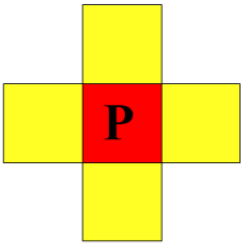
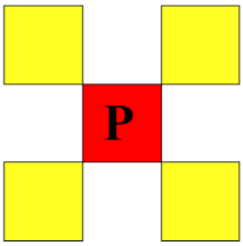
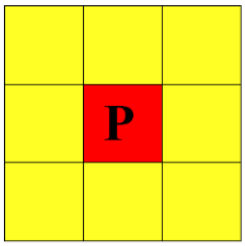
常见的像素邻域



四邻域



D邻域



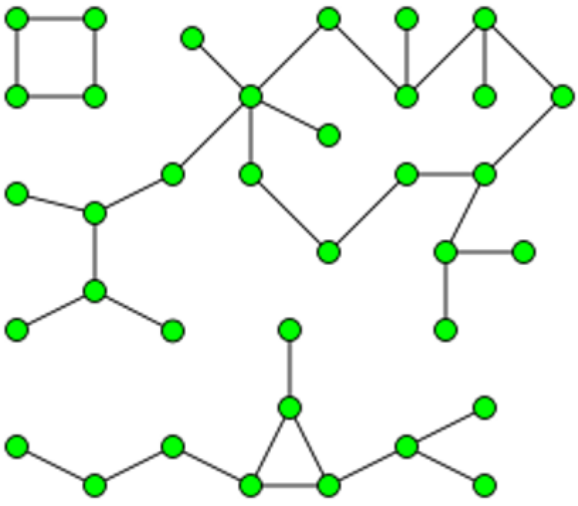
八邻域

图像可以被看作是图，每个像素是一个节点，像素之间根据邻接关系和颜色值等以边相连

- 连通域
- 最短路径
- 图切割

图的连通域

- **同一连通域的任意两结点都能以路径相连**



我们可以根据相邻像素的连通性，搜索连通区域。应该怎么做呢?

连通域

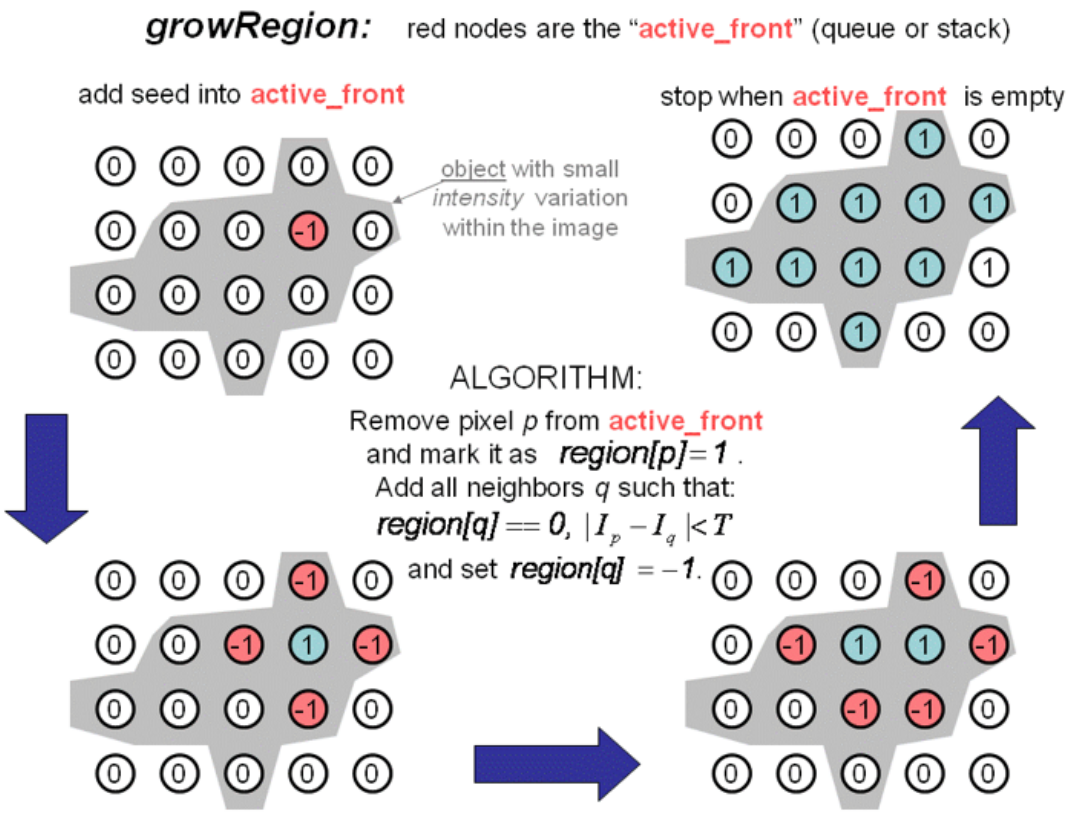
区域增长/种子填充

■ 基于给定的种子像素，搜索最大连通区域

思想：类似 BFS

流程：

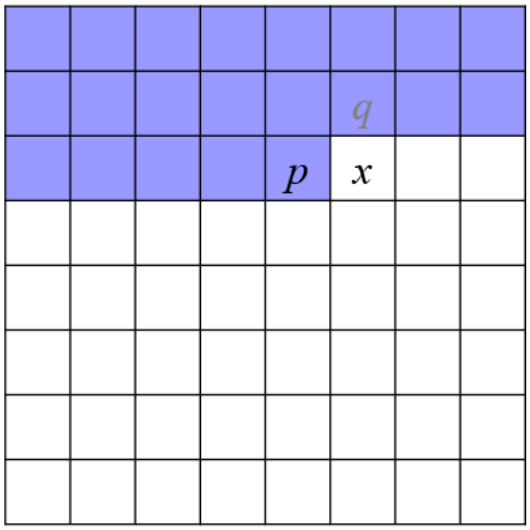
- 将种子像素放入栈
- 若栈非空
  - s = pop stack
  - 标记 s
  - 将满足条件的 s 的邻居入栈（该邻居未被访问过，且其像素值与 s 相差小于 T）



快速连通域算法

该算法为四邻域（上下左右）快速连通域算法

■ 一次扫描 + 合并等价类



- *x!=p && x!=q*
- *x=p 或 x=q*
- *x=p=q, L(p)=L(q)*
- *x=p=q, L(p)!=L(q)*

遍历整个图像，遍历到的位置命名为 x 。对 x 的连通域的 label 可以分为四种情况，如上图所示

说明：归为一个 label 代表着并查集合并

- 将 x 新定义一个 label
- 将 x 归为 p 或 q 所属的 label
- 将 x 归为 p 或 q 所属的 label
- 将 p 和 q 归为同一个 label，并将 x 也归为这一 label

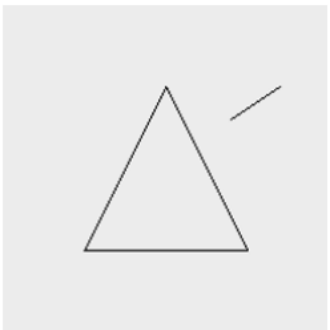
最短路径

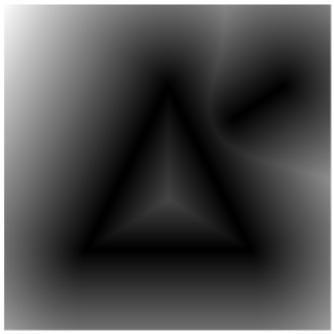
- 单源最短路：Dijkstra
- 多源：将多源转化为单源（没懂）

图像距离场

所有非 0 像素到最近的 0 像素（黑的）的距离。图像上越亮的点，代表了离零点的距离越远

■ 所有像素到种子像素的最短距离：





距离变换

利用像素规则布局的特点，对图像求距离场的快速方法

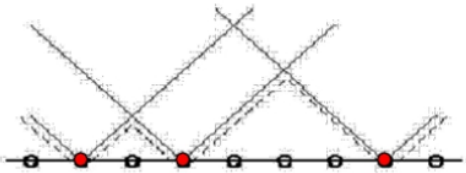
- 一维：对于seed，初始化为 0 ，否则为 inf。然后，从左向右扫一遍，从右向左扫一遍

1. **Initialize:** For all j
   - D[j] ← 0 or inf // 0 if j is seed, inf otherwise
2. **Forward:** For j from 1 up to n-1
   - D[j] ← min(D[j], D[j-1]+1)

+1	0

3. **Backward:** For j from n-2 down to 0
   - D[j] ← min(D[j], D[j+1]+1)

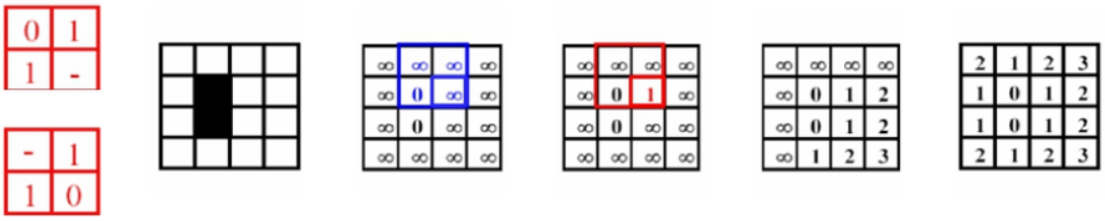
0	+1



∞	0	∞	0	∞	∞	∞	0	∞
∞	0	1	0	1	2	3	0	1
1	0	1	0	1	2	1	0	1

- 二维
  - 初始化：若为种子元素，初始化为 0 ， 否则初始化为 inf
  - 正向扫描一遍：右下角的元素的值是邻居值加 1 的最小值（只考虑了种子元素在左边和上面的情况）
  - 反向扫描一遍：左上角的元素的值是邻居值加 1 的最小值（只考虑了种子元素在右边和下面的情况）

- Initialization
- Forward and backward pass
  - Fwd pass finds closest above and to the left
  - Bwd pass finds closest below and to the right



  - 也可以考虑对角线距离

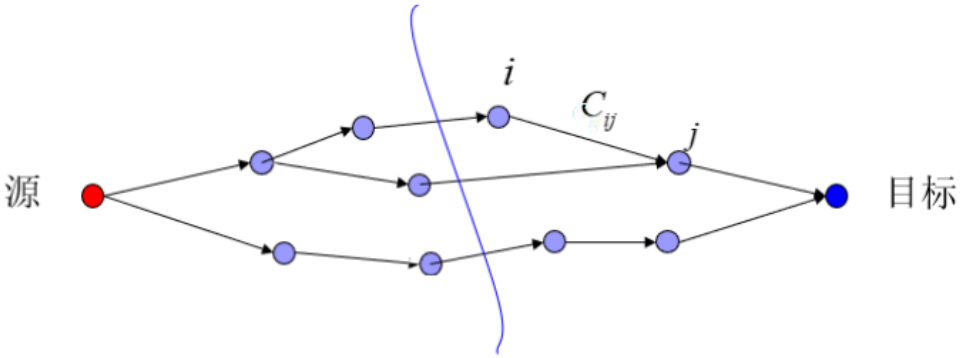
(0,0)

0	1	2
1	1.4	2.1969
2	2.1969	2.8

(2,2)

3*3 欧氏距离模板

图切割/最小割



边的容量：每一条边允许通过的最大流量（c_{ij}）；

图的切割：能将源和目标之间所有路径切断的图的剖分；

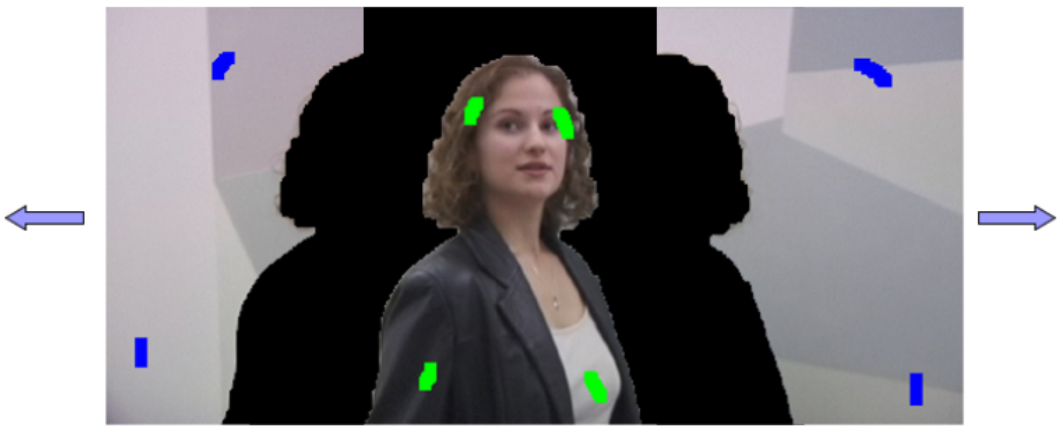
最小割：所有图的切割中所切断的边的容量之和最小的一个，对应于网络流的瓶劲，即最大流；

- **定义相邻像素之间的距离为其颜色差的函数，颜色差越大，距离越小：**

$$d_{ij} \propto e^{-\beta\|I_i - I_j\|^2}$$

可以利用这样一种函数来进行图像分割

- 人物边缘之间的颜色差距较小，距离较大。人物边缘与背景之间的颜色差距较大，距离较小。
- 然后找出源和目标之间的最小割，实现图像分割



形态学

膨胀

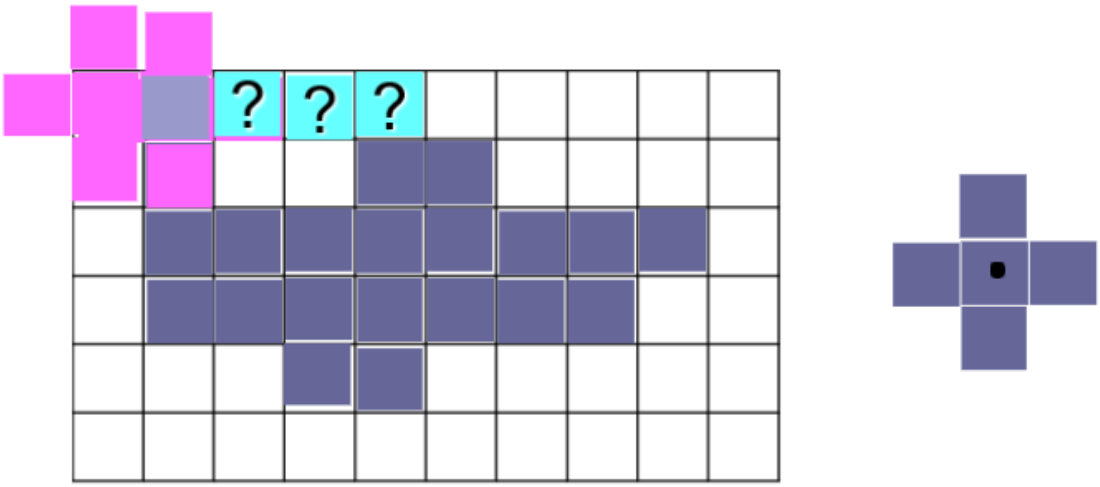
- 作用：使图像扩大

A和B是两个集合，A被B膨胀定义为：

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left(\hat{B}\right)_z \cap A \neq \phi \right\}$$

- 上式表示：B的反射进行平移与A的交集不为空
- B的反射：相对于自身原点的映象
- B的平移：对B的反射进行位移

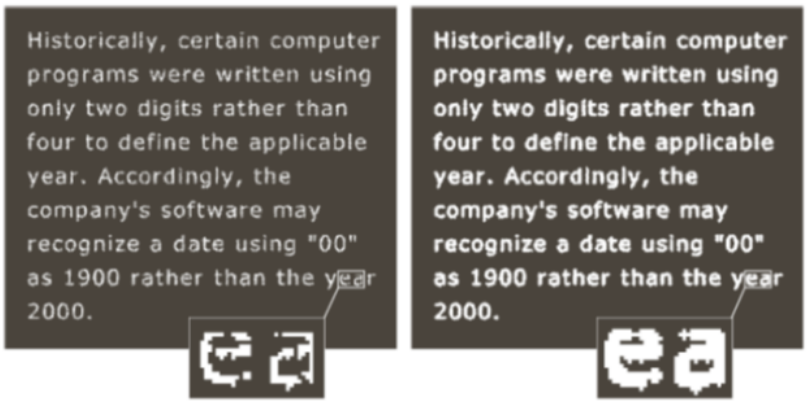
粉色部分与 A 有交集就将粉色部分的中间作为 A 的扩充。相当于拿集合 B 对 A 做一遍滤波式加法

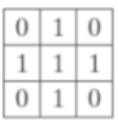


- 应用

桥接文字裂缝

优点：在一幅二值图像中直接得到结果，可与低通滤波方法对比





a c
b

FIGURE 9.7
(a) Sample text of poor resolution with broken characters (see magnified view). (b) Structuring element. (c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.

腐蚀

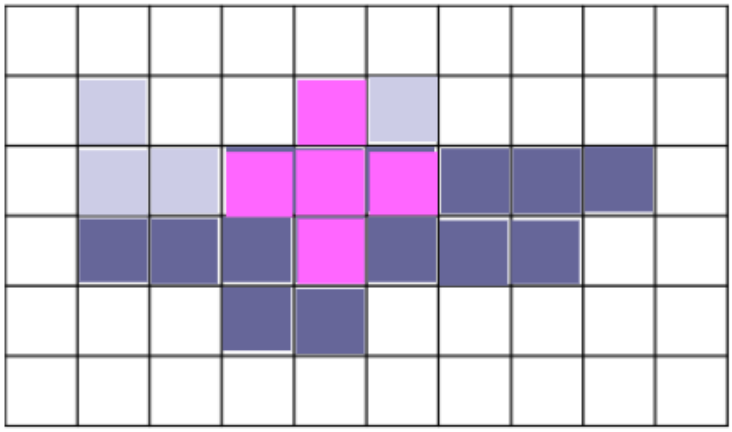
- 作用：使图像缩小

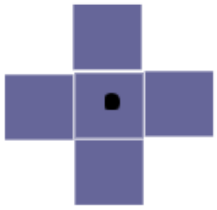
A和B是两个集合，A被B腐蚀定义为：

$$A\Theta B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

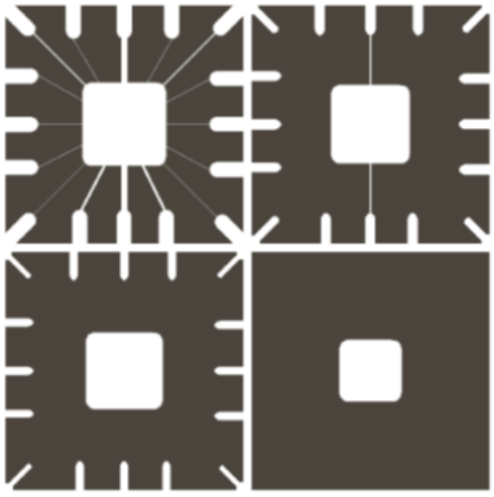
- **上式表示：B进行平移后包含于A**

粉色部分全在 A 里才将粉色部分的中间作为保留位置。相当于拿集合 B 对 A 做一遍滤波式减法





- 应用
  - **用腐蚀的方法去掉不同粗细的区域**



a b
c d

FIGURE 9.5 Using erosion to remove image components. (a) A 486 × 486 binary image of a wire-bond mask. (b)–(d) Image eroded using square structuring elements of sizes 11 × 11, 15 × 15, and 45 × 45, respectively. The elements of the SEs were all 1s.

- 使用腐蚀消除图像的细节部分，产生滤波器的作用

包含边长为1,3,5,7,9和15像素正方形的二值图像 | 使用13×13像素大小的结构元素腐蚀原图像的结果 | 使用13×13像素大小的结构元素膨胀图b，恢复原来15×15尺寸的正方形

开操作和闭操作

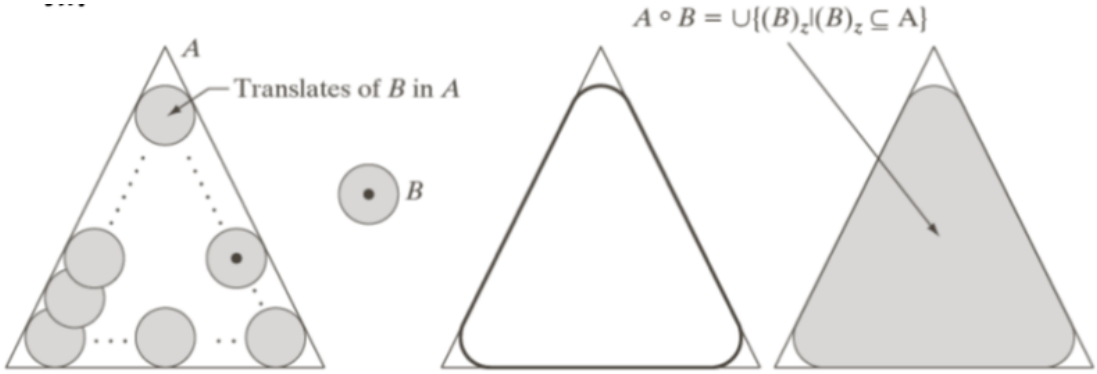
开操作

- 作用
  - 在不改变形状的前提下，使图像的轮廓变得光滑
  - 断开狭窄的间断
  - 消除细的突出物
- 定义

使用结构元素B对集合A进行开操作，定义为：

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

  - 含义：先用B对A腐蚀，然后用B对结果膨胀
- 几何解释
  - 先用B对A进行腐蚀，将A中的小细节，小连通区域消除（注意这里是彻底消除）
  - 然后用B将A中没有被消除的地方恢复成原来的样子
  - 只有被B完全消除掉的小细节没有了，A中其余的部分并没有改变
  - 将两个藕断丝连的部分拉开
  - 开操作得到的部分是阴影部分



- 性质
  - 开操作得到的结果是 A 的子集
  - 如果 C 是 D 的子集，则对 C 的开操作结果是对 D 的开操作的结果的子集

$$(A \circ B) \circ B = A \circ B$$

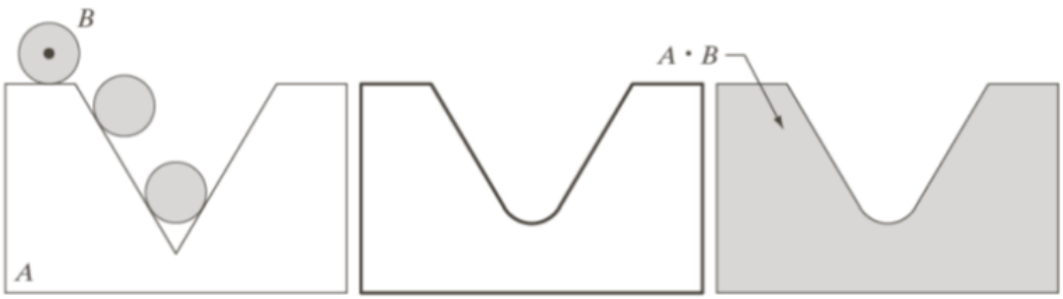
闭操作

- 作用
  - **在不明显改变面积前提下，使图像的轮廓变得光滑**
  - **消除小的孔洞**
  - **消除狭窄的间断**
  - **细长的鸿沟**
  - **填补轮廓线中的裂痕**
- 定义：

使用结构元素B对集合A进行闭操作，定义为：

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

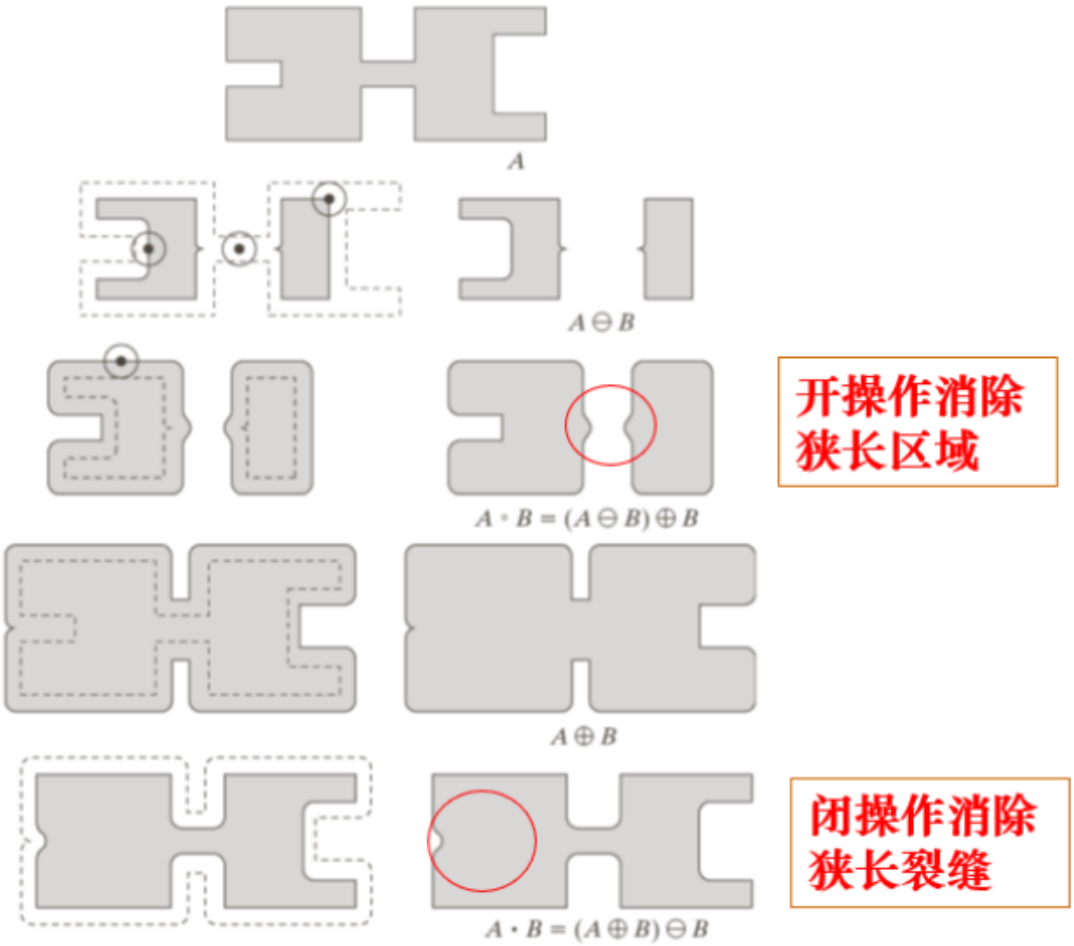
  - **含义：先用B对A膨胀，然后用B对结果腐蚀**
- 几何解释
  - 先用B对A进行膨胀，将A的细节放大，将A中本不能够连接起来的地方连接起来
  - 然后用B对结果进行腐蚀，将被放大的地方还原（已经被连接起来的地方不会在被腐蚀抹掉）
  - 闭操作得到的结果是阴影部分



- 性质
  - A 是 A 的闭操作的结果的子集
  - 如果 C 是 D 的子集，则对 C 的闭操作的结果 是对 D 的闭操作的结果的子集

$$(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$$

举例



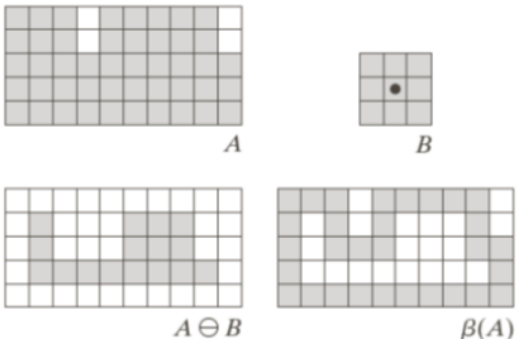
形态学应用

- 边界提取
  - 先腐蚀，然后用原图减去腐蚀后的图

- 边界提取定义为：

$$\beta(A) = A - (A \Theta B)$$

- 上式表示：先用B对A腐蚀，然后用A减去腐蚀得到，B是结构元素



- 区域填充
- 连通分量的提取
- 图像骨架

扩展至灰度图（不是很理解）

- **膨胀**

$$(f \oplus b)(s,t) = \max\{f(s-x,t-y) + b(x,y) \mid (s-x,t-y) \in D_f; (x,y) \in D_b\}$$

- **腐蚀**

$$(f \Theta b)(s,t) = \min\{f(s+x,t+y) - b(x,y) \mid (s+x,t+y) \in D_f; (x,y) \in D_b\}$$

- **开**

$$f \circ b = (f \Theta b) \oplus b$$

- **闭**

$$f \bullet b = (f \oplus b) \Theta b$$

- **形态学梯度**

$$g = (f \oplus b) - (f \Theta b)$$

- **Top-hat变换**

$$h = f - (f \circ b)$$