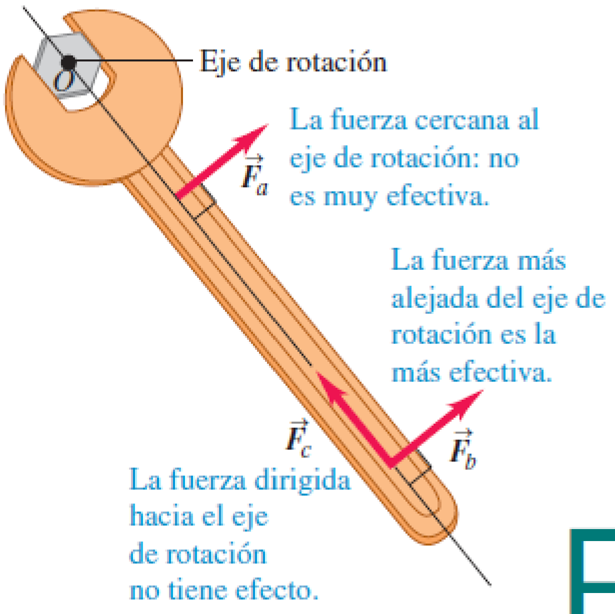
# Comparación entre las ecuaciones de movimiento traslacionales y rotacionales

| Variable | Mov. de tras. pura | Mov. rot. puro (eje fijo) |
|---|---|---|
| Posición | $x$ | $\theta$ |
| Velocidad | $\vec{v} = \frac{d\,\vec{x}}{dt}$ | $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ |
| Aceleración | $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ | $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ |
| Fuerza o Torque | $\vec{F} = \begin{cases} m\,\vec{a} \\ \frac{d\,\vec{p}}{dt} \end{cases}$ | $\vec{\tau}_{ne} = \sum \vec{\tau}_{ei} = \begin{cases} I\alpha\,\hat{n} \\ \frac{d\vec{L}}{dt} \end{cases}$ |
| Trabajo | $W = \int \vec{F}\,d\,\vec{r}$ | $W = \int \tau d\theta$ |
| Energía Cinética | $K_{tras} = \frac{1}{2}mv^2$ | $K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$ |
| Potencia | $P = \vec{F}.\vec{v}$ | $P = \vec{\tau}.\vec{\omega}$ |
| Momentum | $\vec{p} = m\vec{v}$ | $\vec{L} = I_0\omega\,\hat{n}$ |

# 10 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN

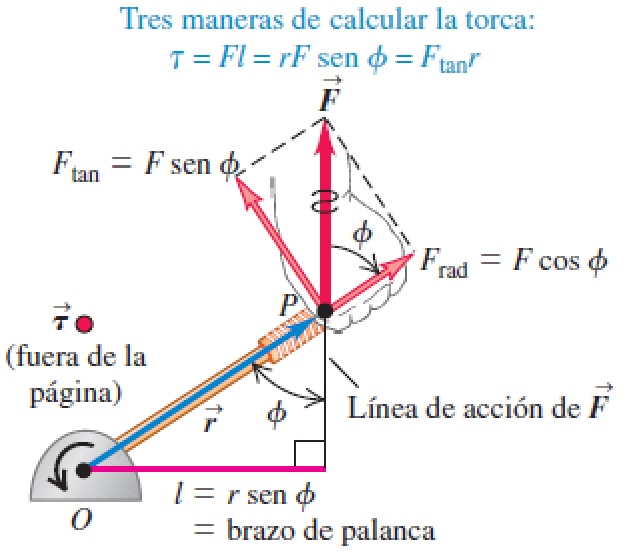
**10.1** ¿Cuál de estas tres fuerzas de igual magnitud tiene la mayor probabilidad de aflojar el tornillo apretado?




En los capítulos 4 y 5 aprendimos que una fuerza neta aplicada a un cuerpo le produce una aceleración. Pero, ¿qué se necesita para producir en un cuerpo una aceleración *angular*? Es decir, ¿qué se necesita para hacer girar a un cuerpo en reposo o para detener a uno que está girando? Se requiere una fuerza, pero se debe aplicar de manera que provoque una acción de torsión o un giro.

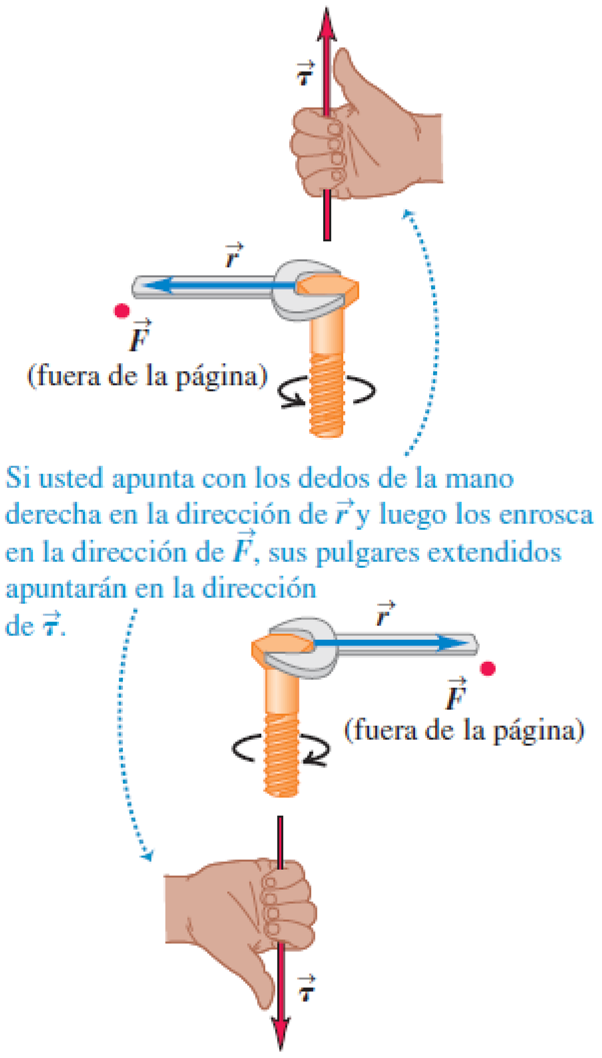
En este capítulo vamos a definir una nueva cantidad física, la *torca*, la cual describe la acción de torsión o giro producido por una fuerza. Encontraremos que la torca neta que actúa sobre un cuerpo rígido determina su aceleración angular, de la misma manera que la fuerza neta sobre un cuerpo determina su aceleración lineal. También estu-

**10.3** Tres maneras de calcular la torca de la fuerza $\vec{F}$ en torno al punto $O$. En esta figura, $\vec{r}$ y $\vec{F}$ se encuentran en el plano de la página y el vector torca $\vec{\tau}$ apunta saliendo de la página hacia usted.




$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{tan} r \qquad \text{(magnitud de la torca)}$$

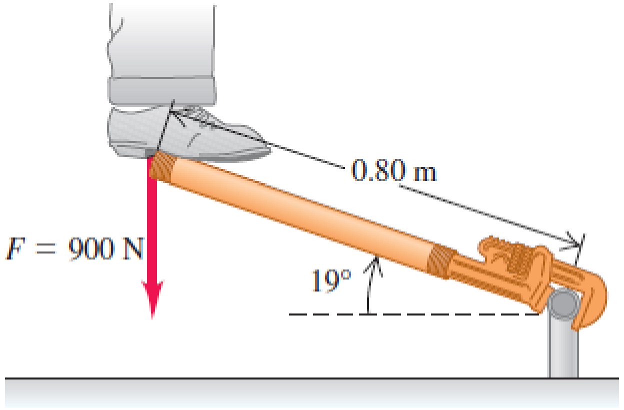
**10.4** El vector torca $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ se dirige a lo largo del eje del tornillo, perpendicular tanto a $\vec{r}$ como a $\vec{F}$. Los dedos de la mano derecha se enroscan en la dirección de la rotación que genera la torca.



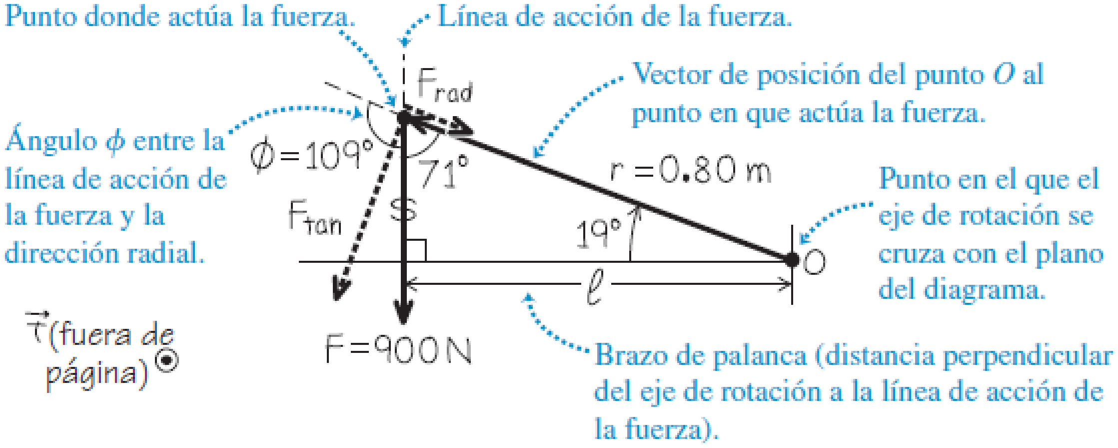
## Ejemplo 10.1 Aplicación de una torca

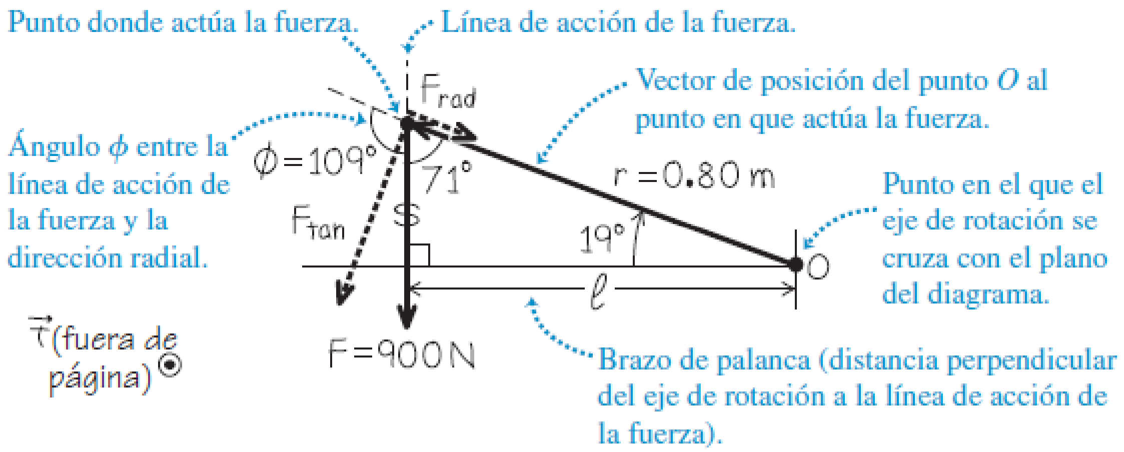
Para aflojar una junta de tubería, un plomero aficionado ensarta un pedazo de tubo (una "extensión") en el mango de su llave. Se coloca de pie en el extremo del tubo, aplicando todo su peso de 900 N en un punto a 0.80 m del centro de la junta (figura 10.5*a*). El mango de la llave y la extensión forman un ángulo de 19° con la horizontal. Encuentre la magnitud y dirección de la torca que se aplica en torno al centro de la junta.

*a*) Diagrama de la situación




*b*) Diagrama de cuerpo libre






## SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR y PLANTEAR:** La figura 10.5*b* muestra los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$ y el ángulo entre ellos ($\phi = 109°$). La ecuación (10.1) o (10.2) nos indicará la magnitud de la torca. La regla de la mano derecha con la ecuación (10.3), $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, nos indica la dirección de la torca.

**EJECUTAR:** Para utilizar la ecuación (10.1), primero se calcula el brazo de palanca *l*. Como se muestra en la figura 10.5*b*,

$$l = r \text{ sen } \phi = (0.80 \text{ m}) \text{ sen } 109° = (0.80 \text{ m}) \text{ sen } 71° = 0.76 \text{ m}$$

Entonces, la ecuación (10.1) nos dice que la magnitud de la torca es

$$\tau = Fl = (900 \text{ N})(0.76 \text{ m}) = 680 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Se obtiene el mismo resultado de la ecuación (10.2):

$$\tau = rF \text{ sen } \phi = (0.80 \text{ m})(900 \text{ N})(\text{sen } 109°) = 680 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Alternativamente, podemos encontrar $F_{tan}$, la componente tangencial de $\vec{F}$ que actúa perpendicular a $\vec{r}$. La figura 10.5*b* muestra que esta componente se encuentra en un ángulo de $109° - 90° = 19°$ de $\vec{F}$, de modo que $F_{tan} = F \text{ sen } \phi = F(\cos 19°) = (900 \text{ N})(\cos 19°) = 851$ N. Entonces, de acuerdo con la ecuación 10.2,

$$\tau = F_{tan}\, r = (851 \text{ N})(0.80 \text{ m}) = 680 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Doble los dedos de la mano derecha de la dirección de $\vec{r}$ (en el plano de la figura 10.5*b*, hacia la izquierda y hacia arriba) a la dirección de $\vec{F}$ (verticalmente hacia abajo). Entonces su dedo pulgar derecho apunta hacia afuera del plano de la figura: esta es la dirección de $\vec{\tau}$.

**EVALUAR:** Para comprobar la torca $\vec{\tau}$, observe que la fuerza en la figura 10.5 tiende a producir una rotación en sentido antihorario en torno a *O*. Si enrosca los dedos de su mano derecha en dirección antihoraria, el pulgar apunta hacia afuera del plano de la figura 10.5, que es de hecho la dirección de la torca.

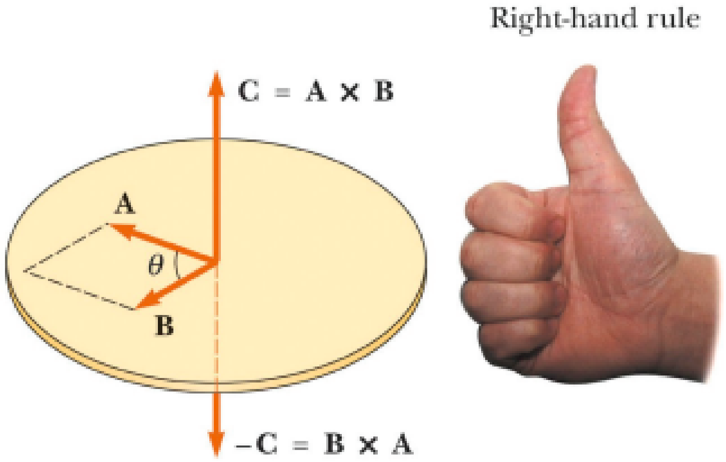
# Producto vectorial

*Definición:* Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ vectores en $\mathbb{R}^n$ el producto cruz entre ellos notado $\vec{A} \times \vec{B}$ se define

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta \, \hat{n}$$

$\theta$ es el ángulo determinado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$.
$\hat{n}$ es un vector unitario normal al plano determinado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$.
El sentido de $\vec{A} \times \vec{B}$ está dado por la regla de la mano derecha

Ilustración:



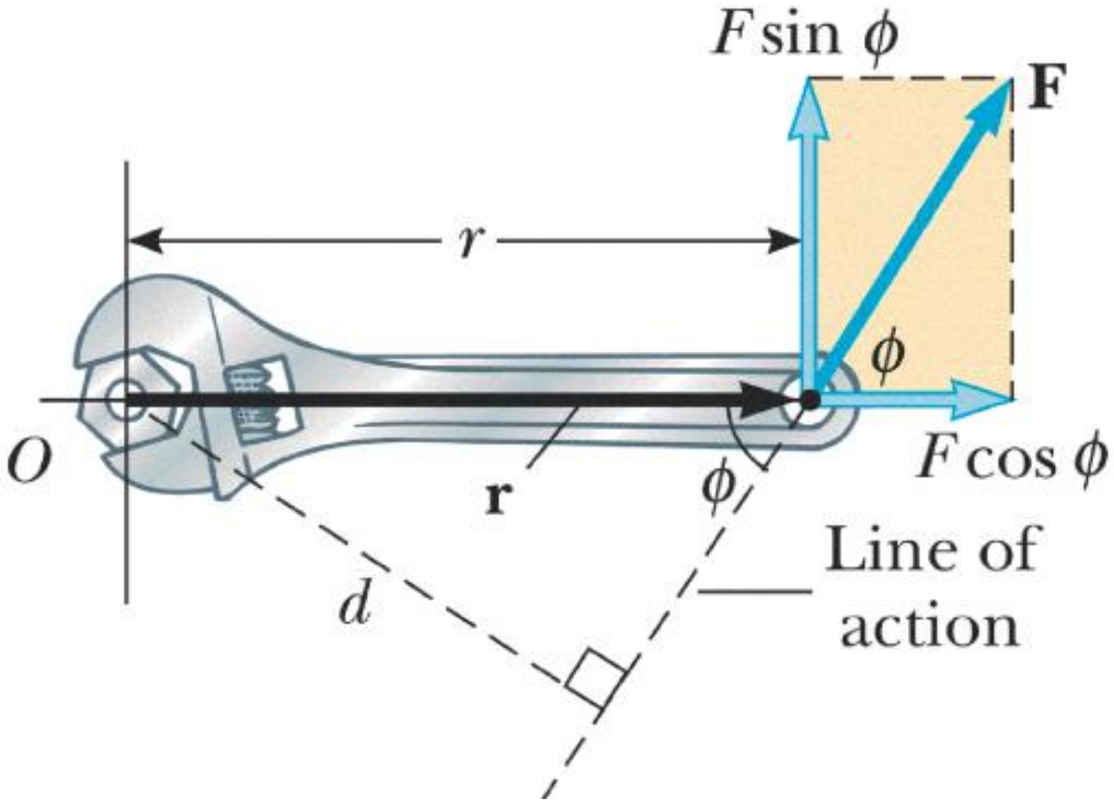

$$\left\| \vec{A} \times \vec{B} \right\| = AB \sin\theta.$$

El producto cruz de vectores es antiparalelo
$\vec{A} \times \vec{B} = -\left(\vec{B} \times \vec{A}\right).$

## Momento de una fuerza o torque $(\tau)$

Definición: Se denota por $\vec{\tau}_O$ y su magnitud se determina mediante el producto de la magnitud la de fuerza $\vec{F}$ que lo produce, y la distancia perpendicular del punto $O$ respecto al cual se mide, a la línea de acción de $\vec{F}$.

*Ilustración.*



*Observaciones:* De la figura, se tienen que:

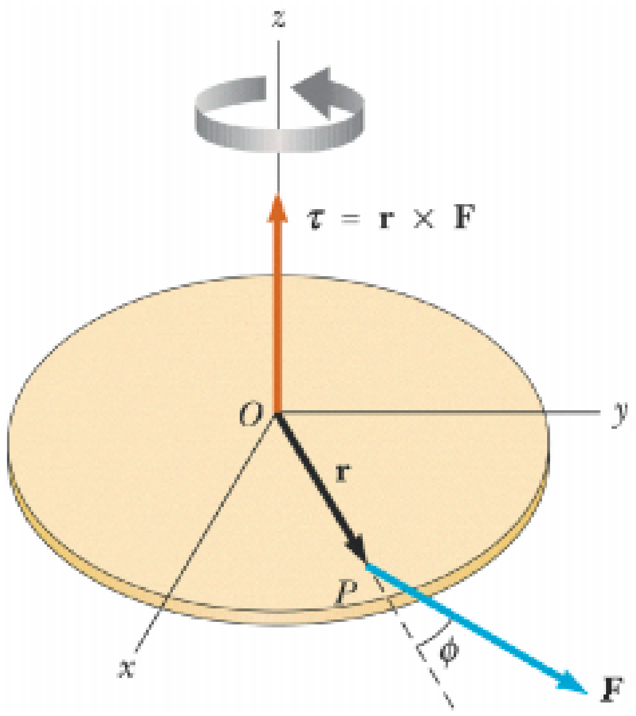
$\|\vec{\tau}_O\| = \tau_O = Fd\perp = Fd\sin\theta = \left\|\vec{r}\times\vec{F}\right\|$

$\theta$ : ángulo formado por $\vec{F}$ y el vector de posición $\vec{r}$ del punto de aplicación de $\vec{F}$ con respecto a $O$.

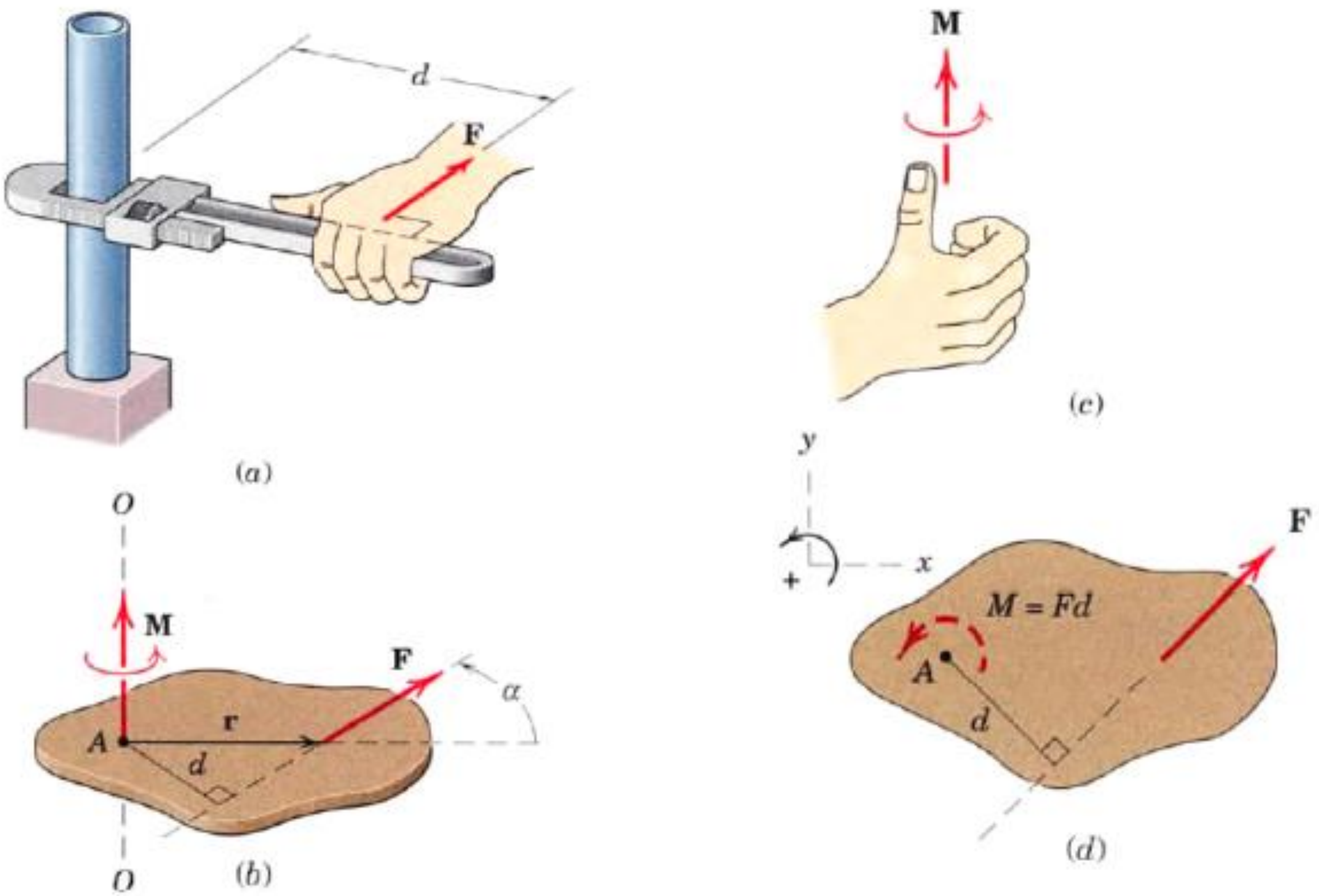
$O$ : punto por donde pasa un eje normal al plano determinado por $\vec{F}$ y $\vec{r}$, alrededor del cual el sólido rígido puede rotar.

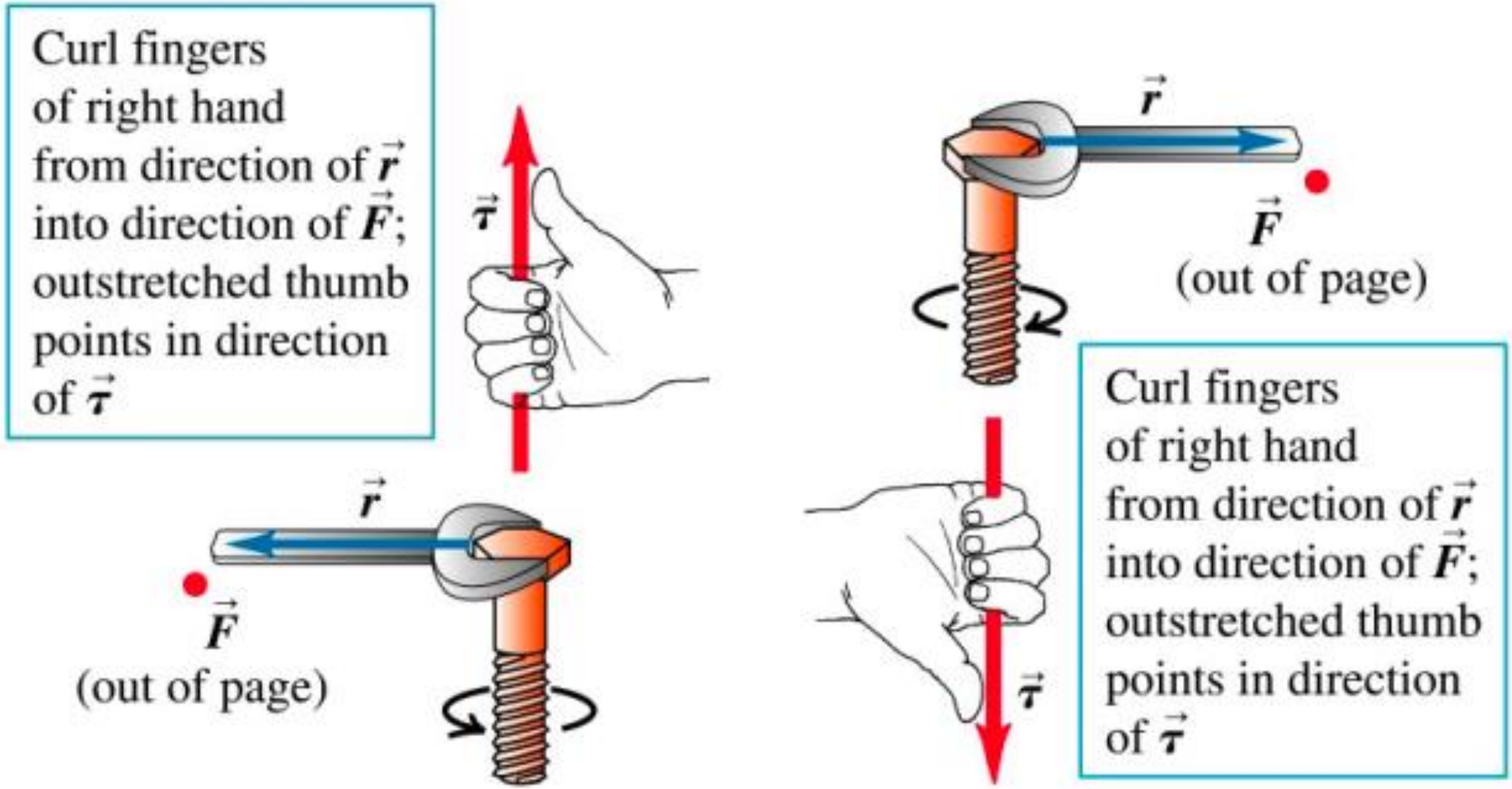
En general $\vec{\tau}_O = \vec{r}\times\vec{F} = Fd\sin\theta\,\hat{n}$.

*Ilustración:*



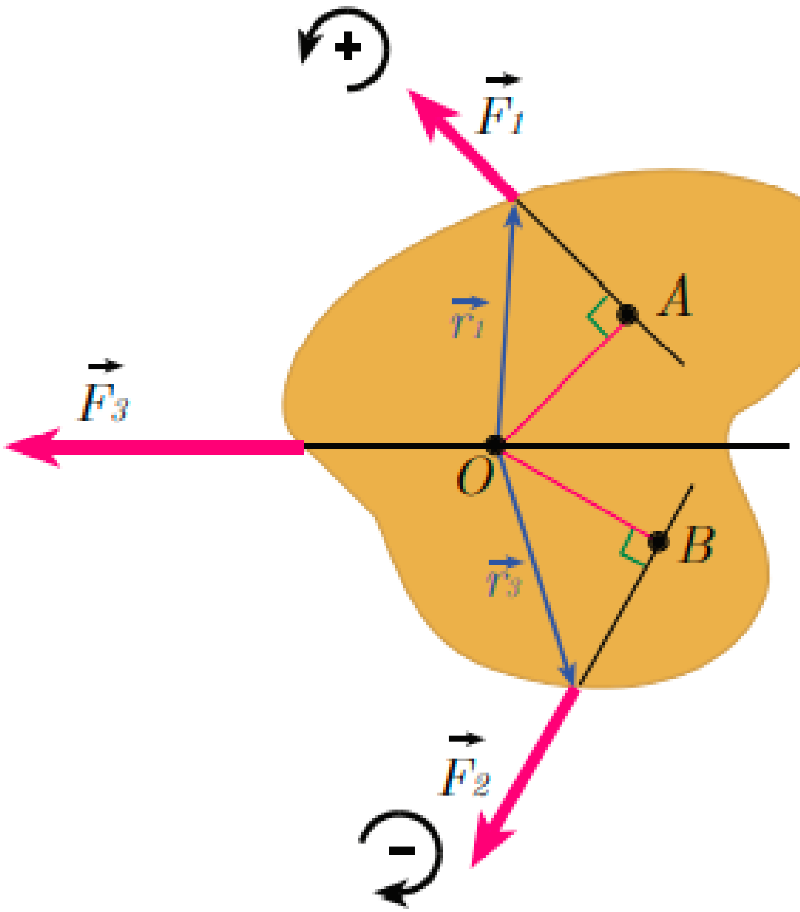
# Ilustraciones



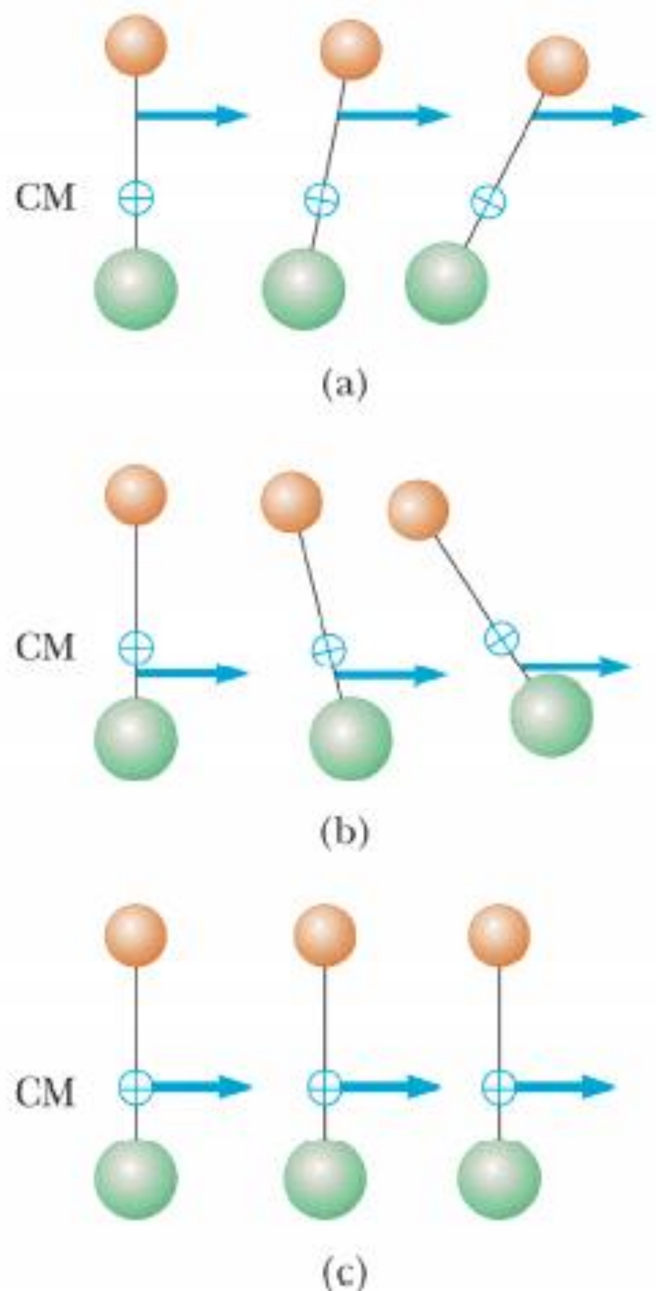

Curl fingers of right hand from direction of $\vec{r}$ into direction of $\vec{F}$; outstretched thumb points in direction of $\vec{\tau}$
$\vec{\tau}$
$\vec{r}$
$\vec{F}$
(out of page)
$\vec{r}$
$\vec{F}$
(out of page)
Curl fingers of right hand from direction of $\vec{r}$ into direction of $\vec{F}$; outstretched thumb points in direction of $\vec{\tau}$
$\vec{\tau}$

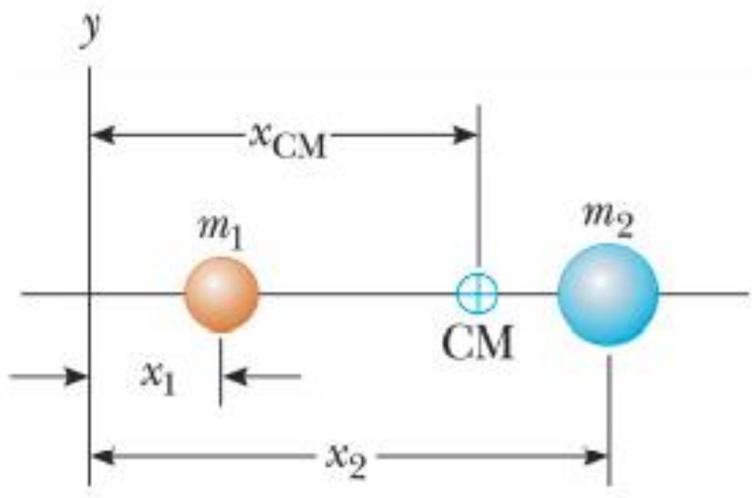
Dimensionalmente $[\vec{\tau}_O] = \frac{ML^2}{T^2}$ y se mide en $\mathrm{N\,m}$ en el $S\,I$ y $\mathrm{lb\,ft}$ en el $B\,E\,S$.
Nótese que $\tau_O$ depende de tanto de $F$ como del punto con respecto al cual se mida.

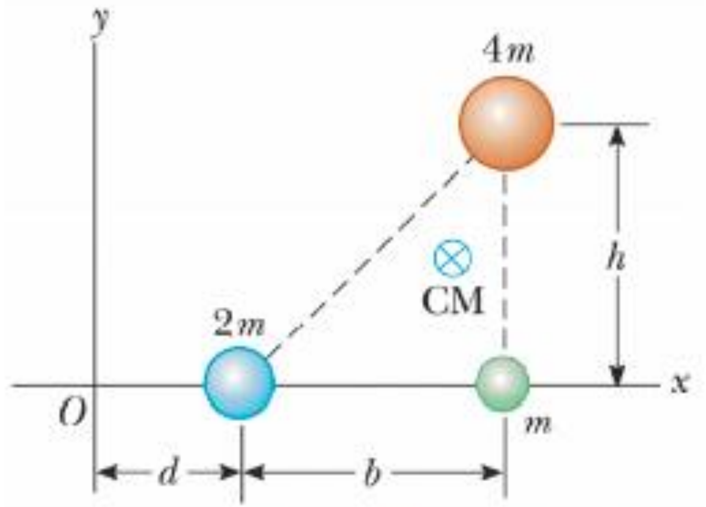
*Convenciones*



## Ilustración 2



## 8.5 Centro de masa

Podemos replantear el principio de conservación del momento lineal en una forma útil usando el concepto de **centro de masa**. Supongamos que tenemos varias partículas con masas $m_1$, $m_2$, etcétera. Las coordenadas de $m_1$ son $(x_1, y_1)$, las de $m_2$ son $(x_2, y_2)$, y así sucesivamente. Definimos el centro de masa del sistema como el punto con coordenadas $(x_{cm}, y_{cm})$ dadas por

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} \qquad \text{(centro de masa)} \quad (8.28)$$

El vector de posición $\vec{r}_{cm}$ del centro de masa se puede expresar en términos de los vectores de posición $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$ de las partículas como

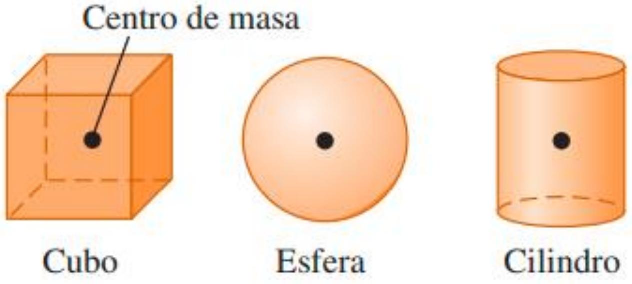
$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i} \quad \text{(centro de masa)} \qquad (8.29)$$

En términos estadísticos, el centro de masa es una posición *media ponderada de la masa* de las partículas.

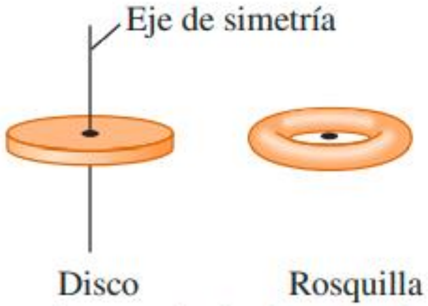
En el caso de cuerpos sólidos, que tienen (al menos en el nivel macroscópico) una distribución continua de materia, las sumas de las ecuaciones (8.28) deben sustituirse por integrales. Los cálculos suelen ser complicados, pero, en general, podemos decir tres cosas acerca de tales problemas (figura 8.28). Primero, si un cuerpo homogéneo tiene un centro geométrico, como una bola de billar, un terrón de azúcar o una lata de jugo de naranja congelado, el centro de masa está en el centro geométrico. Segundo, si un cuerpo tiene un eje de simetría, como una rueda o una polea, el centro de masa está sobre ese eje. Tercero, ninguna ley dice que el centro de masa debe estar dentro del cuerpo. Por ejemplo, el centro de masa de una rosquilla está en el centro del agujero.

Hablaremos un poco más acerca de la localización del centro de masa en el capítulo 11, cuando veamos un concepto relacionado, el *centro de gravedad*.

**8.28** Localización del centro de masa de un objeto simétrico.




Si un objeto homogéneo tiene un centro geométrico, es ahí donde se localiza el centro de masa.




Si un objeto tiene un eje de simetría, el centro de masa estará sobre este. El centro de masa no siempre está dentro del objeto, como en el caso de una rosquilla.

# Importancia estratégica del centro de masa

El centro de masa $(CM)$ de un *sólido rígido* o de un *sistema de muchas partículas* es un punto en el cual, al ser aplicada una fuerza en él, el sistema se mueve como si fuera una sola masa $M$. $\Longleftrightarrow$ Es decir al aplicar una fuerza en el $CM$, se produce una traslación pura del sistema.

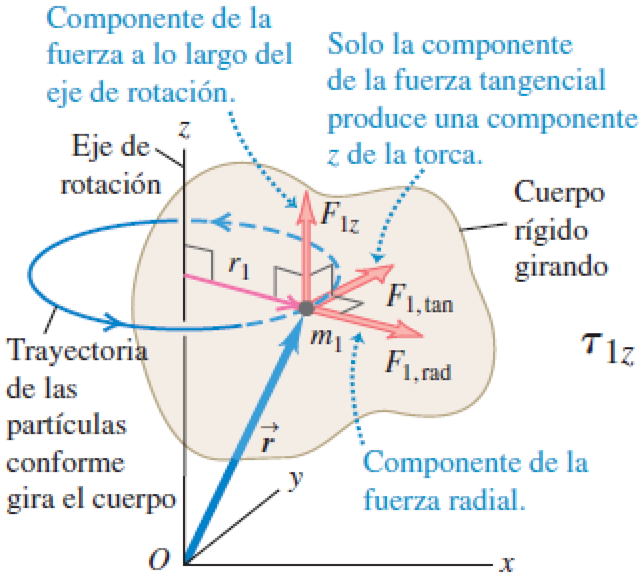
- El centro de masa $(CM)$ de un cuerpo *homogéneo* se localiza en su centro geométrico.
- Si $g$ es constante sobre toda la masa, *el centro de masa* coincide con el llamado *centro de gravedad*.
- Nuestro esfuerzo en lo que sigue se concentrará en mostar que estudiar el movimiento de un sistema de partículas, es equivalente a estudiar el movimiento de una sola, cuya masa es la masa total del sistema y cuya posición está definida mediante el vector de posición del centro de masa.

# Comparación entre las ecuaciones de movimiento traslacionales y rotacionales

| Variable | Mov. de tras. pura | Mov. rot. puro (eje fijo) |
|---|---|---|
| Posición | $x$ | $\theta$ |
| Velocidad | $\vec{v} = \frac{d\,\vec{x}}{dt}$ | $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ |
| Aceleración | $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ | $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ |
| Fuerza o Torque | $\vec{F} = \begin{cases} m\,\vec{a} \\ \frac{d\,\vec{p}}{dt} \end{cases}$ | $\vec{\tau}_{ne} = \sum \vec{\tau}_{ei} = \begin{cases} I\alpha\,\hat{n} \\ \frac{d\vec{L}}{dt} \end{cases}$ |
| Trabajo | $W = \int \vec{F}\,d\,\vec{r}$ | $W = \int \tau d\theta$ |
| Energía Cinética | $K_{tras} = \frac{1}{2}mv^2$ | $K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$ |
| Potencia | $P = \vec{F}.\vec{v}$ | $P = \vec{\tau}.\vec{\omega}$ |
| Momentum | $\vec{p} = m\vec{v}$ | $\vec{L} = I_0\omega\,\hat{n}$ |

## 10.2 Torca y aceleración angular de un cuerpo rígido

**10.6** Conforme un cuerpo rígido gira alrededor del eje $z$, una fuerza neta $\vec{F}_1$ actúa sobre una partícula del cuerpo. Solo la componente de la fuerza $F_{1,\,\tan}$ puede afectar la rotación, ya que solo $F_{1,\,\tan}$ ejerce una torca en torno a $O$ con una componente $z$ (a lo largo del eje de rotación).




$$F_{1,\,\tan} = m_1 a_{1,\,\tan} \qquad a_{1,\,\tan} = r_1 \alpha_z.$$

$$F_{1,\,\tan}\, r_1 = m_1 r_1^{\,2} \alpha_z \qquad \tau_{1z} = F_{1,\,\tan} r_1$$

$$\tau_{1z} = I_1 \alpha_z = m_1 r_1^{\,2} \alpha_z \qquad m_1 r_1^{\,2} \text{ es } I_1,$$

$$\tau_{1z} + \tau_{2z} + \cdots = I_1 \alpha_z + I_2 \alpha_z + \cdots = m_1 r_1^{\,2} \alpha_z + m_2 r_2^{\,2} \alpha_z + \cdots$$

$$\sum \tau_{iz} = \left( \sum m_i r_i^{\,2} \right) \alpha_z$$

$a_{\tan} = r\alpha_z$, $\alpha_z$ debe medirse en $\mathrm{rad/s^2}$.

Al factor

$$I_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \tag{2}$$

Se le llama el momento de inercia $I_0$ del sólido rígido.
$I_0$ representa la inercia rotacional $\Longleftrightarrow$ *medida de la resistencia que oponen los solidos rígidos a rotar.*
Si en (1) $n \longrightarrow \infty$, entonces

$$I_0 = \lim_{n \longrightarrow \infty} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \int m_i r^2 dr$$

Combinando (1) y (2) se obtiene:

$$\vec{\tau}_{ne_0 F} = I_0 \alpha\, \hat{k} \tag{3}$$

Ecuación conocida como *la segunda ley de Newton para el movimiento de rotación pura.*

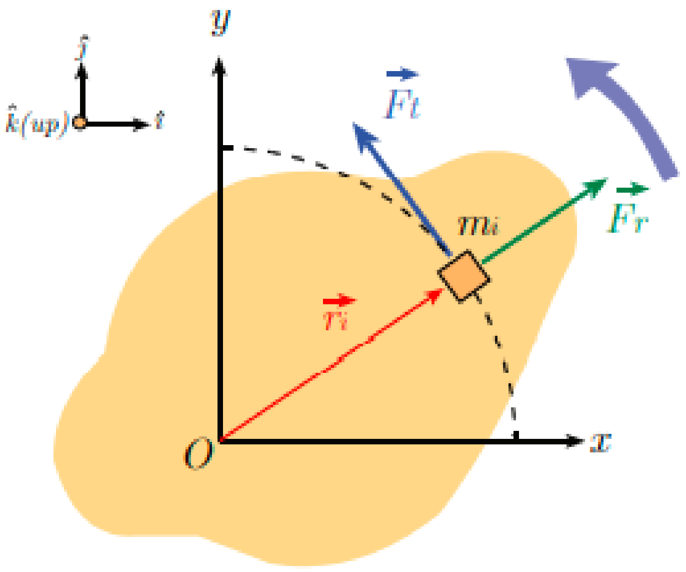
# Dinámica rotacional

Movimiento de un sólido rígido cuando gira alrededor de un eje fijo

**Definición:**

*El sólido rígido:* es un modelo físico usado para describir los sistemas según el cual, la distancia promedio entre las patículas que lo forman permanece constante, independientemente de las interaciones a las cuales esté sometido.

Segunda ley de Newton para el movimiento de rotación pura




En la figura

$\vec{r}_i$ : Vector de posición de la $i-esima$ partícula.

$m_i$ : Masa de la $i-esima$ partícula.

$F_t$ y $F_r$ Componentes de la fuerza $F$.

El torque sobre $m_i$, con respecto a $O$ asociado a $F$ notado por $\vec{\tau}_{iOF}$ está dado por

$$\vec{\tau}_{iOF} = \vec{\tau}_{ioF_t} + \vec{\tau}_{iOF_r} = \vec{\tau}_{iOF_t} = \vec{r}_i \times \vec{F}_t$$

Recuérdese que $\vec{\tau}_{i_O F_r} = 0$
De otro lado, recuérdese también que

$$\vec{F}_t = m_i \vec{a}_t = m_i r_i \alpha \hat{\theta}$$

De modo que

$$\vec{\tau}_{ioF} = \vec{r}_i \times m_i r_i \alpha \hat{\theta} = r_i \, \hat{r} \times m_i r_i \alpha \hat{\theta} = m_i r_i^2 \alpha \, \hat{k}$$

En torque neto externo asociado a $\vec{F}$ con respecto a $O$, que actúa sobre el sólido rígido está dado por

$$\vec{\tau}_{neoF} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_{ioF} = \sum_{i=1}^{n} \left( m_i r_i^2 \alpha \hat{k} \right) = \left( \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \right) \alpha \hat{k} \qquad (1)$$

Al factor

$$I_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \tag{2}$$

Se le llama el momento de inercia $I_0$ del sólido rígido.
$I_0$ representa la inercia rotacional $\Longleftrightarrow$ *medida de la resistencia que oponen los solidos rígidos a rotar.*
Si en (1) $n \longrightarrow \infty$, entonces

$$I_0 = \lim_{n \longrightarrow \infty} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \int m_i r^2 dr$$

Combinando (1) y (2) se obtiene:

$$\vec{\tau}_{ne_0 F} = I_0 \alpha \hat{k} \tag{3}$$

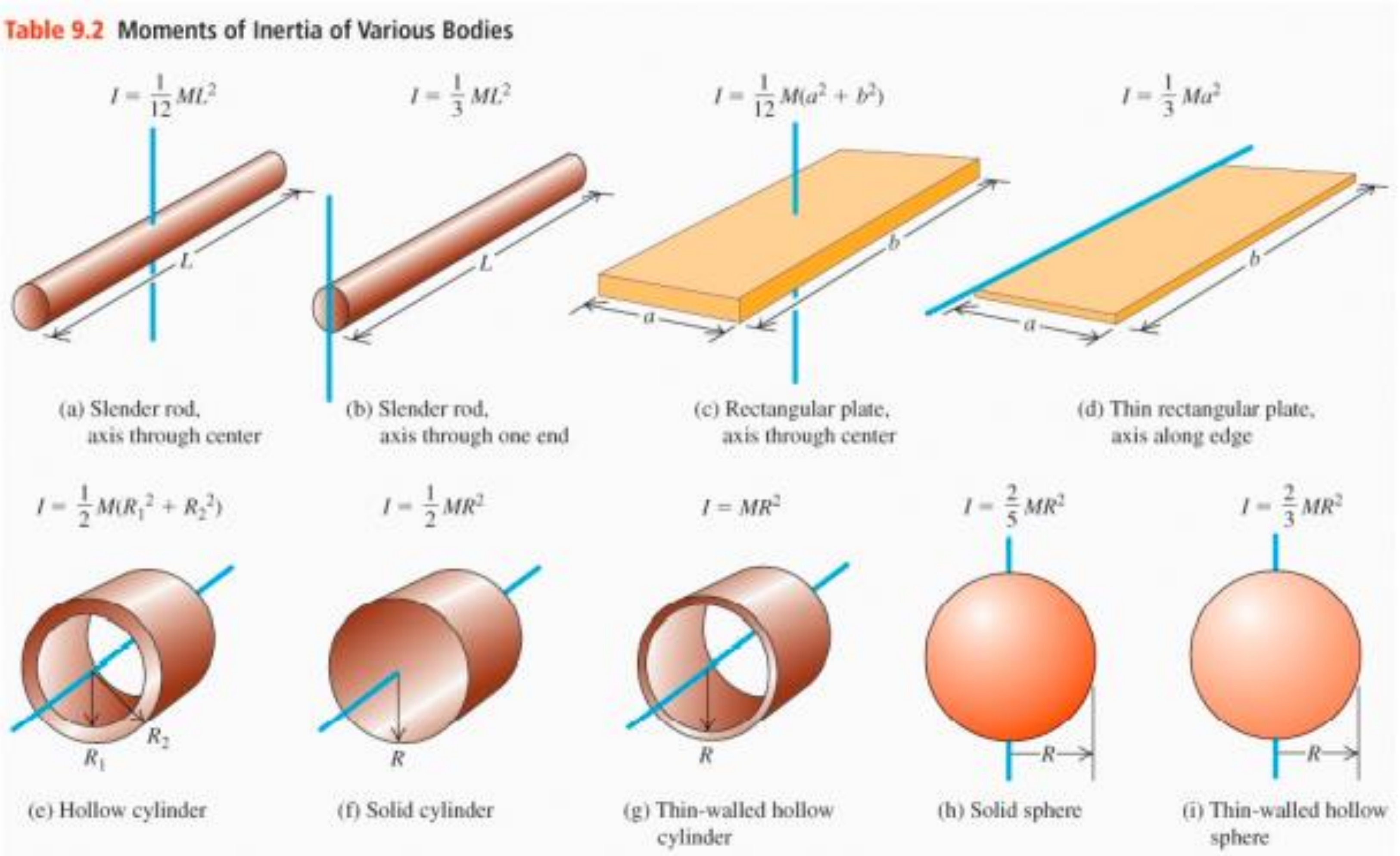
Ecuación conocida como *la segunda ley de Newton para el movimiento de rotación pura.*

*Observaciones:* La ecuación (3) es válida cuando:

El eje alrededor del cual gira el $S.R$ permanece fijo.

El eje alrededor del cual gira el $S.R$ pasa por su $C.M$ y no cambia de dirección.

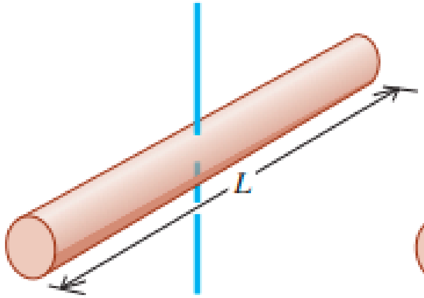
*Momentos de inercia usuales*



## Tabla 9.2 Momentos de inercia de diversos cuerpos

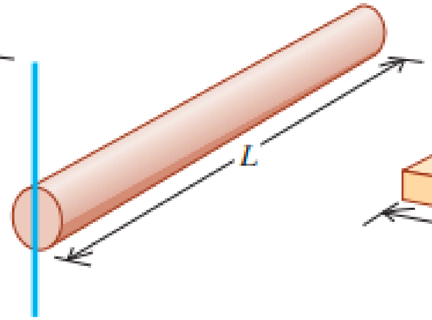
*a)* Varilla delgada, eje a través del centro

$$I = \frac{1}{12}ML^2$$



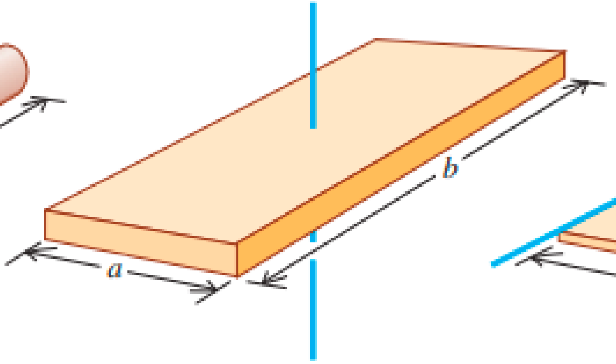

*b)* Varilla delgada, eje a través de un extremo

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$



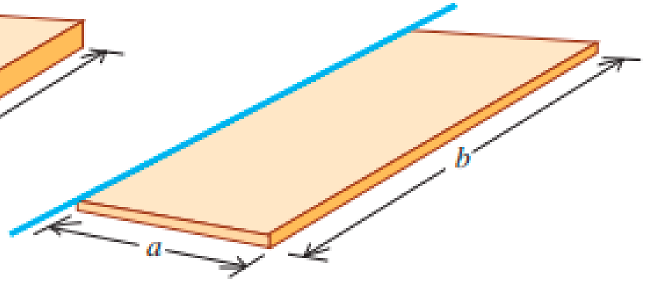

*c)* Placa rectangular, eje a través del centro

$$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$



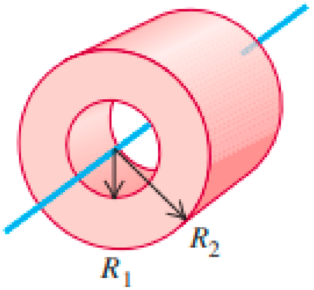

*d)* Placa rectangular delgada, eje a lo largo de un extremo

$$I = \frac{1}{3}Ma^2$$



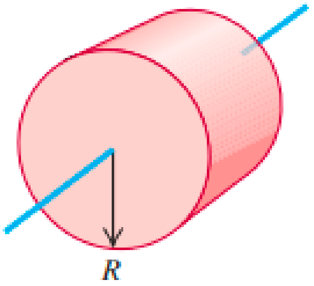

*e)* Cilindro hueco de pared gruesa

$$I = \frac{1}{2}M(R_1{}^2 + R_2{}^2)$$



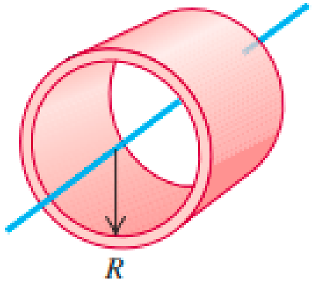

*f)* Cilindro sólido

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



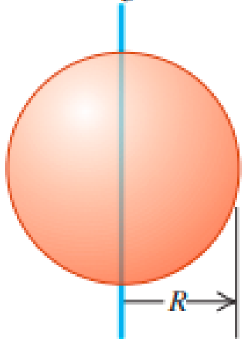

*g)* Cilindro hueco de pared delgada

$$I = MR^2$$



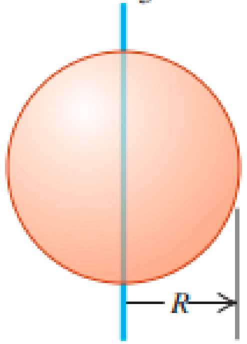

*h)* Esfera sólida

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$




*i)* Esfera hueca de pared delgada

$$I = \frac{2}{3}MR^2$$



## Estrategia para resolver problemas 10.1 Dinámica rotacional de cuerpos rígidos

Nuestra estrategia para resolver problemas de dinámica rotacional es muy similar a la estrategia para resolver problemas 5.2, donde interviene la segunda ley de Newton.

**IDENTIFICAR** *los conceptos relevantes:* La ecuación (10.7), $\sum \tau_z = I\alpha_z$, es útil en todos los casos en que actúan torcas sobre un cuerpo rígido. En algunos casos, tal vez se prefiera un método de energía, como se hizo en la sección 9.4. Sin embargo, cuando la incógnita es una fuerza, una torca, una aceleración, una aceleración angular o un tiempo transcurrido, usar $\sum \tau_z = I\alpha_z$ casi es siempre mejor.

**PLANTEAR** *el problema* empleando estos pasos:

1. Elabore un diagrama de la situación e identifique el cuerpo o los cuerpos que va a analizar. Indique el eje de rotación.
2. Para cada cuerpo, dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre la *forma* de cada cuerpo, incluyendo todas las dimensiones y los ángulos que necesita para los cálculos de la torca. Etiquete las cantidades pertinentes con símbolos algebraicos.
3. Elija ejes de coordenadas para cada cuerpo e indique un sentido de rotación positivo (horario o antihorario) para cada cuerpo que gire. Si conoce el sentido de $\alpha_z$, elíjalo como el sentido de rotación positivo.

**EJECUTAR** *la solución*:

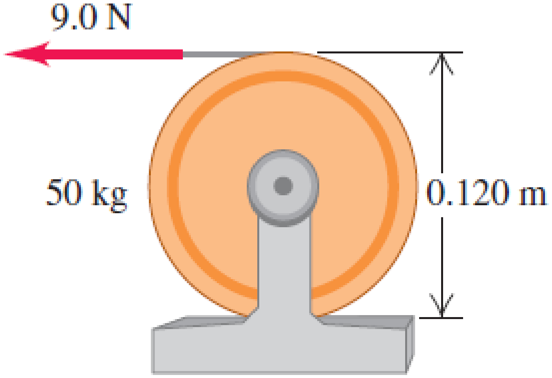
1. Para cada cuerpo del problema, determine si experimenta movimiento de traslación, movimiento de rotación o ambos. Luego, aplique $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ (como en la sección 5.2), $\sum \tau_z = I\alpha_z$, o ambas al cuerpo.
2. Exprese en forma algebraica cualquier relación *geométrica* entre los movimientos de dos o más cuerpos. Un ejemplo es una cadena que se desenrolla, sin resbalar, de una polea o un volante que rueda sin deslizar (esto se analiza en la sección 10.3). Estas relaciones por lo general aparecen como relaciones entre aceleraciones lineal y/o angular.
3. Asegúrese de que el número de ecuaciones coincida con el número de incógnitas. Resuelva las ecuaciones para obtener la(s) incógnita(s).

**EVALUAR** *la respuesta:* Compruebe que los signos algebraicos de sus resultados sean lógicos. Por ejemplo, si está desenrollando hilo de un carrete, ¡sus respuestas no deberán decirnos que el carrete gira en el sentido en que el hilo se enrolla! Compruebe que cualquier resultado algebraico sea correcto para casos especiales o valores extremos de las cantidades.

## Ejemplo 10.2 Cable que se desenrolla I

La figura 10.9*a* muestra la situación que analizamos en el ejemplo 9.7 usando métodos de energía. ¿Cuál es la aceleración del cable?

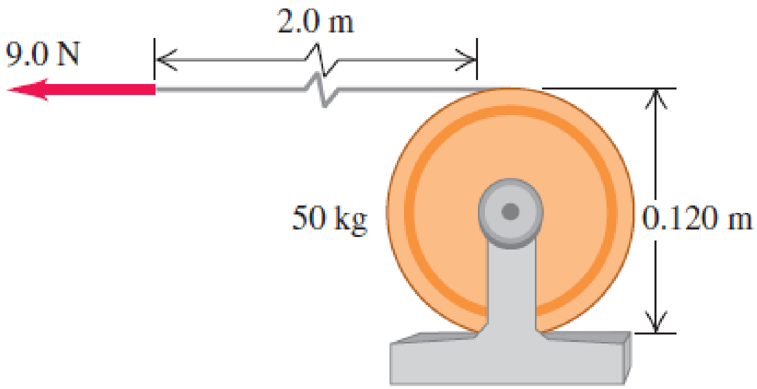
*a*)

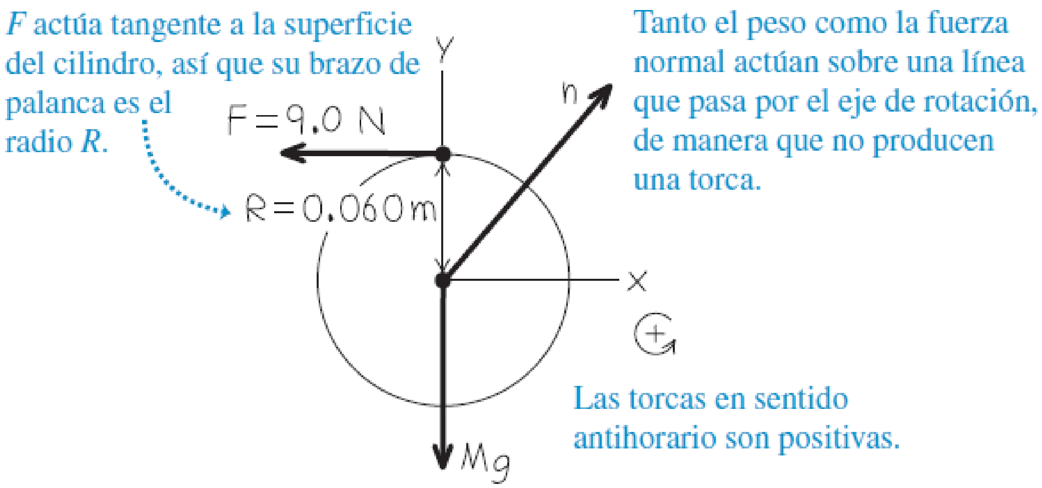



## Ejemplo 9.7 Cable que se desenrolla I

Un cable ligero, y que no se estira, se enrolla alrededor de un cilindro sólido con masa de 50 kg y 0.120 m de diámetro, que gira alrededor de un eje fijo horizontal y está montado en cojinetes sin fricción (figura 9.16). Una fuerza constante de 9.0 N tira del extremo libre del cable una distancia de 2.0 m, haciendo girar el cilindro conforme se desenrolla sin resbalar. Si el cilindro está inicialmente en reposo, calcule su rapidez angular final y la rapidez final del cable.

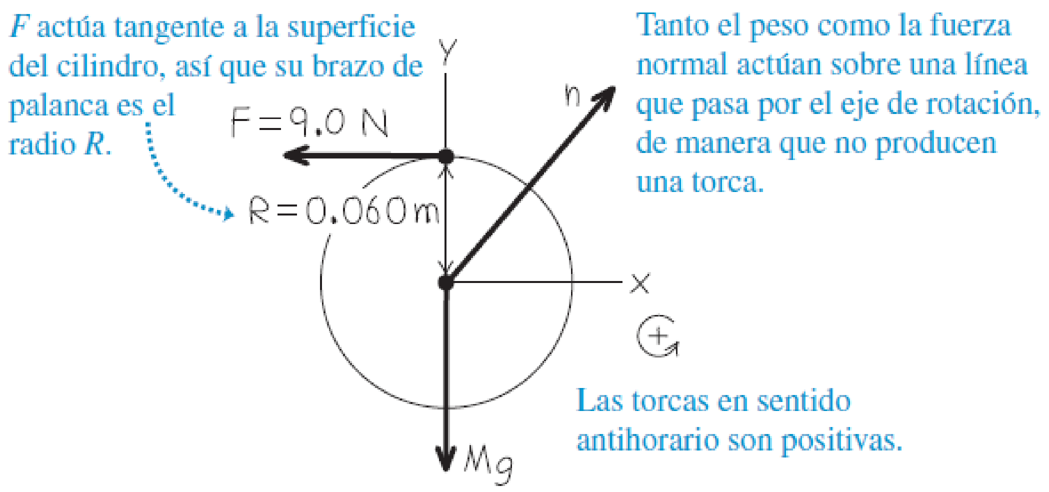
Un cable se desenrolla de un cilindro (vista lateral).



## Ejemplo 10.2 Cable que se desenrolla I

La figura 10.9*a* muestra la situación que analizamos en el ejemplo 9.7 usando métodos de energía. ¿Cuál es la aceleración del cable?




$$\sum \tau_z = I\alpha_z \quad \text{(análogo rotacional de la segunda ley de Newton para un cuerpo rígido)} \qquad (10.7)$$

es $I = \frac{1}{2}MR^2$.

$\tau_z = FR$.

$$\alpha_z = \frac{\tau_z}{I} = \frac{FR}{MR^2/2} = \frac{2F}{MR} = \frac{2(9.0\ \text{N})}{(50\ \text{kg})(0.060\ \text{m})} = 6.0\ \text{rad/s}^2$$

$$a_{\tan} = R\alpha_z = (0.060\ \text{m})(6.0\ \text{rad/s}^2) = 0.36\ \text{m/s}^2$$

## Tabla 9.1 Comparación del movimiento lineal y angular con aceleración constante

| Movimiento rectilíneo con aceleración lineal constante | | Rotación sobre un eje fijo con aceleración angular constante | |
|---|---|---|---|
| $a_x = \text{constante}$ | | $\alpha_z = \text{constante}$ | |
| $v_x = v_{0x} + a_x t$ | (2.8) | $\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t$ | (9.7) |
| $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ | (2.12) | $\theta = \theta_0 + \omega_{0z}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2$ | (9.11) |
| $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$ | (2.13) | $\omega_z^2 = \omega_{0z}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0)$ | (9.12) |
| $x - x_0 = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)t$ | (2.14) | $\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_{0z} + \omega_z)t$ | (9.10) |