本章小结

与习题课

一、静电场中的导体

1.静电平衡条件：　导体内部场强为0。

场强方向与导体表面垂直。

2. 导体为等势体，导体表面为等势面。

3. 导体内无净电荷，所有电荷分布于外表面。

4.孤立导体　$E \propto \sigma \propto \dfrac{1}{R}$

5. 导体表面附近　$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

6. 空腔内无电荷：空腔内表面无电荷全部电荷分布于外表面,空腔内场强 $\boldsymbol{E}=\mathbf{0}$。空腔导体具有静电屏蔽的作用。

7. 空腔原带有电荷 Q：将 q 电荷放入空腔内，内表面带有 -q 电电荷,外表面带有 $Q+q$ 电荷。接地可屏蔽内部电场变化，对外部电场的影响。

二、电介质中的场强

1.介质中的场强 $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'<\vec{E}_0$

$$\vec{E}=\frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

2. 介质中的电势差 $U_{ab}=\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$

3. 介质中的环路定理 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$

4.电场强度通量 $\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{\sum q_0+\sum q'}{\varepsilon_0}$

三、电位移矢量D

1.对各向同性、均匀电介质

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$$

2.平行板电容器　$D = \sigma_0$

3.介质中的高斯定理　$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$

四、电容器电容

1. 电容 $$C=\frac{q}{U_{ab}}$$

2. 串联 $$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

3. 并联 $$C=C_1+C_2+\cdots+C_n$$

五、能量

电容器能量 $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU$

电场能量

$$W=\frac{1}{2}\varepsilon E^2V_{体}=\frac{1}{2}EDV_{体}=\frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon}V_{体}$$

电场能量密度

$$w_e=\frac{W}{V_{体}}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}ED=\frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon}$$

$$W=\int_V w_e dV$$

习题解答:

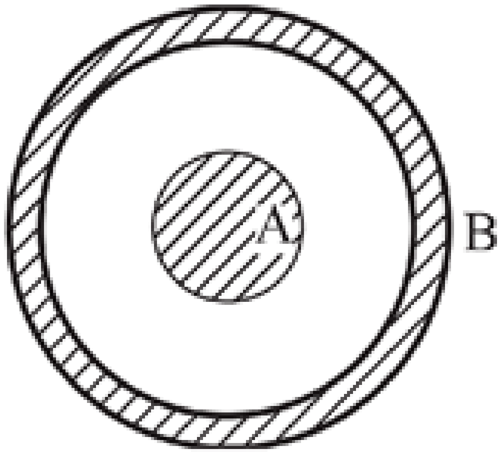
1. 如图所示，两同心金属球*A*、*B*原来不带电，试分别讨论下述四种情况下球壳内、球壳外电场的情况，并画出电场线。

(1)使外球带正电;

(2)使内球带正电;

(3)使内球、外球带等量而异号的电荷，内球带正电;

(4)使内球、外球带等量而同号的电荷，内球带负电。



4-1 题图

解: (1)使外球带正电；

电荷只分布在外表面，球壳外表面、内部均无电场分布，电场只分布在球壳外。

(2)使内球带正电；

电荷分布在内球的表面，球壳内表面感应等量的负电荷，外表面感应等量正电荷。

(3)使内球、外球带等量而异号的电荷，内球带正电；

此时正电荷分布在内球表面，负电荷分布在球壳内表面。

(4)使内球、外球带等量而同号的电荷，内球带负电。

内球外表面带负电荷，外球壳内表面感应出等量正电荷，外表面带二倍负电荷。

习题3: 一长直细导线电荷线密度为λ_1，放在一长直厚壁金属圆筒的轴上，圆筒单位长度所带电荷为λ_2，内半径为b，外半径为c，求：(1)求$r<b$，$b<r<c$及$r>c$处的场强。

(2)圆筒内外表面上每单位长度带的电荷各是多少？

解：由静电感应平衡条件得金属圆筒的电荷分布为：

内表面：感应出单位长度为$-\lambda_1$ 的电荷。

外表面带的总电荷（单位长度）为$\lambda_1+\lambda_2$

取同轴圆柱面为高斯面，因该题具有轴对称性，所以 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

当$r<b$时， $E_1=\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$b<r<c$时， $E_2=0$

$r>c$时， $E_3=\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$

(2)圆筒内外表面上每单位长度所带的电量分别$-\lambda_1$ 和$\lambda_1+\lambda_2$

习题5: 半径为1 m的金属球被一与其同心的金属球壳包围着，球壳的内半径为2 m，外半径为2.5 m，使内球带电2×10^{-8} C，使外球带电4×10^{-8} C，试分别求球和球壳的电势及他们之间的电势差。

解：设内球半径为r_1，带电为Q_1=2×10^{-8} C，球壳内径为r_2，外径为r_3，带电为Q_2 =4×10^{-8} C由电势定义，求得：

内球电势为：

例题4.1

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{-Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3}$$

$$= (180 - 90 + 216)\ \text{V}$$

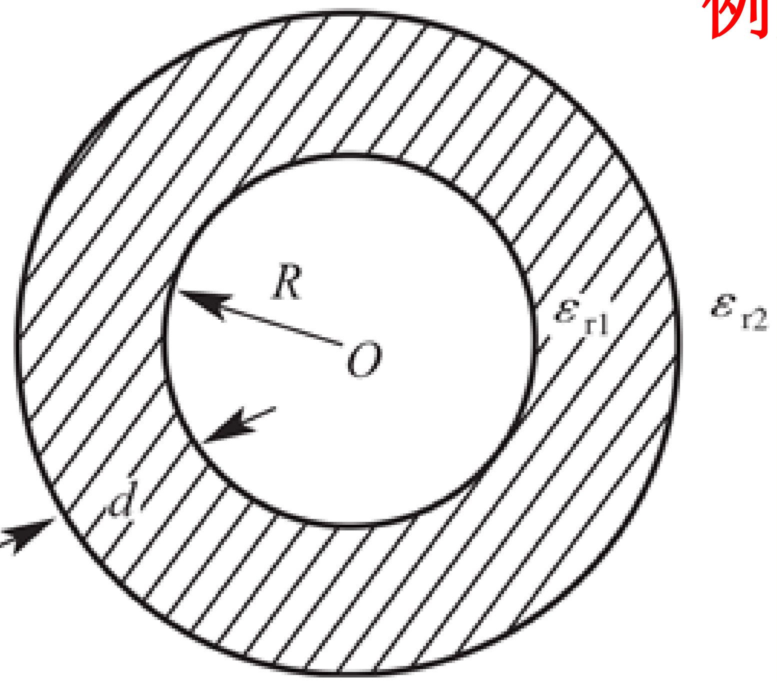
$$= 306\ \text{V}$$

球壳电势：$V_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3} = 216\ \text{V}$

内外球电势差： $U_{12} = (306 - 216)\,\text{V} = 90\ \text{V}$

习题7: 一导体球带电Q=1×10^{-8} C，半径R =0.1 m，导体外面有两种均匀介质，一种介质的 $\varepsilon_{r_1}=5$ ，厚度d =0.1 m，另一种介质为空气 $\varepsilon_{r2}=1$, 充满其余空间，如4-7题图所示，求离球心为r =5，15，25 cm处的场强和电势。

例题4.2



4-7 题图

解：因导体球上的电荷在导体表面均匀分布，所以其电场分布具有球对称性，应用有介质的高斯定理： $\oint \vec{D}\cdot d\vec{s} = \sum q$

r_1 =5 cm(r<R)时 D_1 =0， E_1 =0

r_2 =15 cm (R<r<R+d)时 $D_2 = \dfrac{q}{4\pi r_2^2}$ $E_2 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_2^2} = 0.8\times10^3\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}$

r_3 =25 cm(r>R+d)时 $D_3 = \dfrac{q}{4\pi r_3^2}$ $E_3 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_2} r_3^2} = 1.44\times10^3\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}$

由电势定义，求得各点处电势

$$V_1 = \int_R^{R+d} E_2 dr + \int_{R+d}^{\infty} E_3 dr$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d}\right) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}\cdot\frac{1}{R+d}$$

$$= 540\ \mathrm{V}$$

$$V_2 = \int_{r_2}^{R+d} E_2 dr + \int_{R+d}^{\infty} E_3 dr$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{R+d}\right) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}} \cdot \frac{1}{R+d}$$

$$= 480\ \mathrm{V}$$

$$V_3 = \int_{r_3}^{\infty} E_3 dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}} \cdot \frac{1}{r_3} = 360V$$

习题8: 在半径为R_1的导线外面套有与它同轴的导体圆筒，圆筒半径为R_2，他们的长度为 l，其间充满了相对介电系数ε_r的电介质，设沿轴线的单位长度上导线的带电量为+λ，圆筒上为-λ，略去边缘效应，求介质中的场强和导线与圆筒的势差。

解：此题具有轴对称性，在导线与圆筒之间取一同轴圆柱形高斯面，长为l，半径为r，则由含介质的高斯定理得：

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = 2\int_{底} \vec{D}\cdot d\vec{S} + \int_{侧} \vec{D}\cdot d\vec{S} = 0 + \int_{侧} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \lambda l$$

$$2\pi r l D = \lambda l \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

导线与圆筒的电势差为 $U_{AB} = \int_{R}^{R_2} E\cdot dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$

习题10,11：平行板电容器

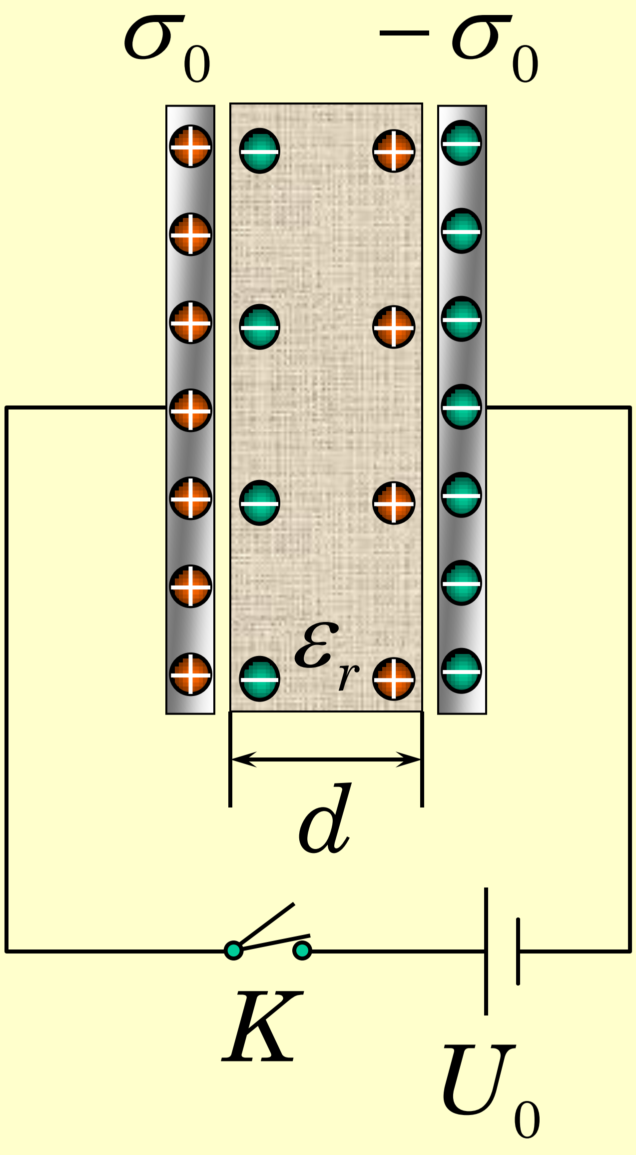
真空时

$\sigma_0, E_0, U_0, D_0, C_0, W$

①.充电后断开电源，插入 ε_r 介质；

②.充电后保持电压不变，插入 ε_r 介质；

求： $\sigma, E, U, D,\ C, W$



① 1.充电后断开电源 q 不变， $\sigma = \sigma_0$

2.介质中 $E = \dfrac{E_0}{\varepsilon_r}$

3.电压 $U_0 = E_0 d$

插入介质后

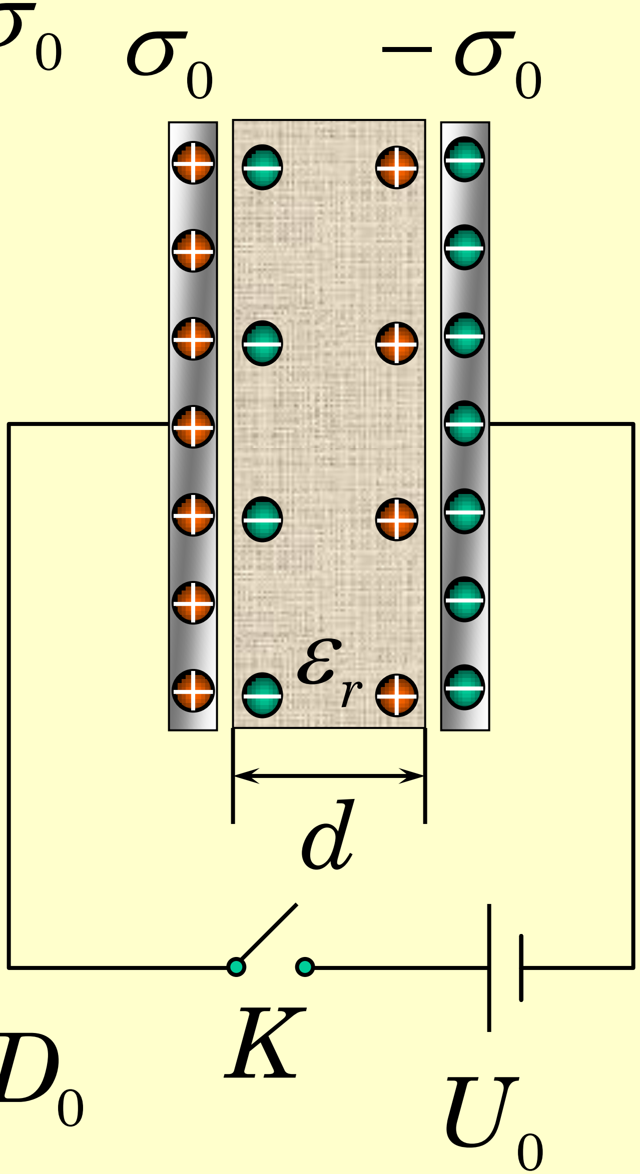
$$U = Ed = \frac{E_0}{\varepsilon_r} d = \frac{U_0}{\varepsilon_r}$$

4.电位移矢量

真空时 $D_0 = \sigma_0$

插入介质后电荷不变 $D = \sigma_0 = D_0$

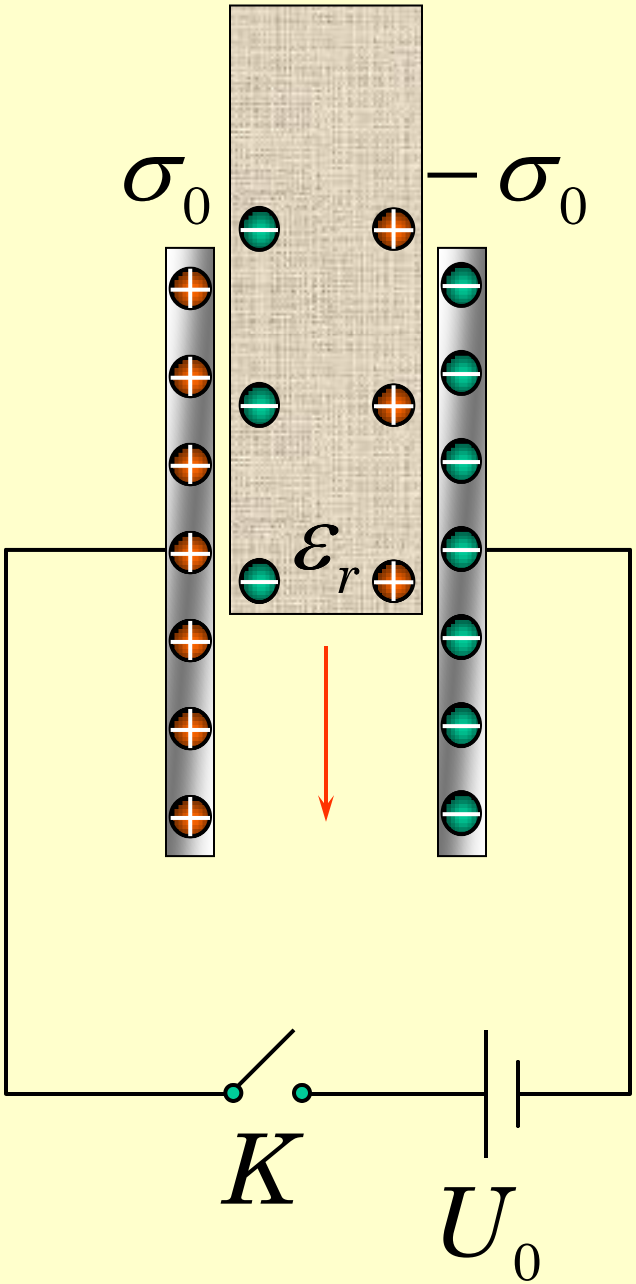
5.电容 充满介质时 $C = \varepsilon_r C_0$



6.能量

$$W_0 = \frac{q_0^2}{2C_0}$$

$$W = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2\varepsilon_r C_0} = \frac{W_0}{\varepsilon_r} \downarrow$$



②.充电后保持电压不变，插入 ε_r 介质；

解：电压不变即电键 K 不断开。

1.电压 $U=U_0$

2.场强 $Ed=E_0d, \quad \therefore E=E_0$

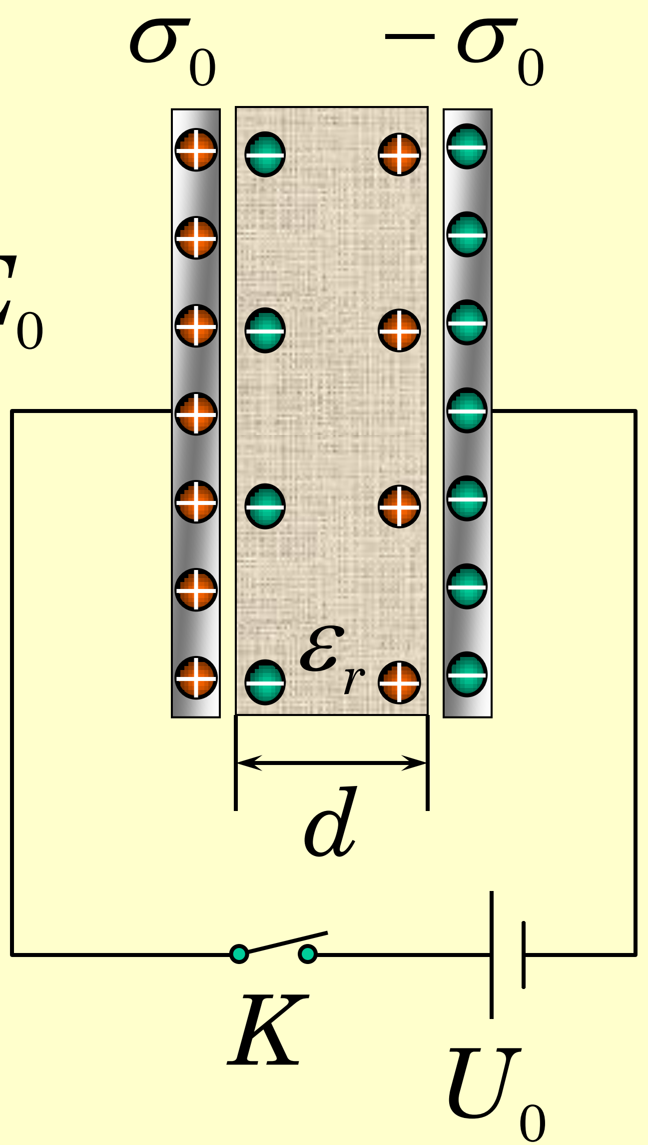
3. $\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}, \therefore \sigma=\varepsilon_r\sigma_0 \uparrow$

4.电位移矢量D

$\because D_0=\sigma_0$

$D=\sigma=\varepsilon_r\sigma_0=\varepsilon_r D_0 \uparrow$

5.电容 $C=\varepsilon_r C_0$

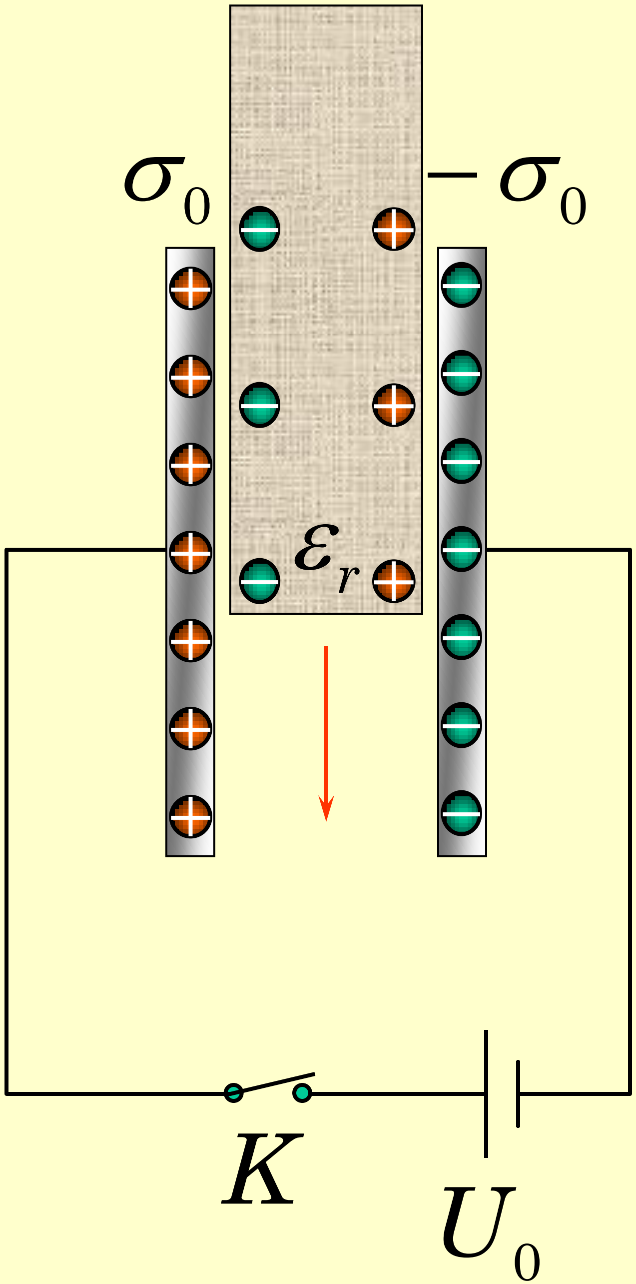


6.电容器能量W_e

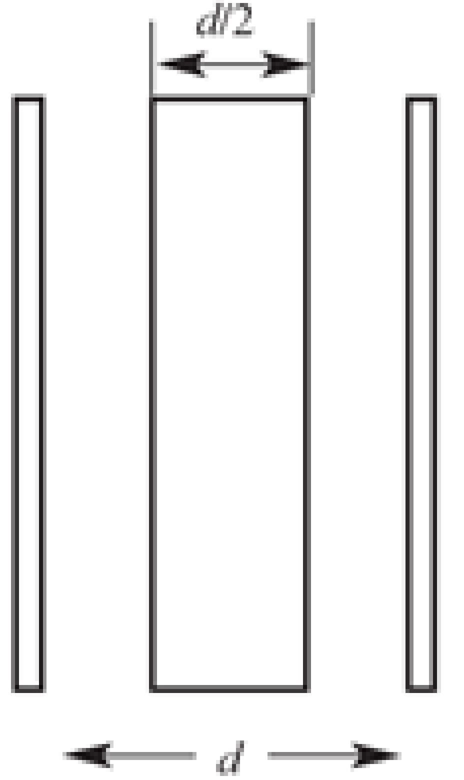
$$W_0 = \frac{1}{2} q_0 U_0$$

$$W = \frac{1}{2} q U_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_r q_0 U_0$$

$$= \varepsilon_r W_0 \quad \uparrow$$



习题13: 如图所示，在两板相距为d的平行板电容器中，插入一块厚d/2的金属大平板（此板与两极板平行），其电容变为原来电容的多少倍？如果插入的是相对介电常数为ε_r的大平板，则又如何？



4-13 题图

解:电容器中插入导体平板，相当于两板间距减小$\dfrac{d}{2}$

这时的电容变:

例4.6

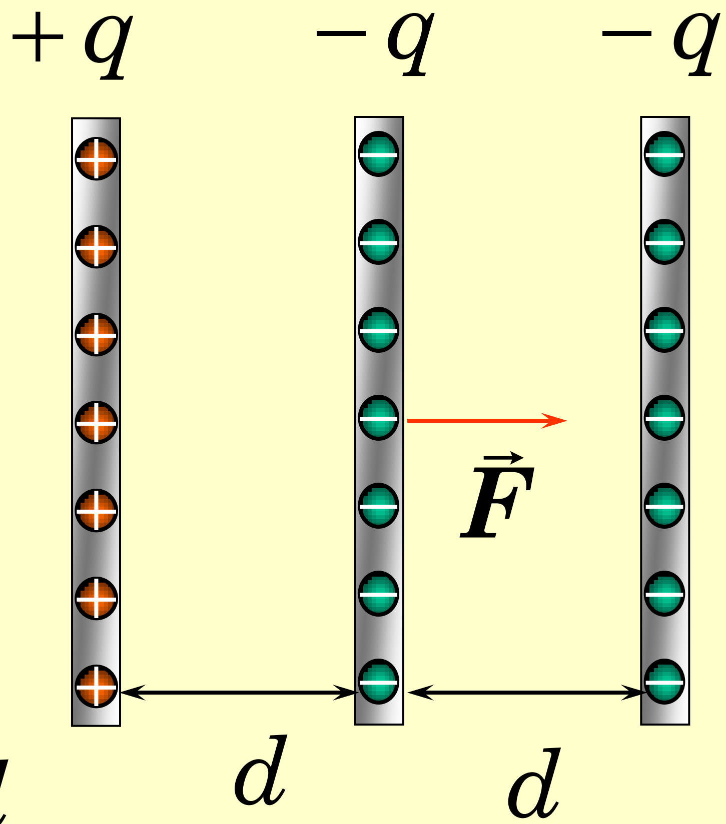
$$C_1=\varepsilon_0\frac{S}{d/2}=2\varepsilon_0\frac{S}{d}=2C_0$$

如果插入的是电介质板，则这时的电容为

例4.4

$$C=\frac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}\frac{\varepsilon_0 s}{d}=\frac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}C_0$$

习题15:平行板电容器 q，S，将极板间距从 d 拉大到 $2d$，求外力作功 A。



解： 作功 $A = W - W_0$

$$W_0 = \frac{q^2}{2C_0}, \qquad W = \frac{q^2}{2C}$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \qquad C = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$$

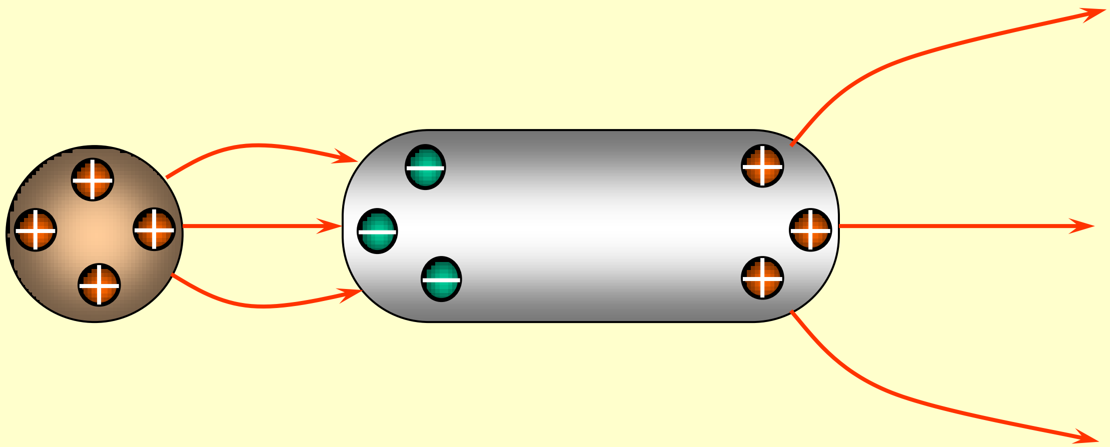
$$A = \frac{q^2}{2\frac{\varepsilon_0 S}{2d}} - \frac{q^2}{2\frac{\varepsilon_0 S}{d}} = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S} > 0$$

功能转换关系

补充习题:

1：带正电的导体 A，接近不带电的导体 B，导体 B 的电势如何变化。

答案：升高。



2.两个薄金属同心球壳,半径各为 R_1 和 R_2（$R_2 > R_1$）,分别带有电荷 q_1 的 q_2, 两者电势分别为 U_1和 U_2（设无穷远处为电势零点）,将二球壳用导线联起来,则它们的电势为

（A）U_2

（B）U_1+U_2

（C）U_1

（D）U_1-U_2

（E）（$U_1 + U_2$）/ 2

[A]

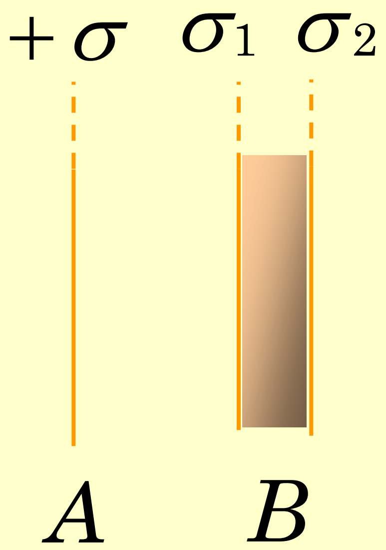
3.“无限大”均匀带电平面 A 附近平行放置有一定厚度的“无限大”平面导体板 B，如图所示,已知 A 上的电荷面密度为 $+\sigma$，则在导体板 B 的两个表面 1 和 2 上的感应电荷面密度为

（A） $\sigma_1=-\sigma$, $\sigma_2=0$

（B） $\sigma_1=-\sigma$, $\sigma_2=+\sigma$,

（C） $\sigma_1=-\sigma/2$, $\sigma_2=+\sigma/2$

（D） $\sigma_1=-\sigma/2$, $\sigma_2=-\sigma/2$



[C]

4.真空中有一均匀带电球体和一均匀带电球面,如果它们的半径和所带的电量都相等,则它们的静电能之间的关系是:

（A）球体的静电能等于球面的静电能;
（B）球体的静电能大于球面的静电能;
（C）球体的静电能小于球面的静电能;
（D）无法比较。

[B]