本 章 小 结

习 题 课

一、几个基本概念

1.磁感应强度 B

$$\boxed{B = \frac{F_{\max}}{qv}}$$

方向：小磁针N极指向。

2.磁通量 ϕ_m

$$\boxed{\phi_m = \iint_s \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

单位：韦伯， Wb

3.圆电流的磁矩 $\vec{P}_m$

$$\boxed{\vec{P}_m = NIS\ \vec{n}}$$

单位：安培 米²

方向：与电流满足右手定则。

二.基本定律

毕奥--萨伐尔定律

电流元 $Id\vec{l}$：

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{\boldsymbol{l}} \times \vec{\boldsymbol{r}}^0}{r^2}}$$

三.两个重要定理

1.磁场中的高斯定理

$$\boxed{\oiint \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{S}} = 0}$$

2.安培环路定理

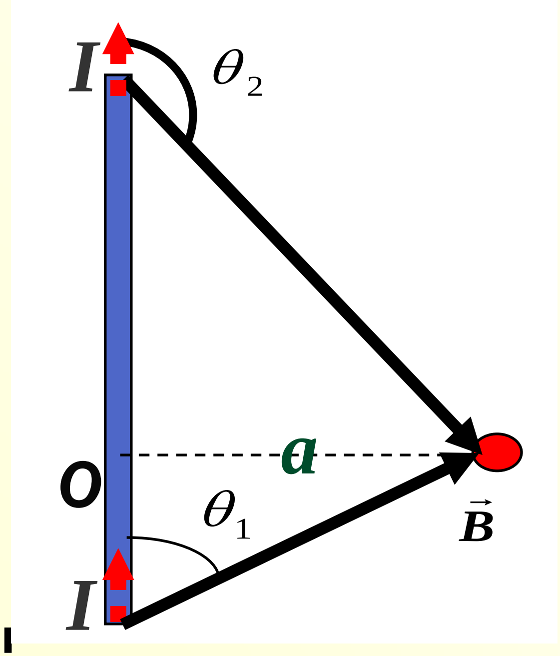
$$\boxed{\oint \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{l}} = \mu_0 \sum I}$$

四.典型载流导体的磁场

1.载流直导线

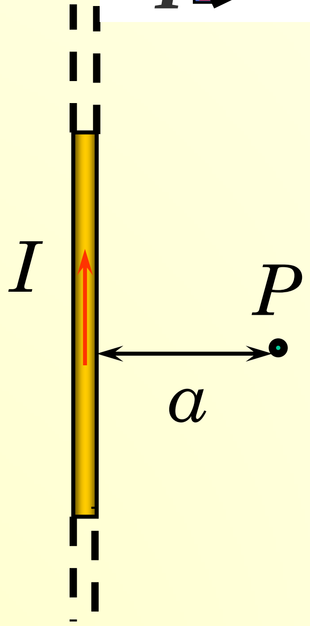
有限长

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$



无限长

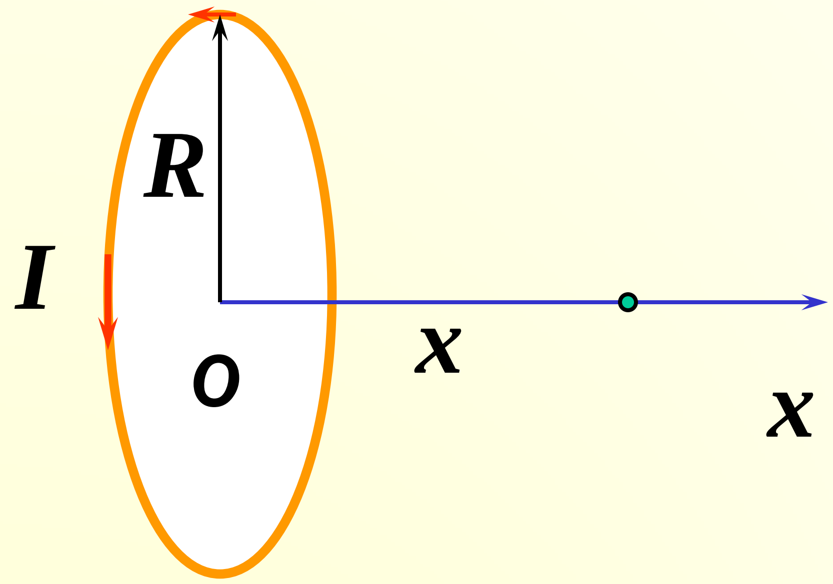
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$



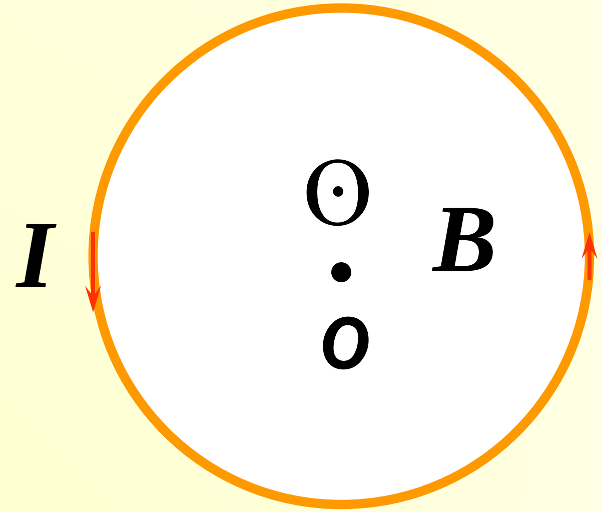
2.载流圆环

轴线上

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}}$$



环心处：$\boxed{B_o=\frac{\mu_0 I}{2R}}$

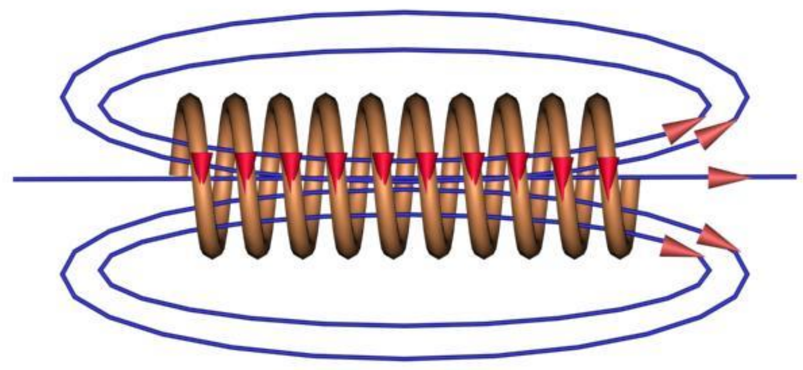


方向：由右手螺旋定则判 定

3.螺线管

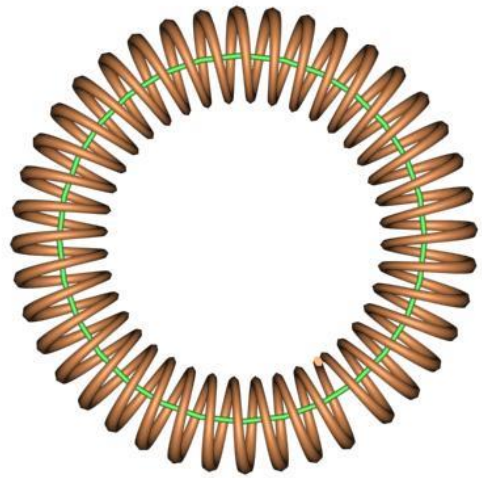
长直螺管内：

$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$



环形螺线管：

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$$



方向：由右手螺旋定则判 定

4.载流圆柱体

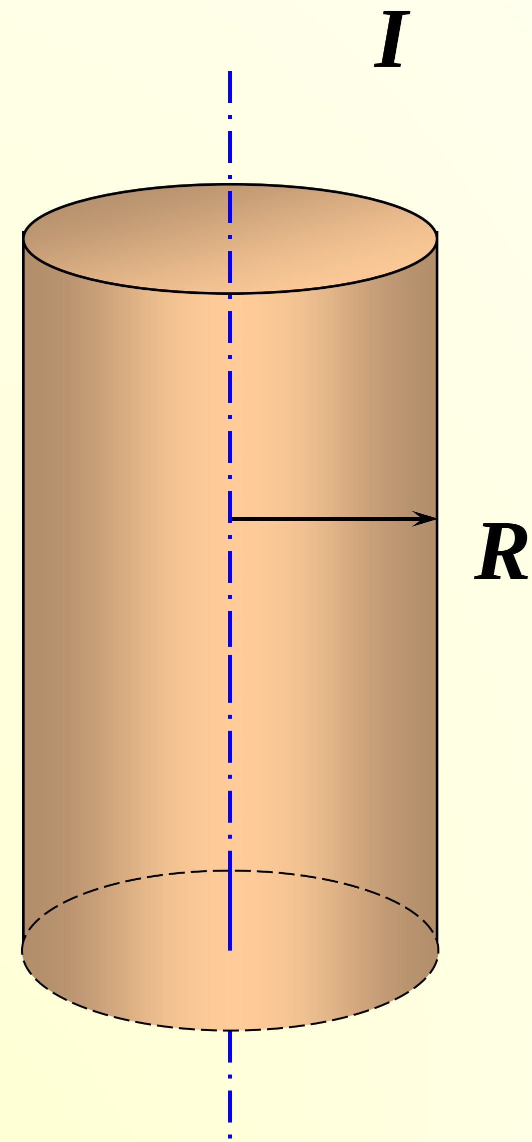
圆柱体内

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r\propto r}$$

圆柱体外

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\propto\frac{1}{r}}$$

方向：由右手螺旋定则判 定



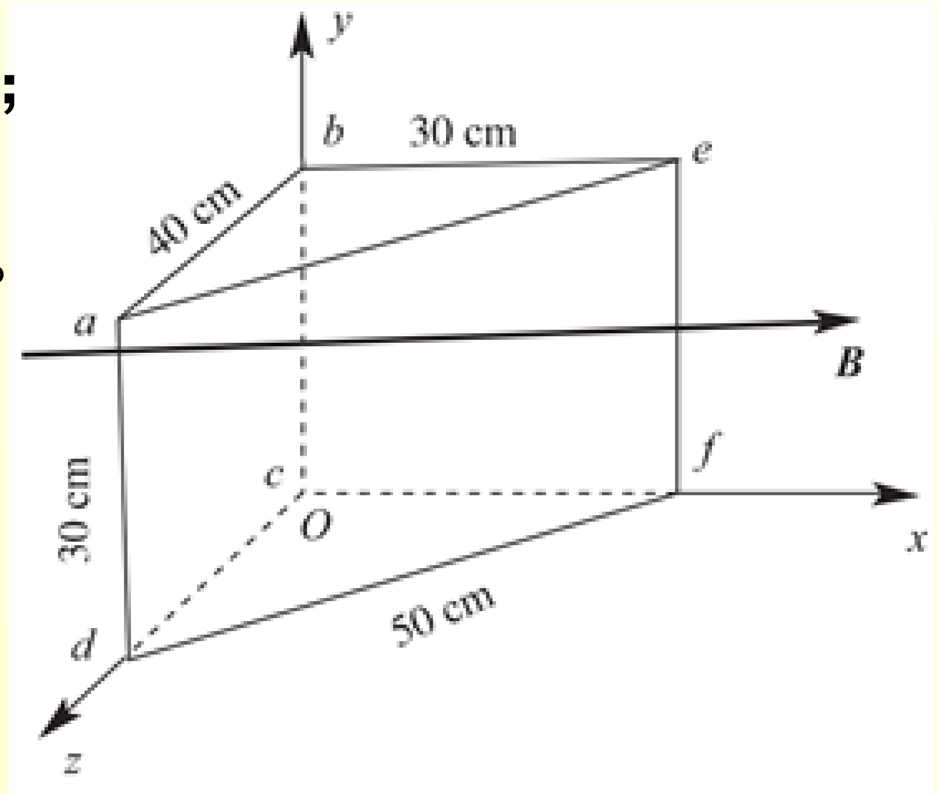
一 通量的计算

习题5:如图所示，为磁感强度为2.0×10^{-2} T的均匀磁场，磁场方向沿x轴正向。求：

(1)穿过图中$abcd$面的磁通量；

(2)穿过图中$befc$面的磁通量；

(3)穿过图中$aefd$面的磁通量。



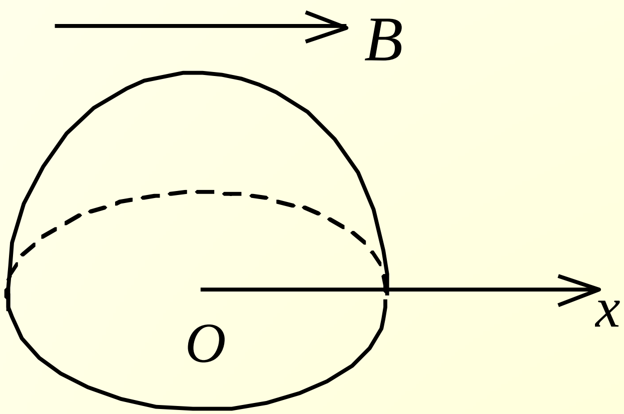
解：(1)

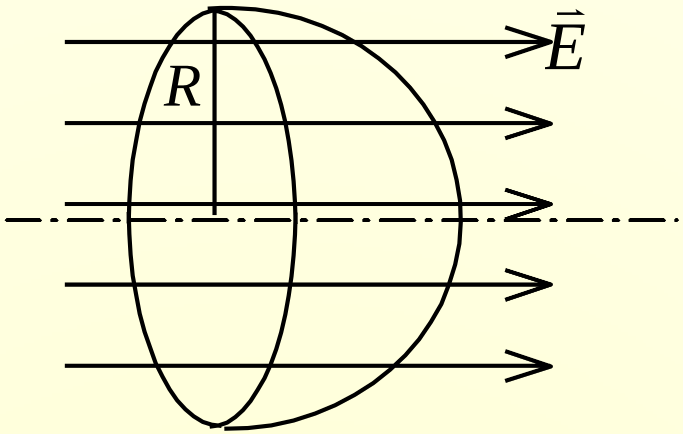
$$\varphi_m = BS = 2.4\times10^{-3}Wb$$

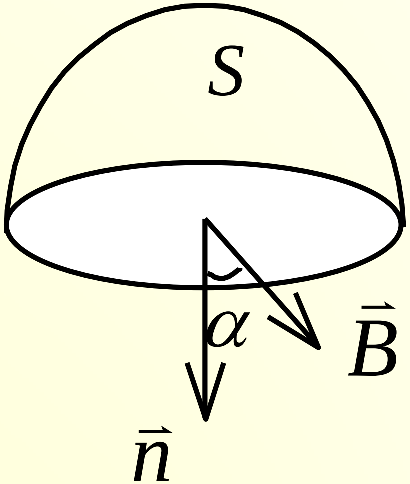
(2) $$\phi_m = 0$$

(3) $$\phi_{\times m} = BS_{\perp} = 2.4\times10^{-3}Wb$$

练习:求通过半径R的半球面S的通量





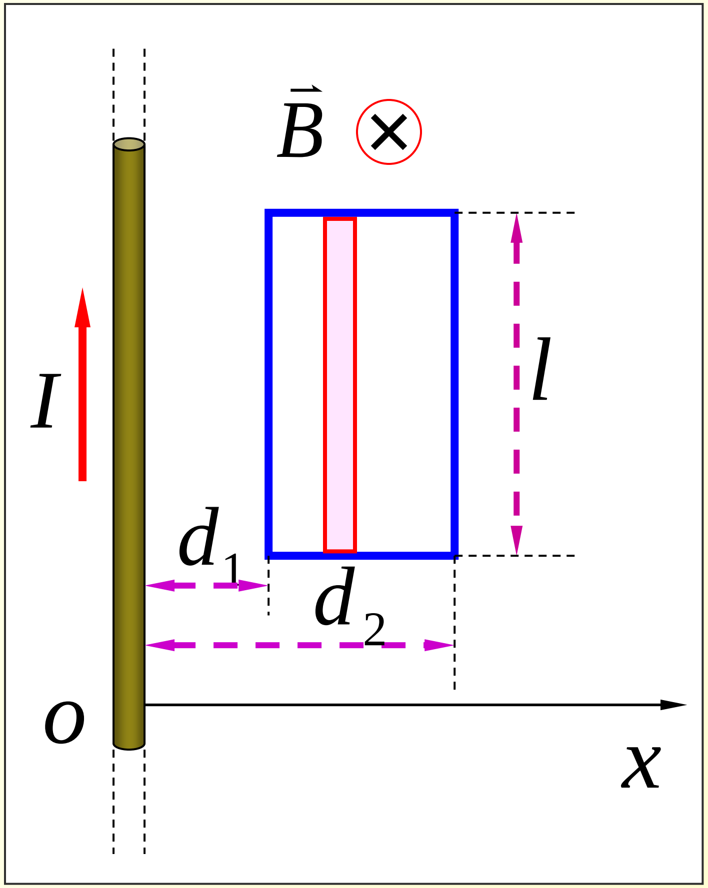


$a:0$

$b:\pi R^2 E$

$c:-\pi R^2 B\cos\alpha$

习题14：如图载流长直导线的电流为 I ， 试求通过矩形面积的磁通量.



解：对变化的磁场先求 $\mathrm{d}\Phi$ ，最后积分求 Φ

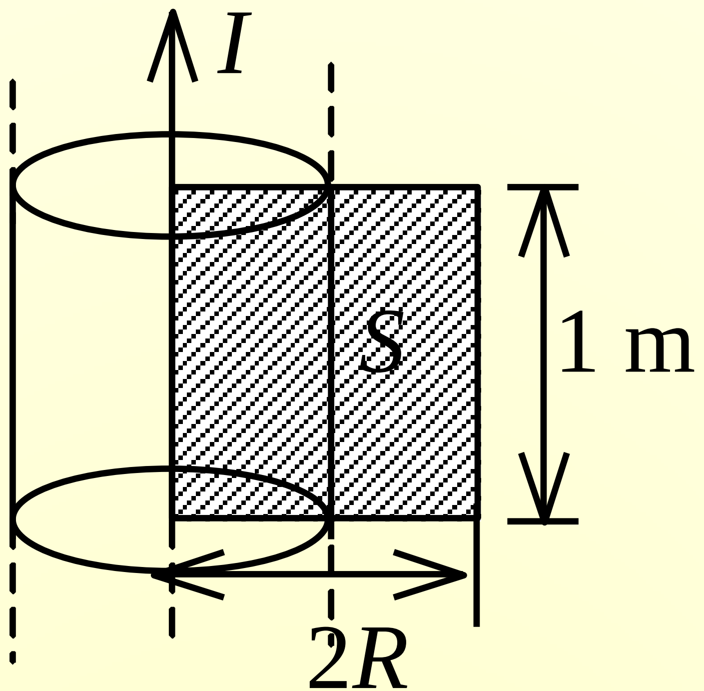
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad \vec{B}\,//\,\vec{S}$$

$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}l\mathrm{d}x$$

$$\Phi = \iint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_{d_1}^{d_2}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}$$

练习:一无限长圆柱形铜导体(磁导率μ_0)，半径为R，通有均匀分布的电流I．今取一矩形平面S (长为1 m，宽为2 R)，位置如右图中画斜线部分所示，求通过该矩形平面的磁通量.



解：在圆柱体内部与导体中心轴线相距为r处的磁感强度的大小

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r \qquad (r\le R)$$

穿过导体内画斜线部分平面的磁通Φ_1为

$$\Phi_1=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int B\,\mathrm{d}S=\int_0^R\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{4\pi}$$

在圆形导体外，与导体中心轴线相距r处的磁感强度大小为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (r>R)$$

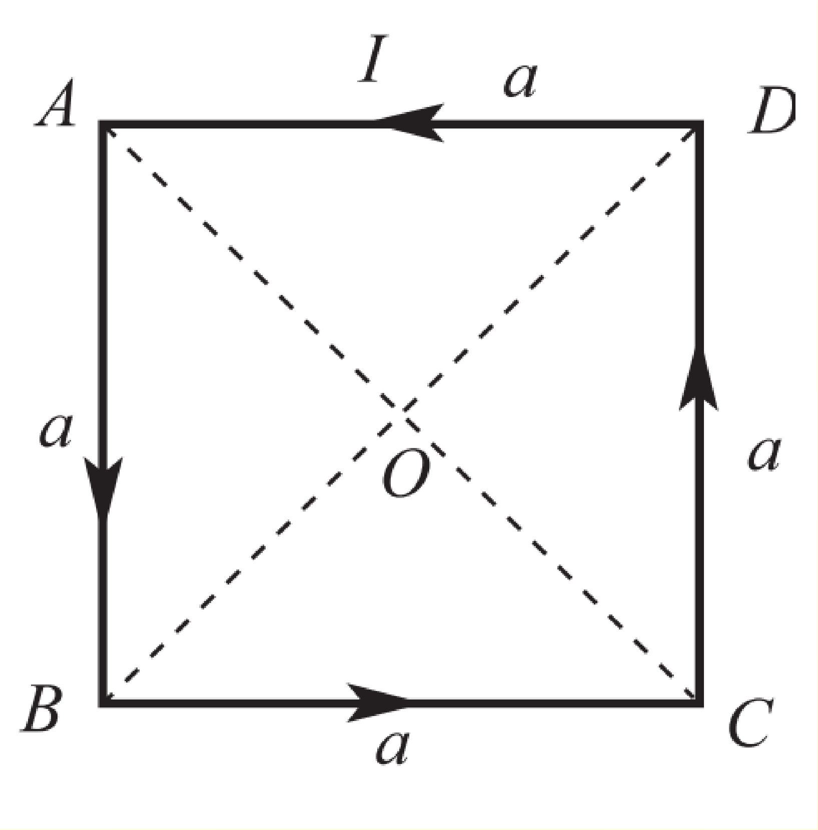
穿过导体外画斜线部分平面的磁通Φ_2为

$$\Phi_2=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_R^{2R}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$$

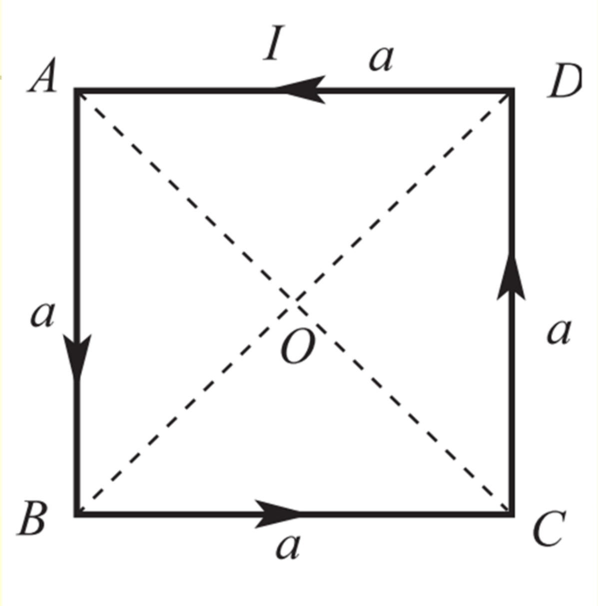
穿过整个矩形平面的磁通量: $\Phi=\Phi_1+\Phi_2=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}+\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$

二 毕萨定律的应用

习题9: 真空中边长为*a*的正方形回路，通以电流*I*，方向如图所示，试求该正方形中心O处的磁感应强度。



解：正方形任一边电流在其中心产生的磁场为



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \times \frac{a}{2}}(\cos 45^\circ - \cos 135^\circ)$$

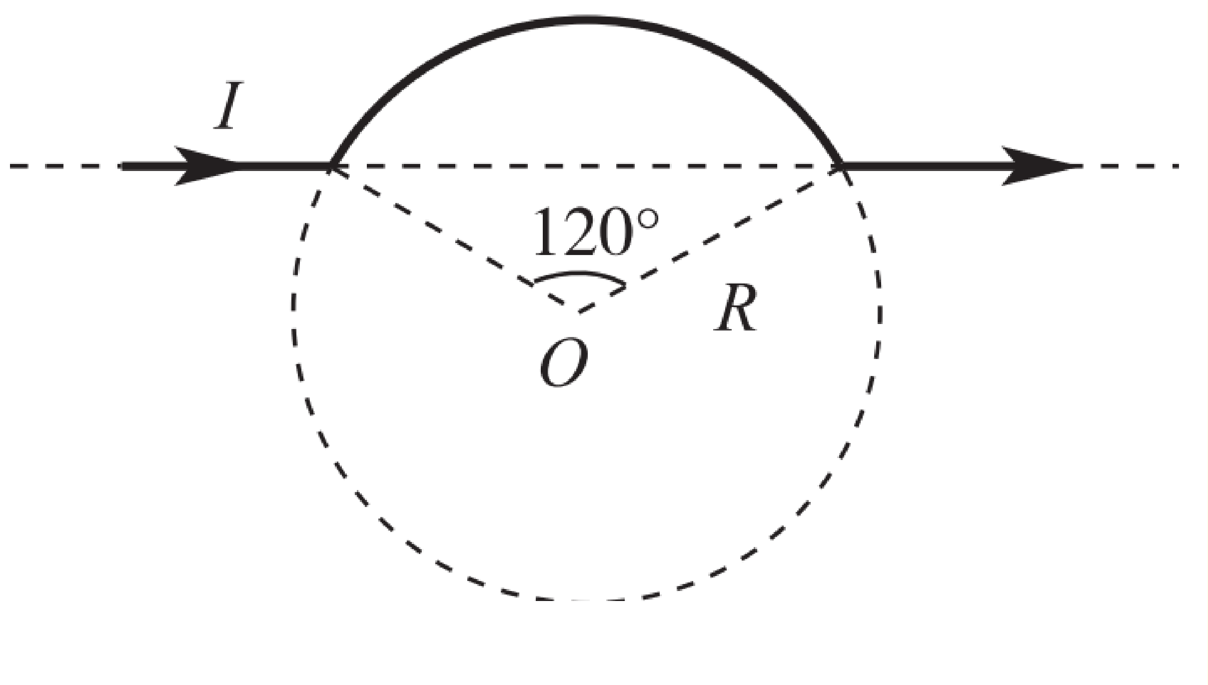
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi a}$$

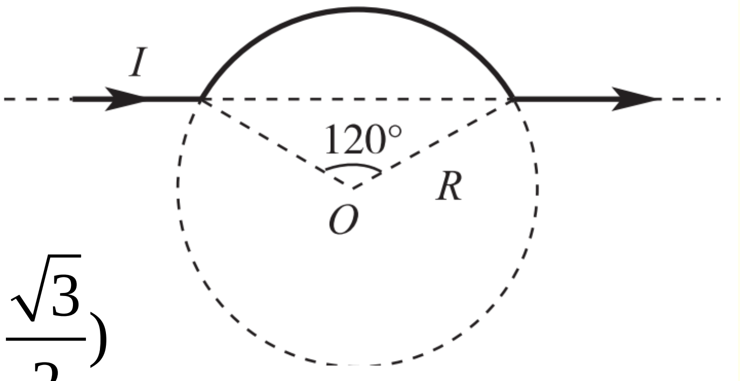
四个边的电流产生的磁场方向相同,故总磁场为:

$$B = 4B_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi a}\mu_o I$$

习题10: 真空中有一无限长直导线，通以电流I=5.0 A, 其中部一段弯成半径为R=0.20 m、圆心角为120º的圆弧心，如图所示，求圆心O处的磁感应强度。



解：直线部分的电流在O点产生的磁感应强度为



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R \sin 30^\circ}(\cos 0^\circ - \cos 30^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \times (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R \sin 30^\circ}(\cos 150^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \times (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

也可用无限长直电流减去虚线电流

圆弧部分的电流在O点产生的磁感应强度为 $B_2 = \frac{1}{3} \times \frac{\mu_0 I}{2R}$

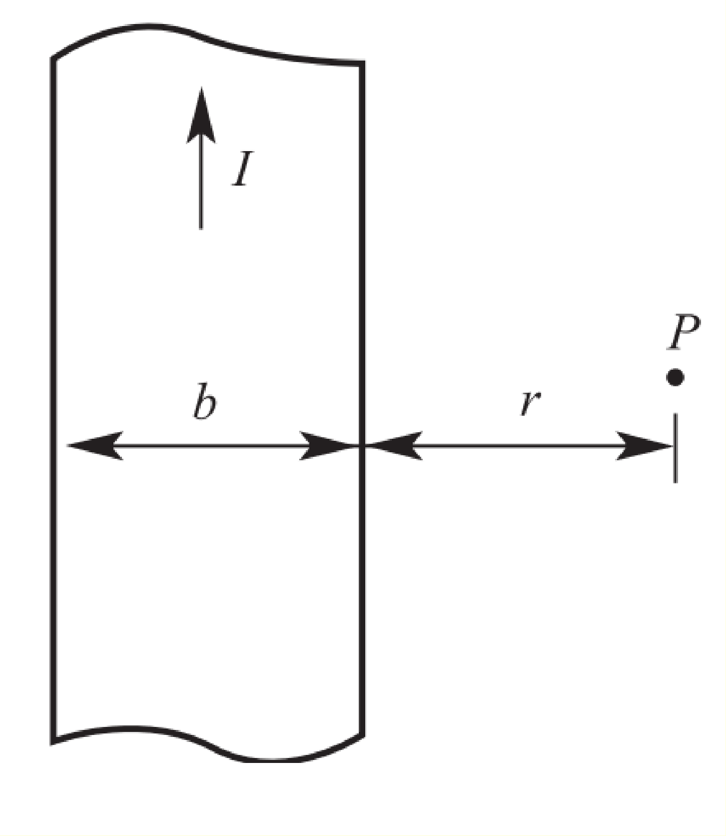
因为$B_1B_2B_3$的方向相同,故O点的总磁感应强度为

$$B_0 = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{\pi R}(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{\mu_0 I}{6R}$$

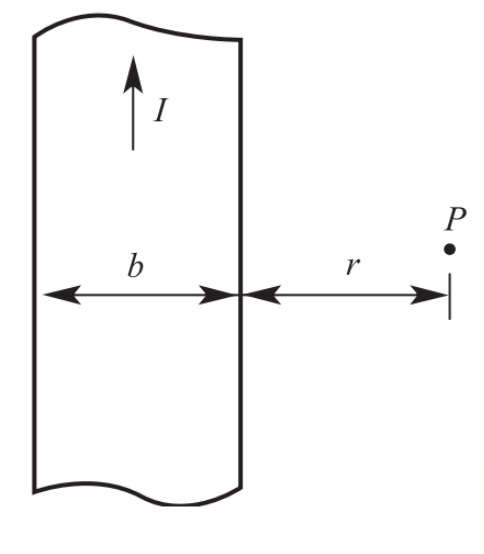
方向:垂直纸面向里

同类习题:11,17

习题6：如图所示，电流I沿着长度方向均匀地流过宽度为b的无限长导体薄板，试求在薄板的平面内距板的一边为r的点P的磁感应强度。



解：以P点为坐标原点,向右为x轴建立坐标系，在薄板上距离原点x处取一与电流平行的无限长电流元，宽度为dx，其电流大小为



$$dI = \frac{I}{b} dx$$

该无限长电流元在P点产生的磁感应强度的大小为:

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cdot \frac{dx}{x}$$

方向:垂直纸面向里

因各电流源在P点产生的磁感应强度的方向都一致，故总的磁感应强度为:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \int_r^{r+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \ln \frac{r+b}{r}$$

方向:垂直纸面向里

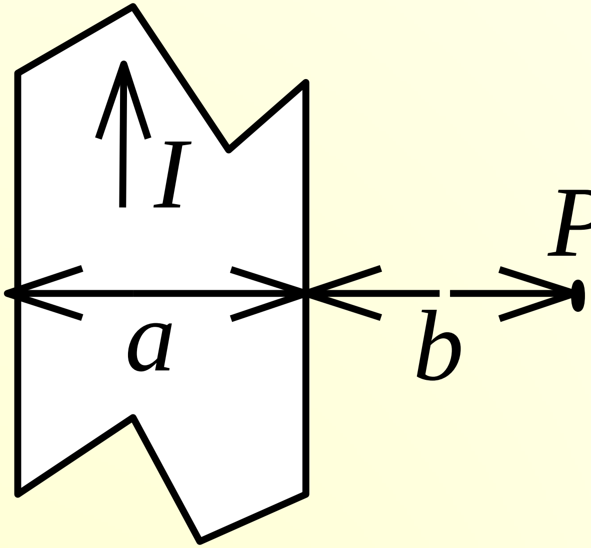
练习: 有一无限长通电流的扁平铜片，宽度为***a***，厚度不计，电流***I***在铜片上均匀分布，在铜片外与铜片共面，离铜片右边缘为***b***处的***P***点(如图)的磁感应强度的大小为(　　)

(A) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$

(B) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\dfrac{a+b}{b}$

(C) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln\dfrac{a+b}{b}$

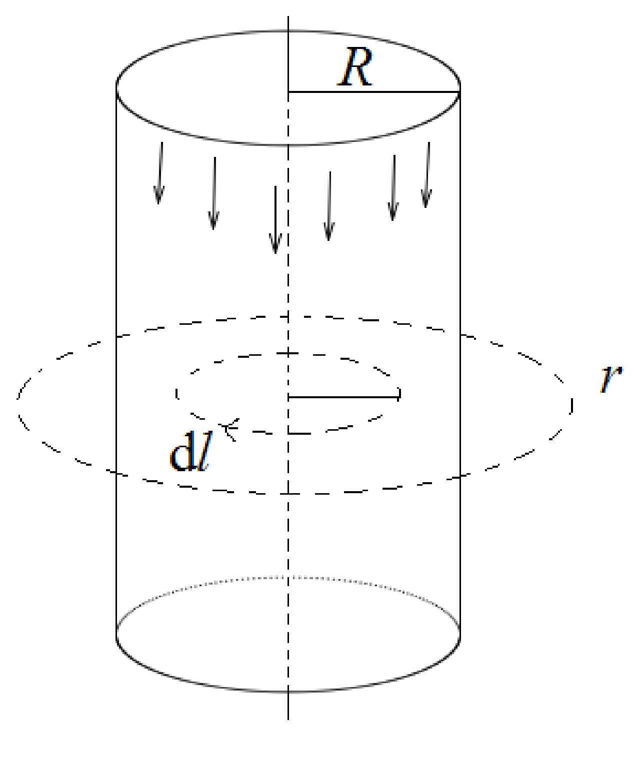
(D) $\dfrac{\mu_0 I}{\pi(a+2b)}$



[　B　]

三 安培环路定理的应用

习题15: 真空中电流*I*均匀地分布在半径为*R*的无限长金属直圆筒表面上，电流方向沿圆筒轴线方向向下，如图所示，求离轴线距离为*r*处的磁感应强度。



解：取闭合路径为半径为***r***的同轴圆环，绕行方向如图所示，由安培环路定理得：

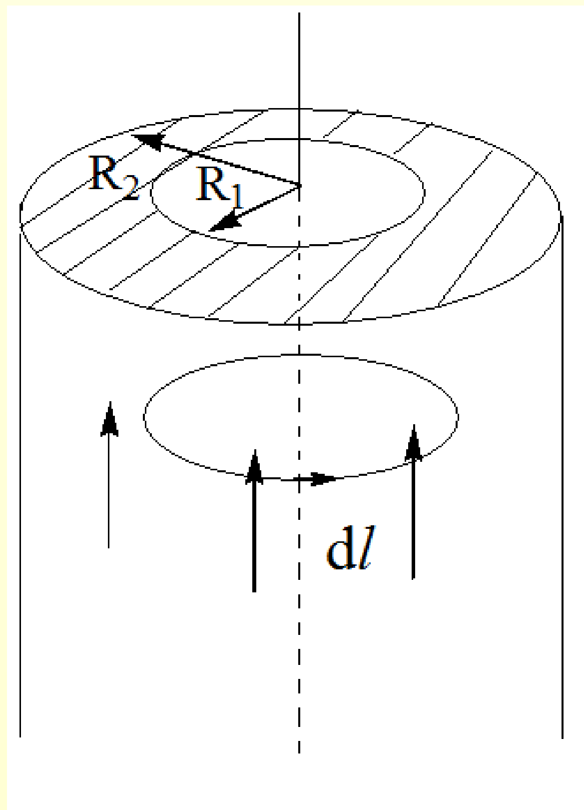
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B\oint dl = \mu_0 I'$$

$$0 < r < R, \quad \oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \qquad B = 0$$

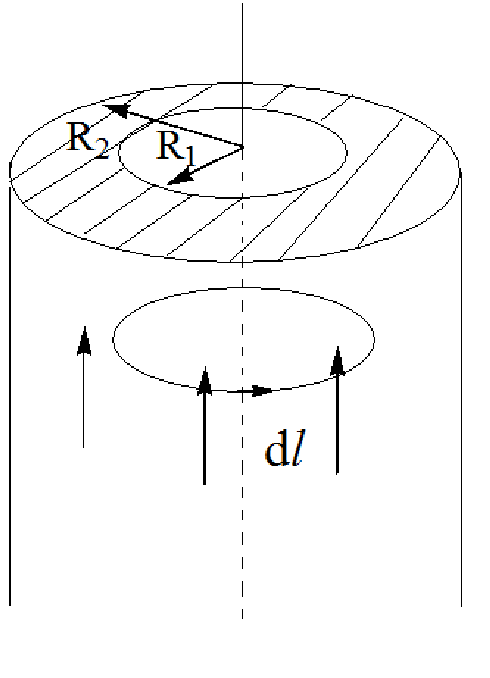
$$r > R, \quad \oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

磁场方向：与电流成右手定则方向

习题16: 如图所示，真空中有一根无限长的载流长直金属导体圆管，其内外半径分别为R_1和R_2，电流强度为I，电流方向沿圆周轴线方向向上，且均匀分布在圆管的横截面(如图中阴影所示)上，求距圆管轴线距离为r处的磁感应强度。



解：取闭合路径为半径为r的同轴圆环，绕行方向如图所示，由安培环路定理得：



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\oint dl = \mu_0 I'$$

$0 < r < R_1,\quad I' = 0 \qquad B = 0$

当$R_1 < r \leqslant R_2$时

$$I' = \frac{I}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\cdot\pi(r^2 - R_1^2) \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}\right)$$

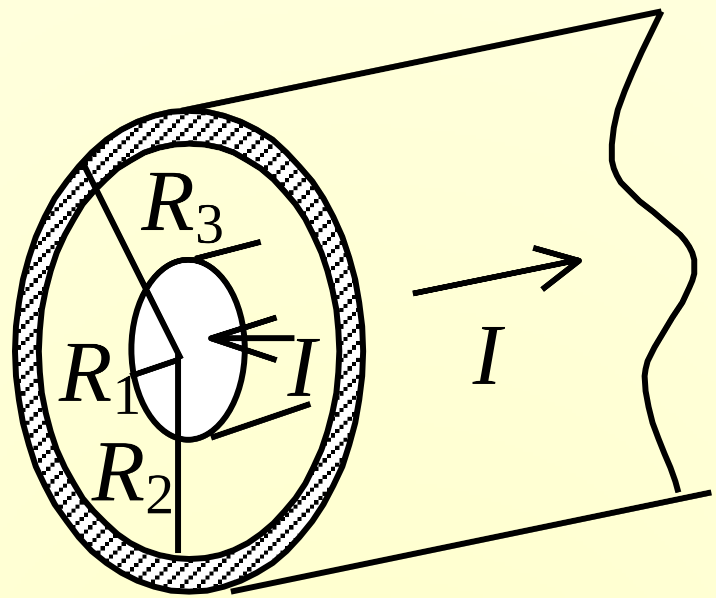
$r > R_2,\quad I' = I \qquad B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\, r}$

磁场方向：与电流成右手定则方向

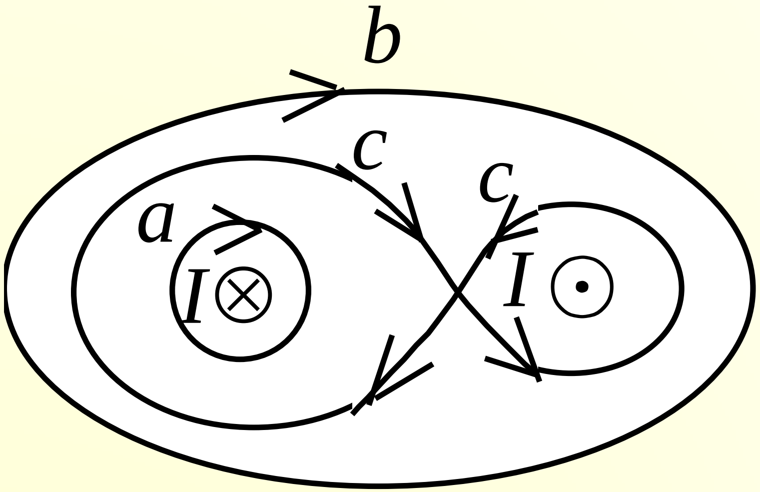
练习1:有一同轴电缆，其尺寸如图所示，它的内外两导体中的电流均为*I*，且在横截面上均匀分布，但二者电流的流向正相反，则

(1)　在$r < R_1$处磁感强度大小为$\underline{\qquad\qquad \dfrac{\mu_0 r I}{2\pi R_1^2} \qquad\qquad}$.

(2) 在$r > R_3$处磁感强度大小为$\underline{\qquad\qquad 0 \qquad\qquad}$.



练习2:两根长直导线通有电流I，图示有三种环路；在每种情况下，$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 等于：



$\mu_0 I$ (对环路*a*).

0 (对环路*b*).

$2\mu_0 I$ (对环路*c*).

练习3:图中所示的一无限长直圆筒，沿圆周方向上的面电流密度(单位垂直长度上流过的电流)为i，则圆筒内部的磁感强度的大小为B = $\underline{\quad \mu_0 i \quad}$，方向$\underline{\quad 沿轴线方向向右 \quad}$.