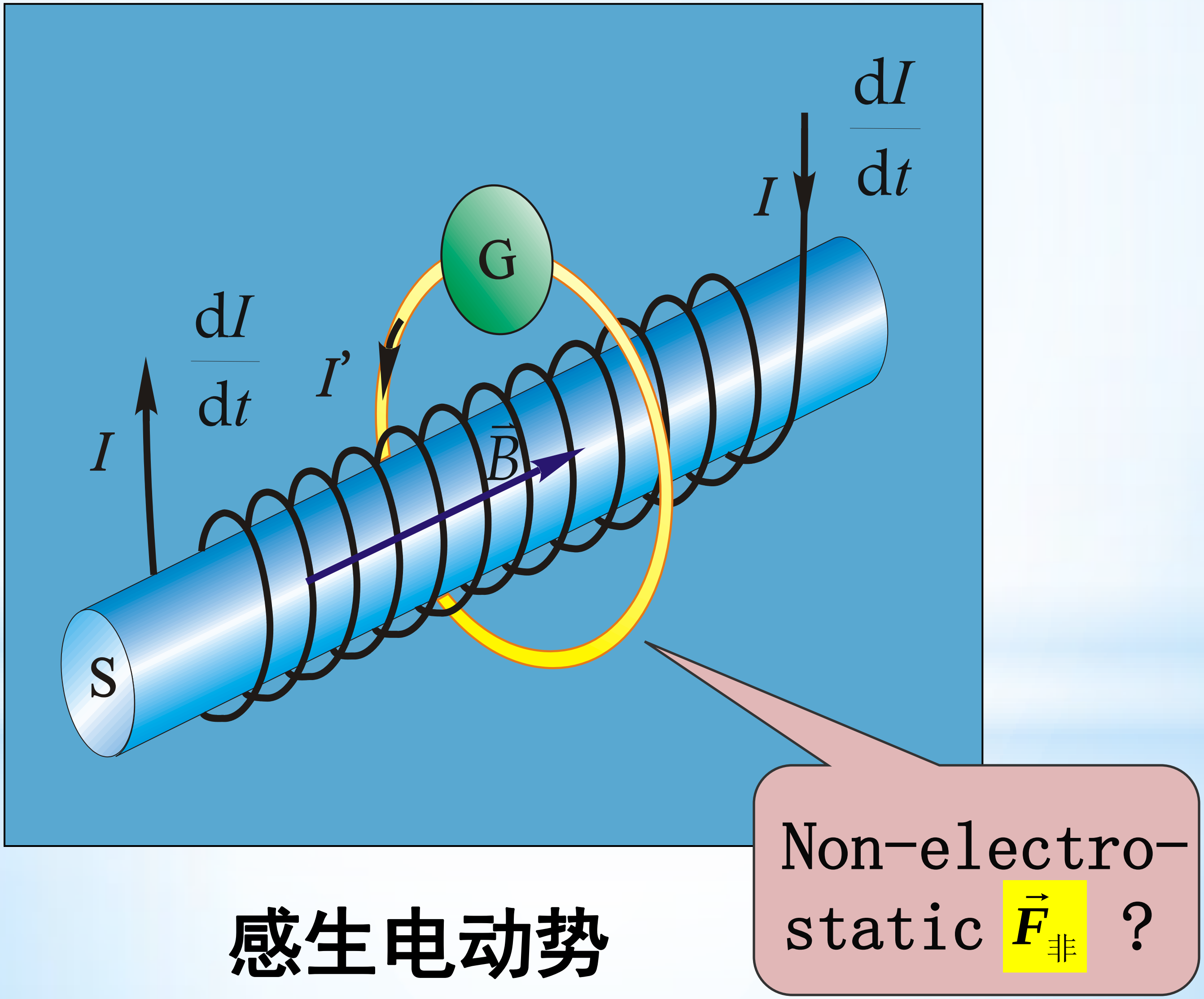
感生电动势

Induced Electromotive Force

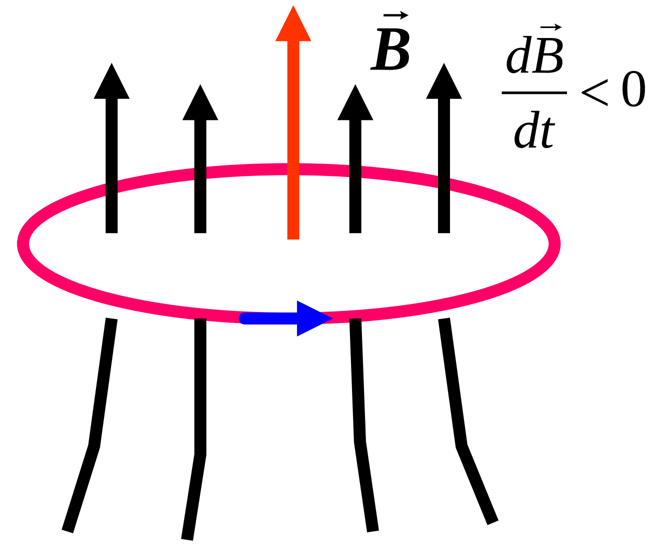
7-2-2 感生电动势和感生电场



感生电动势

试验研究表明:导体不动,磁场变化,回路中的感应电动势与组成回路的材料性质无关,只与磁场的变化相关.

1861年,Maxwell认为即使不存在导体回路,变化的磁场会在其周围激发出一种场 :A changing magnetic field produces an electric field.

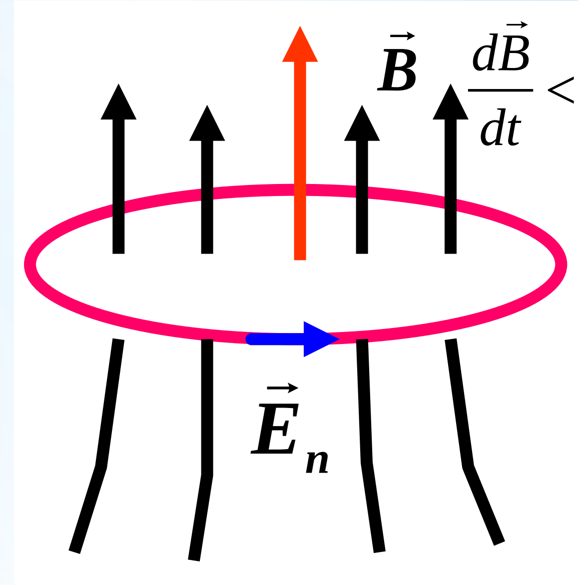


$\vec{B}$ 变,回路不动

感生电场或涡旋电场

$\vec{E}_n$ → 这是Maxwell为统一电磁场理论作出的第一个重大假设!!

1. 涡旋电场的特点：

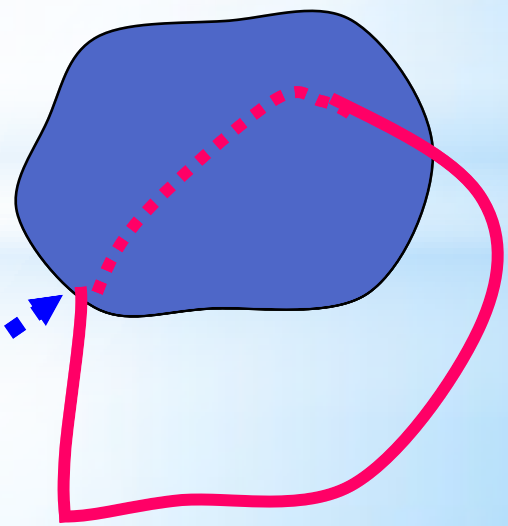


•与静电场的共同点就是对电荷有力的作用：$\vec{F}=q\vec{E}_n$

•涡旋电场由变化的磁场所激发，其方向与变化的磁场满足左手定则（楞次定律）；

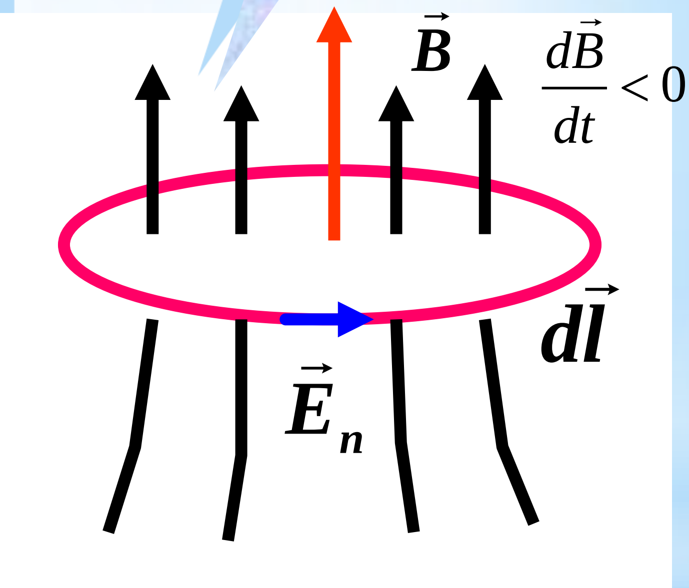
•涡旋电场的电力线是闭合的，不是保守场：

$$\oiint_S \vec{E}_n \cdot d\vec{S}=0$$



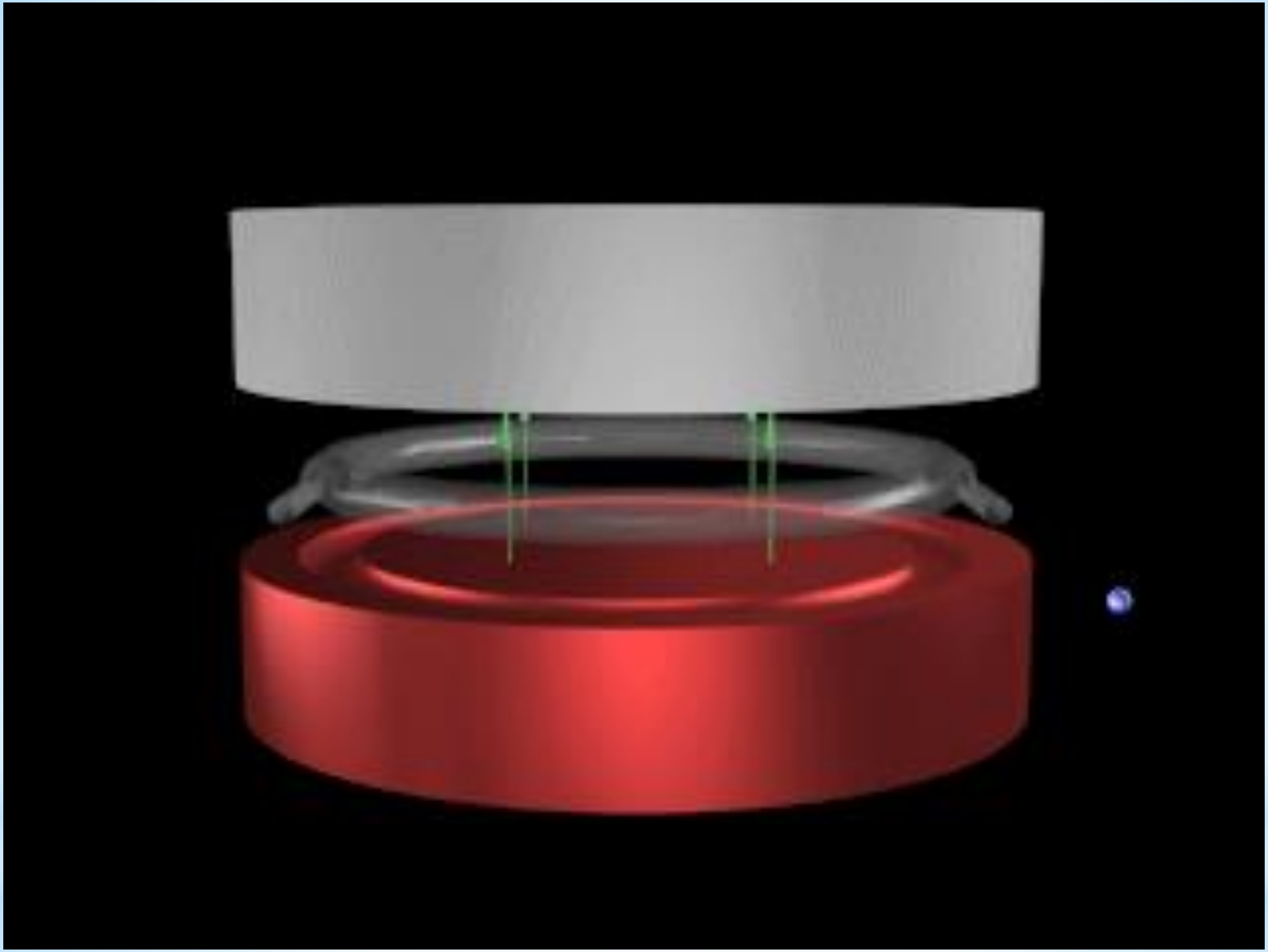
2. 感生电动势:

涡旋电场对电荷的作用力, 就是产生感生电动势的**非静电力.**



所以:

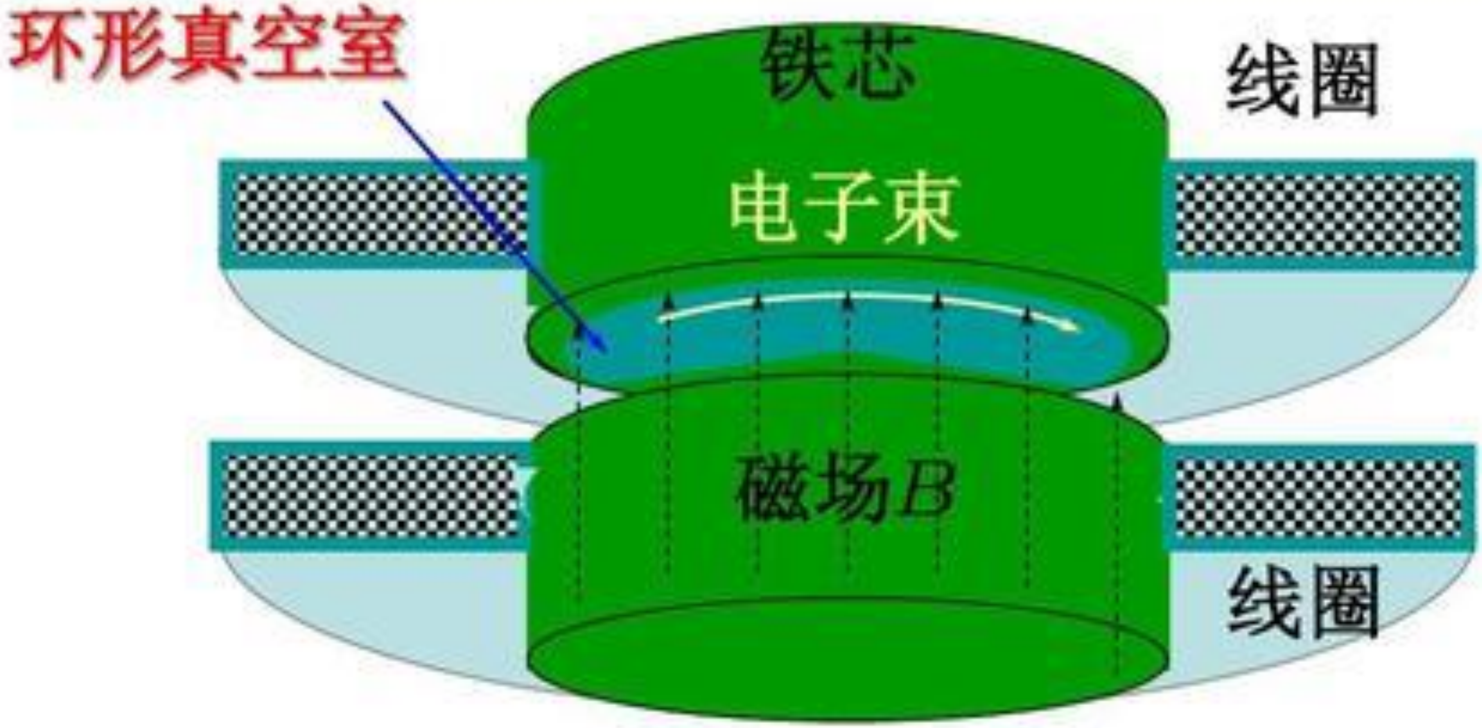
$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_n \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$



电子感应加速器：

利用变化的磁场产生的感生 电场加速电子。

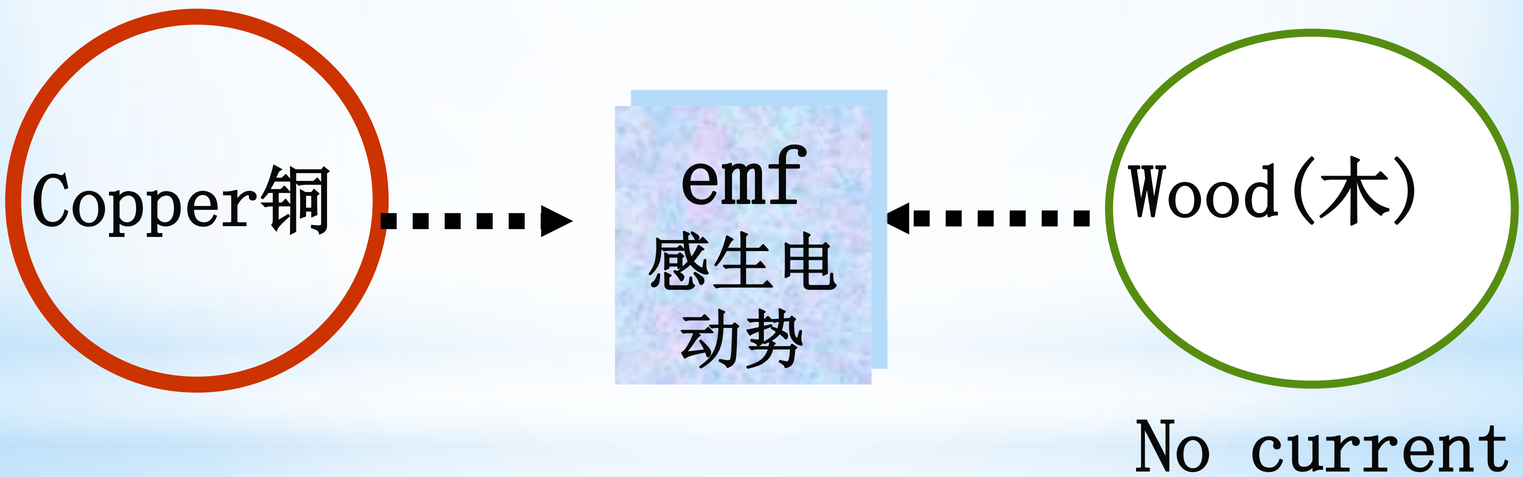
电子感应加速器是利用**感生电场**使电子加速的设备。



它的柱形电磁铁在两极间产生磁场。在磁场中安置一个环形真空管道作为电子运行的轨道。当磁场发生变化时，就会沿管道方向产生感生电场。射入其中的电子就受到感生电场的持续作用而被不断加速。

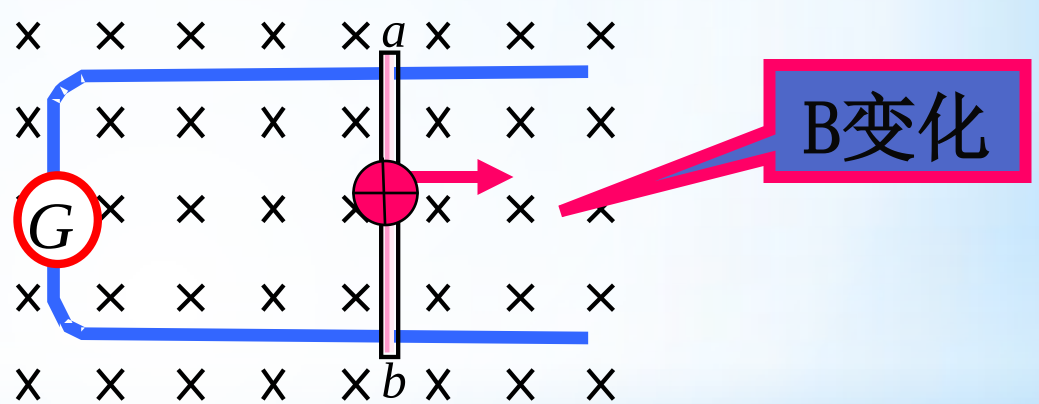
Note:

(1)回路不动，磁场变化，如果回路由导体组成，存在感应电流，除与磁场的变化有关外，还决定于回路的电阻；如果不是导体回路，感生电动势存在，没有感应电流.

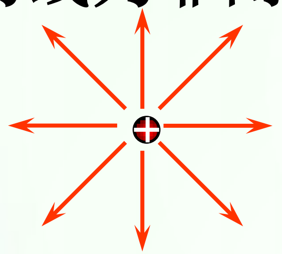
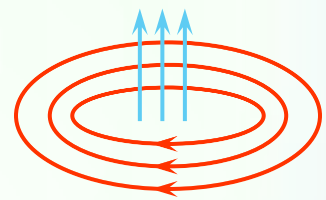


(2)对于导体运动，磁场也变化的情况,电荷将同时受到Lorentz force and涡旋电场的作用,感应电动势由Faraday's law 求出:

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$



感生电场与静电场的区别

	静电场 $\vec{E}$	感生电场 $\vec{E}_{感}$
起源	由静止电荷激发	由变化的磁场激发
电力线形状	电力线为非闭合曲线  静电场为无旋场	电力线为闭合曲线 $\vec{E}_{感}$  $\frac{dB}{dt} > 0$ 感生电场为有旋场
电场的性质	为保守场,作功与路径无关 $\oint \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0$	为非保守场,作功与路径有关 $\varepsilon = \oint \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$
	静电场为有源场 $\oiint \vec{E}_{静} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$	感生电场为无源场 $\oiint \vec{E}_{感} \cdot d\vec{S} = 0$

练习1：在感生电场中电磁感应定律可写成

$\oint_L \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ ，式中 $\vec{E}_K$ 为感生电场的电场强度

此式表明(　　)

(A) 闭合曲线 L 上 $\vec{E}_K$ 处处相等.

（B） 感生电场是保守场。

（C） 感生电场的电场线不是闭合曲线。

（D） 在感生电场中不能像对静电场那样引入电势的概念。

［ D ］

3. 感生电动势的计算:

法1、利用“感生电动势”的定义式: $\varepsilon = \int_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{\ell}$

要求能够容易求出导线上各点的感生电场（例如轴对称变化磁场情况）。

感生电场的计算: $\oint \vec{\mathbf{E}}_{感} \cdot d\vec{\ell} = -\iint_s \frac{d\vec{\boldsymbol{B}}}{dt} \cdot d\vec{\mathbf{S}}$

1） 要求环路上各点的 $E_{感}$大小相等，方向与路径方向一致;

2） 磁场均匀变化 $\frac{dB}{dt} =$ 常量， $\frac{d\vec{\boldsymbol{B}}}{dt} // d\vec{\mathbf{S}}$;

则有 $E_{感} \oint dl = -\frac{dB}{dt} \iint_s dS$ 可算出 $E_{感}$。

3）S 为回路中有磁场存在的面积。

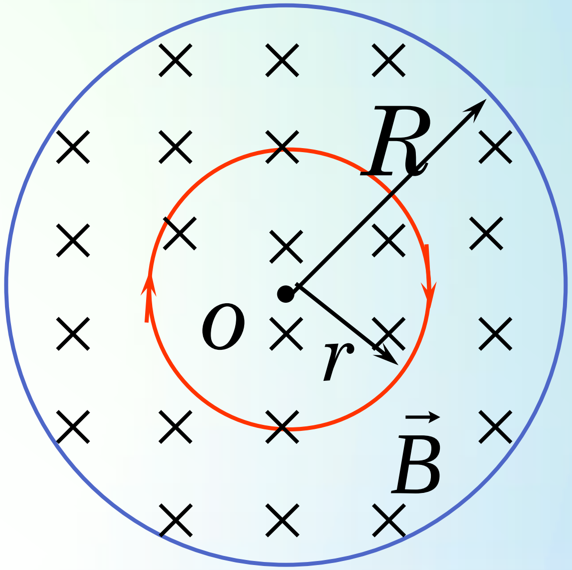
法2、应用“法拉第电磁感应定律”： $\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$

（1）闭合回路情况，只需求出 $\Phi(t)$。

（2）一段导线情况，可做辅助线与导线构成闭合回路，要求辅助线上不产生感生电动势或其产生的电动势容易求出。

例1： 通有时变电流的无限长螺线管内的磁场B随时间均匀增加，已知 $\frac{dB}{dt}=k$ ，求它激发的感生电场。

解：由于磁场轴对称分布并均匀增加，圆形磁场区域内、外$\vec{E}_{感}$线为一系列同心圆；



1. $r<R$ 区域：作半径为 r 的顺时针环形路径;

设涡旋电场的方向也为顺时针方向。

$$\oint \vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}=-\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\ =-\iint_s \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{S}$$

环路上各点的 $\vec{E}_{感}$ 大小相等,方向与路径方向相同,且磁场均匀增加，

$$\frac{d\vec{B}}{dt}//d\vec{S},\ \cos\theta=1 \quad \therefore E_{感}\oint dl=-\frac{dB}{dt}\iint_s dS,$$

$$E_{感}2\pi r=-\frac{dB}{dt}\pi r^2, \qquad E_{感}=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\propto r$$

2. $r > R$ 区域

作半径为 r 的环形路径，顺时针方向；

同理 $E_{感}\oint dl = -\dfrac{dB}{dt}\iint_s dS$

∵积分面积为回路中有磁场存在的面积，

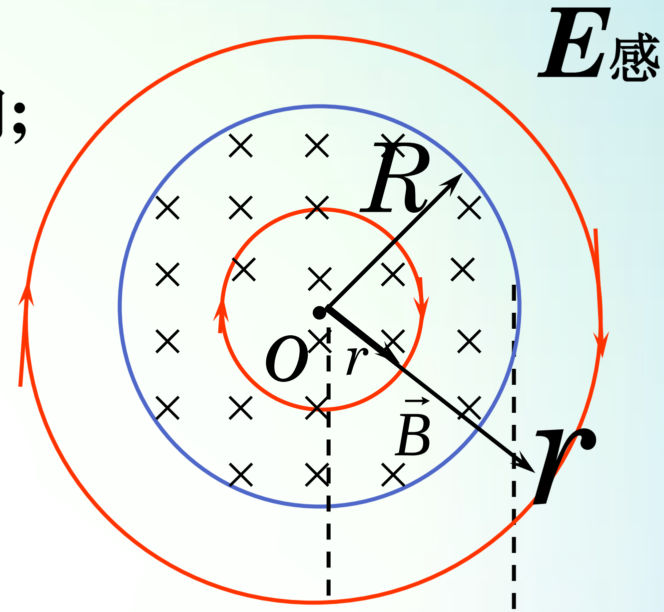
$$E_{感} 2\pi r = -\frac{dB}{dt}\pi R^2$$

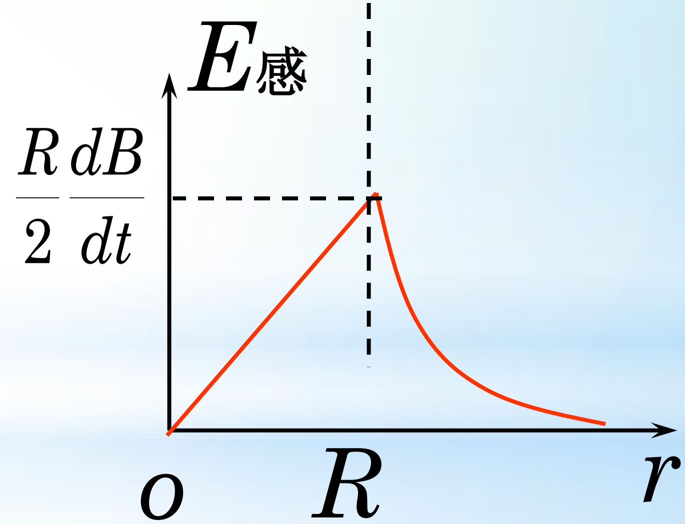
所以 $E_{感} = -\dfrac{R^2}{2r}\dfrac{dB}{dt} \propto \dfrac{1}{r}$

$E_{感}$方向分析：

$\dfrac{dB}{dt} > 0$ Anticlockwise(逆时针)

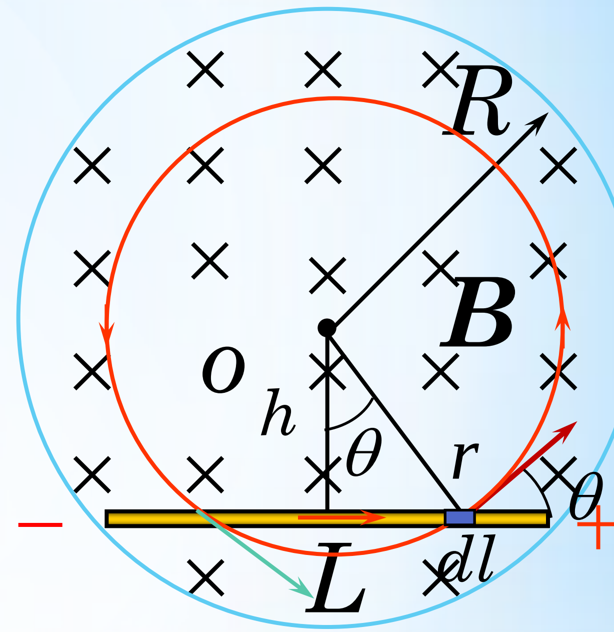
$\dfrac{dB}{dt} < 0$ clockwise(顺时针)





$E_{感}$分布曲线

例2：圆形均匀分布的磁场半径为 R，磁场随时间均匀增加 $\dfrac{dB}{dt}=k$ ，在磁场中放置一长为 L 的导体棒，求棒中的感生电动势。



解：$\vec{E}_{感}$作用在导体棒上，使导体棒上产生一个向右的感生电动势，

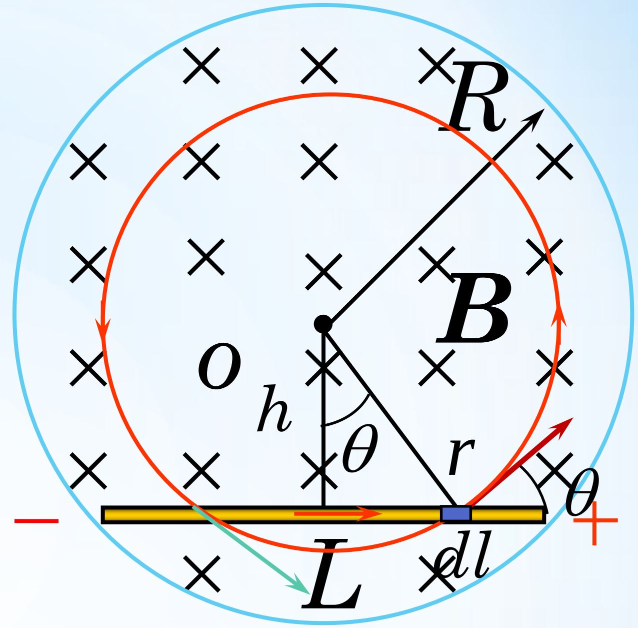
沿 $\vec{E}_{感}$线作半径为 r的环路，分割导体元 dl，

在 dl 上产生的感生电动势为：$d\varepsilon=\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}=E_{感}dl\cos\theta$

$$\varepsilon=\int d\varepsilon=\int_{-}^{+}E_{感}dl\cos\theta$$

由上题结果，圆形区域内部的感生电场：$E_{感}=\dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt}$

$$\varepsilon = \int_0^L \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} dl \cos\theta$$



其中 $\cos\theta = \frac{h}{r}$ 则：

$$\varepsilon = \int_0^L \frac{\cancel{r}}{2}\frac{dB}{dt}\frac{h}{\cancel{r}} dl$$

$$= \frac{hL}{2}\frac{dB}{dt}$$

$$\because h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

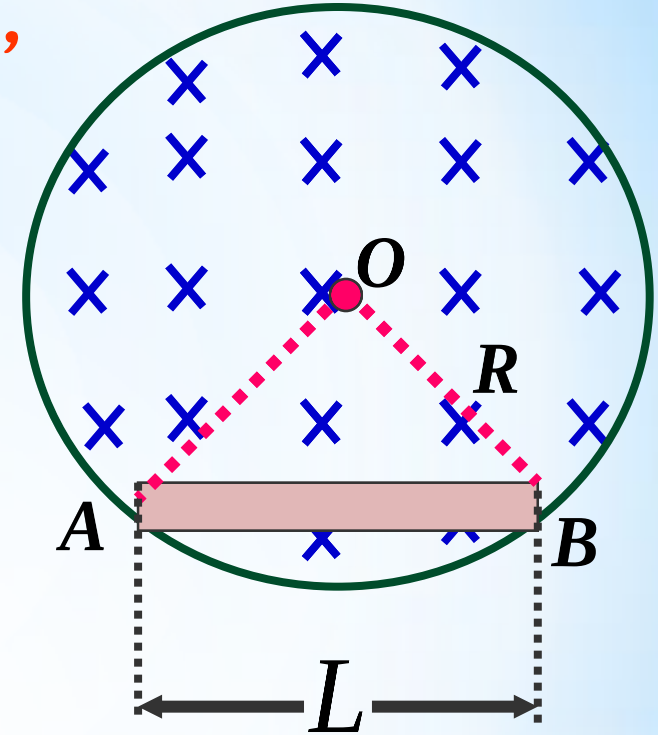
$$\therefore \varepsilon = \frac{L}{2}\frac{dB}{dt}\sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

方向向右。

法2：用法拉第电磁感应定律求解，

解:(1)如图作辅助线OA和OB,
组成回路OBAO;

(2)对回路OBAO,有:



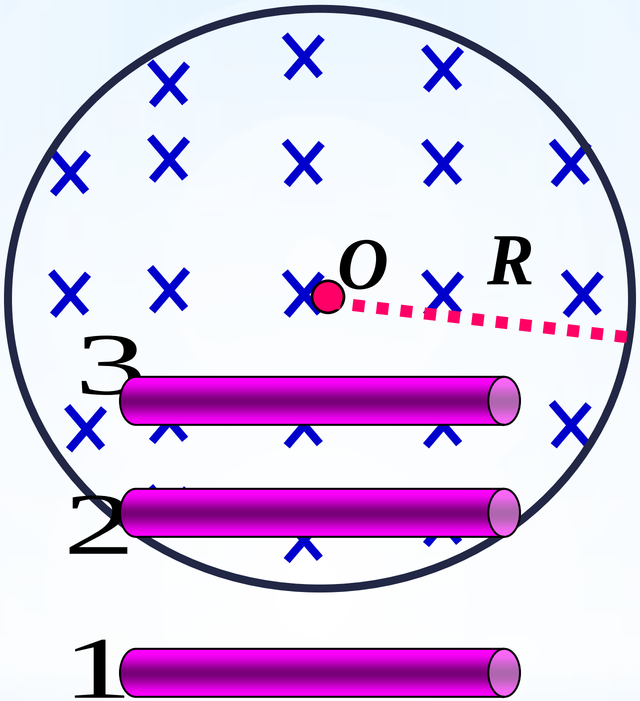
$$\varepsilon=\varepsilon_{OB}+\varepsilon_{BA}+\varepsilon_{AO}=-\frac{d\Phi_{\Delta OBA}}{dt}$$

因为$\varepsilon_{OB}=\varepsilon_{AO}=0$（Why?），$\varepsilon_{BA}=-\varepsilon_{AB}$，所以:

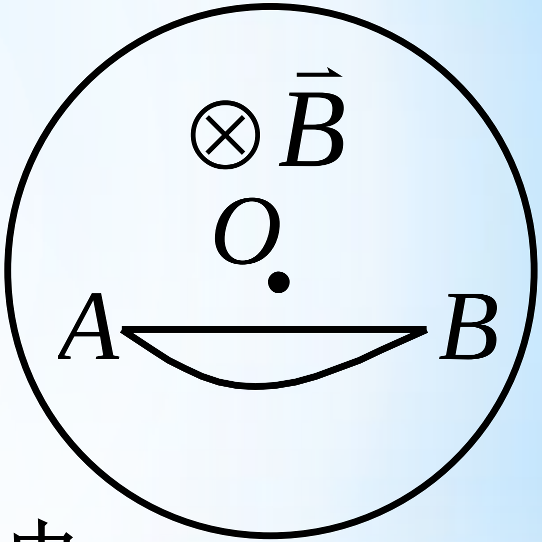
$$\varepsilon_{BA}=-S_{\Delta OBA}\frac{dB}{dt} \Rightarrow \varepsilon_{AB}=S_{\Delta OBA}\frac{dB}{dt}$$

$$\therefore \varepsilon=\frac{L}{2}\frac{dB}{dt}\sqrt{R^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

推广：



练习2：在圆柱形空间内有一磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，如图所示 $\vec{B}$ 的大小以速率dB/dt变化. 在磁场中有A、B两点，其间可放直导线***AB***和弯曲的导线***AB***，则（ ）



(A) 电动势只在**AB**直导线中产生

(B) 电动势只在**AB**弯曲的导线中产生.

(C) 电动势在直导线**AB**和弯曲导线**AB**中都产生，且两者大小相等.

(D) **AB**直导线中的电动势小于**AB**弯曲导线中的电动势.

［ **D** ］

Summary:

In general, the following three methods can be accepted to find the induced emf:

(1)Faraday's law

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

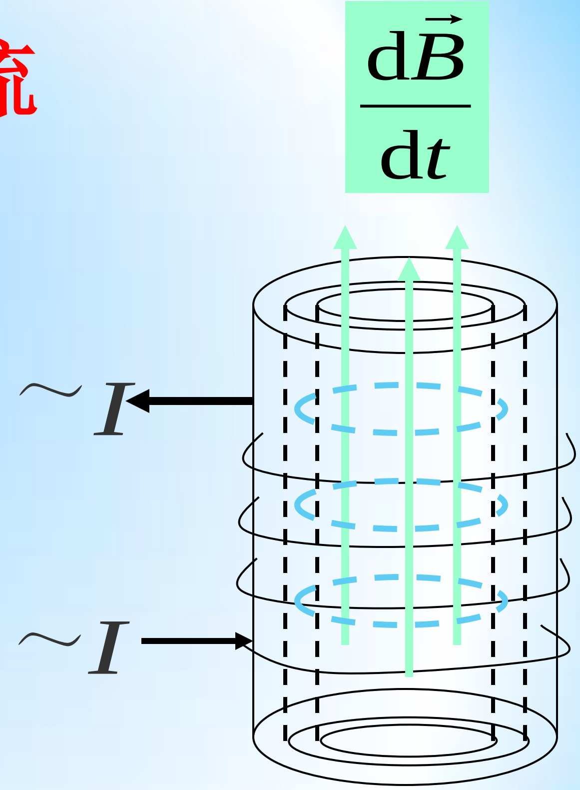
(2)For the case in which magnetic field is not varying:

$$\varepsilon = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

(3)When the conductor is at rest:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_n \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

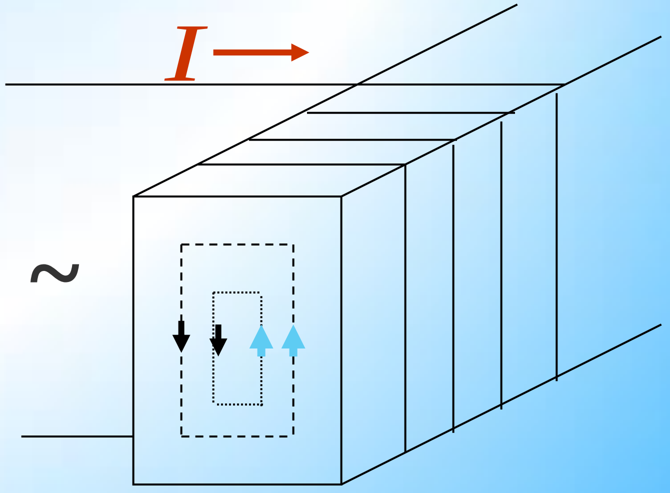
7-2-3 Vortex Current 涡电流



(1) 涡电流的产生

前面讨论了变化的磁场要在回路中产生感应电流。对于大块的金属导体处在变化的磁场时，导体内也会产生感应电流，这种电流在金属导体内形成闭合回路，称为涡电流。

(2) 涡电流的热效应

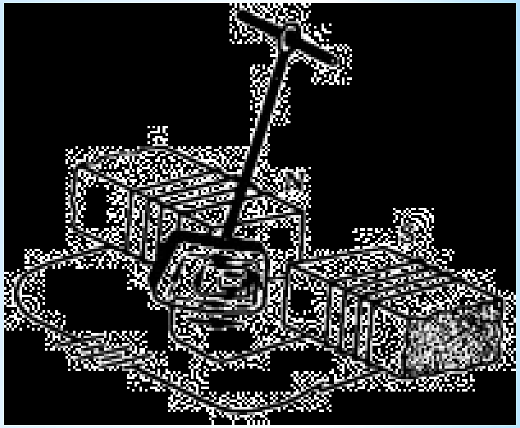


根据电流的热效应，可利用涡电流产生热量，如工业中用的坩埚及电磁炉等;

但变压器等设备则要尽量降低涡电流产生的损耗，用绝缘的硅钢片叠成代替整块铁芯。

(3) 涡电流的电磁阻尼

如图，根据楞次定律，磁场对涡电流的作用要阻碍摆的运动，故使摆受到一个阻尼力的作用。



作业：8、11