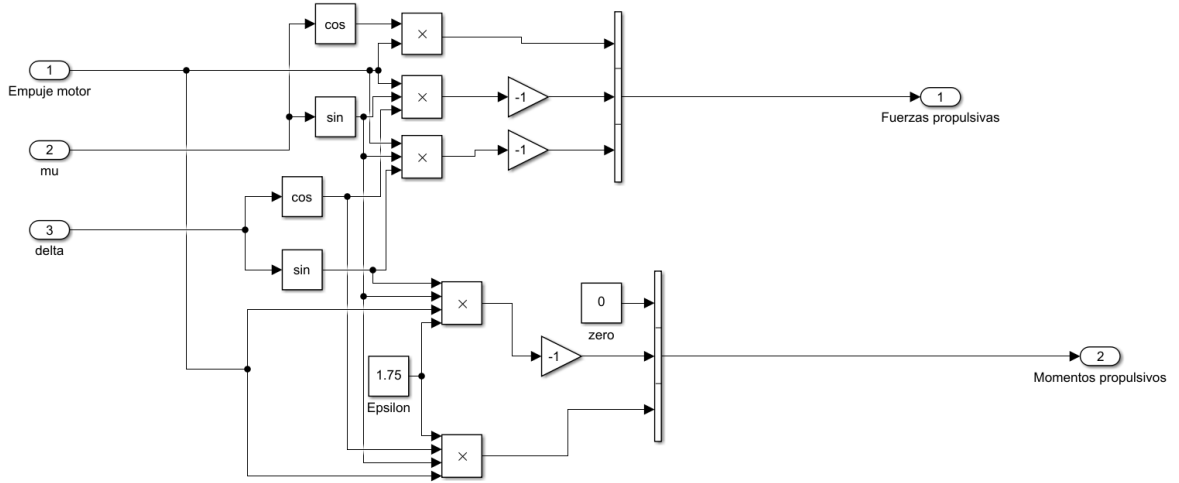
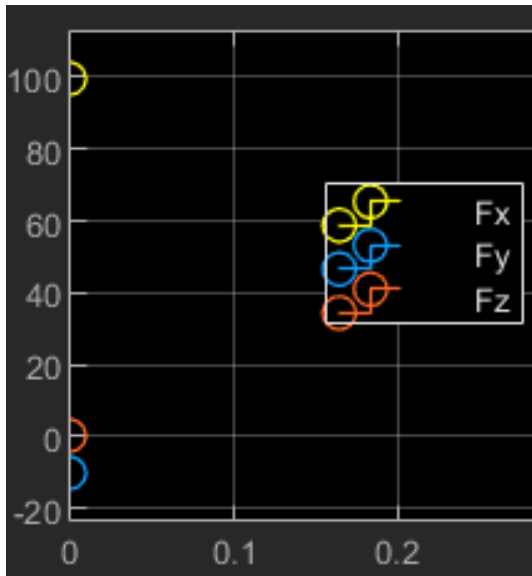


Figura 19: Implementación de la propulsión en Simulink.

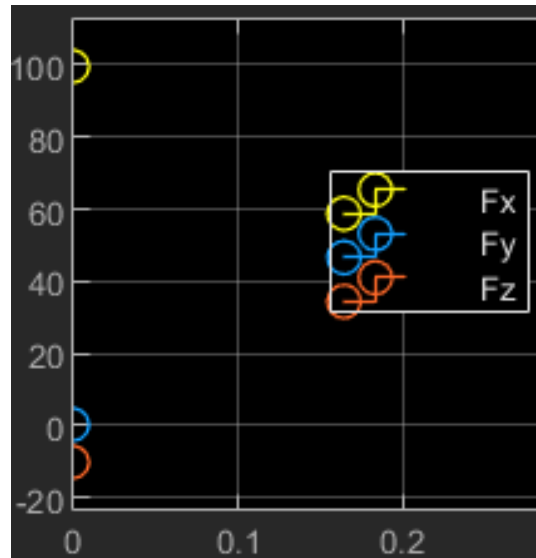
6.4. Verificación del subsistema

Para verificar el subsistema se pondrá un empuje constante y se darán distintos valores a μ y δ .

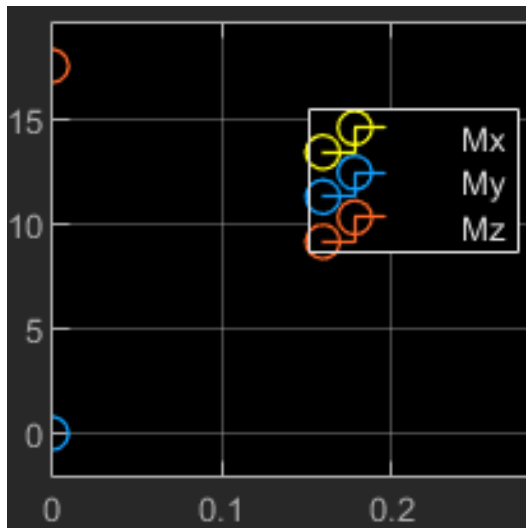
$$\left. \begin{array}{l} F = 100 \\ \mu = 0.1 \\ \delta = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = (99.50, -9.98, 0) \\ M = (0, 0, 17.47) \end{array} \right. ; \left. \begin{array}{l} F = 100 \\ \mu = 0.1 \\ \delta = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = (99.50, 0, -9.98) \\ M = (0, -17.47, 0) \end{array} \right.$$



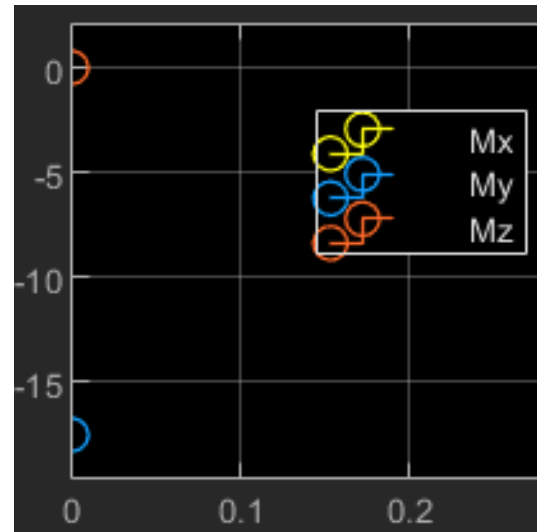
(a) Fuerzas propulsivas



(b) Fuerzas propulsivas



(a) Momentos propulsivos



(b) Momentos propulsivos

7. Cambio ejes propulsión

7.1. Inputs

7.1.1. Simulador orbital

1. Fuerzas propulsivas en ejes cuerpo [A.4.].
2. Inclinación.
3. Longitud del nodo ascendente.
4. Anomalía verdadera desde el nodo ascendente.
5. Ángulos de Euler del vehículo.

7.1.2. Simulador del lanzador

1. Fuerzas propulsivas en ejes cuerpo [A.4.].
2. Posición del vehículo en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1.].
3. Ángulos de Euler del vehículo.

7.2. Outputs

1. Fuerzas propulsivas en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1.].

7.3. Ecuaciones utilizadas

Este subsistema también es diferente para ambos simuladores, en el simulador orbital se utilizan simplemente las matrices de cambio de sistema de coordenadas del Apéndice [A.]. Y en el simulador del lanzador simplemente se pasa de los ejes cuerpo [A.4.] a coordenadas esféricas y de estas al sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1.].

Ambos cambios resultan en los siguientes subsistemas:

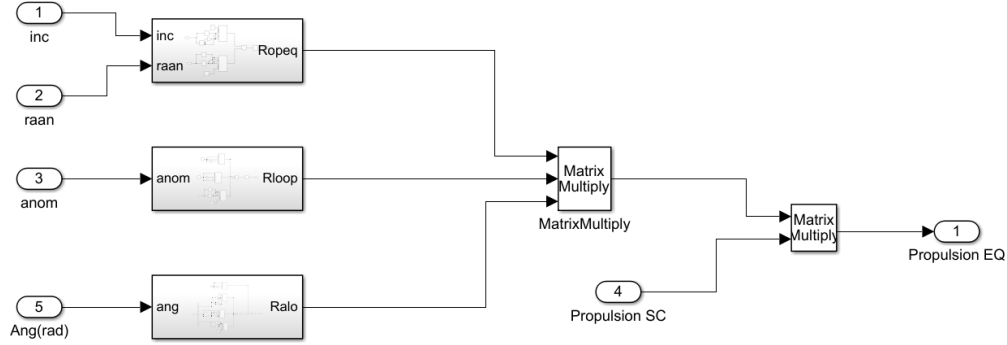


Figura 20: Cambio de ejes del simulador orbital.

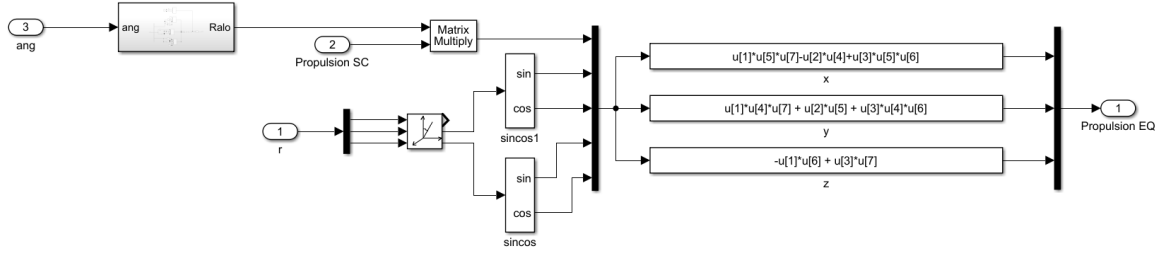


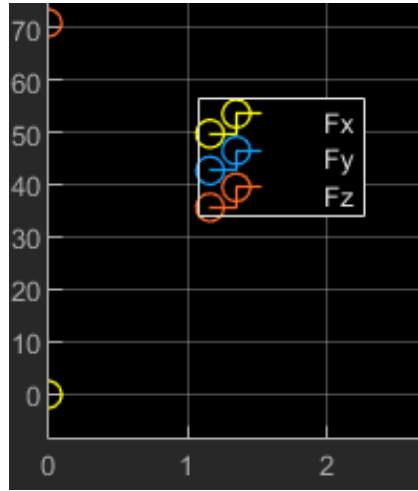
Figura 21: Cambio de ejes del simulador del lanzador.

7.4. Verificación del subsistema

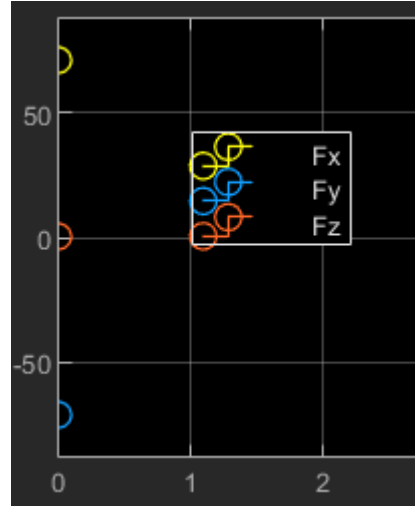
Para verificar el subsistema se introducirán distintos inputs que den resultados conocidos.

7.4.1. Simulador orbital

$$\left. \begin{array}{l} F = (100, 0, 0) \\ i = \frac{\pi}{4} \\ RAAN = 0 \\ Anomalia = 0 \\ AngulosEuler = (0, 0, 0) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = (100, 0, 0) \\ i = 0 \\ RAAN = \frac{\pi}{2} \\ Anomalia = \frac{\pi}{2} \\ AngulosEuler = (0, 0, \frac{\pi}{4}) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = (0, 70.7, 70.7) \\ F = (70.7, -70.7, 0) \end{array} \right.$$



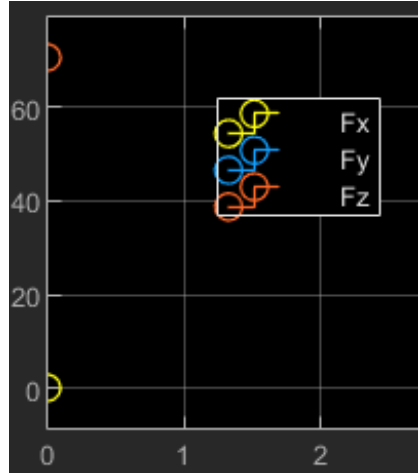
(a) Caso 1



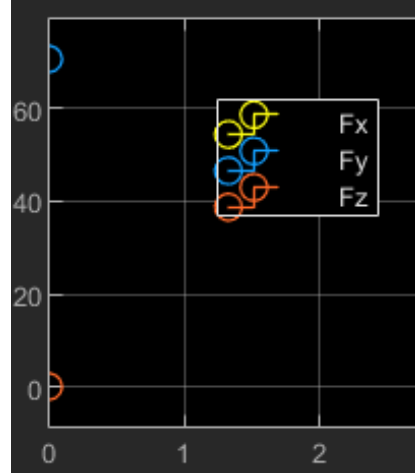
(b) Caso 2

7.4.2. Simulador del lanzador

$$\left. \begin{array}{l} F = (100, 0, 0) \\ (90E, 45N) \\ Pos = (0, 1228320, 1228320) \\ AngEuler = (0, 0, 0) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = (0, 70.7, 70.7) \\ F = (0, 70.7, 70.7) \end{array} \right. ; \quad
 \left. \begin{array}{l} F = (100, 0, 0) \\ (0E, 0N) \\ Pos = (1737100, 0, 0) \\ AngEuler = (\frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = (70.7, 70.7, 0) \end{array} \right.$$



(a) Caso 1



(b) Caso 2

8. Visualización 3D

8.1. Inputs

1. Posición del vehículo en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1].
2. Posición inicial del vehículo en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1].
3. Ángulos de Euler del vehículo en ejes cuerpo [A.4].

8.2. Outputs

Este subsistema no tiene outputs, pero sí permite visualizar la trayectoria del vehículo en tiempo real en un entorno 3D simulado.

8.3. Ecuaciones utilizadas

En este subsistema no se han necesitado ecuaciones, tan solo se introducen al bloque de visualización 3D la rotación de la Luna, la posición y los giros del vehículo con el tiempo y la posición de una cámara que siga al vehículo en su movimiento. Comentar que tanto los giros como la rotación de la Luna se introducen utilizando cuaterniones ya que es el modo de funcionamiento del 3D World Editor de Matlab.

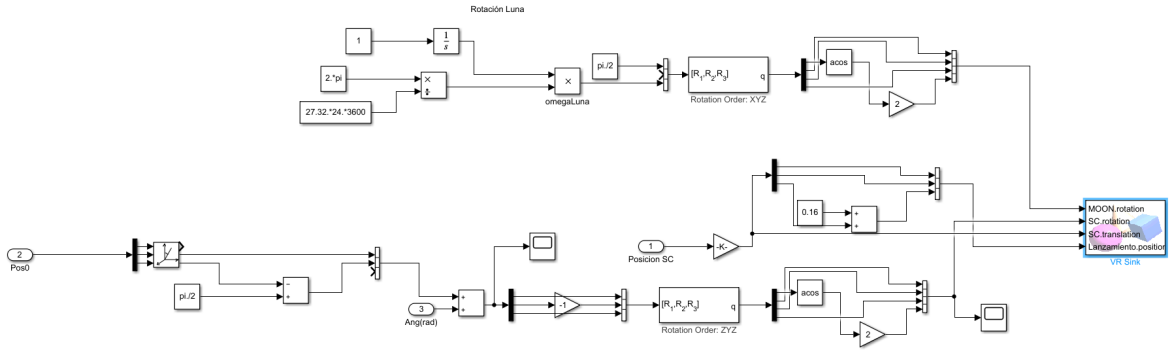


Figura 22: Visualización 3D para el vehículo orbital.

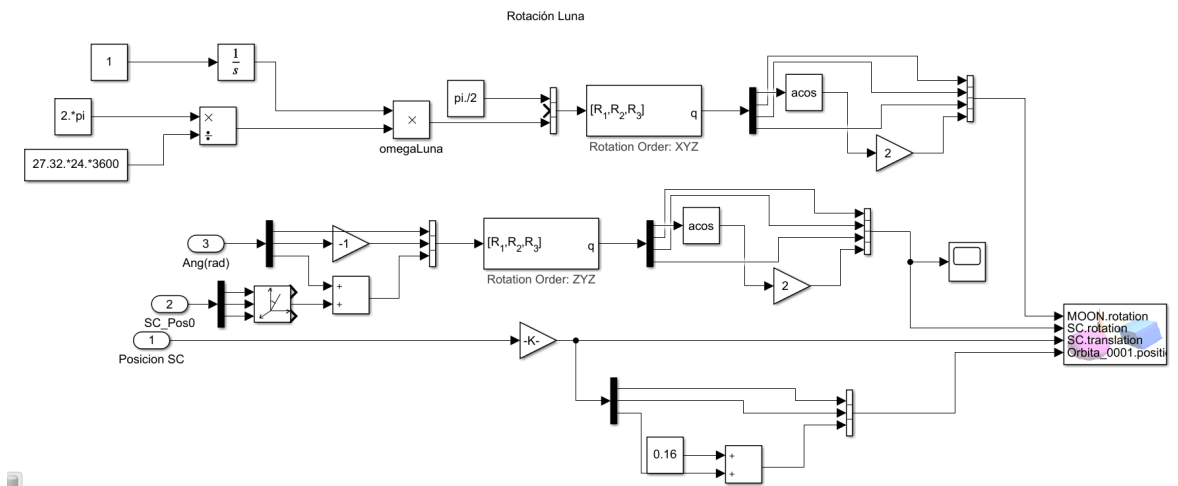


Figura 23: Visualización 3D para el lanzador.

8.4. Verificación del subsistema

Este subsistemas se ha verificado introduciendo maniobras orbitales y condiciones de lanzamiento a los dos simuladores y comprobando que todo funciona de forma correcta. Con el Código QR del Apéndice [B.] se puede acceder a un vídeo de la visualización 3D de cada simulador.

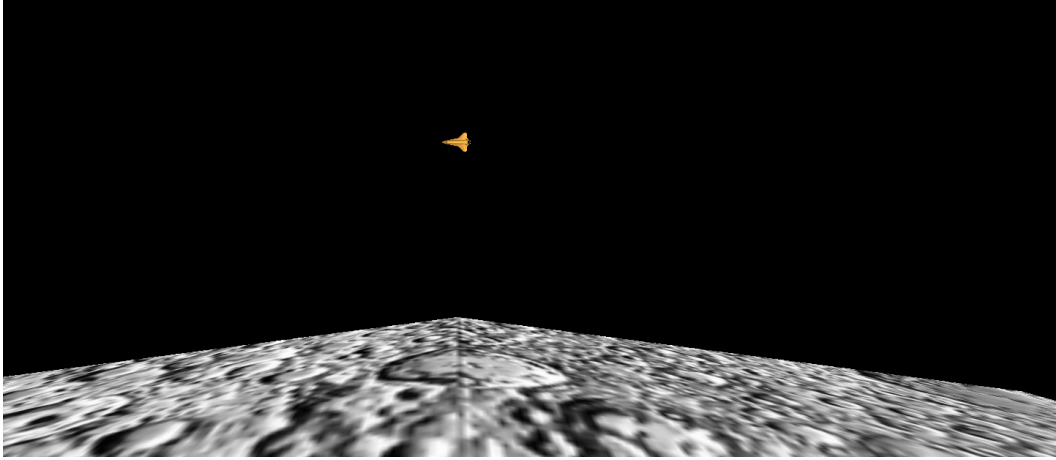


Figura 24: Visualización 3D del simulador orbital

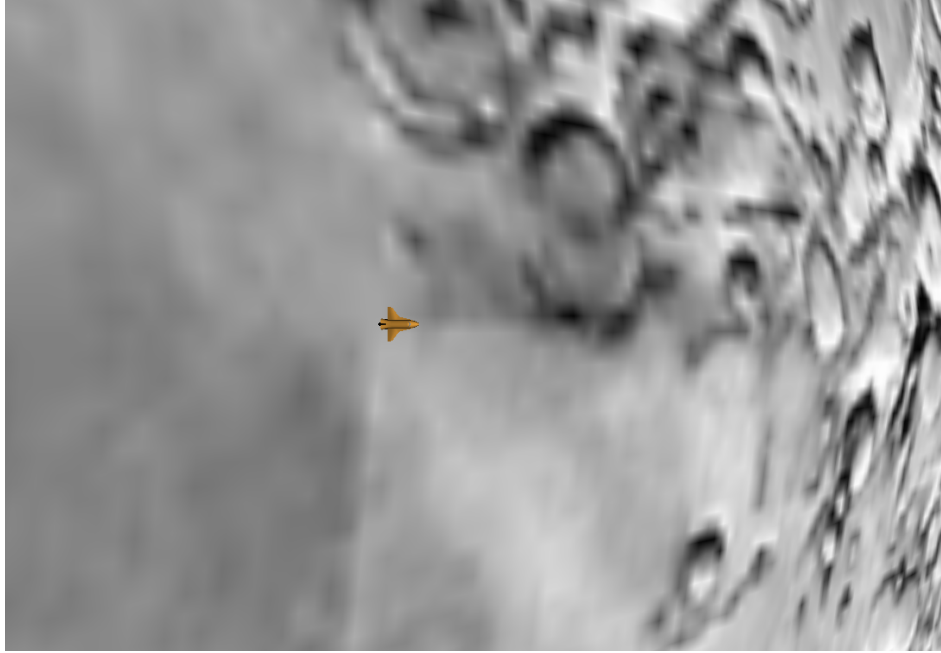


Figura 25: Visualización 3D del simulador del lanzador

9. Otros subsistemas y bloques

9.1. Cálculo de la masa del lanzador

9.1.1. Inputs

Parámetros del cohete:

1. Empuje.
2. Masa seca.
3. Masa de combustible.
4. Impulso específico.

9.1.2. Outputs

1. Masa del vehículo.
2. Gasto másico.

9.1.3. Ecuaciones utilizadas

Las siguientes ecuaciones se han extraído de los apuntes de la asignatura de Misiles (Ibarz, 2019):

$$m = m_{seca} + m_{prop} - \dot{m} \cdot t$$
$$\dot{m} = \frac{m_{prop}}{t_b}$$
$$t_b = \frac{m_{prop} I_{sp} g_0}{F}$$

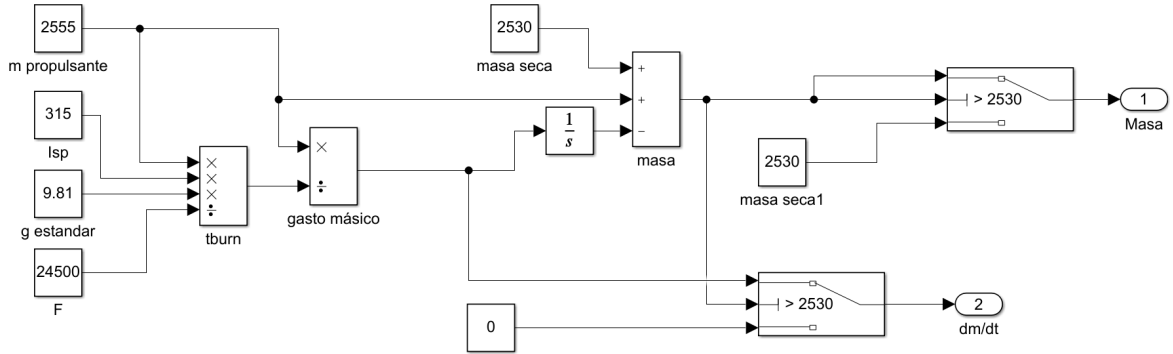


Figura 26: Subsistema que calcula la masa del lanzador.

9.2. Cálculo del tensor de inercia

9.2.1. Inputs

Parámetros del cohete:

1. Masa del vehículo.
2. Gasto másico.
3. Radio.
4. Longitud.

9.2.2. Outputs

1. Tensor de inercia del vehículo.
2. Derivada del tensor de inercia.

9.2.3. Ecuaciones utilizadas

Como una primera aproximación del tensor de inercia se ha modelizado el vehículo como si fuera un cilindro macizo.

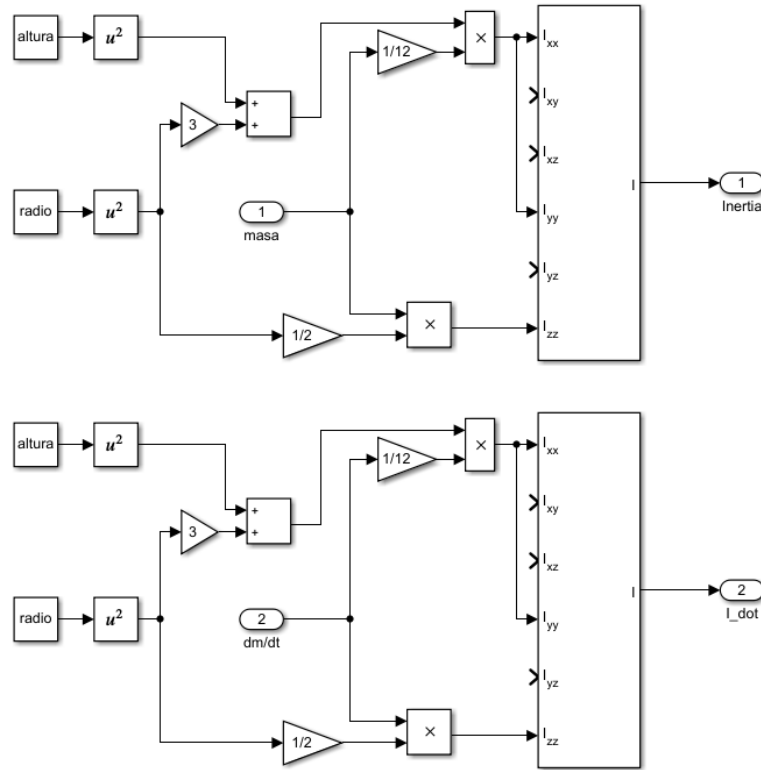


Figura 27: Subsistema que calcula el tensor de inercia y su derivada.

9.3. Segunda Ley de Newton

9.3.1. Inputs

Parámetros del cohete:

1. Fuerzas propulsivas.
2. Fuerzas gravitatorias.
3. Masa del vehículo.

9.3.2. Outputs

1. Aceleración del vehículo en el sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna [A.1].

9.3.3. Ecuaciones utilizadas

A la salida de los subsistemas que calculan las fuerzas que actúan sobre el vehículo se calcula la aceleración causada por ellas para introducirla en el subsistema de dinámica traslacional con la siguiente ecuación.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

10. Verificación de conjuntos de subsistemas

10.1. Gravedad + Parámetros orbitales

Se introducirán las condiciones iniciales de una órbita circular con 45° de inclinación para comprobar que las variaciones de inclinación y excentricidad debido a J2 son oscilatorias de largo periodo y que la variación de RAAN es secular.

Las variaciones deberían ser similares a las siguientes extraídas de los Apuntes de Vehículos Espaciales (Laveron, 2019):

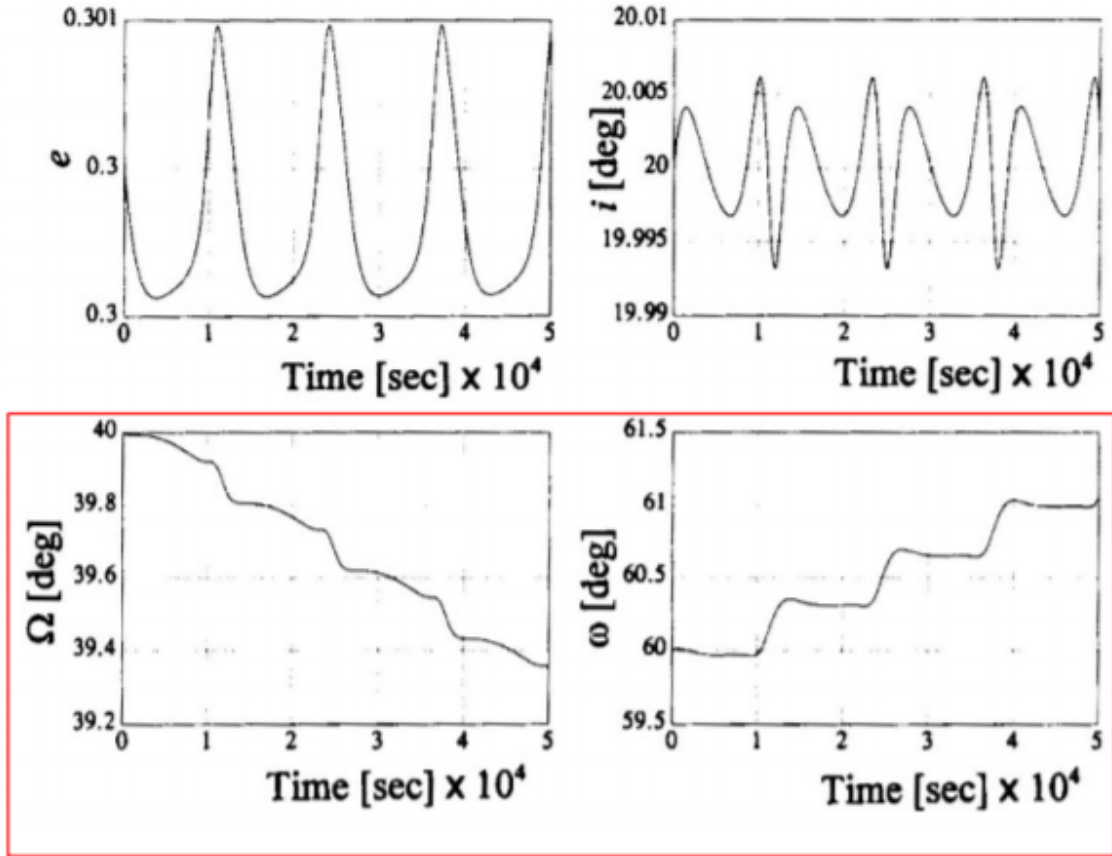
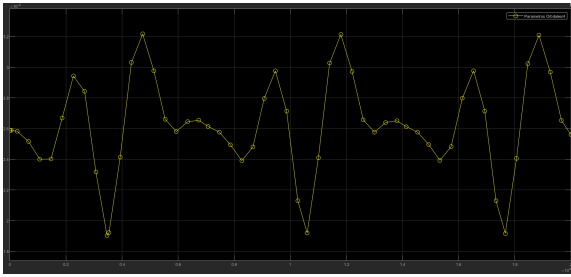


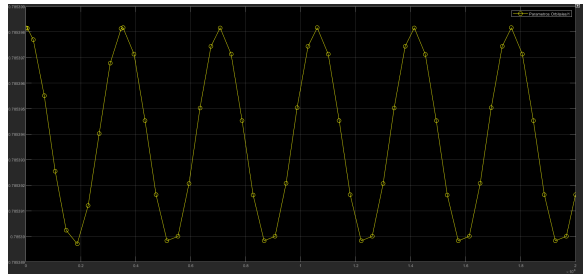
Figura 28: Variaciones teóricas debidas al término J2.

Téngase en cuenta que como se ha escogido que la anomalía verdadera calculada por el subsistema de parámetros orbitales comience desde el raan y no desde el perigeo, no hallaremos la variación debida a J2 del argumento del perigeo que aparece en la gráfica inferior derecha de la figura de encima.

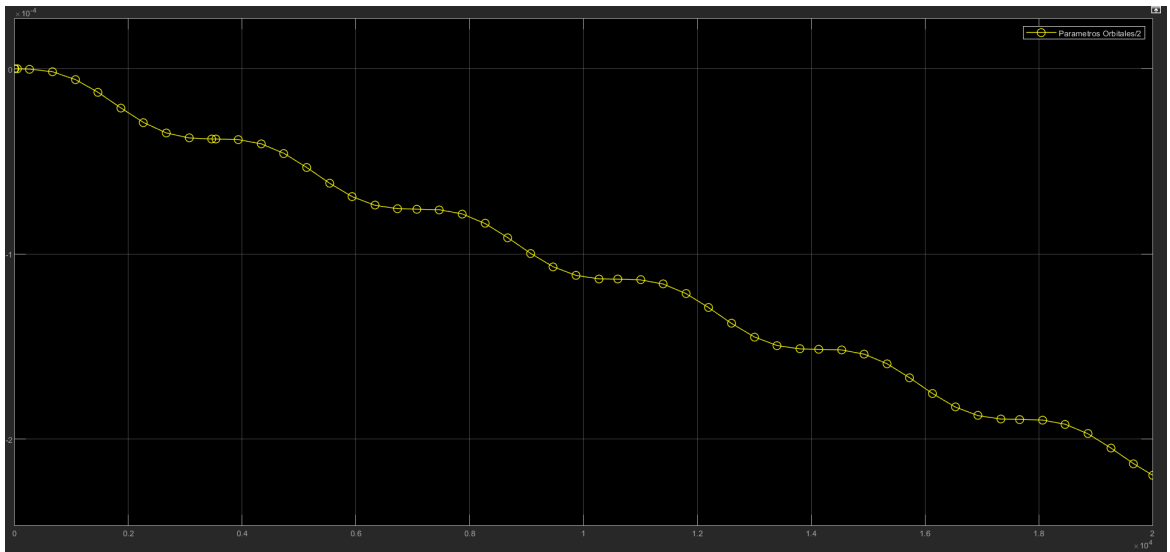
Y las obtenidas por el simulador han sido las siguientes:



(a) Variación de la excentricidad



(b) Variación de la inclinación



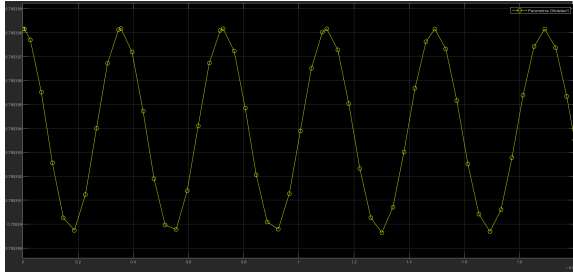
(c) Variación del RAAN

Figura 29: Variaciones debidas al término J2 halladas por el simulador.

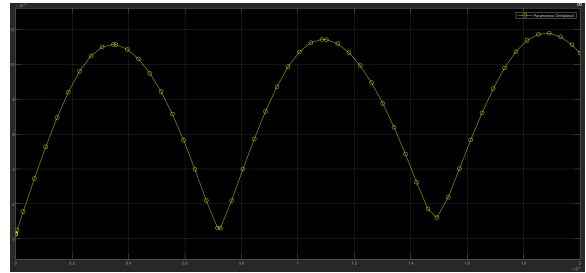
Como vemos la excentricidad oscila con una amplitud del orden de 10^{-4} , la inclinación también oscila con una amplitud de 10^{-5} y en cambio el RAAN va disminuyendo del orden de $10^{-4}rad$ por cada 10^4s

10.2. Propulsión + Cambio de ejes + Parámetros orbitales

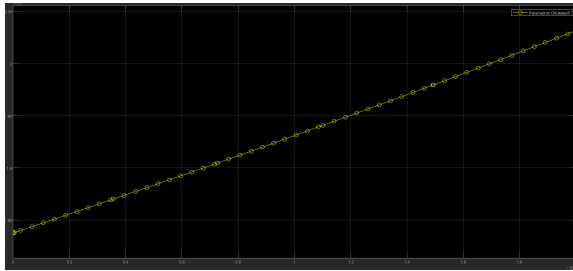
A continuación se comprobará que un impulso constante y con los ángulos de propulsión nulos cuando el vehículo está en una órbita inicial circular varía algunos de los parámetros. La inclinación se mantiene constante (salvo la variación debida a J2), la excentricidad va oscilando debido a que en un inicio aumenta por la propulsión desde el perigeo hasta el apogeo pero se compensa con lo que disminuye por la propulsión desde el apogeo hasta el perigeo (aunque no regresa a 0 de nuevo), por último, el semieje mayor aumenta de forma lineal:



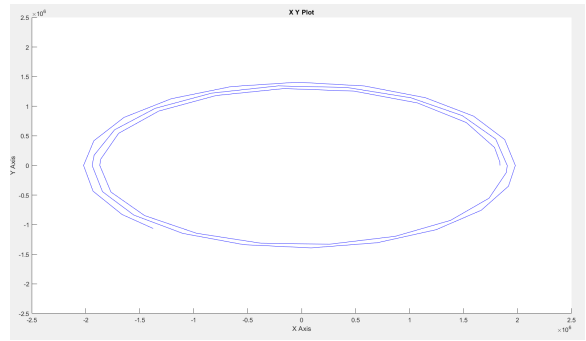
(a) Variación de la inclinación



(b) Variación de la excentricidad



(c) Variación del semieje mayor



(d) Posición XY del vehículo

Figura 30: Variaciones de los parámetros orbitales debidas a una propulsión constante.

Referencias

- [1] Sidi, Marcel J. (1997). Attitude Dynamics and Kinematics. Cambridge: Cambridge University Press. Cambridge Aerospace Series.
- [2] A. Tewari. (2007). Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modeling and Simulation with MATLAB and Simulink. Cambridge: Cambridge University Press. Cambridge Aerospace Series.
- [3] Jet Propulsion Laboratory [JPL]. (2005). Lunar Constants and Models Document.
- [4] Ana Laverón Simavilla. (2019). Apuntes de Vehículos Espaciales: Introducción a las órbitas. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio.
- [5] José María Fernández Ibarz, Ignacio Tinao Perez-Miravete. (2019). Apuntes de Misiles. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio.
- [6] Wigbert Fehse. (2003). Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft. Cambridge: Cambridge University Press. Cambridge Aerospace Series.
- [7] NASA. (2008). A Standardized Lunar Coordinate System for the Lunar Reconnaissance Orbiter and Lunar Datasets. LRO Project and LGCWG White Paper. Version 5. Disponible online en <https://lunar.gsfc.nasa.gov/library/LunCoordWhitePaper-10-08.pdf>
- [8] Julio Mulero González. (2017). Primeros pasos en LaTeX para la preparación de textos científicos. Alicante: Universidad de Alicante. <https://web.ua.es/es/ice/pensemonline/mooc/curso17-18/primeros-pasos-en-latex-para-la-preparacion-de-textos-cientificos.html>

A. Sistemas de coordenadas

Tanto las figuras como los sistemas de referencia de este apéndice se han extraído del libro Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft (Fehse, 2003). Para transformar los ejes de terrestres a lunares se ha utilizado el artículo A Standardized Lunar Coordinate System (NASA, 2008).

A.1. Sistema de referencia ecuatorial centrado en la Luna F_{eq}

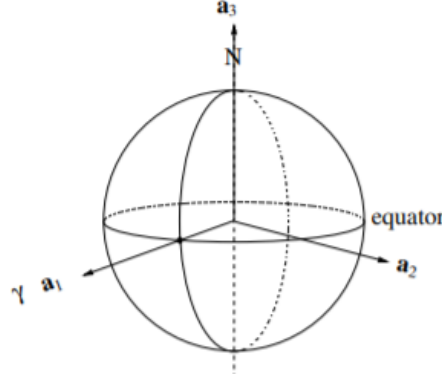


Figura 31: Sistema de referencia F_{eq} .

Origen O_{eq} : Centro de la Luna.

Eje a_1 : En el plano ecuatorial cortando el meridiano primero (apunta directamente a la Tierra).

Eje a_2 : En el plano ecuatorial y cumpliendo $a_3 = a_1 \wedge a_2$.

Eje a_3 : Normal al plano ecuatorial y apuntando al norte.

A.2. Sistema de referencia del plano orbital F_{op}

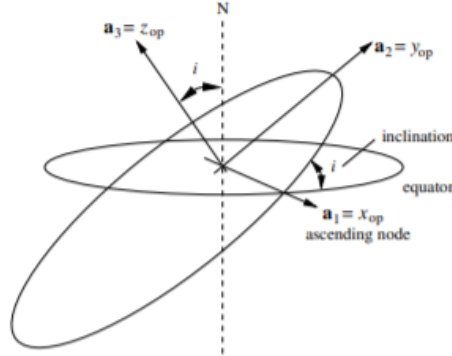


Figura 32: Sistema de referencia F_{op} .

Origen O_{op} : Centro de la Luna.

Eje a_1 : En el plano orbital apuntando al nodo ascendente.

Eje a_2 : En el plano orbital y cumpliendo $a_3 = a_1 \wedge a_2$.

Eje a_3 : Normal al plano orbital e inclinado respecto al norte en el ángulo i .

Para cambiar el sistema de referencia de un vector de F_{eq} a F_{op} se aplica la siguiente transformación.

$$\begin{bmatrix} x_{op} \\ y_{op} \\ z_{op} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{eq} \\ y_{eq} \\ z_{eq} \end{bmatrix}$$

A.3. Sistema de referencia orbital F_{lo}

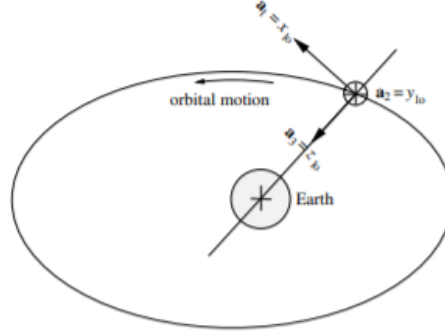


Figura 33: Sistema de referencia F_{lo} .

Origen O_{lo} : Centro de masas del vehículo.

Eje a_1 : Cumpliendo $a_3 = a_1 \wedge a_2$ (en la dirección de la velocidad vectorial) (V-bar).

Eje a_2 : En la dirección contraria al vector momento angular de la órbita (H-bar).

Eje a_3 : Radial del centro de masas del vehículo hacia el centro de la Luna (R-bar).

Para cambiar el sistema de referencia de un vector de F_{op} a F_{lo} se aplica la siguiente transformación.

$$\begin{bmatrix} x_{lo} \\ y_{lo} \\ z_{lo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{op} \\ y_{op} \\ z_{op} \end{bmatrix}$$

A.4. Sistema de referencia de actitud del vehículo F_a (Ejes cuerpo)

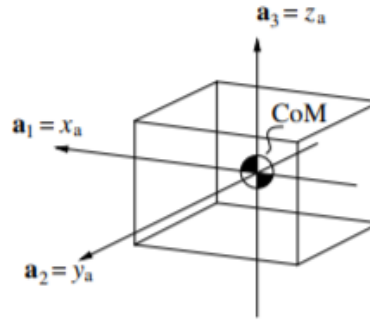


Figura 34: Sistema de referencia F_a .

Las siguientes direcciones y sentidos son las elegidas para condiciones iniciales nulas de los ángulos de Euler:

Origen O_a : Centro de masas del satélite.

Eje a_1 : Un giro sobre este eje provocaría alabeo, inicialmente en la dirección y sentido de la velocidad.

Eje a_2 : Un giro sobre este eje provocaría cabeceo, inicialmente en dirección al centro de la Luna.

Eje a_3 : Un giro sobre este eje provocaría guiñada, inicialmente en la dirección del momento angular.

Éstos serán los ejes que se usen en la propulsión del vehículo.

Para cambiar el sistema de referencia de un vector de F_{lo} a F_a se aplica la siguiente transformación.

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_x) & \sin(\alpha_x) \\ 0 & -\sin(\alpha_x) & \cos(\alpha_x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_y) & 0 & -\sin(\alpha_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha_y) & 0 & \cos(\alpha_y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_z) & \sin(\alpha_z) & 0 \\ -\sin(\alpha_z) & \cos(\alpha_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{lo} \\ y_{lo} \\ z_{lo} \end{bmatrix}$$

B. Código QR

Leyendo el siguiente código QR se puede acceder a la carpeta de OneDrive del alumno que contiene los dos simuladores y el entorno 3D para poder correrlo en cualquier ordenador con una versión lo suficientemente reciente de Matlab y Simulink y con todas las toolbox necesarias. La carpeta también contiene dos vídeos de la visualización 3D de los dos simuladores.



Figura 35

También se puede acceder haciendo click en el siguiente enlace https://upm365-my.sharepoint.com/:f:/g/personal/s_cavia_alumnos_upm_es/EqRNyqHhr6xBrua_4FjwrTQB17SH4c8xRkZcs6G9URURZQ?e=gEfQEJ