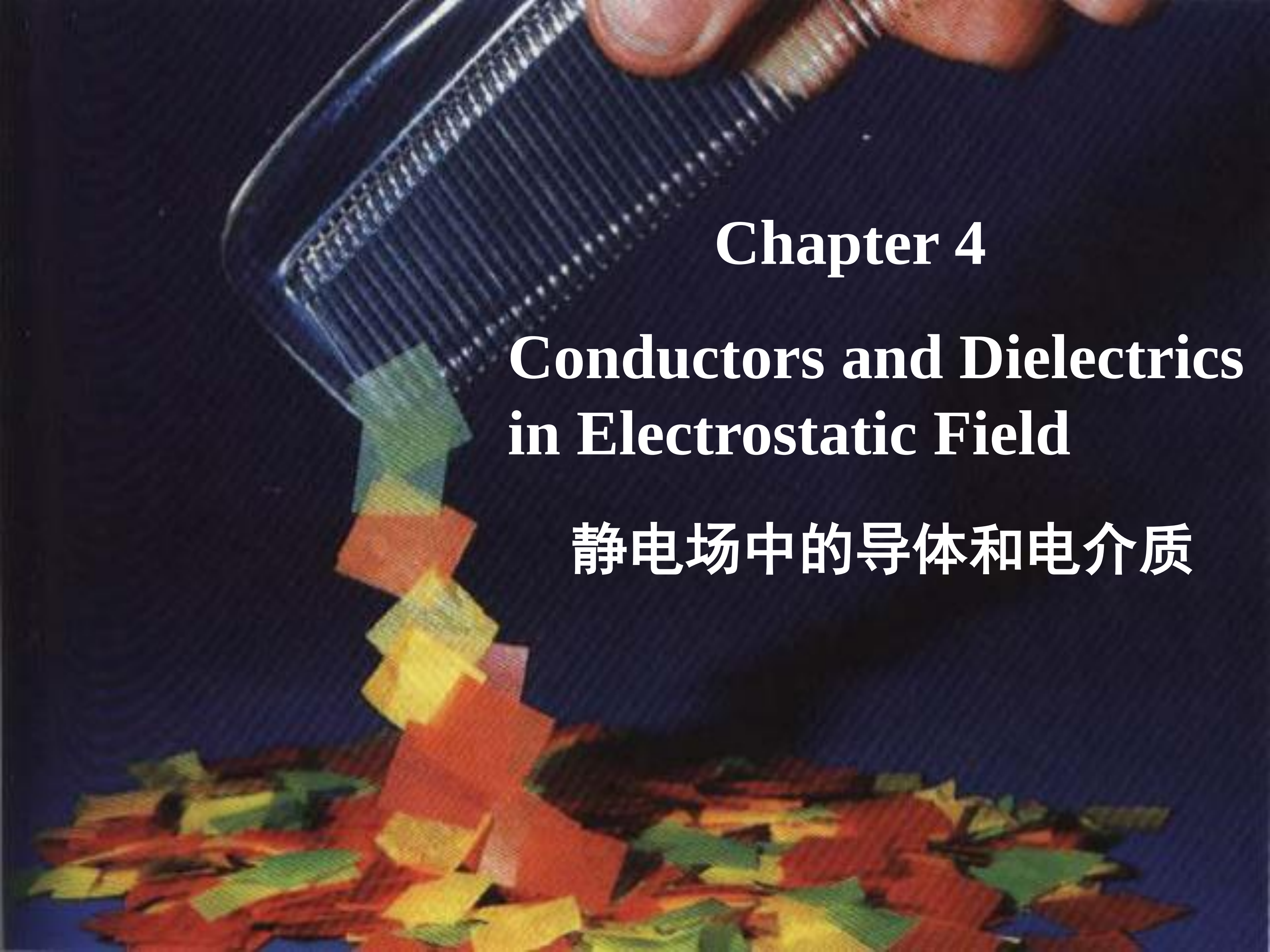


Chapter 4

Conductors and Dielectrics in Electrostatic Field

静电场中的导体和电介质

§4-1 Conductors Elecrostatic Induction
静电场中的导体 静电感应

§4-2 Gauss' Law in Dielectric 电介质中的电场
Electric Displacement 有电介质时的高斯定理
电位移

§4-3 Capacitance 电容器 电容器的并联和串联

§4-4 Energy in Electric Field 电场的能量

教学要求

1.掌握导体静电平衡条件，能用该条件分析带电导体在静电场中的电荷分布；求解有导体存在时场强与电势的分布问题；

2. 了解电介质的极化机理，了解电位移矢量的物理意义及有电介质时的高斯定理；

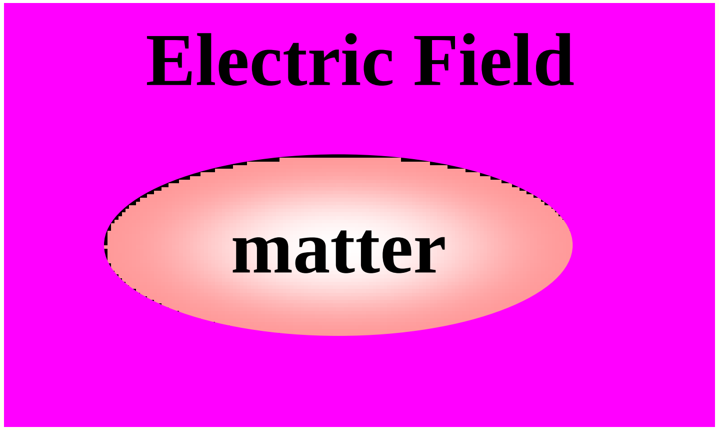
3. 理解电容的定义，能计算简单形状电容器的电容；

4. 理解带电体相互作用能，计算简单对称情况下的电场能量。

Introduction

主要研究：（1）电场对导体和电介质的作用；

（2）导体和电介质对电场的影响；



从导电性来讲，物质可分为三类：

导体、半导体和绝缘体。

本章主要讨论导体和绝缘体与电场之间的相互作用。

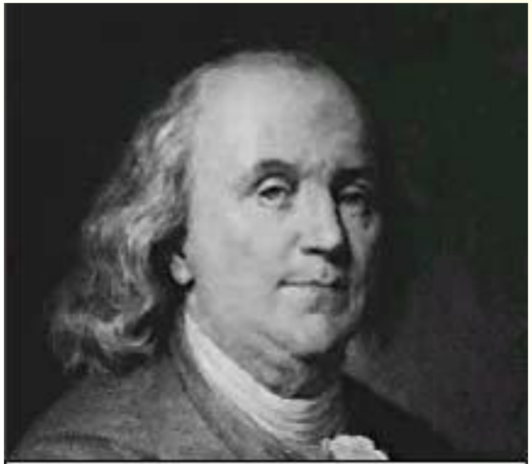
对于半导体，有专门的书讲解。

§4-1 Conductors in the electric field

静电场中的导体

Electrostatic Induction 静电感应

富兰克林（1706—1790）美国物理学家，发明家，政治家，社会活动家。发现尖端放电现象，并发明了避雷针。更重要的是，富兰克林提出了电的转移理论，以后，这个理论发展为电荷守恒定律，这是自然界最基本的定律之一。



富兰克林（Benjamin Franklin, 1706-1790）美国政治家、哲学家、科学家。避雷针的发明者。

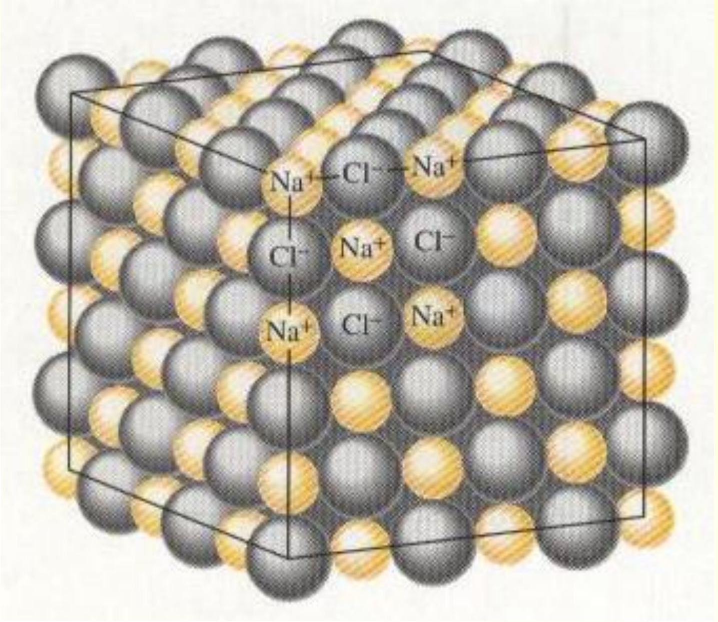
4-1-1 导体的静电平衡条件

- 带电导体
- 中性导体
- 孤立导体

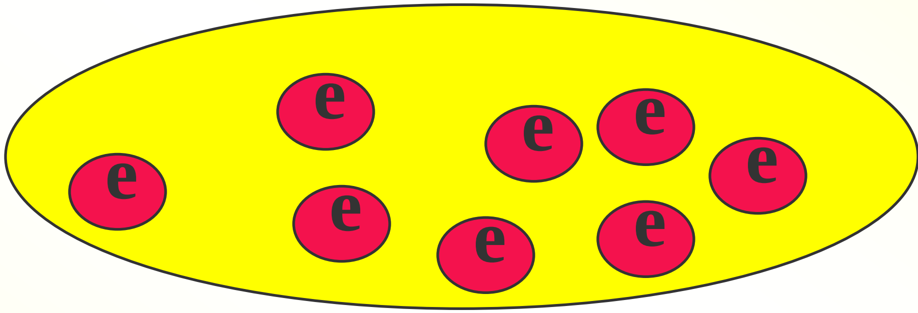
1. 导体的重要特征： 内部有大量的自由电子

The properties of conductor:

There are many free electrons in the conductor, which can move in the conductor randomly.

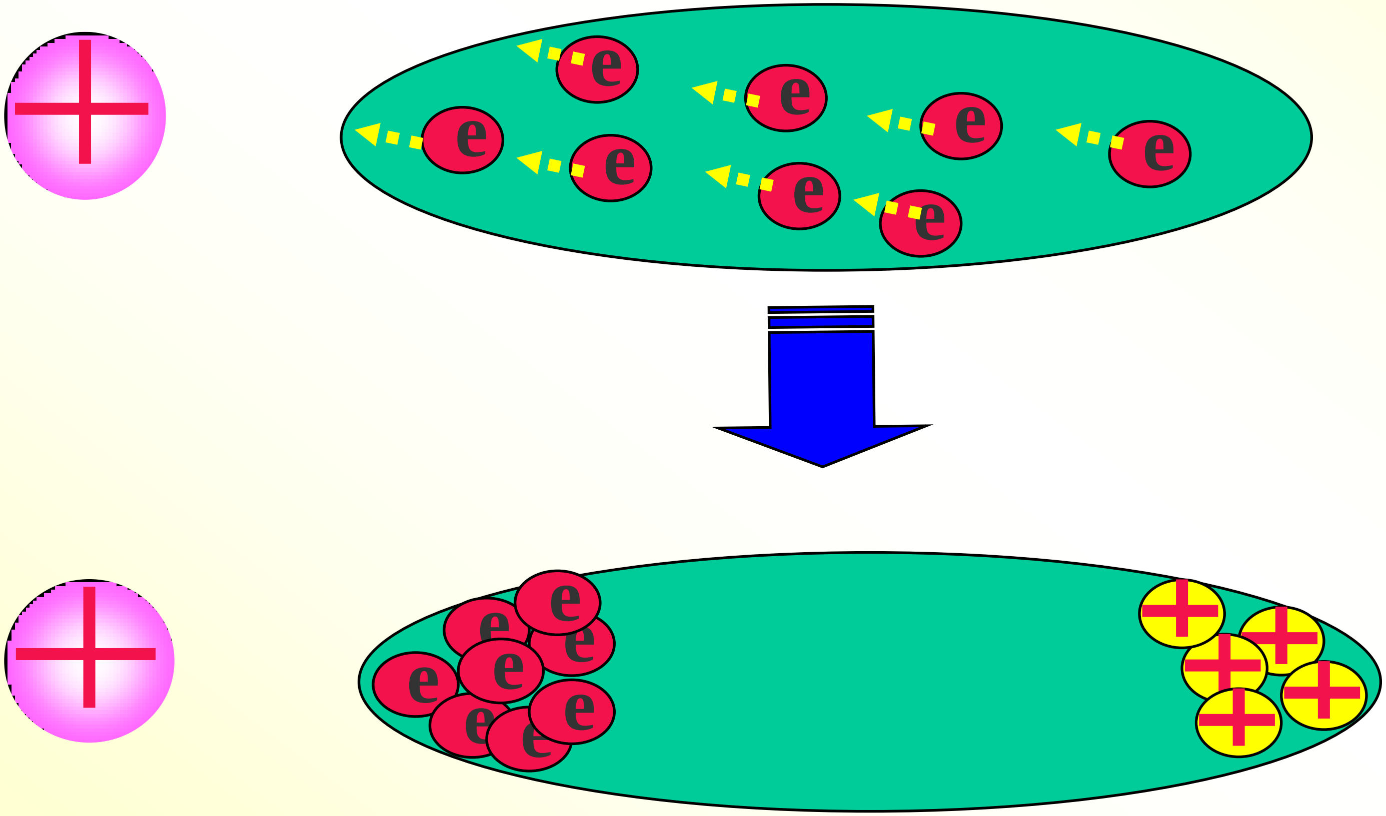


- 金属导体由带正电的晶体点阵和可以在导体中移动的自由电子组成。

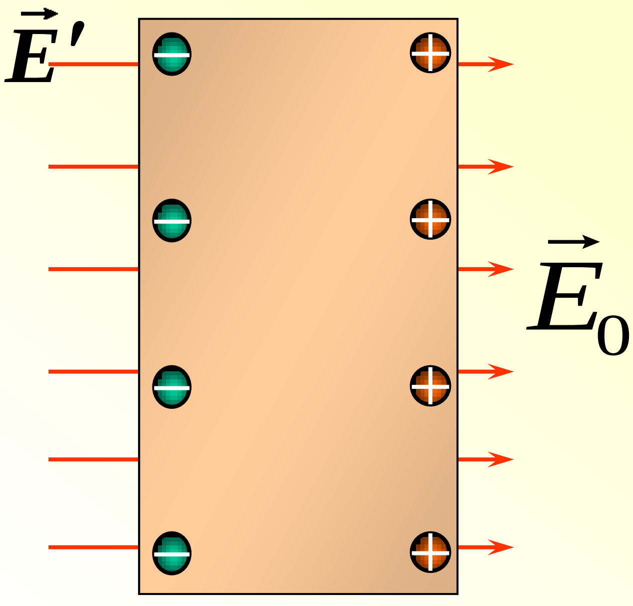


2.Electrostatic induction(静电感应） and electrostatic equilibrium（静电平衡）

1） Electrostatic induction



静电感应Electrostatic induction：



在外电场影响下，导体表面不同部分出现**正负电荷**的现象。

感应电荷

感应电荷激发电场：$\vec{E}'$

导体内部的总场强：$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

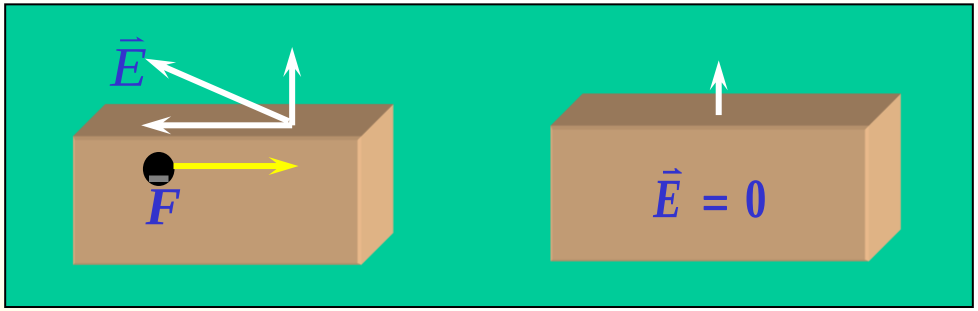
2) 静电平衡electrostatic equilibrium：

在电场中，导体的内部和表面都没有电荷定向移动的状态。

静电平衡条件：

- 导体内部的电场强度处处为零。
- 导体表面附近电场强度的方向都与导体表面垂直。

反证法：



4-1-2 静电平衡状态导体的性质

1. 电势分布

结论：静电平衡时导体为等势体，导体表面为等势面。

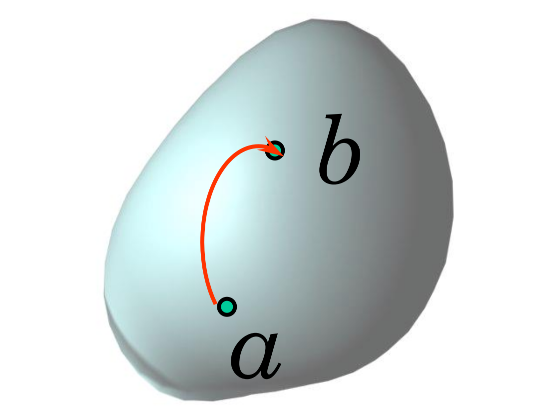
证明：设一导体处于静电平衡状态，

在导体内任取两点，$U_{ab}=U_a-U_b=\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$

静电平衡时 $\vec{E}=0$

$$\therefore U_a-U_b=0,$$

$$U_a=U_b$$

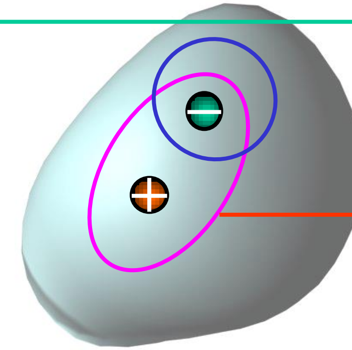


2. 电荷分布

结论1：导体内无净电荷，所有电荷分布于外表面。

证明：导体内作高斯面 $\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{\sum q}{\varepsilon_0}$

静电平衡时 $\vec{E} = 0,\ \therefore \sum q = 0$



高斯面

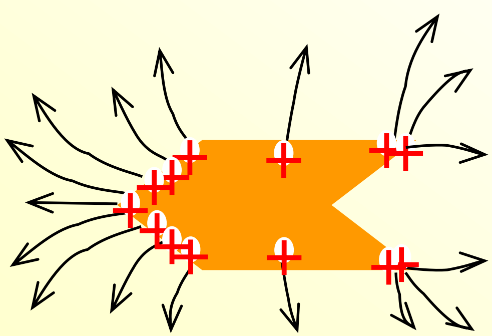
结论2：导体表面上的电荷分布与导体形状和周围的带电体有关。

孤立导体处于静电平衡时

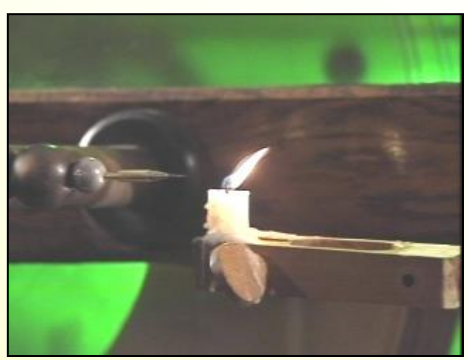
表面凸出尖锐处（曲率大）$\Rightarrow \sigma$ 大

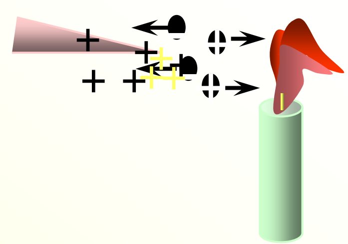
表面较平坦处（曲率小）$\Rightarrow \sigma$ 小

表面凹进去处（曲率为负）$\Rightarrow \sigma$ 更小



➢尖端放电产生电风





➢避雷针

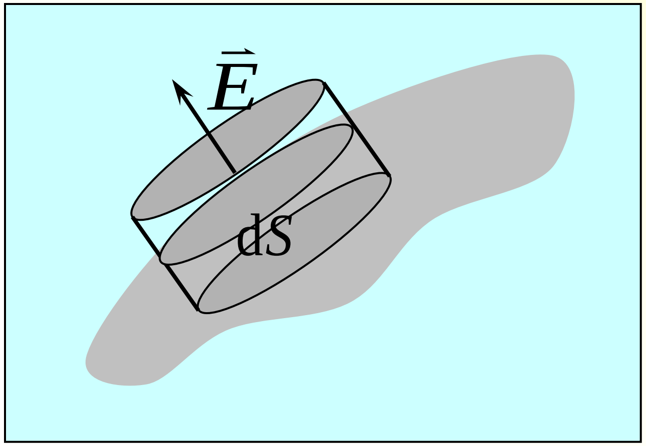
3. 电场分布

结论1：场强方向与导体表面垂直。

结论2：紧靠导体表面的场强大小与导体表面对应点的电荷面密度成正比。

证明：
$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\iint_{S_{上}} \vec{E}\cdot d\vec{S}+\iint_{S_{下}} \vec{E}\cdot d\vec{S}+\iint_{S_{侧}} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

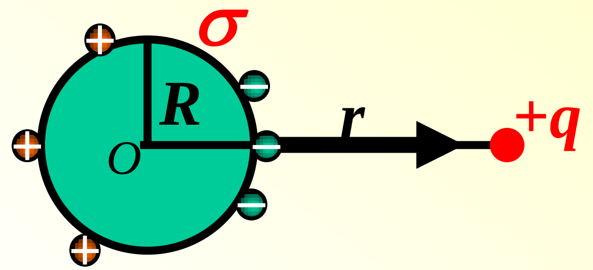


$$\therefore EdS=\frac{\sigma dS}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\therefore \vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}}$$

例1、一个不带电金属球(半径为R)旁，距球心为 r 处有一点电荷+q ，求:(1)球心的电势;

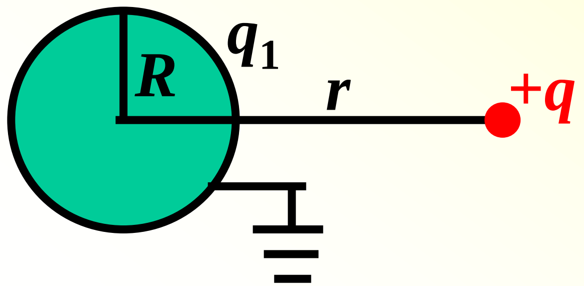
(2)若将金属球接地，球上的净电荷为多少?



解: (1) 感应电荷+q，-q分布于球表面

$$U_O = U_\sigma + U_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$U_\sigma = \int_{\pm q'} \frac{dq'}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{\pm q'} dq' = 0$$



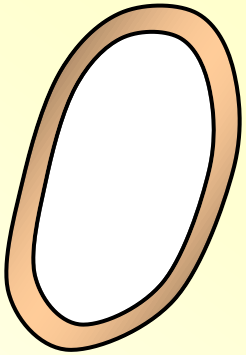
(2) 将金属壳接地，设球上有净电荷q_1，球的电势为

$$U_O = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0$$

解得 $q_1 = -\dfrac{R}{r} q$

4-1-3 静电平衡状态空腔导体的性质

（一）空腔内的性质



1. 腔内无带电体

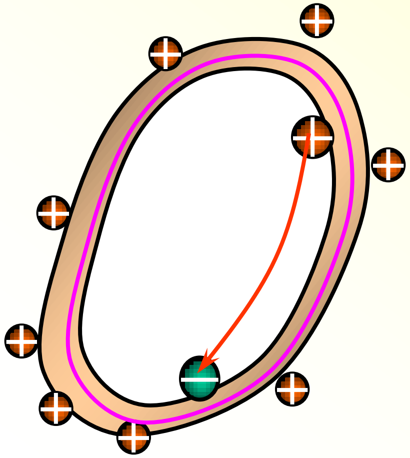
性质：（1）空腔内表面无净电荷，电荷分布在外表面；

（2）空腔内E＝0；

（3）U是常数。

证明：在导体内作高斯面，$\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$

导体内 $\vec{E} = 0,$ $\therefore \sum q = 0$

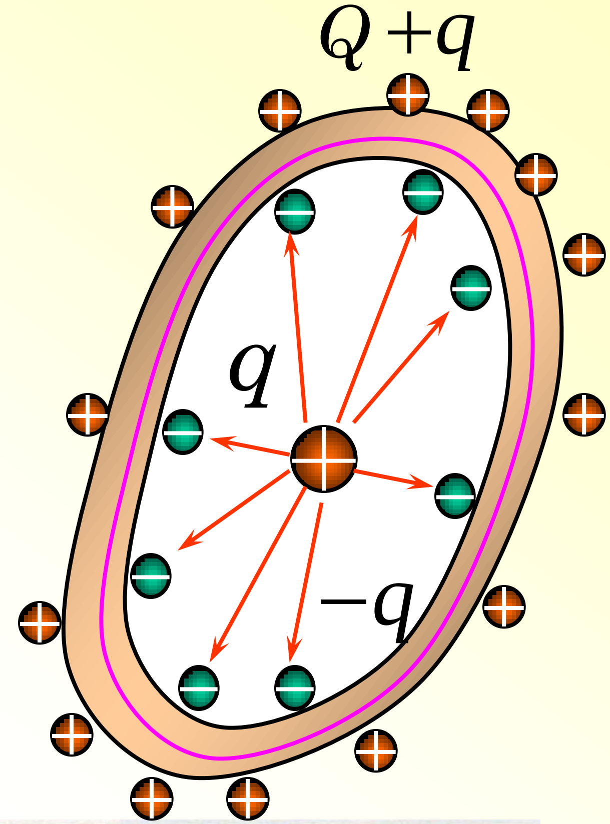


导体内表面电荷是否会等量异号？ 否！

2. 腔内有带电体

导体原带有电荷 Q，腔内另有 q 电荷。

性质：内表面带有 $-q$ 电荷，外表面带有 $Q+q$ 电荷。

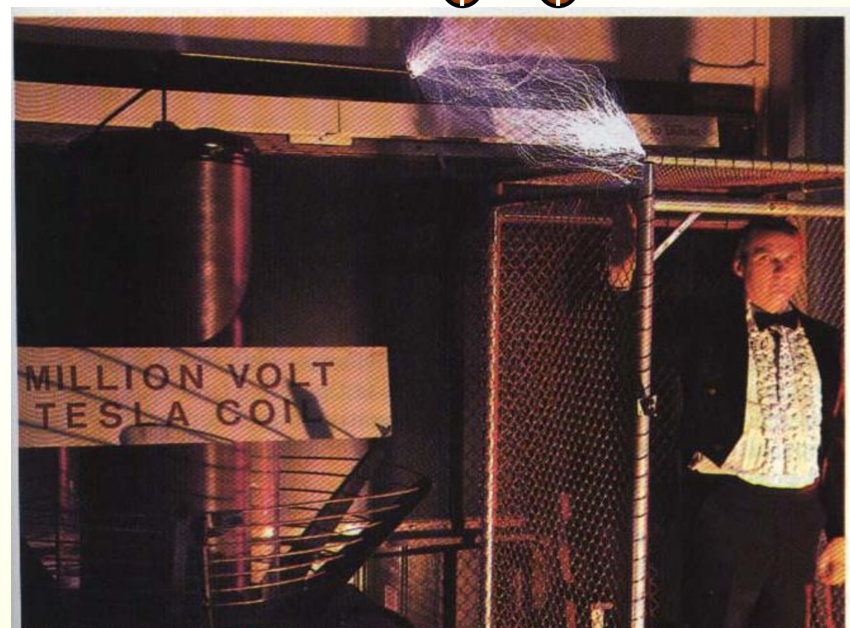


腔内场只与内表面形状、腔内带电体的电量、位置有关。

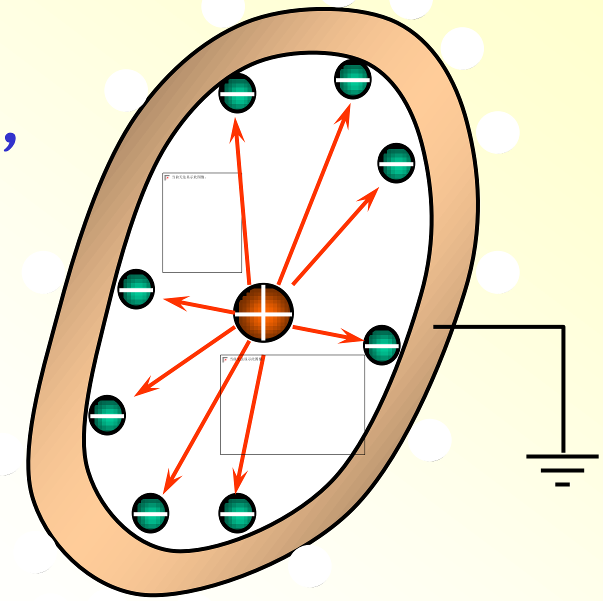
外不影响内（静电屏蔽）

◆高压工作人员的工作服

◆屏蔽线缆



（二）空腔外的性质



1. 腔外无带电体

（1）腔外可能有电场，与腔内带电体的电量，腔外表面形状有关。

（2）若外壁接地，腔外电场消失。

2. 腔外有带电体

（1）不接地时，腔外场与腔内外带电体电量及腔外表面形状有关。

（2）接地时，腔外场只与外表面形状，腔外带电体的电量有关，而与腔内带电体无关。

接地，内不影响外（静电屏蔽）

◆家电的接地保护

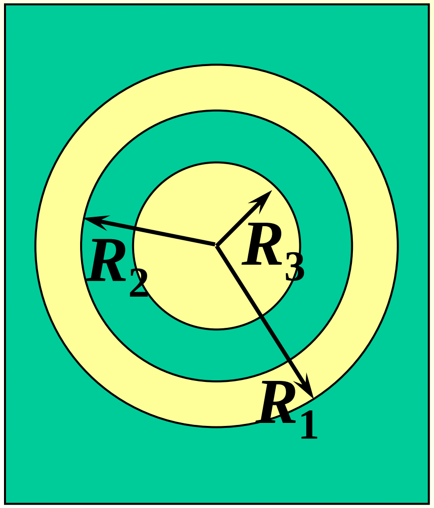
◆精密仪器接地防干扰

例2、有一外半径R_1，内半径为R_2的金属球壳。在球壳中放一半径为R_3的金属球，球壳和球均带有电量为q的正电荷。问：（1）两球电荷分布。（2）球心的电势。（3）球壳电势。

解：

（1） 1、电荷+q分布在内球表面。 2、球壳内表面带电-q。

3、球壳外表面带电2q。



（a）$r < R_3$ $\quad E_3 = 0$ （b）$R_3 < r < R_2$ $\quad E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

（c）$R_2 < r < R_1$ $\quad E_1 = 0$ （d）$r > R_1$ $\quad E_0 = \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

（2） $U_o = \int_0^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$= \int_0^{R_3} E_3 dr + \int_{R_3}^{R_2} E_2 dr + \int_{R_2}^{R_1} E_1 dr + \int_{R_1}^{\infty} E_0 dr$$

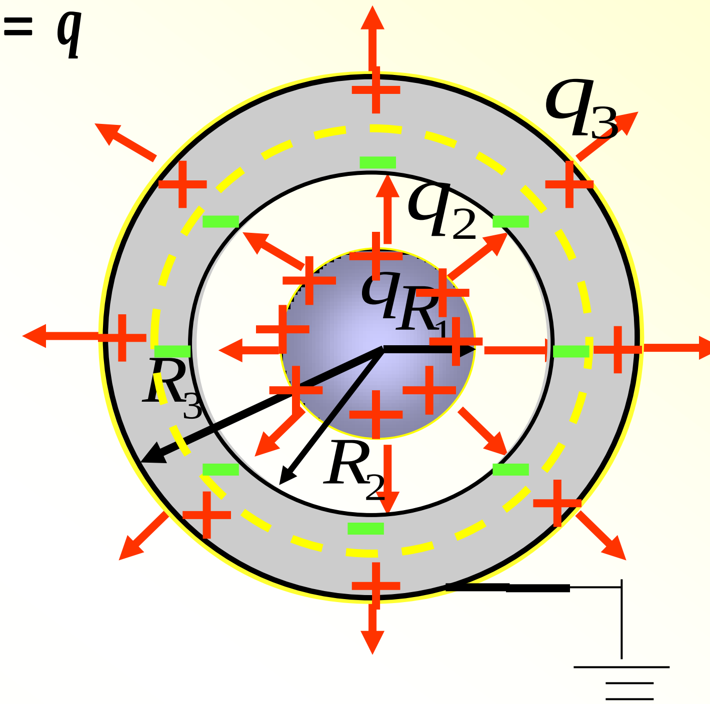
$$= \int_{R_3}^{R_2} E_2 dr + \int_{R_1}^{\infty} E_o dr = \int_{R_3}^{R_2} \frac{q dr}{4\pi\varepsilon_o r^2} + \int \frac{2q dr}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o R_1} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1}\right)$$

（3）$U_1 = \int_{R_1}^{\infty} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o r^2} dr = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o R_1}$

例3、在带电量为q，半径为R_1的导体球壳外，同心放置一个内外半径为R_2，R_3的金属球壳。求：1、外球壳所带电荷及其电势；2、把外球壳接地后再绝缘，求外球壳所带电荷及外球壳的电势；3、然后把内球接地，求内球上所带电荷及外球壳的电势。

解：1、$q_2 = -q$　　$q_2 + q_3 = 0$　　$\therefore q_3 = -q_2 = q$



（a）$r < R_1$　　$E_1 = 0$

（b）$R_1 < r < R_2$　　$E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

（c）$R_2 < r < R_3$　　$E_3 = 0$

（d）$r > R_3$　　$E_4 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

外球壳电势：$U = \int_{R_3}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

2、外球接地后再绝缘：　$q_3 = 0$，$q_2 = -q$　　$U = 0$

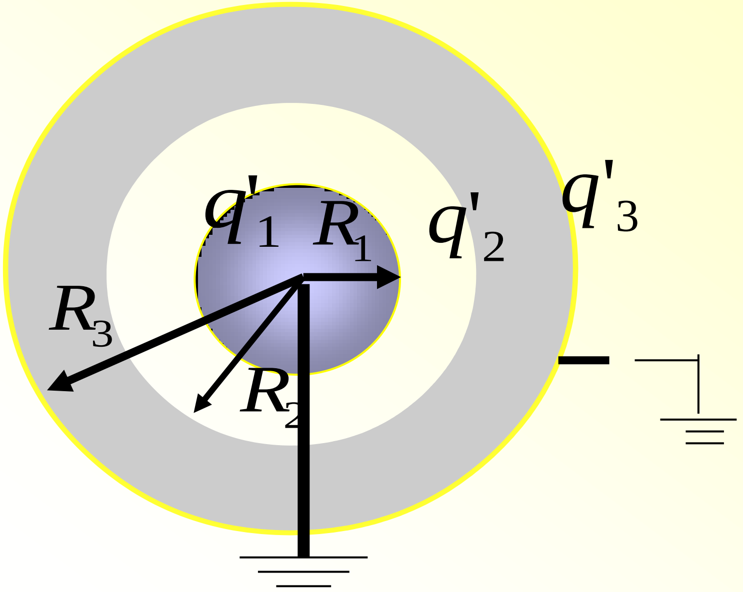
3、再把内球接地:

$$q_2' = -q_1'$$

$$q_2' + q_3' = -q$$

$$\frac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2'}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_3'}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0$$

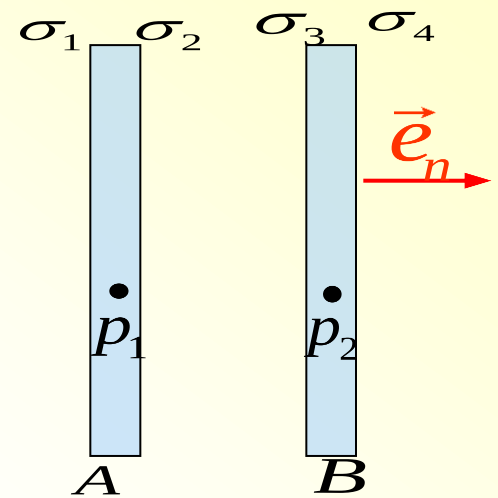
$$\therefore q_1' = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_2 + R_2 R_3 - R_1 R_3}$$



外球壳的电势:

$$U = \frac{q_3'}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{(R_2 - R_1)q}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_1 R_2)}$$

例4、长宽相等的金属平行板A和B在真空中平行放置（对齐，如图），板间距离比长宽小得多。分别令每板带 q_A 及 q_B 的电荷，求每板表面的电荷密度。



解：因为板的长宽远大于板间距离，故板可看为无限大。由对称性知两板四壁的电荷均匀分布，面密度分别记为σ_1 、σ_2 、σ_3 和σ_4 。

在A板内任取一点p_1，设 $\vec{e}_n$为向右的单位法矢量，

$$\vec{E}_{p_1} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

静电平衡时导体内部E＝0，故 $\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 = 0$ (1)

同理，在B板内取点 p_2，有

$$\vec{E}_{p_2} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n = 0$$

$\therefore \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = 0$ (2)

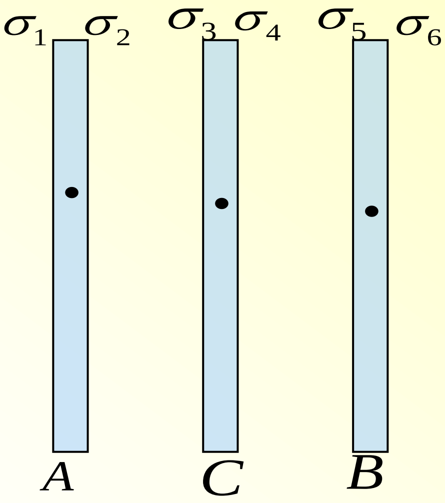
$\boxed{\sigma_1 = \sigma_4}$ $\boxed{\sigma_2 = -\sigma_3}$

设每板面积为S，

$q_A = \sigma_1 S + \sigma_2 S$ $q_B = \sigma_3 S + \sigma_4 S$

综合解得： $\sigma_1 = \sigma_4 = \dfrac{q_A + q_B}{2S}$ $\sigma_2 = -\sigma_3 = \dfrac{q_A - q_B}{2S}$

例4、上题两板间插入长宽相同的中性金属平板C，求六个壁的电荷面密度。



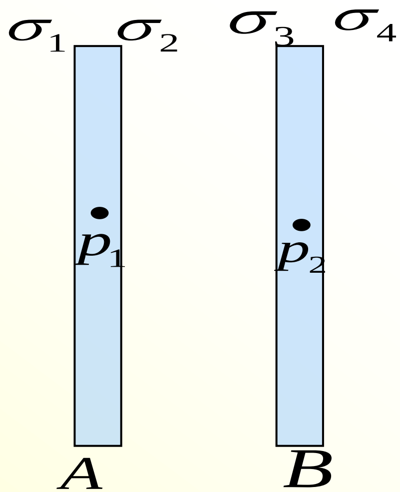
每板内取一点列三个方程，由三板电荷列三个方程，联立解得

$$\sigma_1 = \sigma_6 = \frac{q_A + q_B}{2S}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \sigma_4 = -\sigma_5 = \frac{q_A - q_B}{2S}$$

结论：相背的两面，面密度等量同号。

相对的两面，面密度等量异号。



$$\sigma_1 = \sigma_4$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3$$

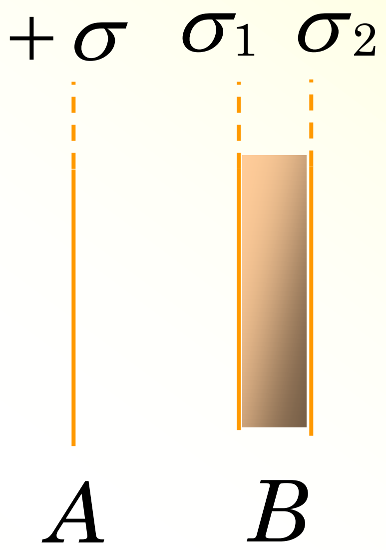
练习.“无限大”均匀带电平面 A 附近平行放置有一定厚度的“无限大”平面导体板 B,如图所示,已知 A 上的电荷面密度为 $+\sigma$,则在导体板 B 的两个表面 1 和 2 上的感应电荷面密度为

（A） $\sigma_1=-\sigma$, $\sigma_2=0$

（B） $\sigma_1=-\sigma$, $\sigma_2=+\sigma$,

（C） $\sigma_1=-\sigma/2$, $\sigma_2=+\sigma/2$

（D） $\sigma_1=-\sigma/2$, $\sigma_2=-\sigma/2$



[C]

作业：1，3，5