

Part One Mechanics

力学

物质 运动

机械运动：物体相对位置或自身各部分的相对位置发生变化的运动。

力学：研究物体机械运动及其规律的学科。

运动学：研究物体在空间的位置随时间的变化规律以及运动的轨道问题。

动力学：以牛顿运动定律为基础，研究物体运动状态发生变化时所遵循的规律。

Chapter 1 Kinematics

运动学（质点运动学）



第一章 质点运动学 (Kinematics)

§ 1-1 参考系 质点 **Frame of Reference Particle**

§ 1-2 位置矢量 位移 **Position Vector and Displacement**

§ 1-3 速度 加速度 **Velocity and Acceleration**

§ 1-4 两类运动学问题 **Two types of Problems**

§ 1-5 圆周运动及其描述 **Circular Motion**

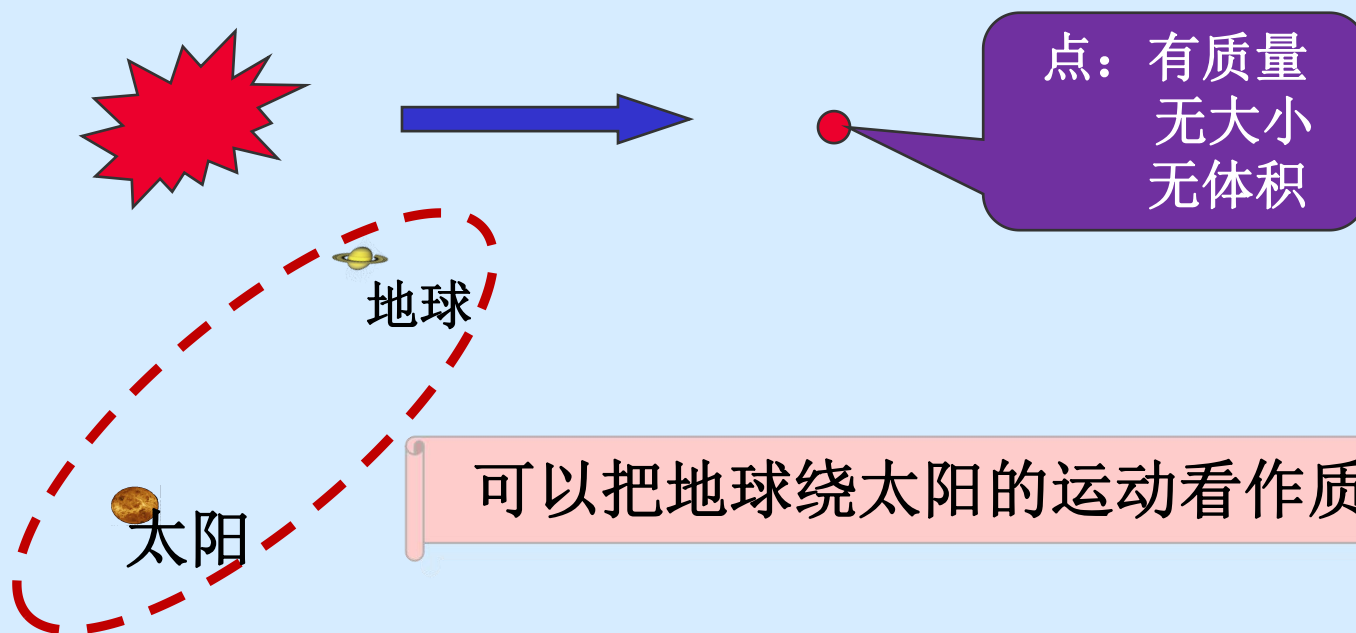
教学基本要求

1. 理解描述质点运动物理量的定义及其矢量性、相对性和瞬时性；
2. 掌握运动方程的物理意义，会用微积分方法求解运动学两类问题；
3. 掌握平面抛体运动和圆周运动的规律。

§ 1-1 质点、参考系、坐标系

1. 质点: Particles 具有一定质量的几何点

Particle(质点) is an ideal model (模型), in some circumstances (情况、形势). We can treat a body as a particle, and concentrate on (集中) its translational motion(平动) and ignore (忽略) all the other motions.



2.参考系： Frame of Reference

- 物质的运动具有绝对性
- 描述物质运动具有相对性

参考系： 为描述物体的运动而选取的参考物体。

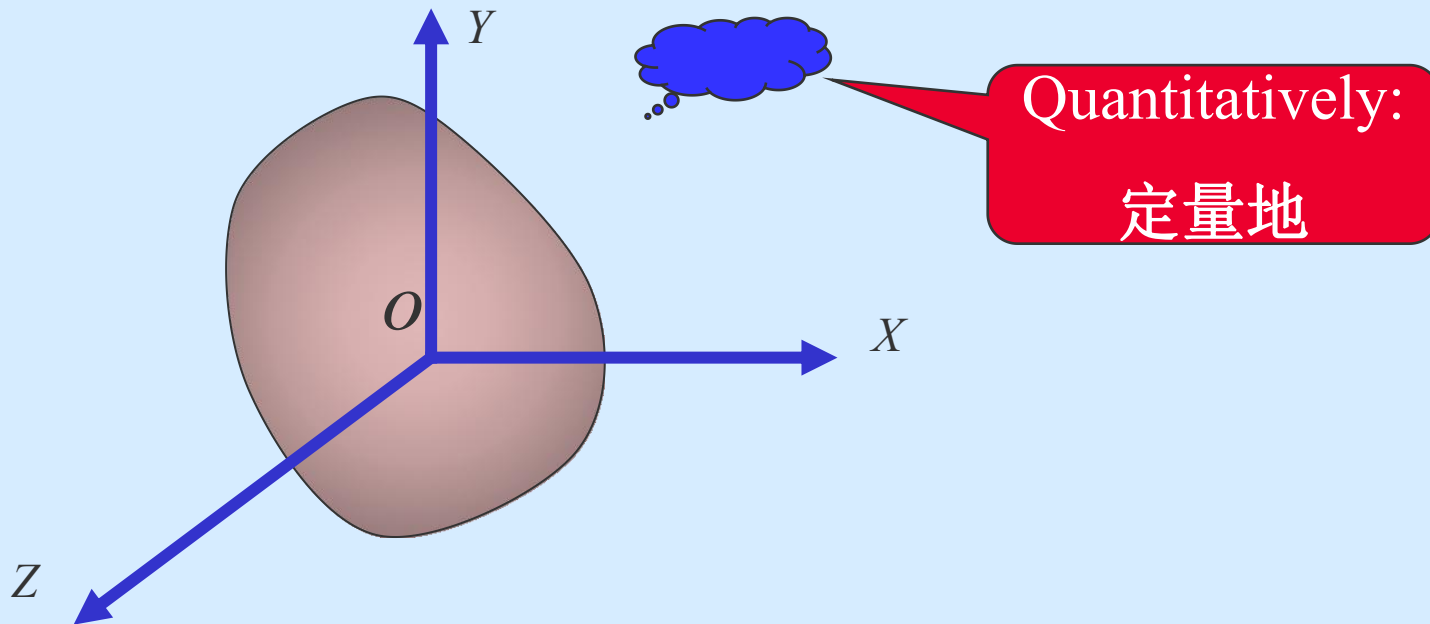
If we choose different objects as the reference frames to describe (描述) the motion of a given body, the indications (结果) will be different.



3.坐标系：Coordinate system

为定量的标定物体的空间位置而设置的坐标系统。

直角坐标系 Cartesian Coordinate system、球坐标系、柱坐标系、自然坐标系



§ 1-2 描述质点运动的物理量

1-2-1 位置矢量与运动方程 Position Vector and Motion equation

位置矢量 (位矢)

Position Vector

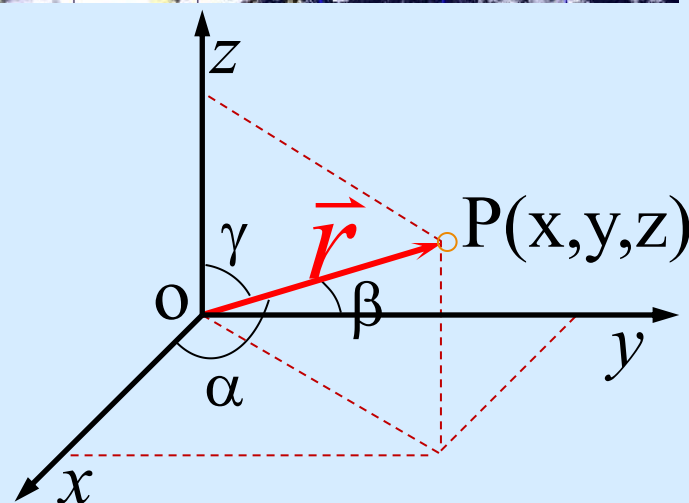
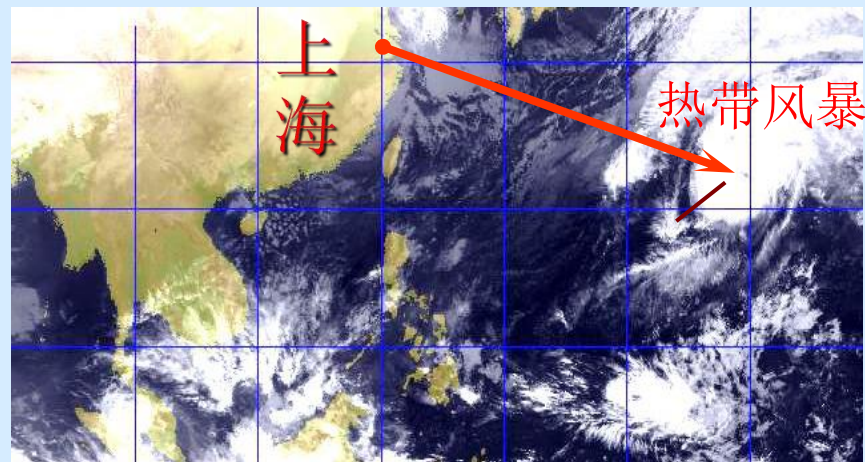
从坐标原点O出发，指向质点所在位置P的一有向线段。

位矢在直角坐标系中表示为：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

位矢的大小： $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

位矢的方向： $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ $\cos \beta = \frac{y}{r}$ $\cos \gamma = \frac{z}{r}$



运动方程： Motion equation

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

直角坐标系下矢量形式：

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$x = x(t)$$

分量形式： $y = y(t)$

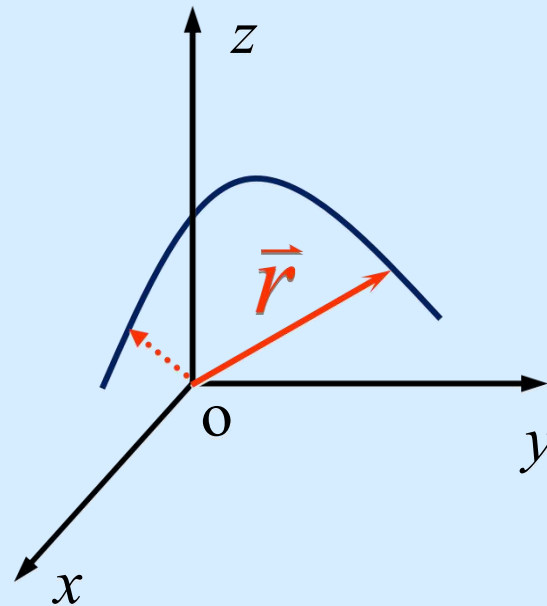
$$z = z(t)$$

轨道方程： Path equation

$$F(x, y, z) = 0$$

练习1. 已知运动学方程 $\vec{r} = R \cos t \vec{i} + R \sin t \vec{j}$

求轨道方程。 $x^2 + y^2 = R^2$



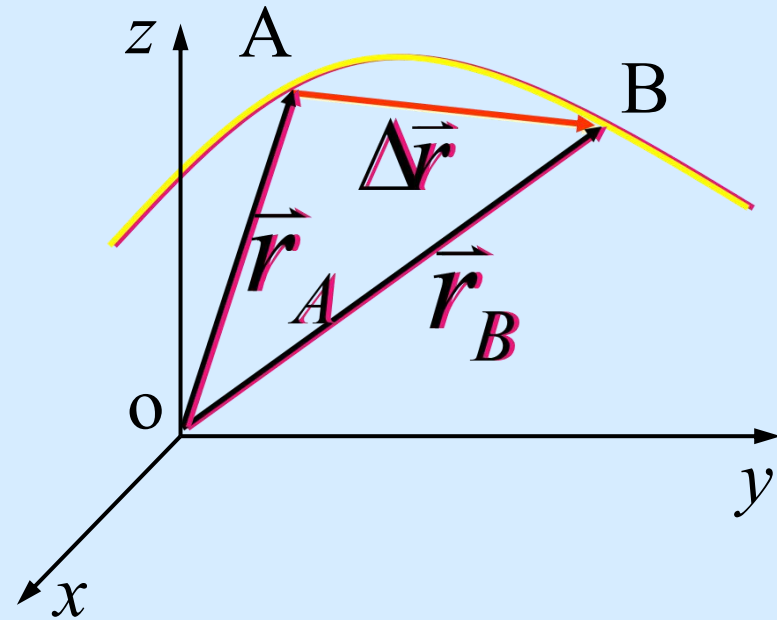
1-2-2 位移与路程

Displacement and path

设质点作曲线运动

t 时刻位于A点，位矢 \vec{r}_A

$t+\Delta t$ 时刻位于B点，位矢 \vec{r}_B



位移矢量： Displacement

在 Δt 时间内，A到B的有向线段，简称**位移**。

由矢量三角形OAB $\longrightarrow \Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \vec{AB}$

在直角坐标系中：

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} \\ &= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}\end{aligned}$$

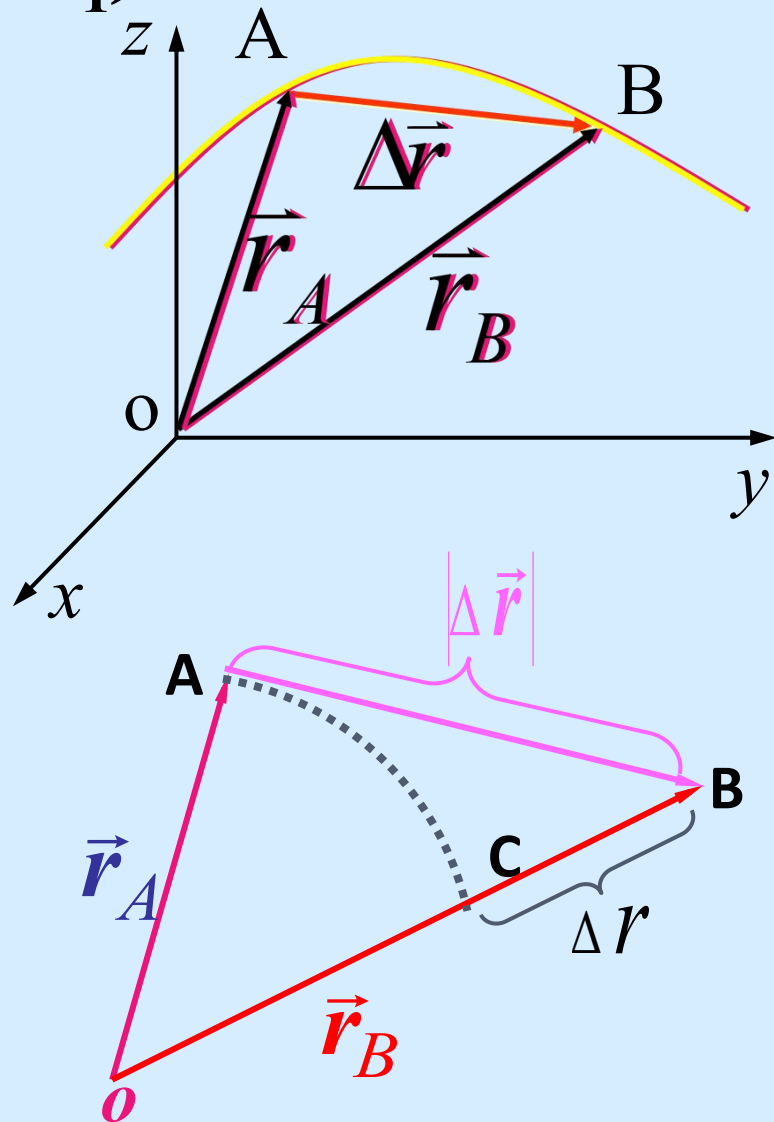
$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

方向： $A \rightarrow B$

注意区分： $|\Delta\vec{r}|$ 、 Δr

令 $OC = OA$

则线段 CB 是 Δr 是位矢模的增量

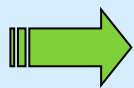


路程path:

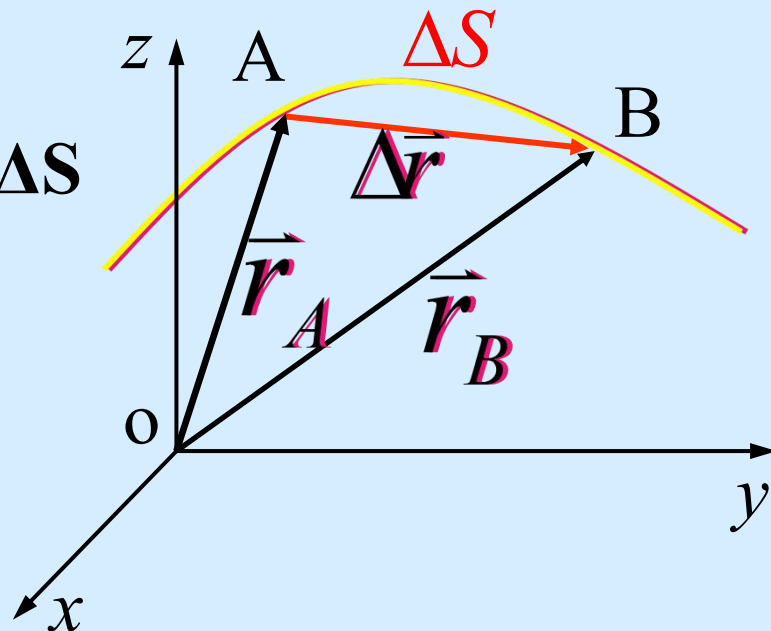
质点在轨道上所经过的曲线长度 ΔS



{ 位移: $\Delta \vec{r}$ 矢量
路程: ΔS 标量



$$ds = |d\vec{r}|$$



练习2、质点作曲线运动，下列说法的正确的是（ ）。

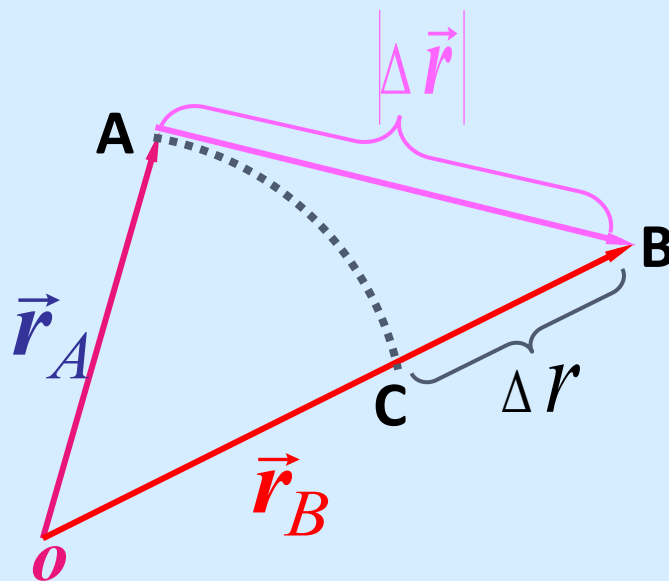
A $|\Delta \vec{r}| = \Delta r$

B $\Delta |\vec{r}| = \Delta r$

C $\Delta s = \Delta r$

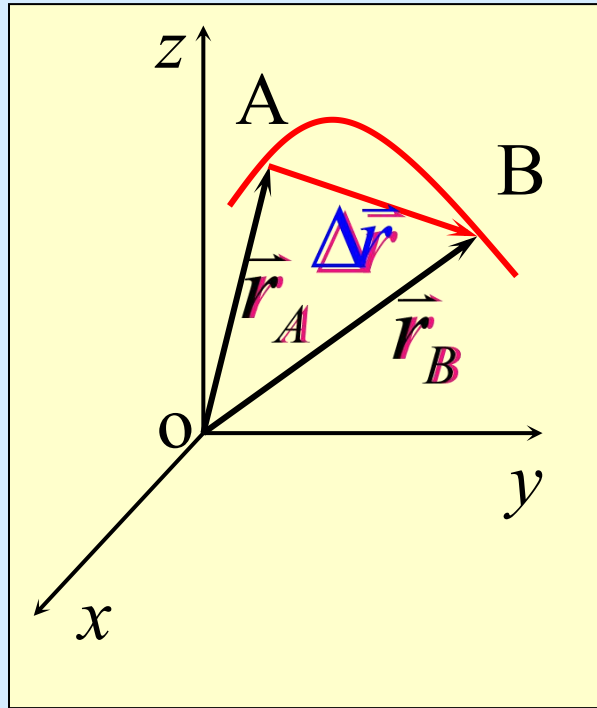
D $\Delta s = |\Delta \vec{r}|$

E $\Delta s = \Delta |\vec{r}|$

\vec{r} $|\vec{r}|$ r $\vec{r}(t)$ \vec{v} $|\vec{v}|$ v $\Delta\vec{r}$ $|\Delta\vec{r}|$ $\Delta|\vec{r}|$ Δr S ΔS 

1-2-3 速度 Velocity

速度是反映质点运动的快慢和方向的物理量



设质点作一般曲线运动

t_A 时刻位于A点， t_B 时刻位于B点

在 Δt 时间内发生位移： $\Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

• 平均速度 Average velocity:

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

平均速度的方向与 Δt 时间内位移的方向一致

- **瞬时速度：**（简称速度）

（Instantaneous 瞬时） velocity at time t:

质点在某一时刻所具有的速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} m.s^{-1}$$

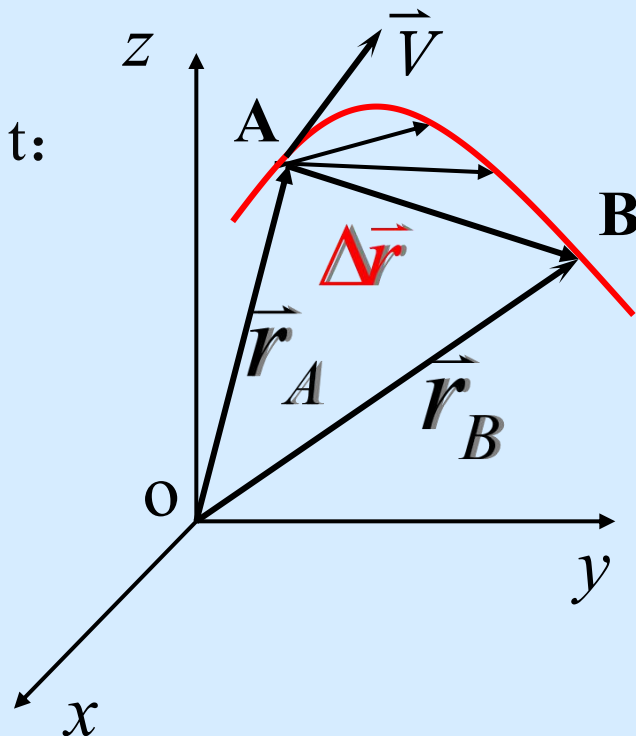
速度的矢量式：

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

速度的三个坐标分量： $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$, $v_z = \frac{dz}{dt}$

速度的**大小**： $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

速度的**方向**：轨道上质点所在处的切线，并指向质点运动前进的方向。



速率： speed

单位时间内所经历的路程。速率是标量。

平均速率 $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

速率 $v = \frac{ds}{dt}$

练习3. 一质点在5秒内环行了一个闭合的直径为10 米的圆形路径，求其平均速度与平均速率。

A $\vec{v} = 4$ $v = 6.3m/s$

B $\vec{v} = 0$ $v = 6.3m/s$

C $\vec{v} = 6.3$ $v = 0$

1-2-4 加速度 Acceleration

加速度是反映速度变化的物理量

t_1 时刻, 质点速度为 \vec{v}_1

t_2 时刻, 质点速度为 \vec{v}_2

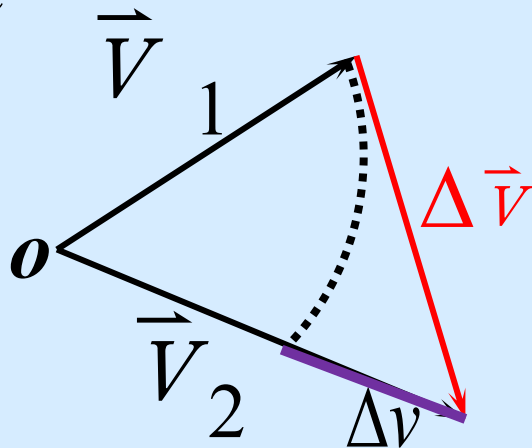
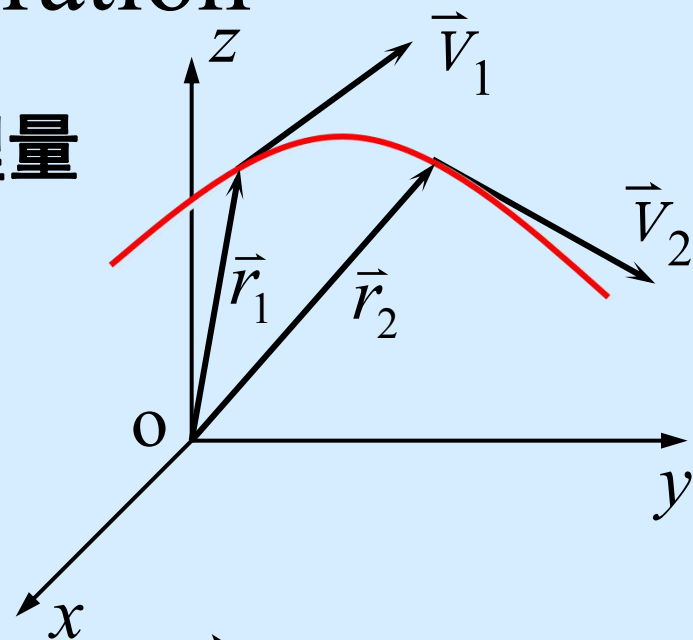
Δt 时间内, 速度增量为:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

平均加速度:
Average acceleration

$$\boxed{\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

注意区分 $|\Delta \vec{v}|$ 、 Δv



当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，平均加速度的极限即为瞬时加速度。

瞬时加速度：

(简称加速度)

Instantaneous acceleration

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

加速度的矢量式： $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

加速度的大小： $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

加速度的方向：

当 Δt 趋向零时，速度增量 $\Delta \vec{v}$ 的极限方向

练习4、已知 $\vec{v} = 15\vec{j} + 10t\vec{k} (m/s)$ ，求加速度。

$$\text{解: } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 10\vec{k} \quad a = 10m/s^2$$

$$\alpha = 90^\circ; \beta = 90^\circ; \gamma = \arccos \frac{10}{10} = 0$$

练习5、已知 $\vec{r} = -10\vec{i} + 15t\vec{j} + 5t^2\vec{k}(m)$ ，求 $t=0, 1$ 秒时的速度。

解： $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 15\vec{j} + 10t\vec{k}$

$t = 0$ 时， $\vec{v} = 15\vec{j}$

$v = 15 \text{ m/s}$ ，方向沿y轴方向。

$t = 1\text{s}$ 时， $\vec{v} = 15\vec{j} + 10\vec{k}$

$$v = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18 \text{ m/s}$$

$$\alpha = 90^\circ; \beta = \arccos \frac{15}{18} = 33.7^\circ; \gamma = \arccos \frac{10}{18} = 56.3^\circ$$