§ 4-3　Capacitance　电容

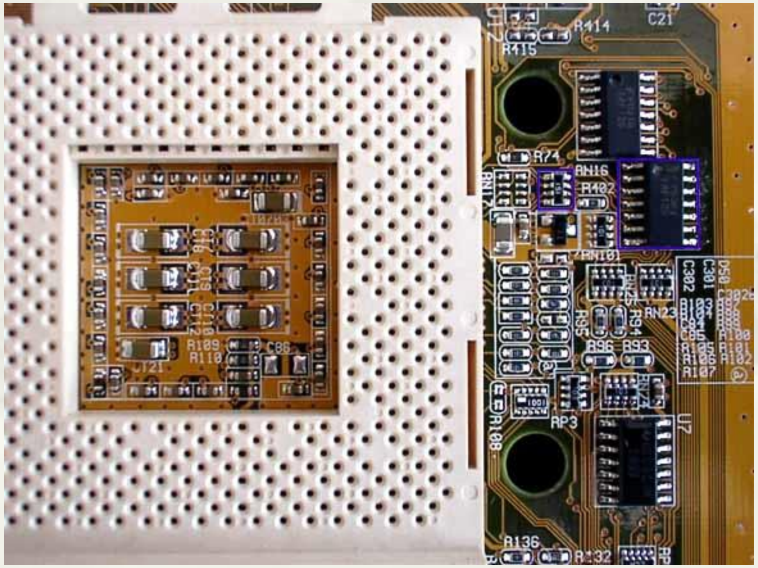
Capacitors　in Series & Parallel

电容器的串联和并联

1. Capacitors & Capacitance 电容器和电容

Any arrangement of conductors that is used to store electric charges or energy is called a capacitor, or condenser(电容器是用以储藏电荷或电能的装置).

Capacitors have many uses in our electronic and microelectronic age beyond serving as storehouses for potential energy.



（1）孤立导体的电容

导体具有储存电荷的本领

电容： 孤立导体所带电量q与其电势U 的比值。

$$C=\frac{q}{U}$$ 法拉（F= C·V^{-1} ）

$$1\mathrm{F}=10^{6}\mu\mathrm{F}=10^{12}\mathrm{pF}$$

孤立导体球　电势： $U=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R}$

孤立导体球的电容为： $C=\dfrac{q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R$

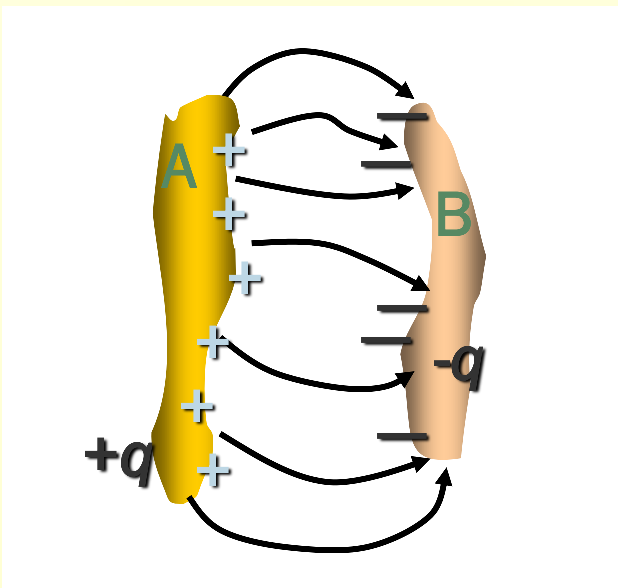
孤立导体的电容仅取决于导体的几何形状和大小，与导体是否带电无关。

地球的电容： $C=4\pi\varepsilon_0 R=4\pi\times 8.85\times10^{-12}\times 6.4\times10^{6}\ \mathrm{F}$

$$=7.11\times10^{-4}\ \mathrm{F}$$

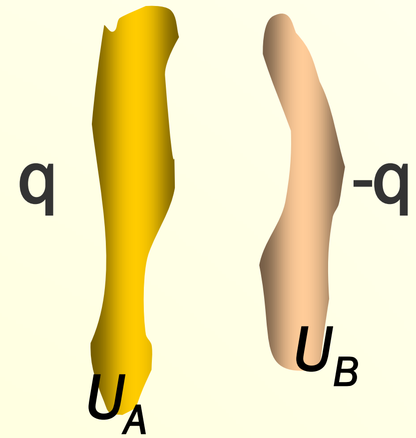
(2)电容器

如果空间中 A、B 两导体相距足够近，当其中一块导体带有电量 q 时,发出的电力线几乎都终止于另一块导体上，即他们总带有等量异号的电荷，我们称这两块导体组成一个**电容器**,导体 A、B 称为电容器的两个**极板**(plates)。



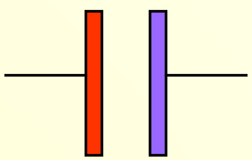
设此时两个极板间电势 差为U，

电荷为q,



电容器的电容定义为:

$$C=\frac{q}{U_A-U_B}=\frac{q}{U}$$



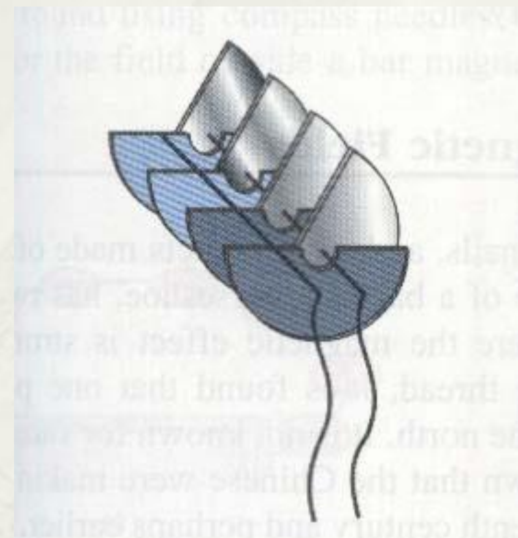
记号

电容 仅与导体形状、大小和周围电介质有关.

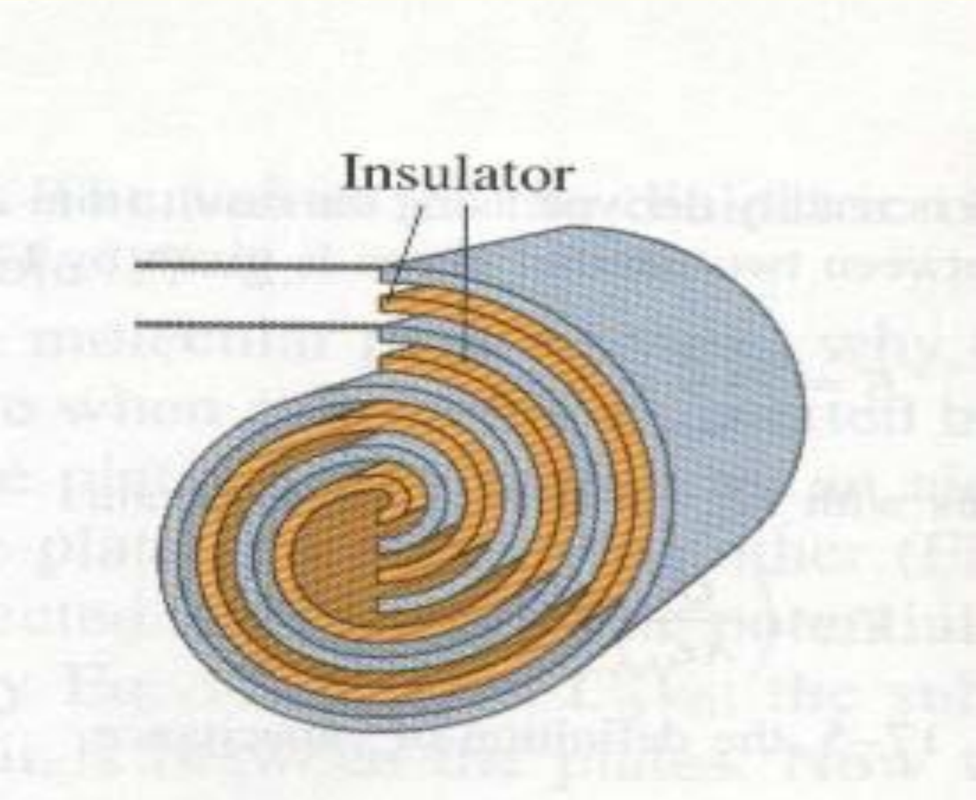
常见的电容器，按其极板的形状有：平行板电容器、球形电容器和柱形电容器等。

按其中的电介质分有：真空电容器、空气电容器、云母电容器、陶瓷电容器，……

按其电容值：可变电容器和固定电容器。



下面证明：电容器的电容值，仅决定于电容器的性质，即极板的形状、大小、相互距离以及板间所充的电介质，与是否带电等无关。

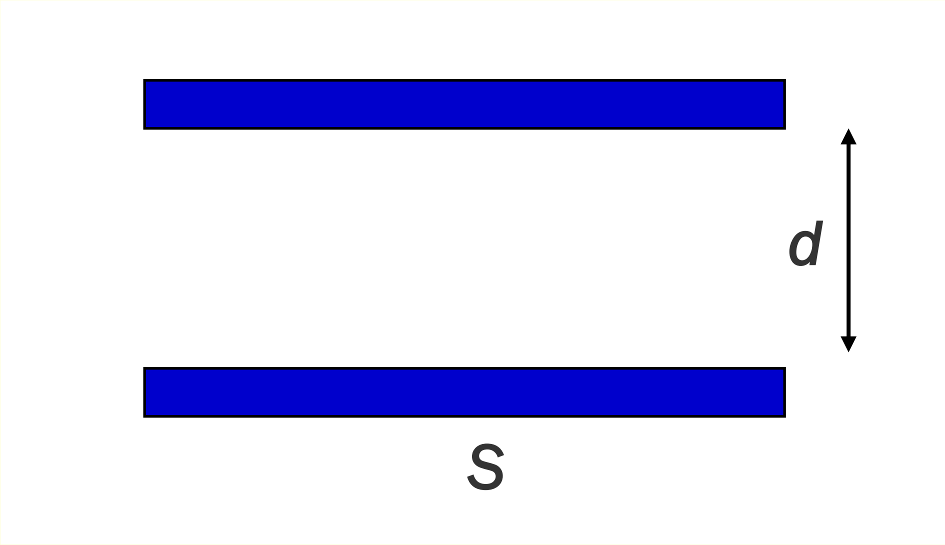


2. Calculation of the capacitance

几种常见电容器的电容值：

（1）平行板电容器　A parallel plate capacitor

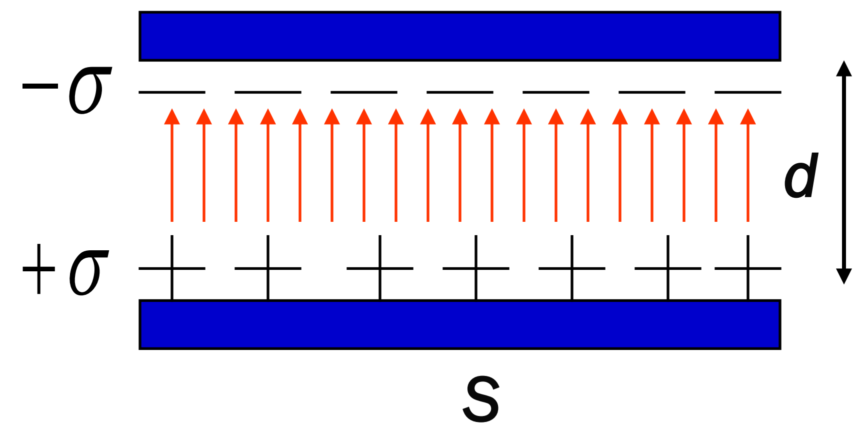
$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



求解电容器步骤如下:

(a) 设两极板电荷面密度为;

$$\pm\sigma$$



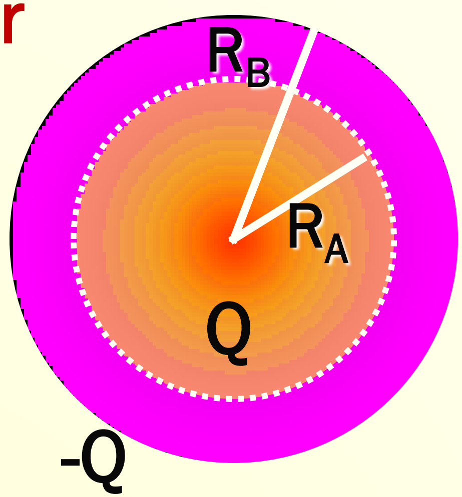
(b)极板间电场为:

$$E = E_{+} + E_{-} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ 方向如图示

(c) 两极板电势差为 $U = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = Ed = \dfrac{\sigma d}{\varepsilon_0}$

(d) 由电容定义有 $C = \dfrac{Q}{U} = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$

（2）球形电容器：A spherical capacitor



(a)设两极板带电量分别为 +Q，-Q，

(b)则有两极板间电场为

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

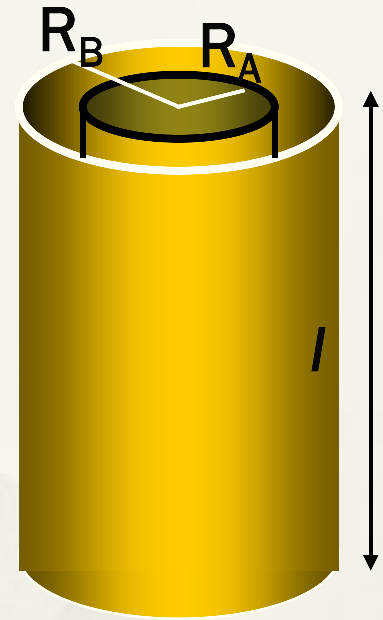
(c)两极板间的电势差：

$$U = \int_{R_A}^{R_B} E dr = \int_{R_A}^{R_B} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right)$$

(d)代入 $C = \frac{Q}{U}$ 得: $C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_B - R_A}$

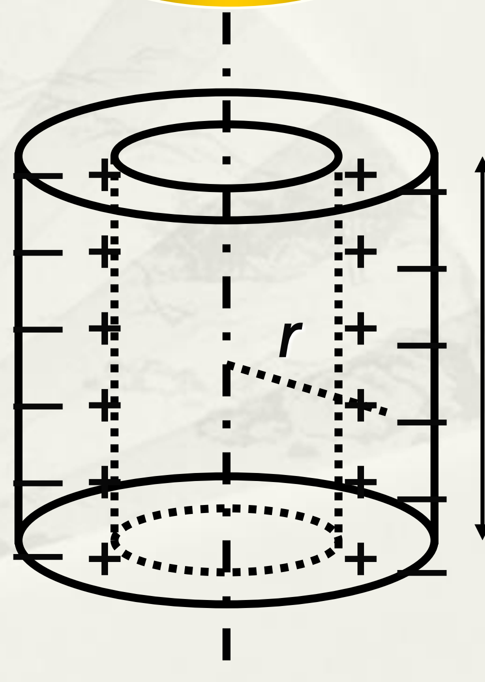
（3）柱形电容器 A cylindrical capacitor

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$$



(a) 设电容器的内、外极板带有电荷 $+q$ 和 $-q$，单位长度上的电荷为 $\lambda=q/l$ ；

(b)利用高斯定理,求出两极板间，半径为 r 处电场的值：

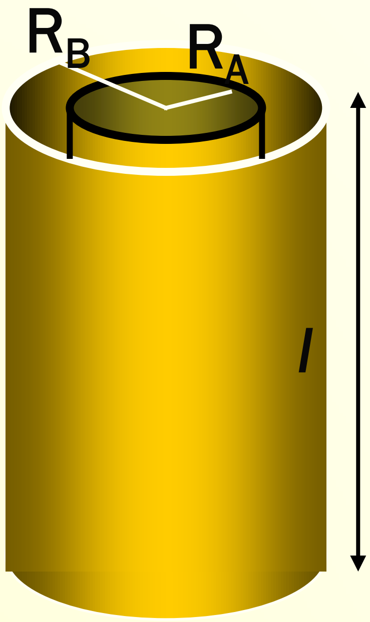


$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 lr}$$

(c) 求出两极板间的电势差：

$$U_A - U_B = \int_{R_A}^{R_B} E dr$$

$$= \int_{R_A}^{R_B} \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l r} dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \ln \frac{R_B}{R_A}$$



(d) 代入电容的定义求电容值：

$$C = \frac{q}{U_A - U_B} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln \frac{R_B}{R_A}}$$

In summary：

（1）平行板电容器

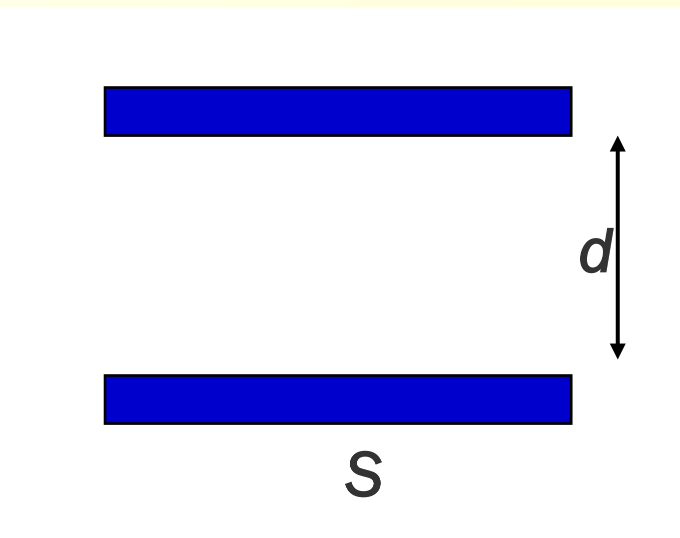
$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

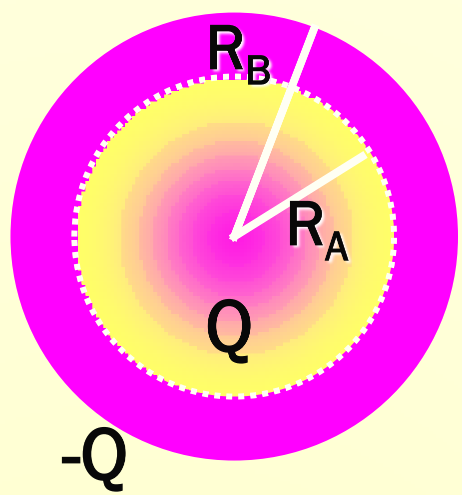
（2）球形电容器：

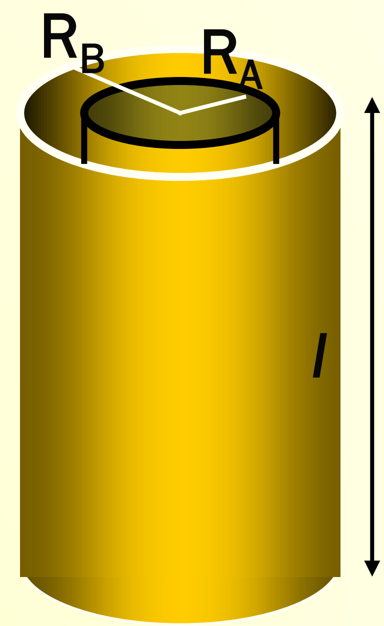
$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_B - R_A}$$

（3）柱形电容器

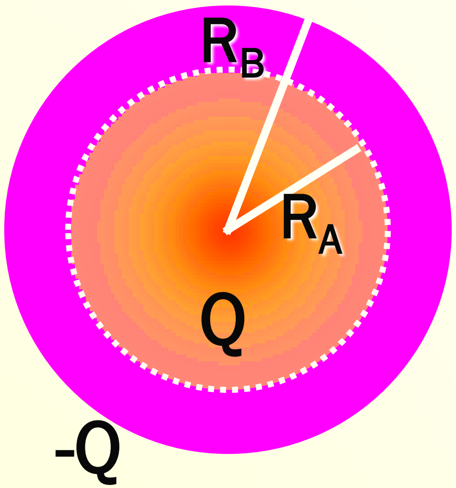
$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$$





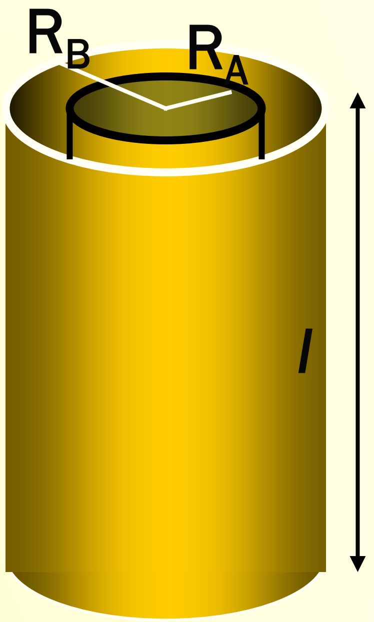


Using $R_B = R_A + d$



$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \, R_A R_B}{R_B - R_A} \rightarrow \frac{\varepsilon_o S}{d}$$

$$S = 4\pi R^2$$



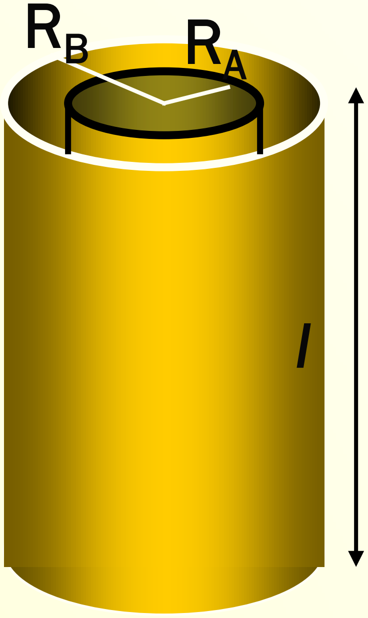
$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \, l}{ln\dfrac{R_B}{R_A}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \, l}{ln\left(1 + \dfrac{d}{R_A}\right)} \rightarrow \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$S = 2\pi R\ell$$

Conclusion:

1). $C \propto S$ ，即面积越大,电容越大；

2). $C \propto \dfrac{1}{d}$ ，即两极板越近,电容越大。



问题：S不能无限增大，d不能无限减小(击穿)，

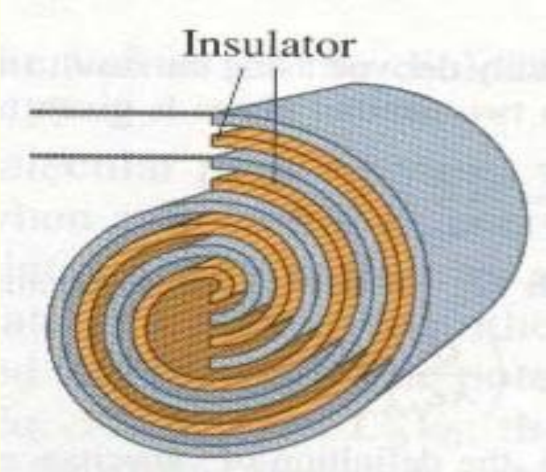
怎么办？

1) 中间加一层电介质，电容变为：

$$C = \varepsilon_r C_0$$

C_0 为没有电介质时的电容，

ε_r 为介质的相对介电常数.



2) 电容的串联和并联。

几种常见电介质的相对介电常数

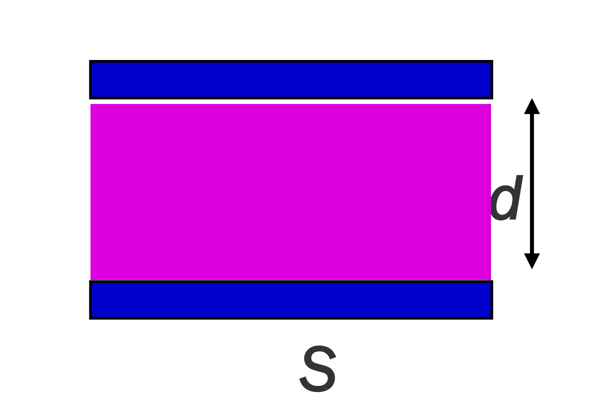
电介质	ε_r	电介质	ε_r
空气	1.000585	变压器油	2.2 – 2.5
石蜡	2.0 – 2.3	聚氯乙烯	3.1 – 3.5
纯水	80	云母	3 – 6
甘油	56	玻璃	5 – 10

当两极间充满介电常数为 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$ 的均匀电介质时，

三种常见电容器的电容为：

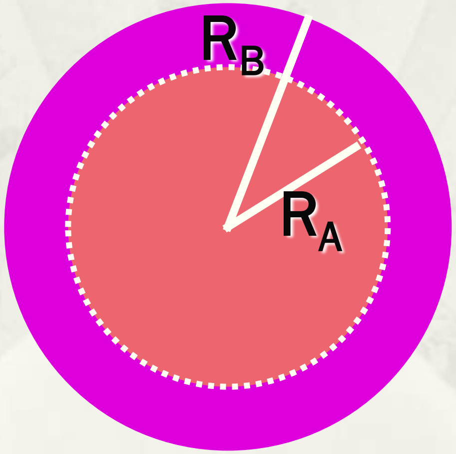
（1）平行板电容器

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}$$



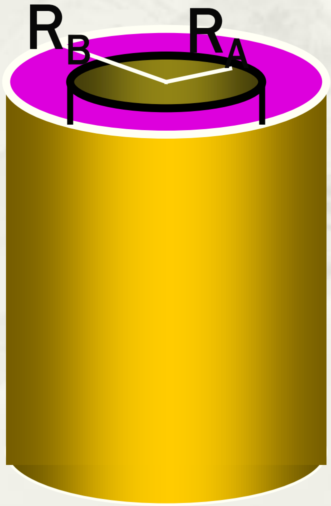
（2）球形电容器：

$$C=\frac{4\pi\varepsilon R_A R_B}{R_B-R_A}$$

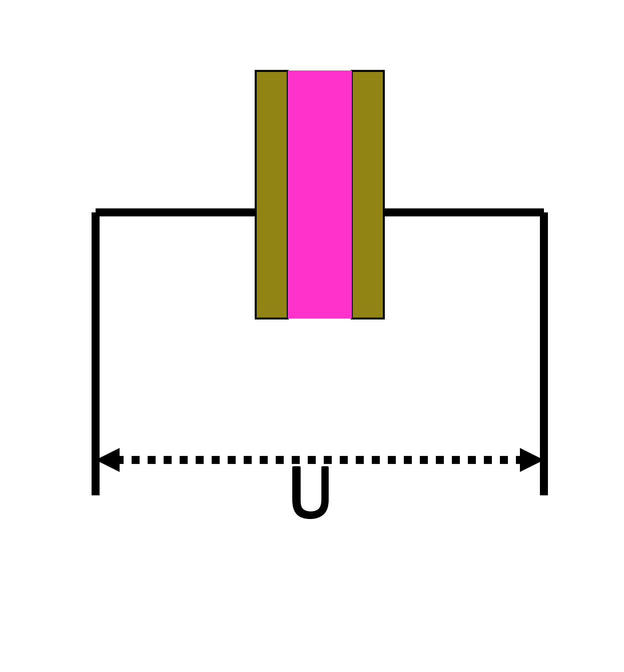


（3）柱形电容器

$$C=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$$



3.Capacitors in parallel and in Series
电容器的并联与串联



每个电容器的电容值是确定的，同样，在电容器两极板间能加的电压值也是有限度的，称为电容器的耐压值，一旦电压大于该值，极板间电介质的绝缘性将可能被破坏，称为“击穿”。

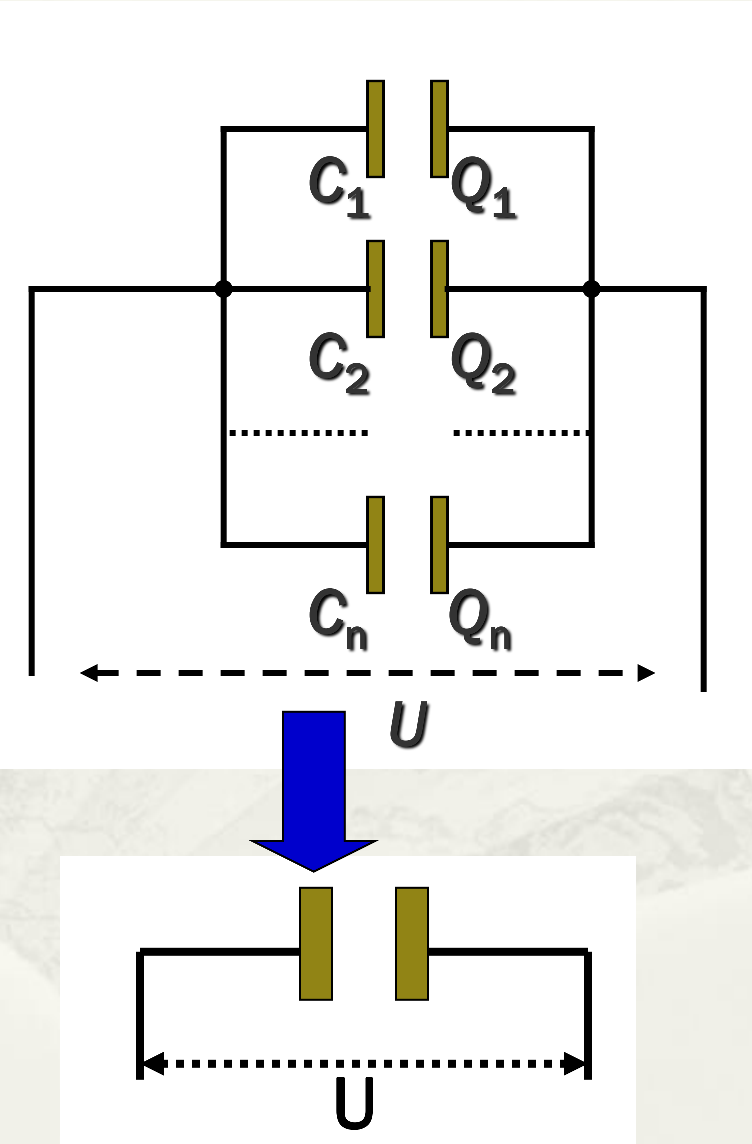
在实用中，为满足电路所要求的不同电容值和耐压值，常要将几个电容器进行相互联接，联接方式有两种。

（1） Capacitor in parallel 电容器的并联

特点：各电容器上所承受的**电压相同**（不能改变耐压值）；总电量等于各个电容器中电量之和：

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+\dots+Q_n$$

$$U=U_1=U_2=U_3=\dots=U_n$$



等效电容为：

$$C=\frac{Q}{U}=C_1+C_2+\cdots$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n}$$

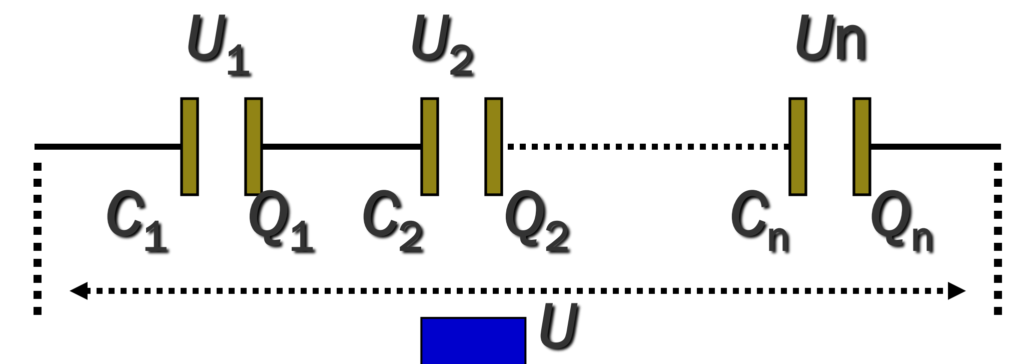
注意

- 电容越并越大，若极板间距 d 相同，电容并联相当增加面积 S 。

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

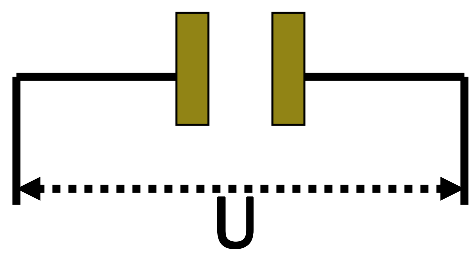
（2） Capacitor in series 电容器的串联

特点：各电容中的**电量相等**；各电容上电压之和等于总电压：



$Q=Q_1=Q_2=Q_3=\ldots=Q_n$

$U=U_1+U_2+U_3+\ldots+U_n$



等效电容为：

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q}{U_1+U_2+\cdots}$$

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

注意

- 电容越串容量越小。

若面积S相同，相当于将极板间距增大。

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

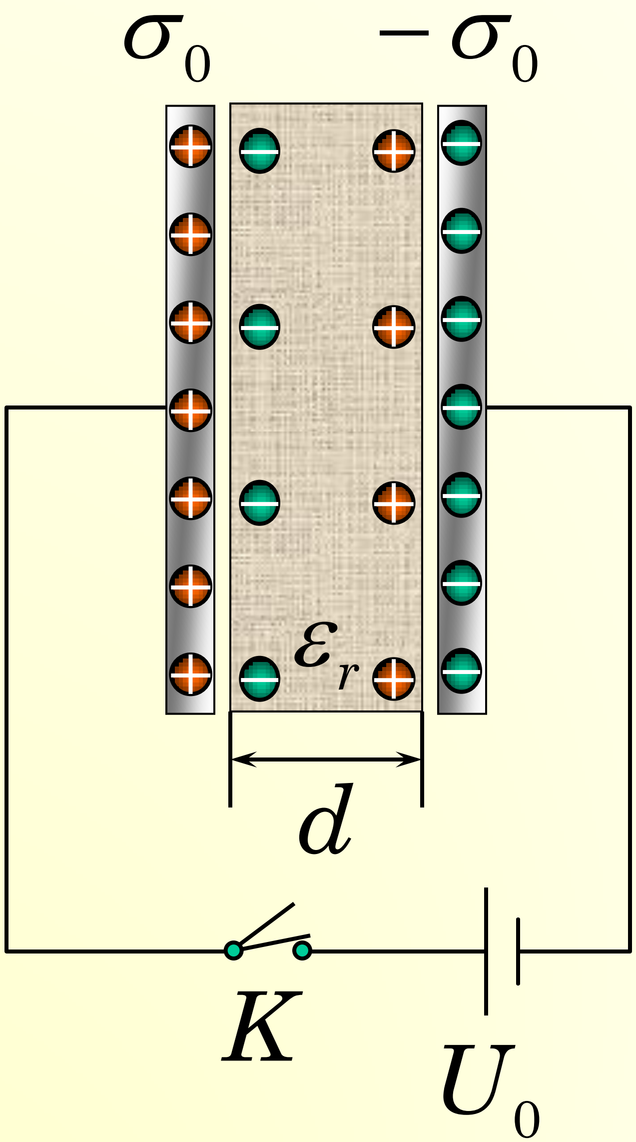
例1：平行板电容器真空时

$$\sigma_0, E_0, U_0, D_0, C_0$$

①.充电后断开电源，插入 ε_r 介质；

②.充电后保持电压不变，插入 ε_r 介质；

求：σ, E, U, D, C



① 1.**充电后断开电源** q **不变，** $\sigma = \sigma_0$

2.介质中 $E = \dfrac{E_0}{\varepsilon_r}$

3.电压 $U_0 = E_0 d$

插入介质后

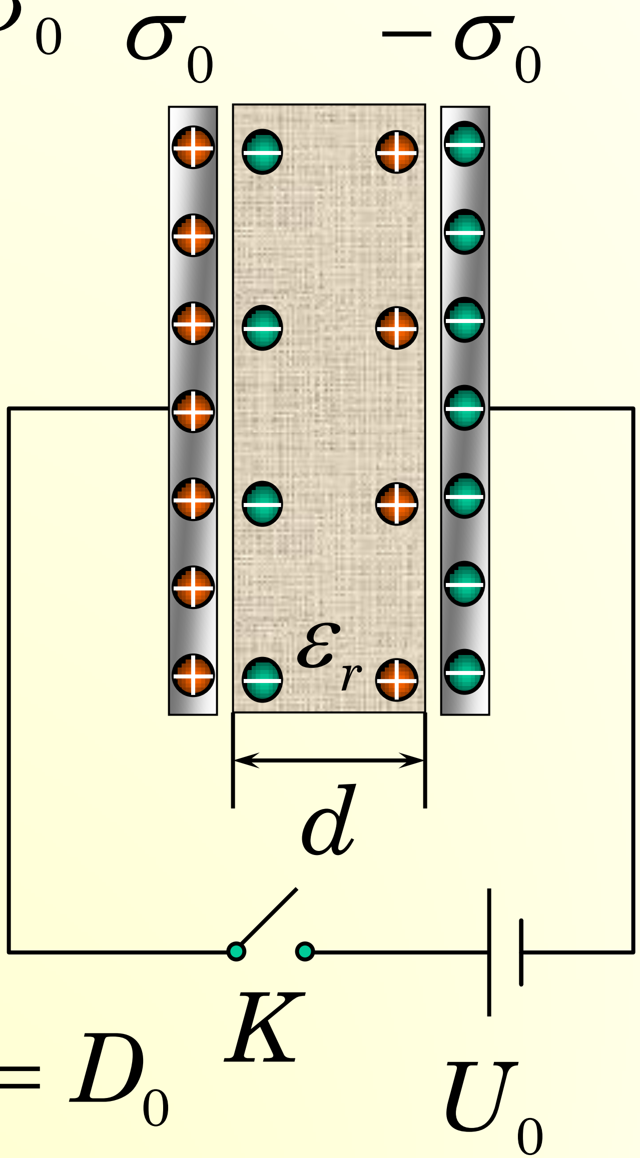
$$U = Ed = \frac{E_0}{\varepsilon_r} d = \frac{U_0}{\varepsilon_r} \downarrow$$

4.电位移矢量

真空时 $D_0 = \sigma_0$

插入介质后电荷不变 $D = \sigma = \sigma_0 = D_0$

5.电容 充满介质时 $C = \varepsilon_r C_0$



②.充电后保持电压不变，插入 ε_r 介质；

解：电压不变即电键 K 不断开。

1.电压 $U = U_0$

2.场强 $Ed = E_0 d, \quad \therefore E = E_0$

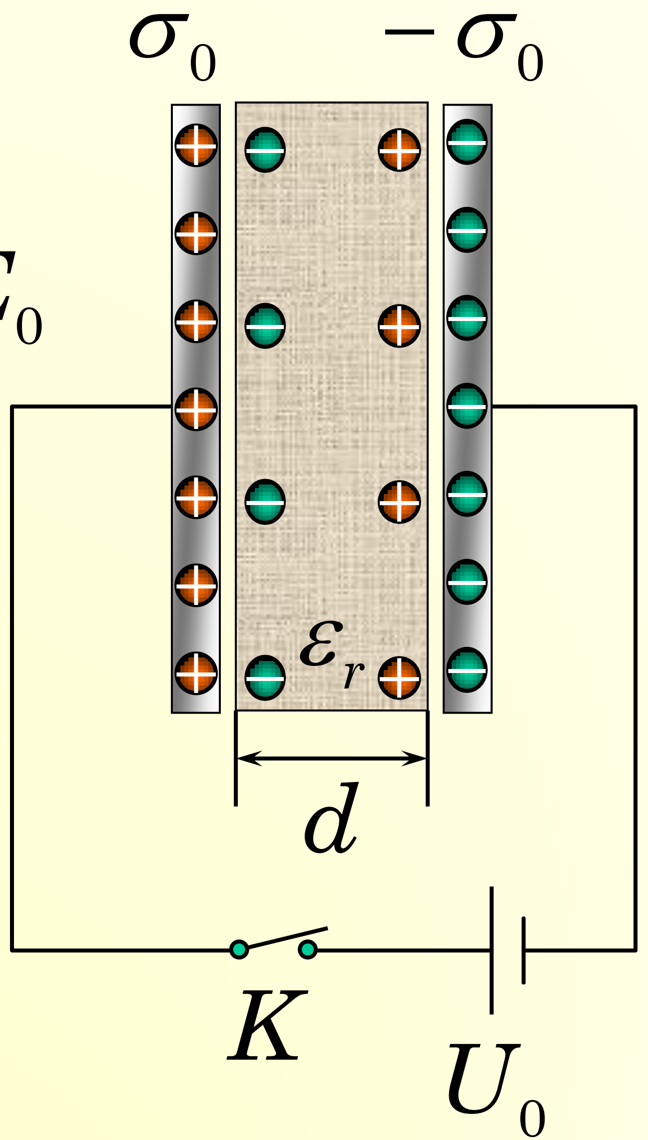
3. $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}, \quad \therefore \sigma = \varepsilon_r \sigma_0 \uparrow$

4.电位移矢量D

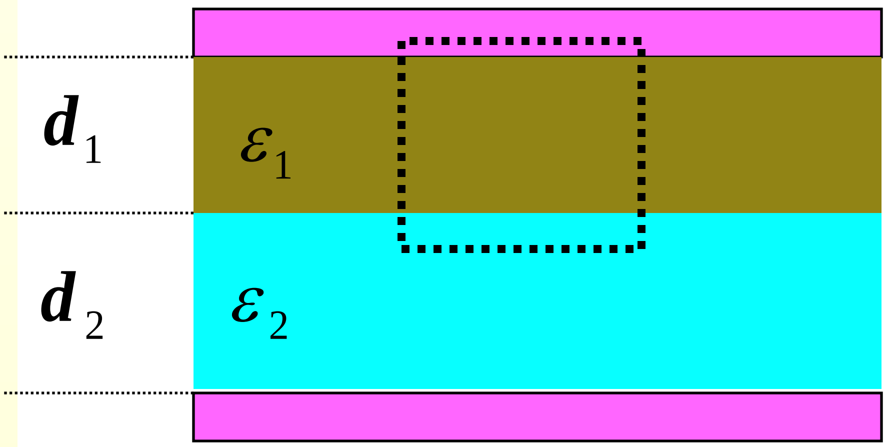
$$\because D_0 = \sigma_0$$

$$D = \sigma = \varepsilon_r \sigma_0 = \varepsilon_r D_0 \uparrow$$

5.电容 $C = \varepsilon_r C_0$



例2:如图所示，平行板电容的极板面积为S，求电容？



解:

1）设极板面电荷密度为σ_0；

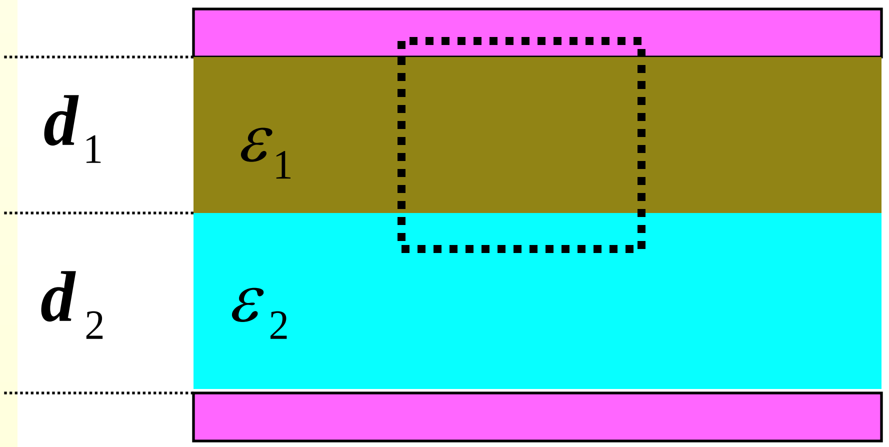
2)求D:

$$\oint_S \vec{D}.d\vec{S} = A\sigma_0 \Rightarrow D = \sigma_0$$

3)两种电介质中的电场:

$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_1} \qquad E_2 = \frac{D}{\varepsilon_2} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_2}$$

4）求电势差：



$$\Delta V = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{\sigma_0 d_1}{\varepsilon_1} + \frac{\sigma_0 d_2}{\varepsilon_2}$$

5）电容：

$$C = \frac{q_0}{\Delta V} = \frac{\sigma_0 S}{\dfrac{\sigma_0 d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{\sigma_0 d_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

相当于两个电容串联!

作业：10，11，13