Lecture 1

2021年9月25日 14:09

Vector Fields and Electric Fields

向量场和电场

Vector Fields 向量场

Gradient : 梯度
Divergence : 散度
Curl : 旋度
Flux : 通量

Electric Fields 静电场

性质： 对在电场的charge 电荷施加力。

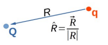
$$\vec{F}=Q\vec{E}$$

F 是静电力
Q 是电荷量
E 是电动势

Coulomb’s Law 库仑定律

电荷Q作用于电荷q的力为:

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{R^2}\hat{R}$$



自由空间介电常数
$\epsilon_0=8.85\times10^{-12}$ [C^2 N^{-1} m^{-2}]

电动势:

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}\hat{R}$$

库仑定律很难理解。所以可以使用计算通量 并 使用高斯定律 的方法

Gauss’s Law 高斯定律

对于任何封闭面积，总通量等于封闭在表面内的总电荷。

$$\phi=\frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

等于封闭曲面的电荷的代数和除以真空中的电容率（介电常数）。

Summary

- Flux

$$\boxed{\phi=(\vec{F}\cdot\hat{n})\,dA}$$

- Gauss’s Law

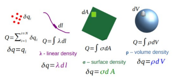
$$\boxed{\phi_E=\frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}}$$

- Charged surface

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}}$$

Continuous charge distributions

$$\boxed{\vec{\mathbf{E}}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}dq}$$



Continuous charge distributions 连续的电荷分布

$$\vec{\mathbf{E}}=\sum_{i=1}^{i=N}\vec{E}_i=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}dq$$

Linear charge distributions 线性电荷分布

$$\vec{\mathbf{E}}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}dq=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}\lambda dl$$

Surface charge distributions 平面电荷分布

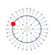
$$\vec{\mathbf{E}}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}dq=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}\sigma dA$$

Volume charge distributions 体积电荷分布

$$\vec{\mathbf{E}}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{R}}{R^2}\rho dV$$

Electric Field of Single Charge 单电荷电场

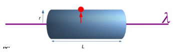
$$\boxed{\vec{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}}$$



Electric Field of Line Charge 线电荷的电场

Flux:

$$\phi=\oiint(\vec{E}\cdot\hat{n})dA=E2\pi rL=\frac{1}{\epsilon_0}\lambda L \Rightarrow \boxed{\vec{E}=\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}\hat{r}}$$



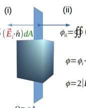
Flux of the electric field generated by a uniformly charged surface
由均匀带电表面产生的电场通量

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}}$$

N 是什么东西?

$\hat{n}$
unit vector, i.e. |n| = 1
perpendicular to the surface,
a.k.a. *normal vector*

Prependicular 垂直的



$$\phi_i=\oiint(\vec{E}_i\cdot\hat{n})dA \qquad \phi_{ii}=\oiint(\vec{E}_{ii}\cdot\hat{n})dA$$

$$\phi=\phi_i+\phi_{ii}=\frac{Q}{\epsilon_0}=\frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\phi=2|E|A=\frac{Q}{\epsilon_0}=\frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$Q=\sigma A$
σ – surface density
A - surface area

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}}$$

Gradient : 梯度

$$\nabla V=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)V=\left[\frac{\partial V}{\partial x},\frac{\partial V}{\partial y},\frac{\partial V}{\partial z}\right]$$

梯度的方向指向函数的最大增长方向

梯度的绝对值是最大增长方向的斜率。

Fundamental theorem 基本定理

$$\int_a^b(\nabla V)\cdot d\vec{l}=V|_a^b$$

$$\int\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int\nabla V\cdot d\vec{l}=V$$

Electromotive force

$$\boxed{\oint\vec{E}\cdot d\vec{l}\equiv\mathscr{E}}$$

Electromotive force 电动势

Divergence : 散度

$$\nabla\cdot\vec{E}=\mathrm{div}\,\vec{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}$$

散度是衡量矢量扩散(散度)的尺度。

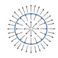
Fundamental theorem 基本定理

$$\oiiint(\nabla\cdot\vec{E})dV=\oiint(\vec{E}\cdot\hat{n})dA$$

Gauss's Law

$$\boxed{\oiint(\vec{E}\cdot\hat{n})dA=\frac{Q}{\epsilon}}$$

Gauss's Law 高斯定律



Curl : 旋度

$$\nabla\times\vec{H}=\mathrm{curl}\,\vec{H}=$$
$$=\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\hat{x}+\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right)\hat{z}$$

旋度是矢量围绕每个点旋转(旋转/旋转)多少的度量。

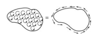
Fundamental theorem 基本定理

$$\oiint(\nabla\times\vec{H})\cdot\hat{n}\,dA=\oint\vec{H}\cdot d\vec{l}$$

Ampere's Law

$$\boxed{\oint\vec{H}\cdot d\vec{l}=i}$$

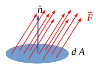
Ampere's Law 安培定律



Llux 通量

$$\phi=(\vec{F}\cdot\hat{n})\,dA$$

旋度是矢量围绕每个点旋转(旋转/旋转)多少的度量。



高斯定律（Gauss' law），属物理定律。在静电场中，穿过任一封闭曲面的电场强度通量只与封闭曲面
有关，且等于封闭曲面的电荷的代数和除以真空中的电容率。

该定律表明在闭合曲面内的电荷分布与产生的电场之间的关系。静电场中通过任意闭合曲面（称高斯面
闭合面内全部电荷的代数和除以真空中的电容率，与面外的电荷无关。

面内的电荷的代数和

面）S 的电通量等于该