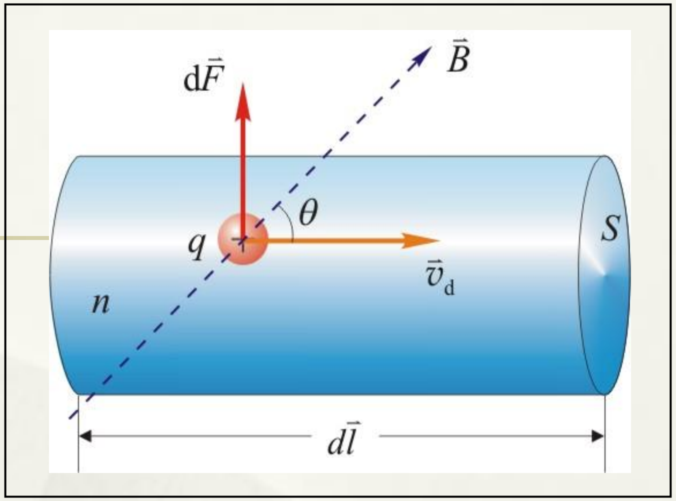
二　磁场对载流导线的作用

Magnetic Force on a current-carrying conductor

1 安培定律 Ampere's Law

设：载流子数密度 n 电流元截面积 S

载流子电量 q 电流元中的载流子数 $nSdl$



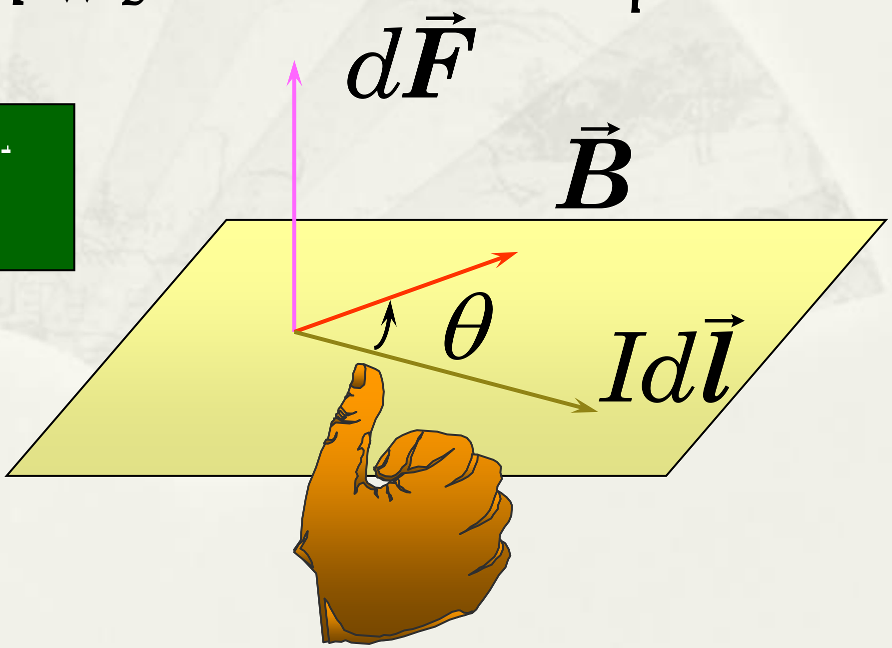
$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

作用在电流元上的作用力：

$$d\vec{F} = (nSdl)\cdot\vec{f} = nSqv\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

$\because \quad I = qnSv$

安培定律： $\boxed{d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}}$



安培力：

磁场对电流的作用力

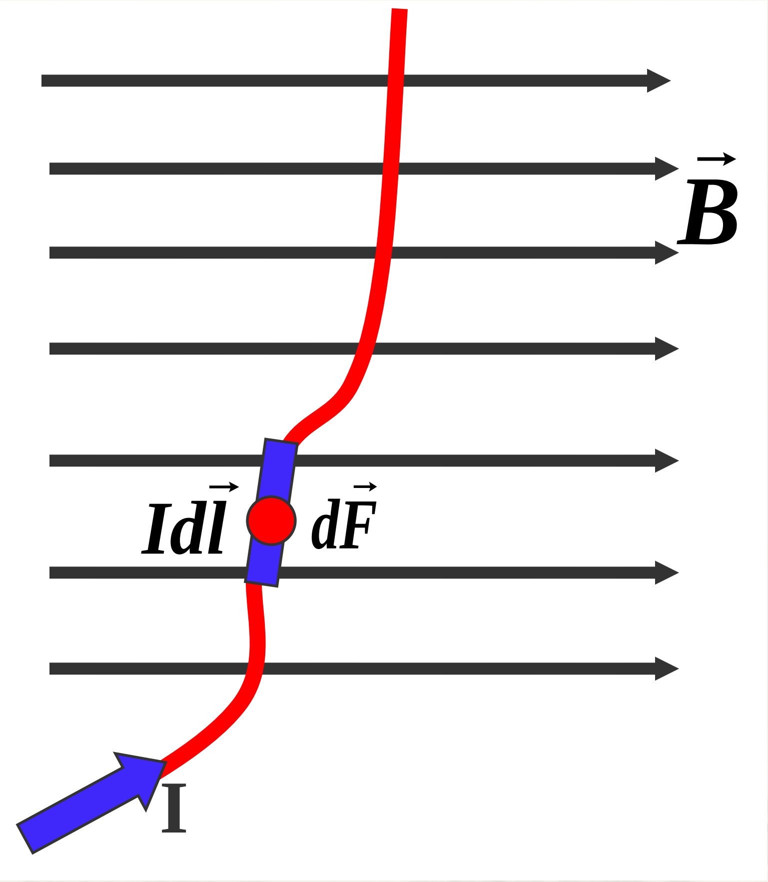
整段载流导线受的磁场力：

$$\vec{F}=\int_l d\vec{F}=\int_l I d\vec{l}\times\vec{B}$$

安培力是洛仑兹力的宏观表现，
洛仑兹力是安培力的微观本质。

注意：（1）线积分；

（2）矢量积分；



分量形式：

$$F_x=\int dF_x \qquad F_y=\int dF_y \qquad F_z=\int dF_z$$

利用安培定律解题方法：

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$$

1.分割电流元；

2.确定电流元所受的安培力;

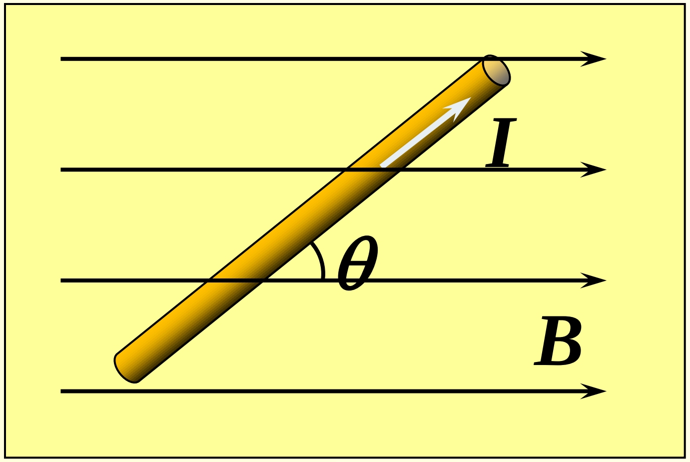
3.求分量 F_x、F_y;

$$F_x = \int dF_x, \quad F_y = \int dF_y$$

4.由 $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ 求安培力。

2.应用举例

例1. 计算长为L的载流直导线在均匀磁场B中所受的力。

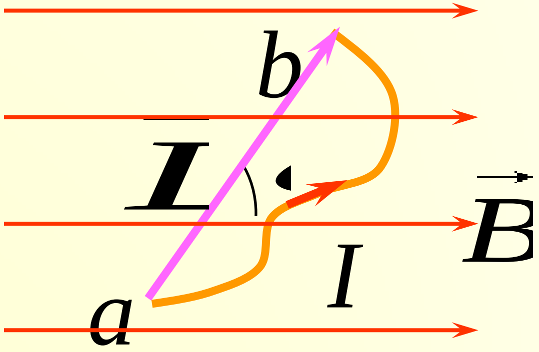


解： $\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$

$$F = \int_L IB\sin\theta\, dl = IB\sin\theta \int_L dl$$

$$F = ILB\sin\theta$$

例2.均匀磁场中曲线电流受力



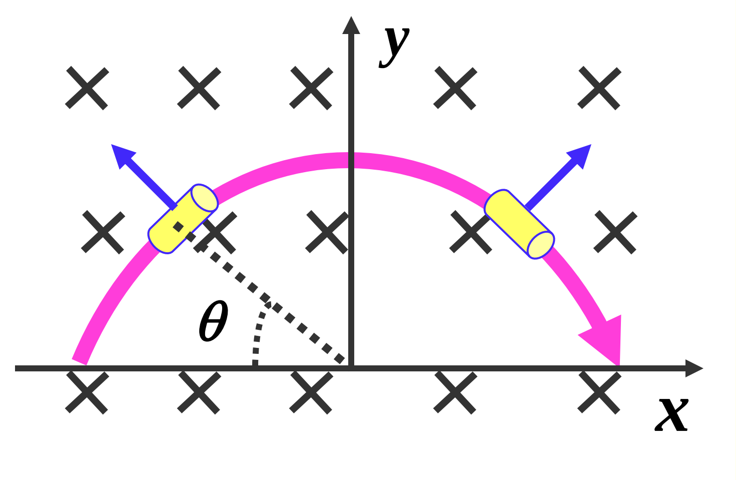
$$\vec{F} = \int_a^b d\vec{F} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B} = I\left(\int_a^b d\vec{l}\right) \times \vec{B}$$

由于 $\int_a^b d\vec{l} = \vec{L}$ ， $\therefore \vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$,

$$F = ILB\sin\theta$$

均匀磁场中曲线电流受的安培力，等于从起点到终点的直线电流所受的安培力。

例3：如图磁场对半圆形载流导线的作用力。已知：R, I, B(均匀磁场）。



解：为曲线载流导线，分成许多电流元。

取成对电流元，因为对称性

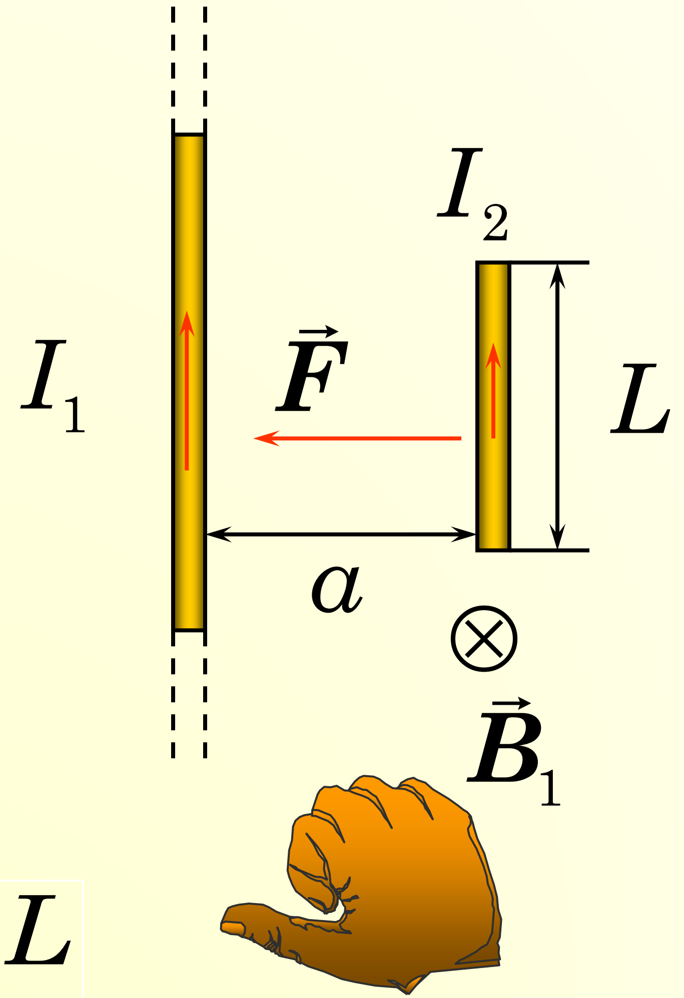
$$dF = BId\ell \qquad \int dF_x = 0$$

$$F = \int_L dF_y = \int_L BIdl\sin\theta$$

$$F = \int_0^\pi BIR\sin\theta d\theta = 2BIR$$

例4：求导线 I_2所受到的安培力。

解： 同向电流相吸，
异向电流相斥。

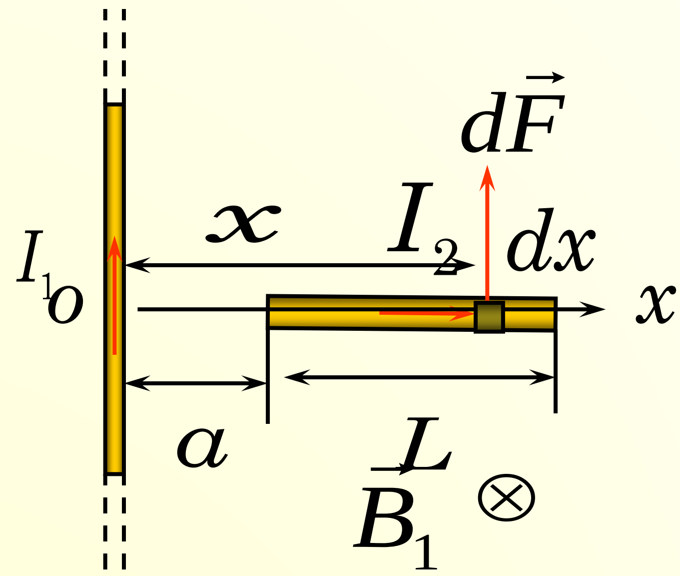


$$F = I_2 L B_1 \sin\theta$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}, \qquad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$F = I_2 L \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}$$

例5：在无限长载流直导线 I_1 旁，垂直放置另一长为 L 的载流直导线 I_2，I_2 导线左端距 I_1 为 a，求导线 I_2 所受到的安培力。



解：建立坐标系,坐标原点选在 I_1上，

分割电流元， 长度为 dx，

电流元受安培力大小为：$dF = I_2 dx B_1 \sin\theta$

其中 $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$， $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

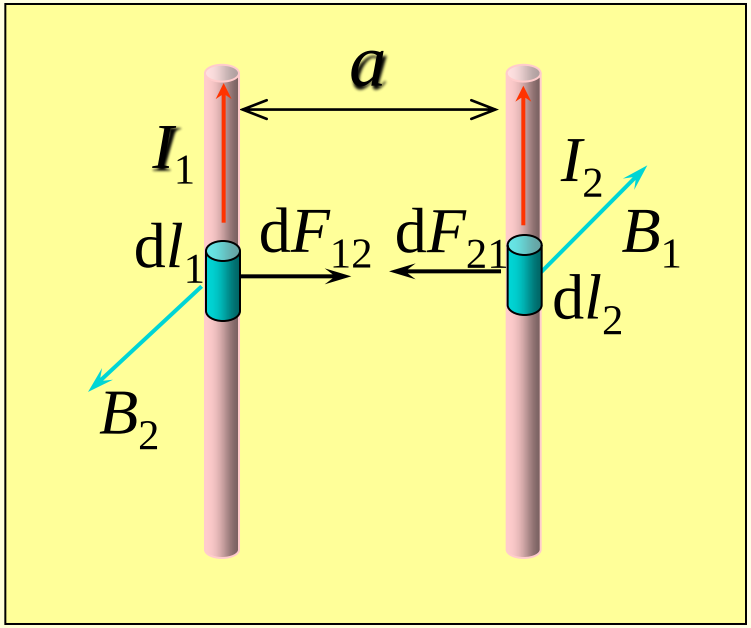
$$\therefore F = \int dF = \int_a^{a+L} I_2 B_1 \sin\frac{\pi}{2} dx = \int_a^{a+L} I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a}$$

3.平行电流间的相互作用力

The interaction between two parallel current

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi a} \qquad B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi a}$$



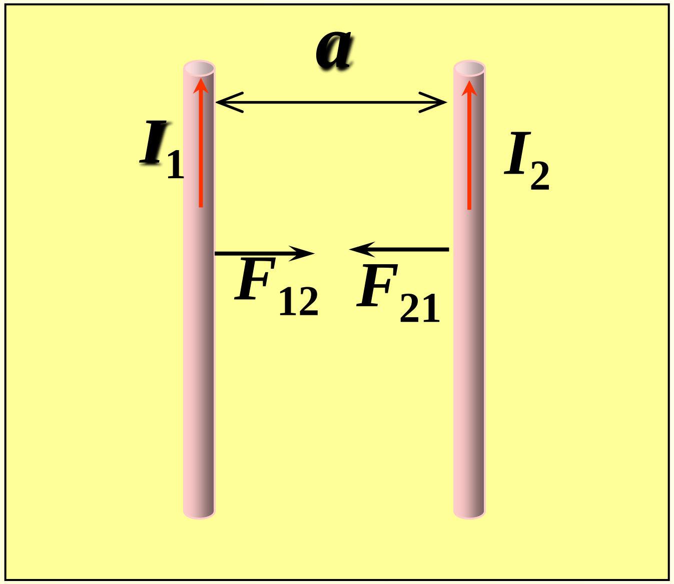
$$dF_{12} = I_1 dl_1 B_2 = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} dl_1$$

单位长度受力:

$$\frac{dF_{12}}{dl_1} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} \qquad \frac{dF_{21}}{dl_2} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}$$

电流强度单位："安培"的定义：

设：$I_1 = I_2 = 1\,\mathrm{A}$，$a = 1\,\mathrm{m}$



单位长度导线受到的磁力：

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 1}{2\pi \times 1}$$

$$= 2 \times 10^{-7}\,N \cdot m^{-1}$$

两平行长直导线相距1m，通过大小相等的电流，如果这时它们之间单位长度导线受到的磁场力正好是2×10^{-7} N m时，就把两导线中所通过的电流定义为"1安培"。

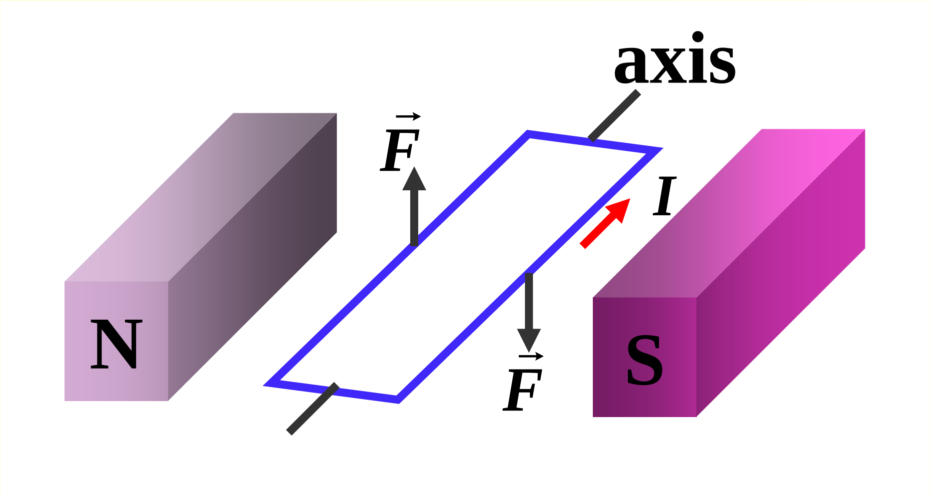
三　载流线圈在磁场中所受的磁力矩

Magnetic Torque on a Current Loop

1.载流线圈在磁场中的受力及其运动：

对象：平面线圈；

磁场：均匀磁场；



特点：合磁场力等于零，因各电流元所受的力作用点不在同一条直线上，有力矩，故线圈将转动。

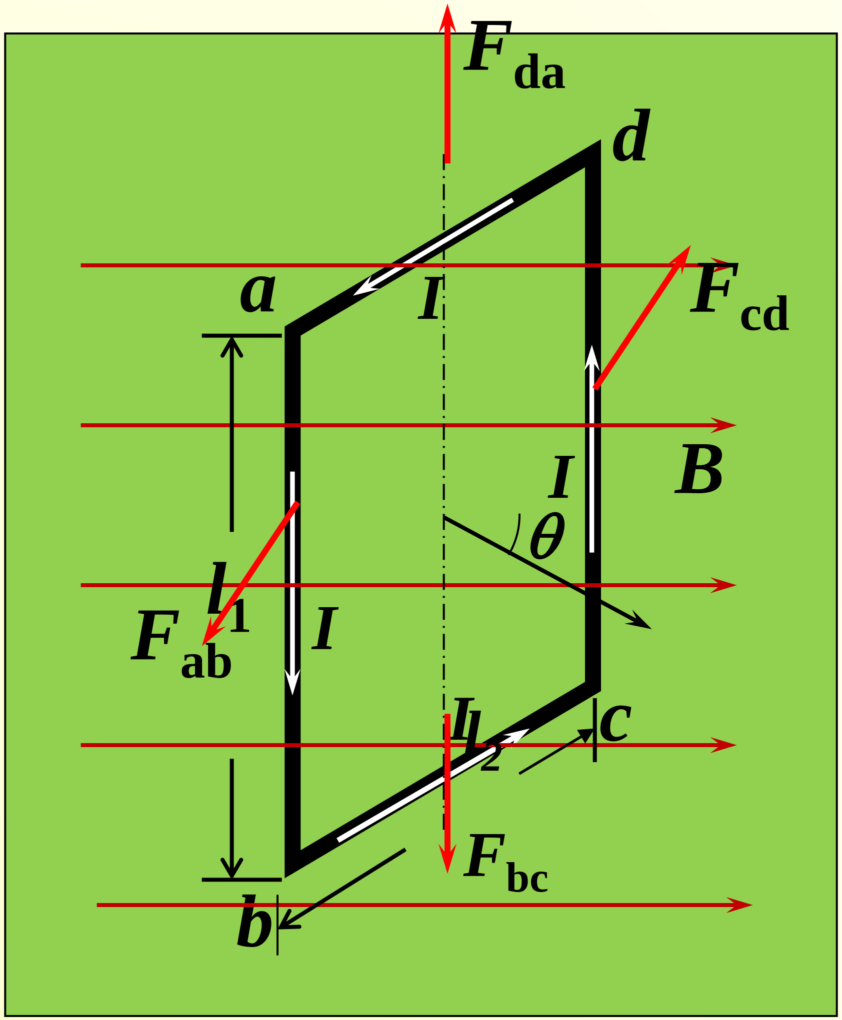
（1）载流线圈在磁场中的受力

$$F_{ab} = F_{cd} = BIl_1$$

$$F_{bc} = BIl_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

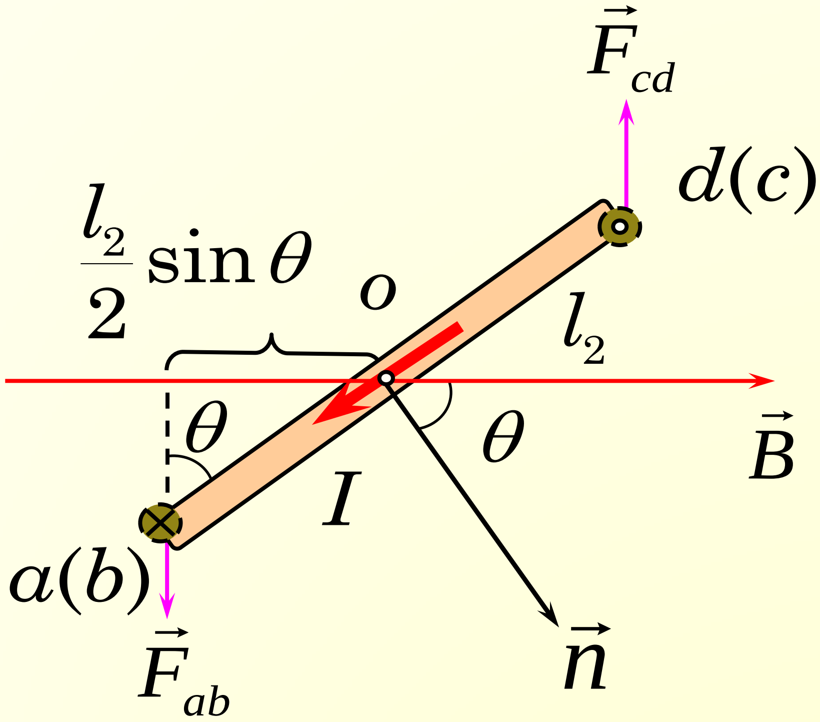
$$F_{da} = BIl_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

$$\therefore F_{bc} = F_{da}$$



结论：平面载流线圈在均匀磁场中所受的安培力的矢量和为零。

（2）磁场对线圈作用的磁力矩大小：



作俯视图，

线圈受到的力矩大小为：

$$M = 2F_{ab}\frac{l_2}{2}\sin\theta$$

$$= 2Il_1B\frac{l_2}{2}\sin\theta$$

$$= Il_1l_2B\sin\theta$$

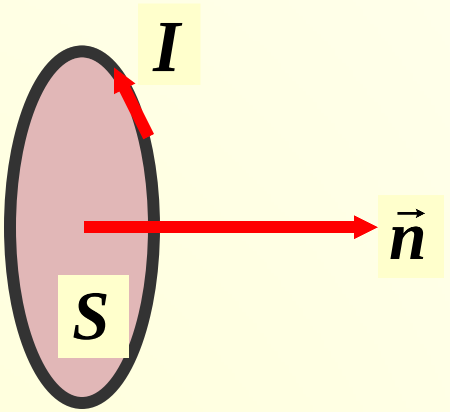
$$= ISB\sin\theta$$

N匝线圈： $M = NISB\sin\theta$

（3）磁矩的概念：

载流线圈的空间取向用电流右手螺旋的法向单位矢量 $\vec{n}$ 描述。

任意形状的平面载流线圈的面积S，电流强度 I，



线圈的磁矩：$\vec{P}_m = IS\vec{n}$

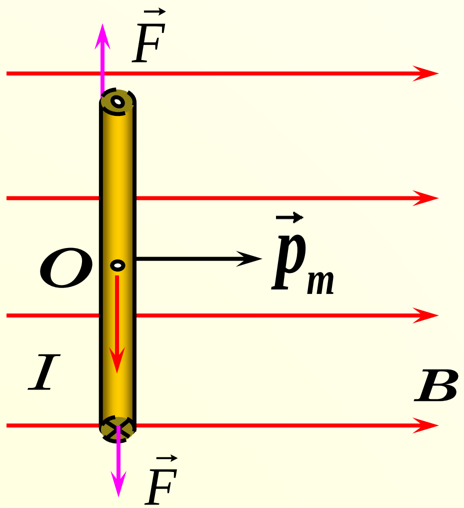
N匝线圈磁矩：$\vec{P}_m = NIS\vec{n}$

线圈受到的力矩大小为：$M = NISB\sin\theta$

线圈所受磁力矩：$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

注意：上式对均匀磁场中任意形状的平面载流线圈都适用。

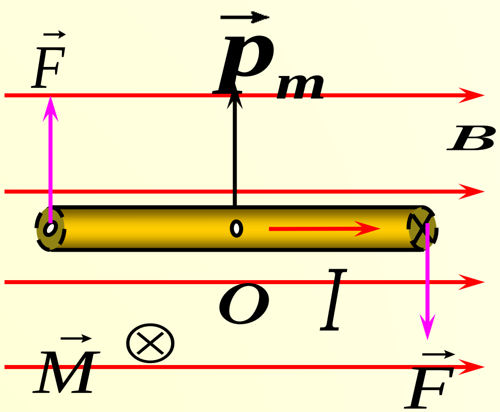
（4）讨论: $M = NISB\sin\theta = mB\sin\theta$



1. $\theta = 0$ 时，

$M = 0$，线圈受力矩为0。

线圈处于**稳定平衡态**。这时如果外界的扰动使线圈稍有偏离，磁场的力矩会使它回到平衡位置。



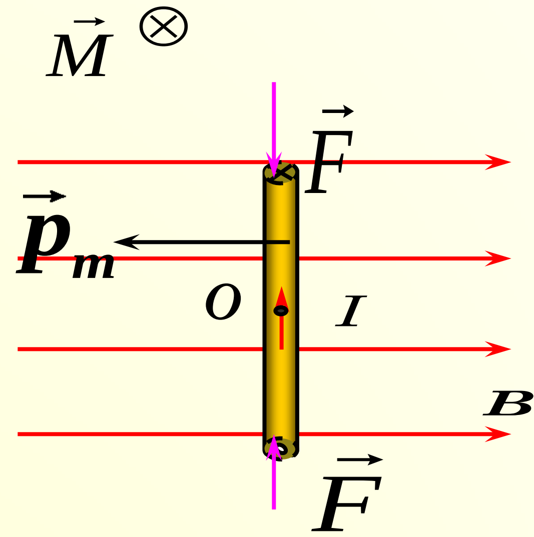
2. $\theta = 90°$ 时：

$M = mB = NISB$，线圈受力矩最大。

3. $\theta = 180°$ 时：

$M = 0$, 线圈受力矩为0。

线圈处于非稳定平衡态。这时如果外界的扰动使线圈稍有偏离，磁场的力矩会使它继续偏转。



综上所述，任意形状不变的平面载流线圈作为整体在均匀外磁场中，受到的合力为零，合力矩使线圈的磁矩转到磁感应强度的方向。

例1： 均匀 $\boldsymbol{B}$ 中， 求：载流环形线圈(I、R)受的力矩 $\boldsymbol{M}$。

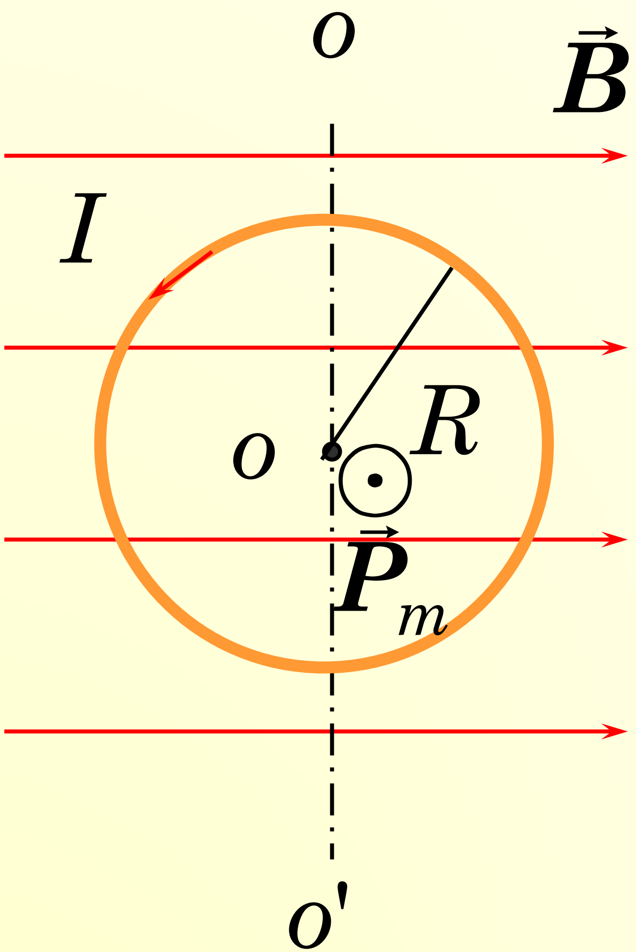
解： $\vec{P}_m = IS\vec{n}$

磁矩方向向外；

$$M = NISB\sin\theta$$

$$= I\pi R^2 B$$

线圈受力矩方向向上。



练习1:两个同心圆线圈，大圆半径为R，通有电流I_1；小圆半径为r，通有电流I_2，方向如图．若$r << R$ (大线圈在小线圈处产生的磁场近似为均匀磁场)，当它们处在同一平面内时小线圈所受磁力矩的大小为

(A) $\dfrac{\mu_0 \pi I_1 I_2 r^2}{2R}$

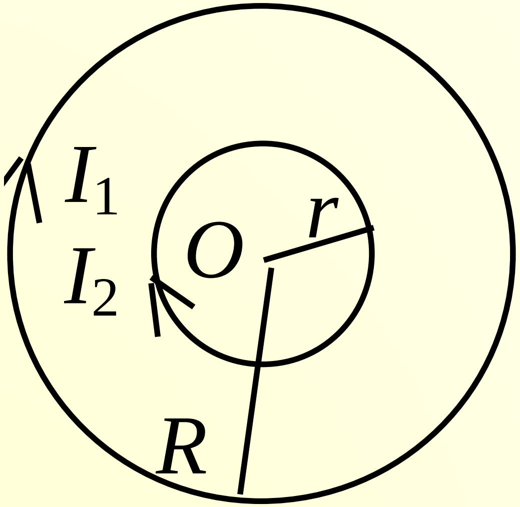
(B) $\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 r^2}{2R}$

(C) $\dfrac{\mu_0 \pi I_1 I_2 R^2}{2r}$

(D) 0.

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$



[D]

练习2:在匀强磁场中，有两个平面线圈，其面积$A_1 = 2A_2$，通有电流$I_1 = 2I_2$，它们所受的最大磁力矩之比M_1 / M_2等于（　　）

(A) 1.　　(B) 2.

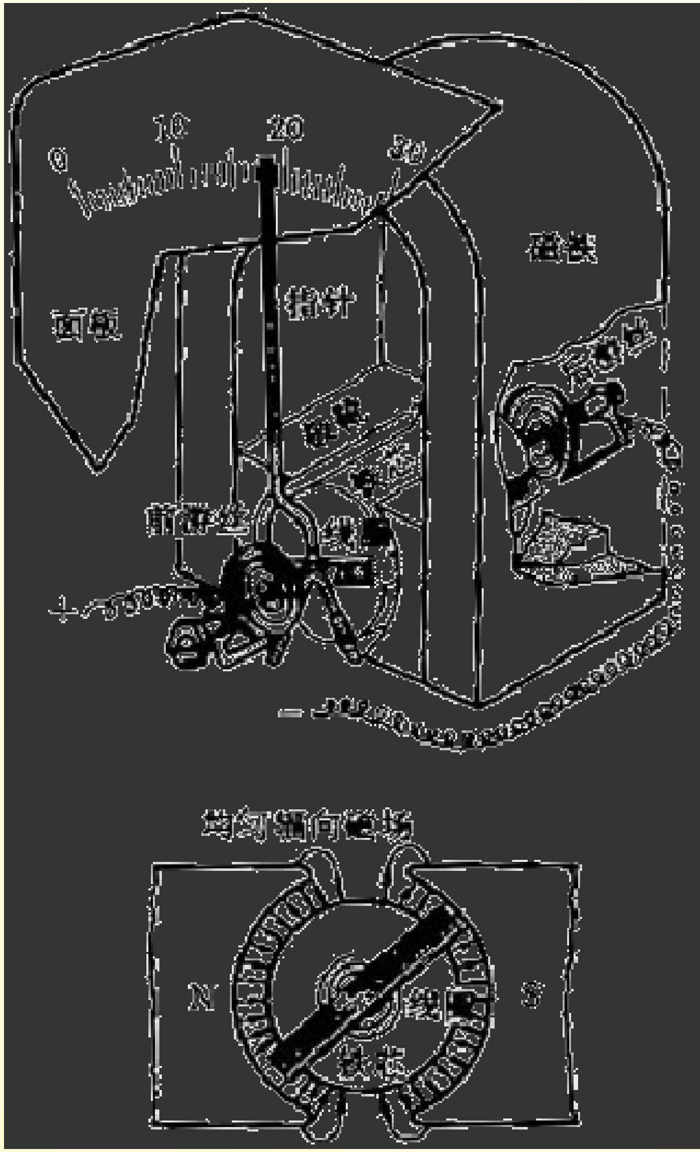
(C) 4.　　(D) 1/4.

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

[C]

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$

2. 应用：电动机、磁电式仪表



磁电式电流计的工作原理

当恒定电流通过时 $M_{磁} = M_{扭}$

$$M_{扭} = K\theta$$

即

$$NBIS = k\theta$$

k 是游丝的扭转常量；

当脉冲电流通过时，可以证明

$$q = \frac{\sqrt{kJ}}{NBS}\theta$$

J 是线圈的转动惯量。

作业：3，8