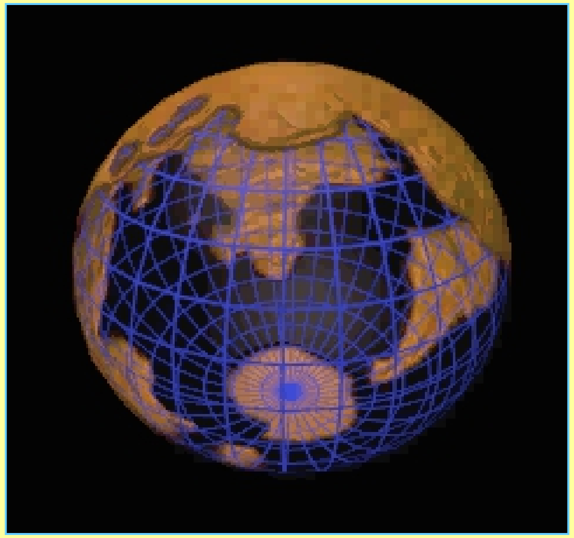
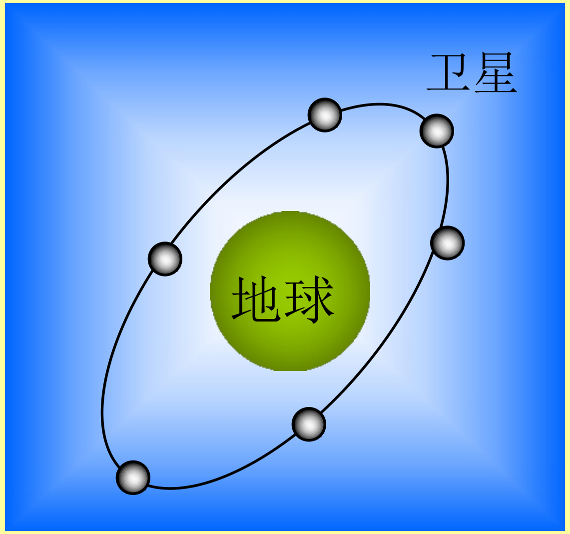
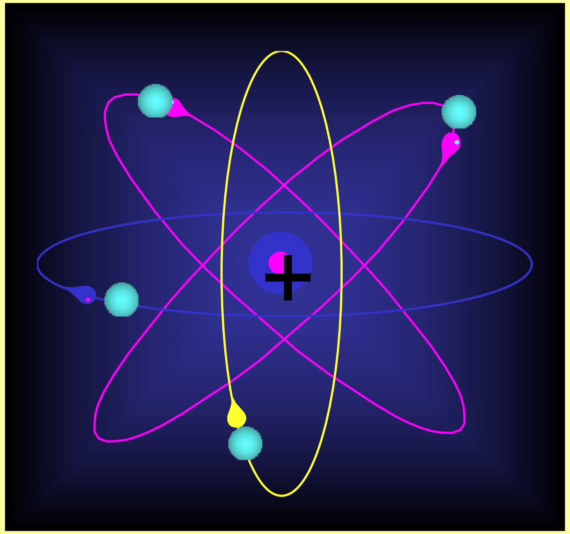
$\vec{r} \times m\vec{v}$ 在描述行星的轨道运动，自转运动，卫星的轨道运动及微观粒子的运动中都具有独特作用。因此必须引入一个新的物理量－－角动量 L，来描述这一现象。





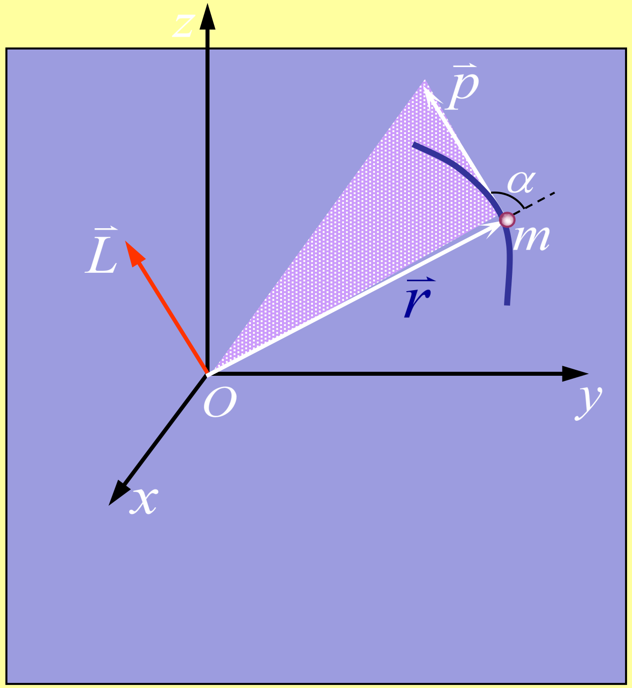


角动量 角动量守恒定律

一 质点的角动量

设：t时刻质点的位矢 $\vec{r}$

质点的动量 $m\vec{v}$



运动质点相对于参考原点O的角动量：

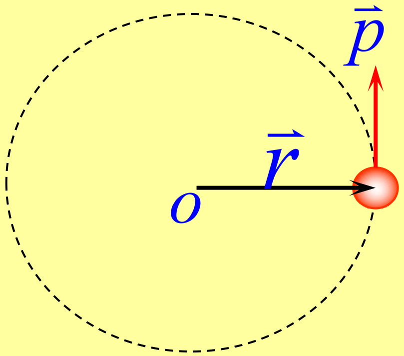
$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$$

单位：Kg ·m²·s⁻¹

角动量大小：$L=rp\sin\alpha=rmv\sin\alpha$

角动量的方向：矢经 $\vec{r}$ 和动量 $m\vec{v}$ 的矢积方向

如果质点绕参考点O作圆周运动 $L=rp=rmv$



注意：角动量与所取的惯性系有关；

角动量与参考点O的位置有关。

质点系的角动量:

设各质点对O点的位矢分别为

$$\vec{r}_1,\vec{r}_2,\cdots,\vec{r}_n$$

动量分别为 $\vec{p}_1,\vec{p}_2,\cdots,\vec{p}_n$

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i=\sum_{i=1}^{n}(\vec{r}_i\times\vec{p}_i)$$

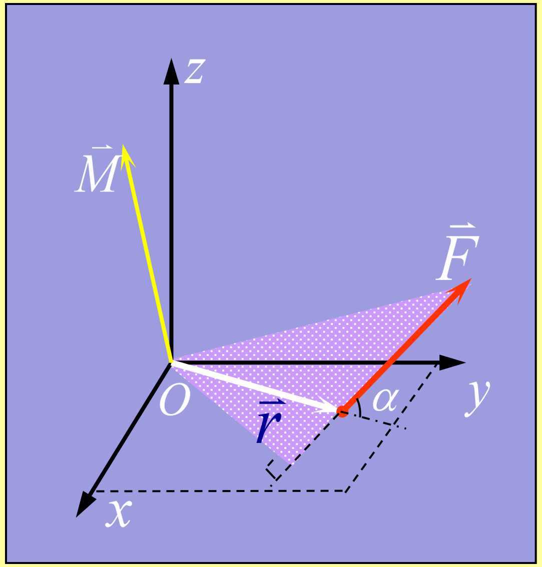
二 力矩

质点的角动量 $\vec{L}$ 随时间的变化率为 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}(\vec{r}\times\vec{p})}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\times\vec{p}+\vec{r}\times\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$

$\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\times\vec{p}=\vec{v}\times\vec{p}=0$ $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\vec{F}$ $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=\vec{r}\times\vec{F}$

质点角动量的改变不仅与所受的作用力 $\vec{F}$ 有关，而且与参考点 O 到质点的位矢 $\vec{r}$ 有关。

外力 $\vec{F}$ 对参考点 O 的力矩为：$\vec{M}_0=\vec{r}\times\vec{F}$



力矩的大小：$M_0=rF\sin\alpha$ 单位: N·m

力矩的方向：由右手螺旋关系确定，垂直于 $\vec{r}$ 和 $\vec{F}$ 确定的平面。

三 角动量定理 角动量守恒定律

质点的角动量定理： $\vec{M}_0 = \dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$

质点对某一参考点的角动量随时间的变化率等于质点所受的合外力对同一参考点的力矩。

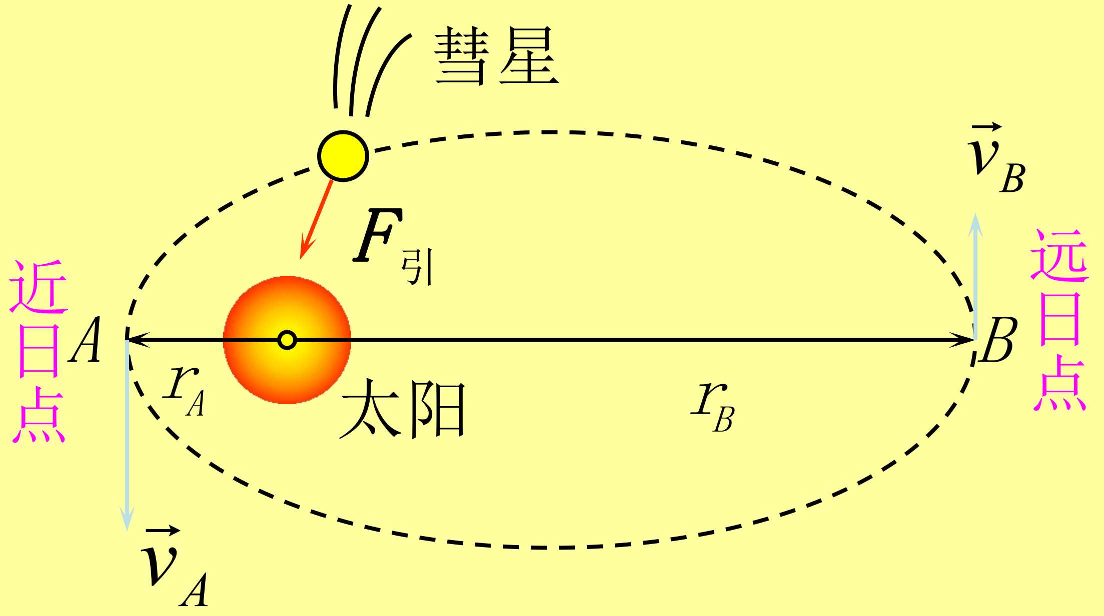
角动量定理的积分式： $\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_0 \mathrm{d}t = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$

质点或质点系的角动量守恒定律： 如果 $\vec{M} = 0$ 则 $\vec{L} =$ 恒矢量

当系统所受外力对某参考点的力矩之矢量和始终为零时，质点系对该点的角动量保持不变。

角动量守恒定律是自然界的一条普遍定律，它有着广泛的应用。

例：彗星绕太阳作椭圆轨道运动，太阳位于椭圆轨道的一个焦点上，问彗星的角动量是否守恒？近日点与远日点的速度谁大？



解：在彗星绕太阳轨道运转过程中，只受万有引力作用，万有引力不产生力矩，故彗星角动量守恒。

$$L_A = L_B$$

即 $r_A m v_A \sin\theta_A = r_B m v_B \sin\theta_B$

$$\theta_A = \theta_B = 90^\circ \qquad \therefore r_A v_A = r_B v_B$$

近日点 r 小 v 大，远日点 r 大 v 小， $v_A > v_B$

这就是为什么彗星运转周期为几十年，而经过太阳时只有很短的几周时间。彗星接近太阳时势能转换成动能，而远离太阳时，动能转换成势能。