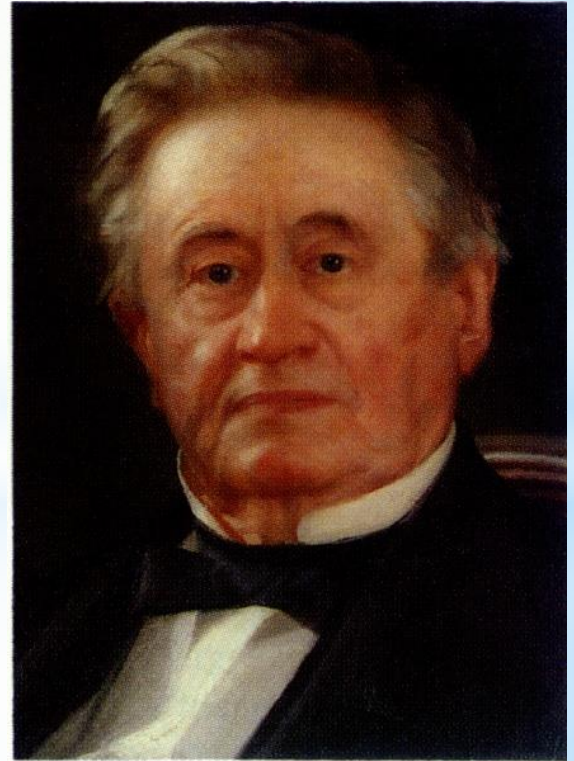


§ 7.3 自感和互感

Self-induction & Mutual-induction

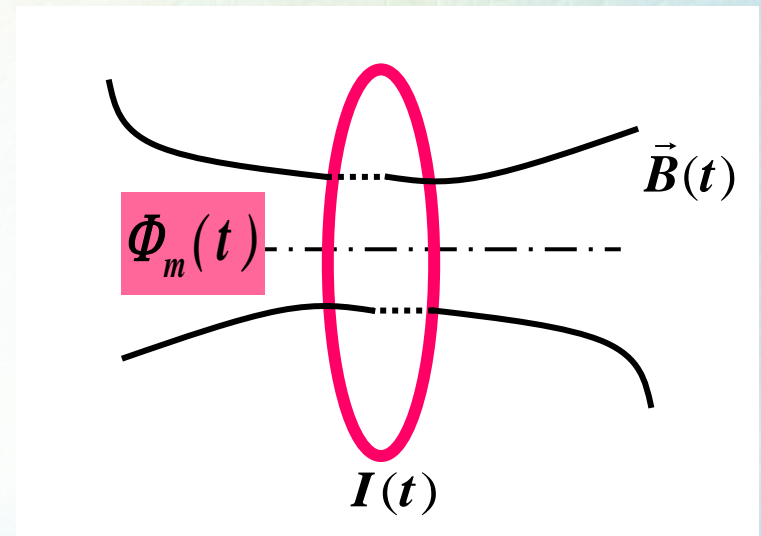
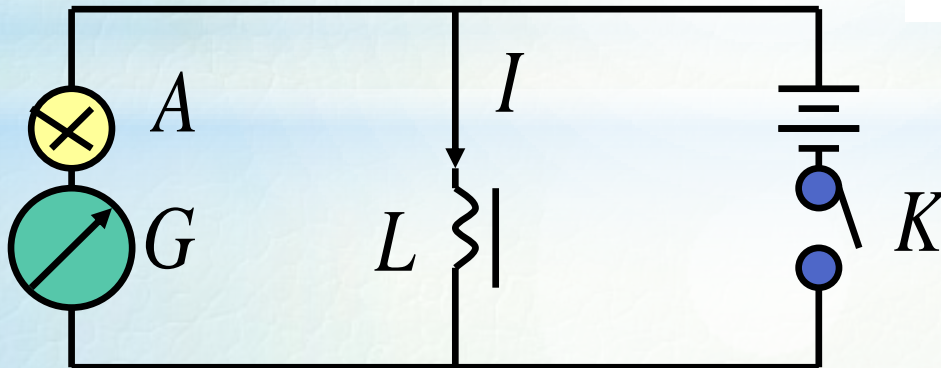


Joseph Henry
(1797–1878).

7-3-1 自感 Self-induction

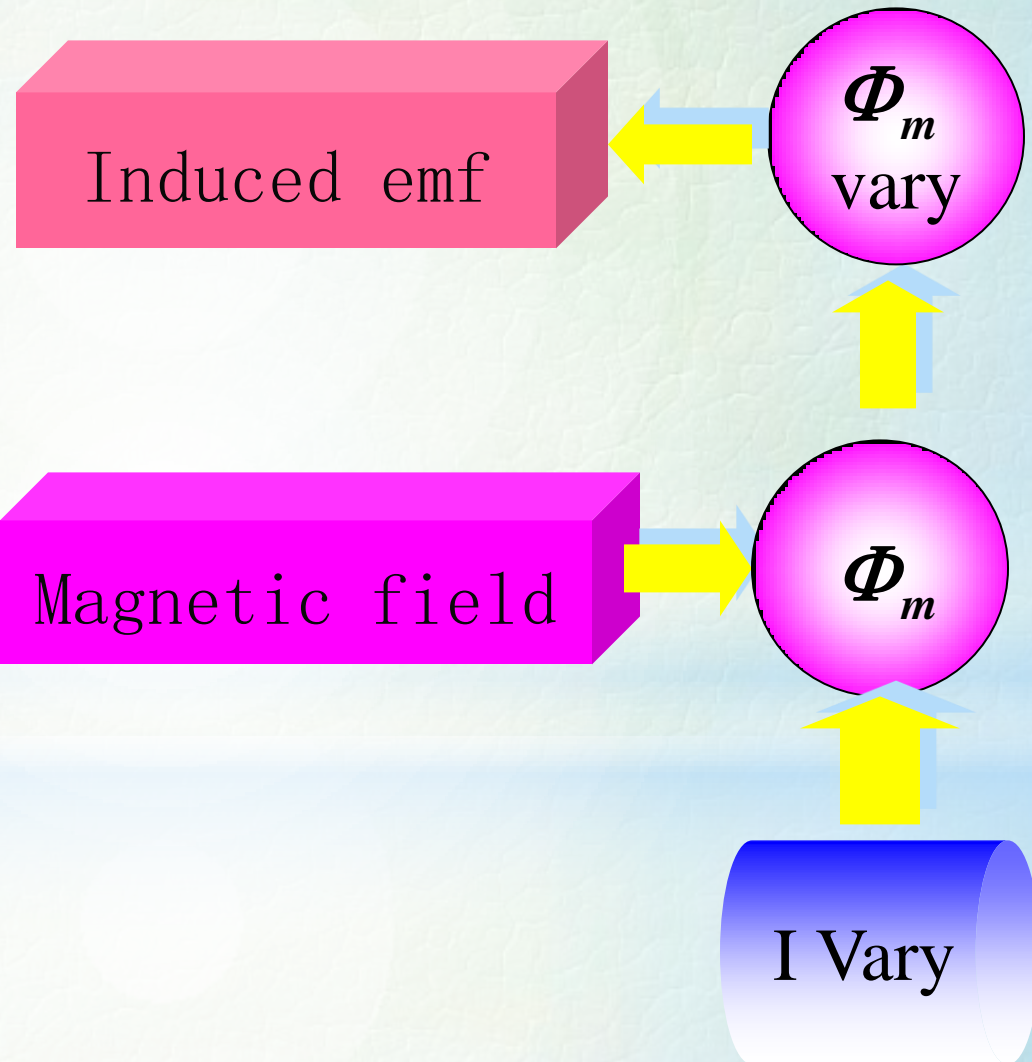
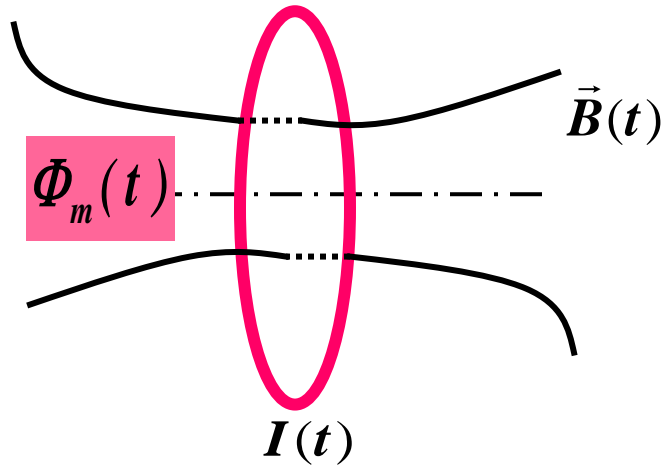
It was Joseph Henry who first discovered the self-induction: which is called the self-induction.

当通过回路中电流发生变化时，引起穿过自身回路的磁通量发生变化，从而在回路自身产生感生电动势的现象称为“**自感现象**”。所产生的电动势称为“**自感电动势**”。

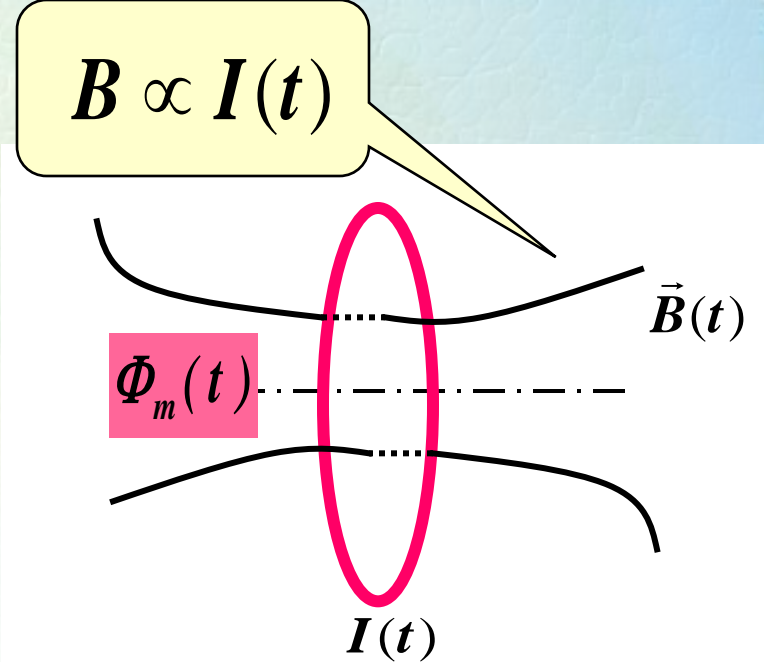


自感现象

1. 自感电动势



As shown in Figure, since magnetic field B is proportional to the current $I(t)$, the magnetic flux is also proportional to the current I . That is:



A flowchart illustrating the derivation of magnetic flux. It starts with a yellow box containing $B \propto I$. A green arrow points to a white box containing the equation $\Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Another green arrow points to a pink box containing $\Phi_m \propto I$.

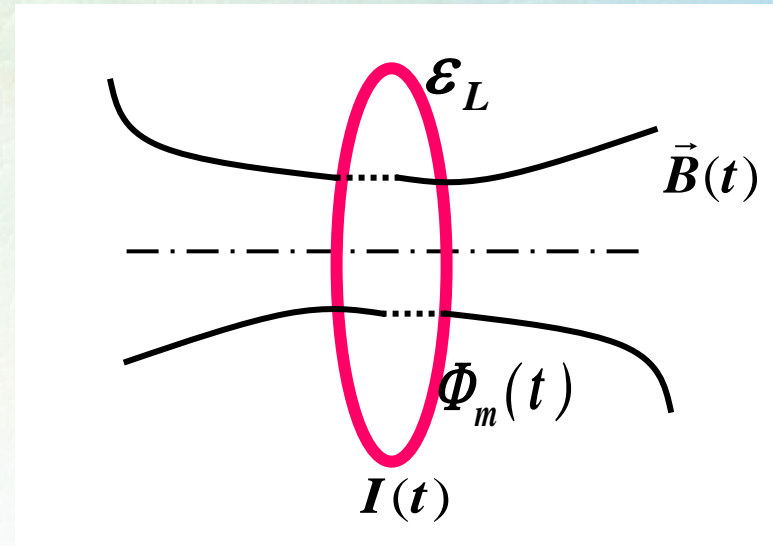
A pink dotted box containing the equation $\Phi_m = LI$, with a grey arrow pointing to it from the left.

where L is called the self-inductance(自感系数或自感).

单位: “亨利” (H)

From Faraday's law, we have:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_L &= -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} \\ &= -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right)\end{aligned}$$



If L is constant, it follows that:

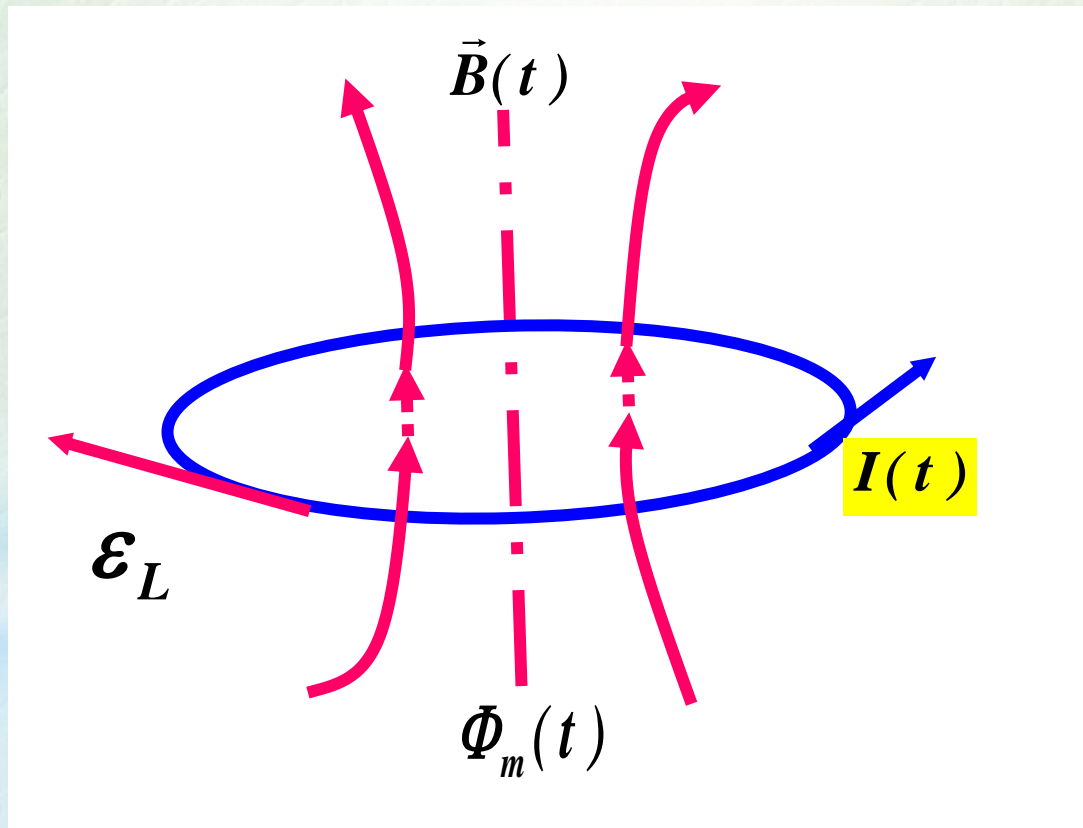
$$\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt}$$

结论： 回路中的自感系数，在量值上等于电流随时间的变化率为一个单位时，在回路中产生自感电动势的绝对值。

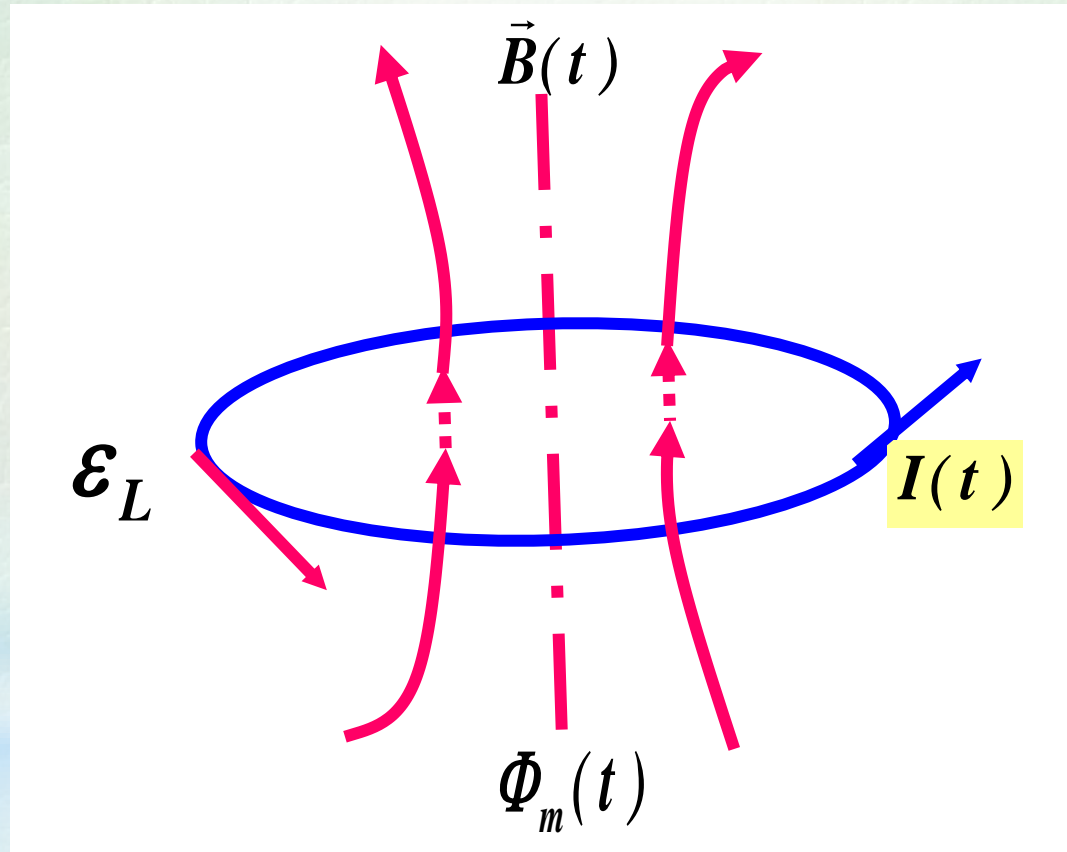
负号表示： 自感电动势的方向总是阻碍本身回路电流的变化。

Note:

(1) If the current is increasing, the direction of the induced field is opposite to that of the current;

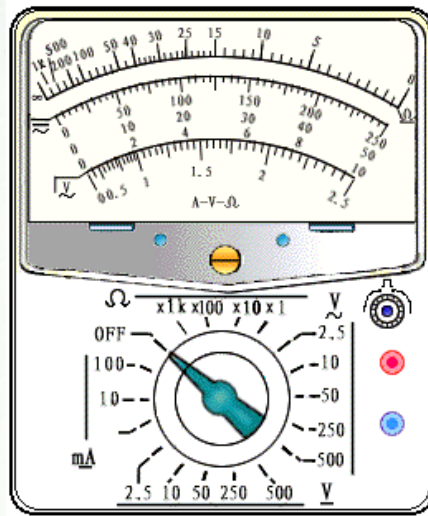


(2) If the current is decreasing, the direction of the induced field is in the same direction as the current.



2. 自感系数L

(1) L is determined usually by the experimental measurements;



(2) For particular circuits(电路,回路), L can be obtained by the theoretical method:

$$L = \frac{\Phi_m}{I}$$

自感系数 L 取决于：

回路的大小、形状及其周围的介质(磁导率)。

自感系数 L 的计算：

①假设线圈中的电流 I ；

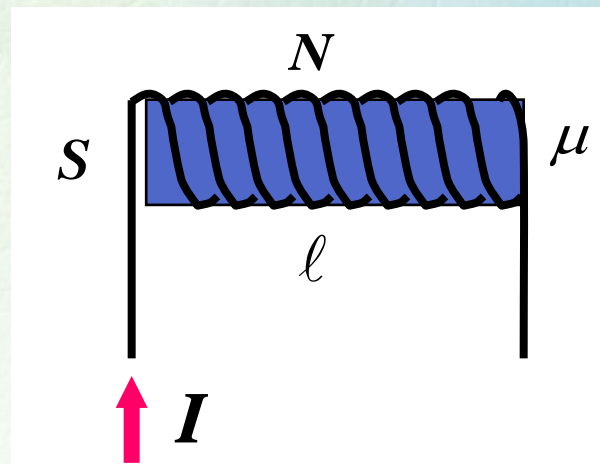
②求线圈中的磁通量 Φ_m ；

③由定义 $L = \frac{\Phi_m}{I}$ 求出自感系数 L 。

例1. 长为 l 的螺线管，横断面为 S ，线圈总匝数为 N ，管中磁介质的磁导率为 μ 。求自感系数。

解：(1) 设有电流 I ，则

$$B = \mu n I = \mu \frac{N}{\ell} I$$



(2) 计算通过一匝和 N 匝的磁通量：

$$\Phi_{m1} = BS = \mu \frac{NS}{\ell} I$$

$$\Phi_{mN} = N\Phi_{m1} = \frac{\mu N^2 SI}{\ell}$$

(3) 自感系数：

$$L = \frac{\Phi_{mN}}{I} = \frac{\mu N^2 S}{\ell} = \frac{\mu N^2}{\ell^2} S \ell = \begin{cases} \mu n^2 V \\ \mu n^2 \pi a^2 \ell \end{cases}$$

V 是体积， a 为半径(如果横截面为圆形)。

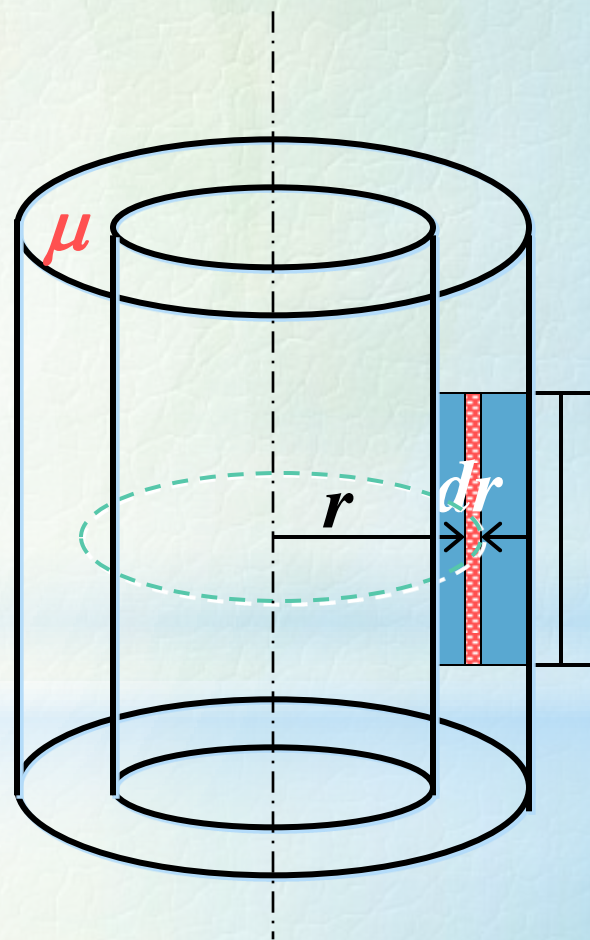
例2. 有一电缆，由两个“无限长”的同轴圆桶状导体组成，其间充满磁导率为 μ 的磁介质，电流 I 从内桶流进，外桶流出。设内、外桶半径分别为 R_1 和 R_2 ，求长为 l 的一段导线的自感系数。

解：
$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

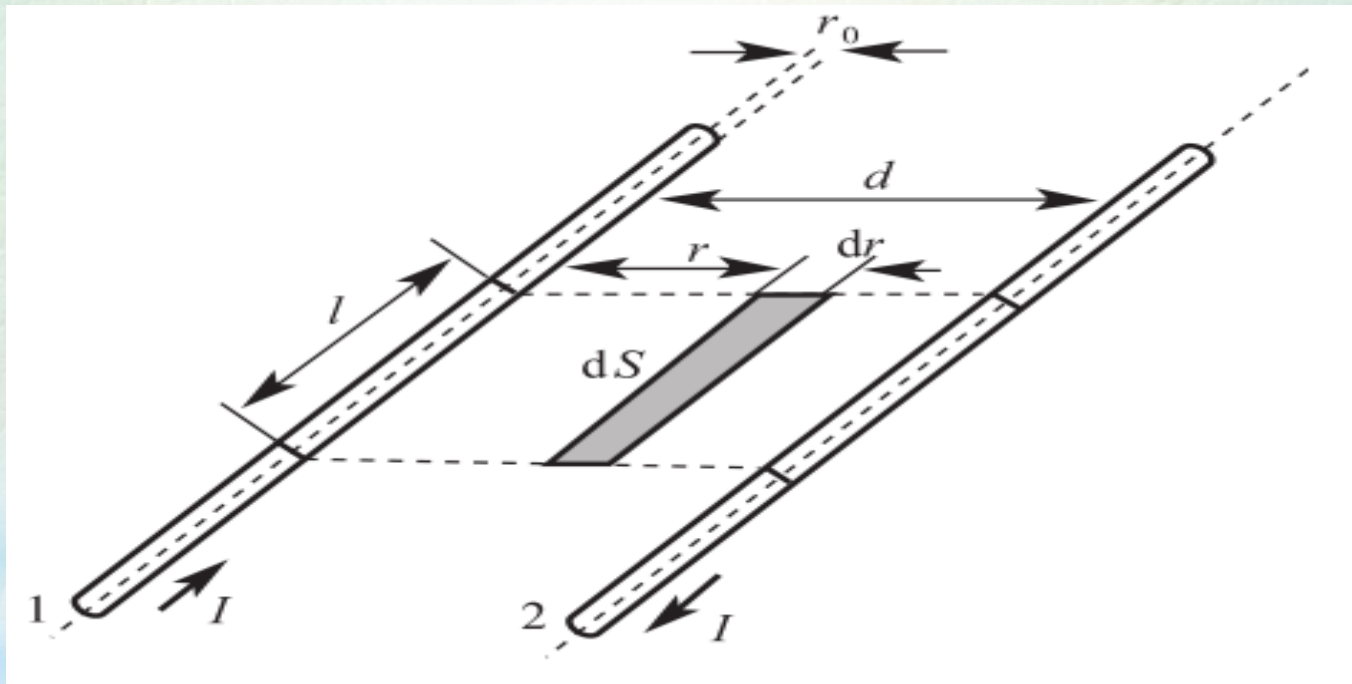
$$d\Phi = B dS = B l dr$$

$$\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\therefore L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



例3. 如图所示为两根长直平行的传输线，它们的半径都为 r_0 ，两轴线相距为 d ，且 $r_0 \ll d$ 。求长为 l 的这对导线的自感系数。

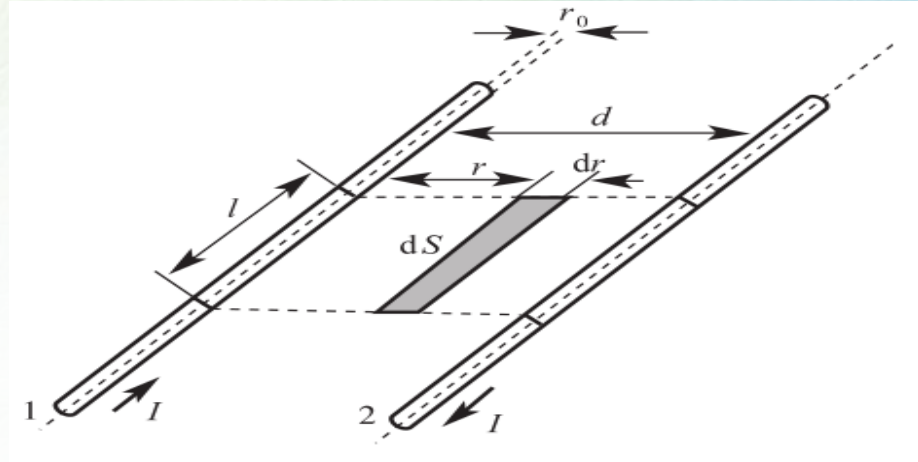


解： 导线1在距其轴线为 r 处宽为 dr 、长为 l 的面积元

$dS = ldr$ 内产生的磁通量为：

$$d\Phi_1 = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} ldr$$

导线1在长为 l 、宽为 d 的面积内产生的磁通量则为



$$\Phi_1 = \int_{r_0}^{d-r_0} \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{d-r_0}{r_0}\right)$$

导线2中的电流与导线1中的电流大小相等、方向相反，所以 Φ_1 与 Φ_2 量值相等且符号相同。因此

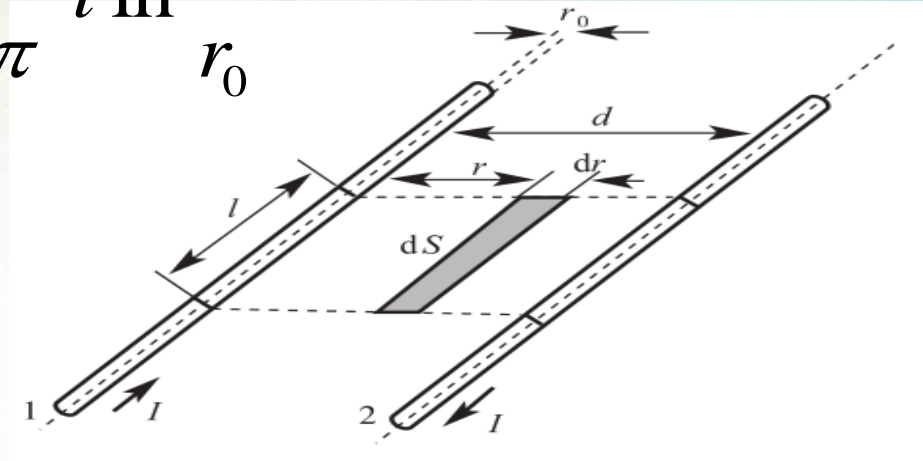
$$\Phi = 2\Phi_1 = \frac{\mu_0}{\pi} I l \ln \frac{d-r_0}{r_0}$$

长为 l 的一对导线的自感为

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} l \ln\left(\frac{d - r_0}{r_0}\right) \approx \frac{\mu_0}{\pi} l \ln \frac{d}{r_0}$$

$$r_0 = 1 \times 10^{-3} m$$

$$d = 2 \times 10^{-1} m$$



则单位长度的分布电感为

$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{r_0} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{\pi} \ln \frac{2 \times 10^{-1}}{1 \times 10^{-3}} \approx 2.1 (\mu H \cdot m^{-1})$$

高频电子线路、微波技术

练习1. 对于单匝线圈取自感系数的定义式 $L = \frac{\Phi_m}{I}$

当线圈的几何形状、大小及周围磁介质分布不变，且无铁磁性物质时，若线圈中的电流强度变小，则线圈的自感系数 L ()

- (A) 变大，与电流成反比关系.
- (B) 变小.
- (C) 不变.
- (D) 变大，但与电流不成反比关系.

[C]

自感现象的防止和应用：

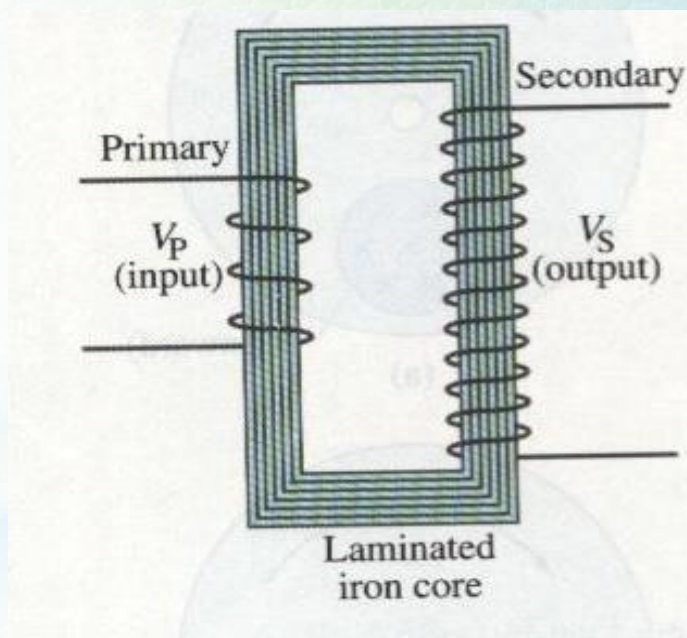
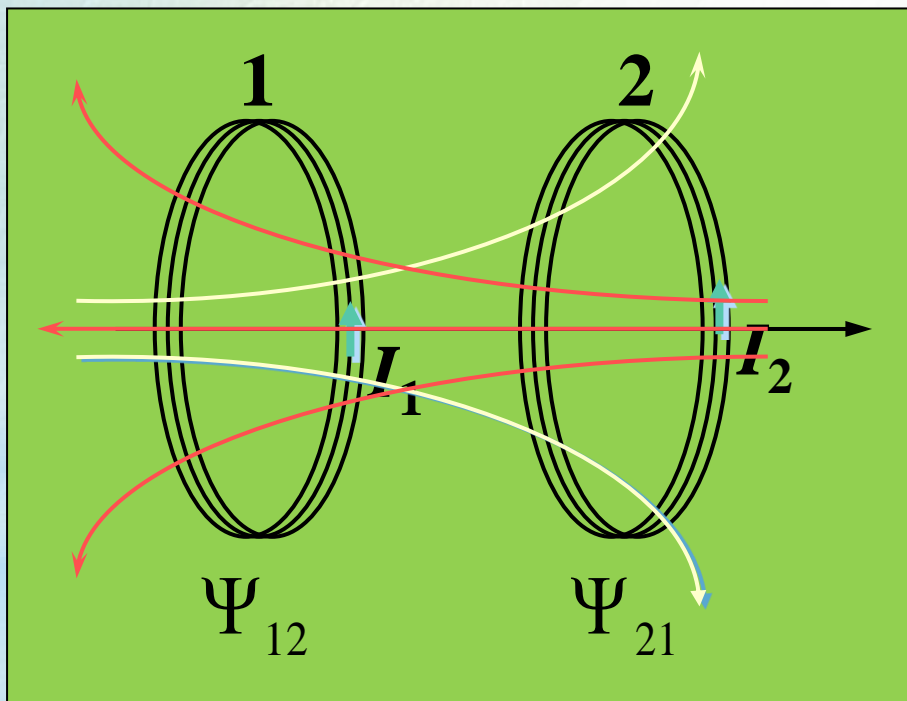
在许多电器设备中，常利用线圈的自感起稳定电流的作用。例如，日光灯的镇流器就是一个带有铁芯的自感线圈。此外，在设备中，常利用自感作用制成自耦变压器或扼流圈，利用自感器可以组成谐振电路或滤波电路等。

另一方面，通常在具有相当大的自感和通有较大电流的电路中，当扳断开关的瞬时，在开关处将发生强大的火花，产生弧光放电现象，亦称电弧。

电弧发生的高温，可用来冶炼、熔化、焊接和切割熔点高的金属，温度可达 2000°C 以上，有破坏开关、引起火灾的危险。因此通常都用油开关，即把开关放在绝缘性能良好的油里，以防止发生电弧。

7-3-2 互感 Mutual-induction

由于一个载流回路中电流发生变化而引起邻近另一回路中产生感生电流的现象称为“互感现象”，所产生的电动势称为“互感电动势”。



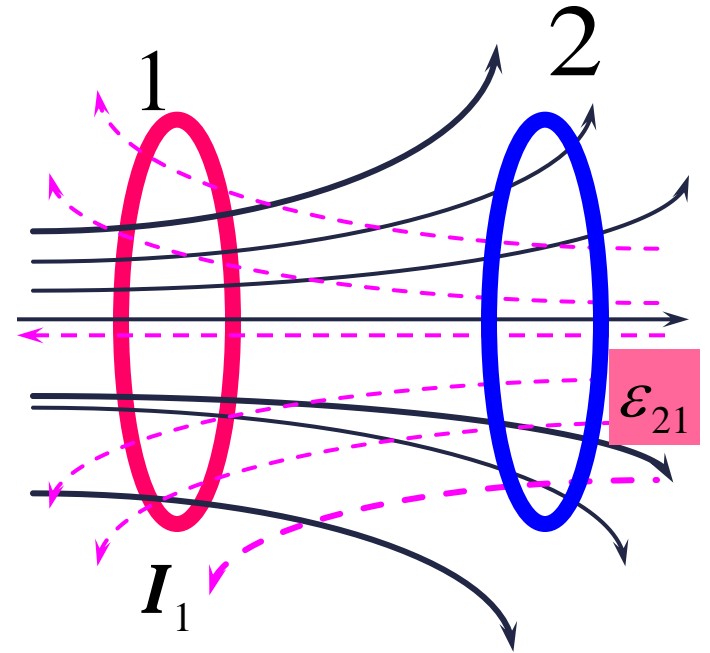
We have:

$$B_1 \propto I_1 \Rightarrow \Phi_{21} = \iint_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_{21} \propto I_1$$

and

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1$$

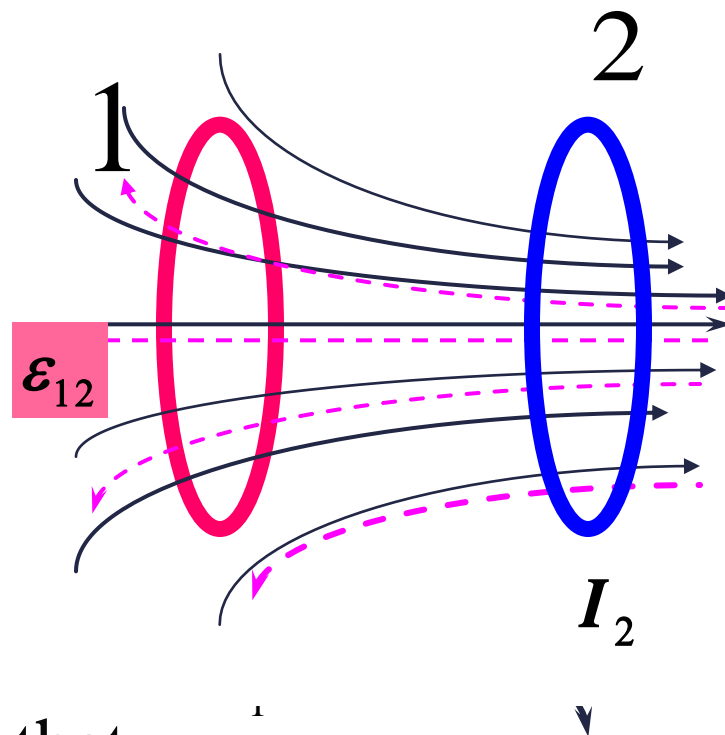


$$B_2 \propto I_2$$

$$\Rightarrow \Phi_{12} = \iint_S \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \Phi_{12} \propto I_2$$

$$\Rightarrow \Phi_{12} = M_{12} I_2$$



It can be proved experimentally that

$$\mathbf{M} = M_{12} = M_{21}$$

M 称为互感系数，简称互感。

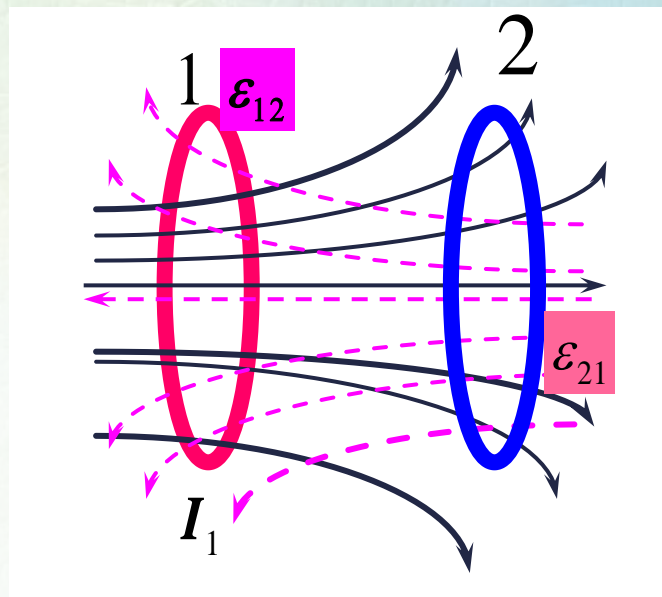
单位：“亨利” (H)

If M is constant, we can obtain from Faraday's law:

$$\varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$$

结论：互感系数在数值上等于一个线圈中电流随时间的变化率为一个单位时，在另一个线圈中引起互感电动势的绝对值。



式中的负号表示：在一个回路中引起的互感电动势要反抗另一个回路中的电流变化。

互感系数 M 是表明两耦合回路互感强弱的物理量。

Note:

(1) M与两线圈的几何形状、相对位置，周围的磁介质有关；

(2) M：一般实验测量；

特殊情况，可理论计算：

★设某线圈中有电流I，产生磁场；

★计算在另一线圈中的磁通量；

★根据公式：

$$M = M_{12} = M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\Phi_{12}}{I_2}$$

求出互感系数。

例1. 真空中有一无限长直导线，与一边长分别为 **b** 和 **l** 的矩形线圈在同一平面内，求它们的互感系数。

解：（1）设直导线中有电流 **I_1** ；

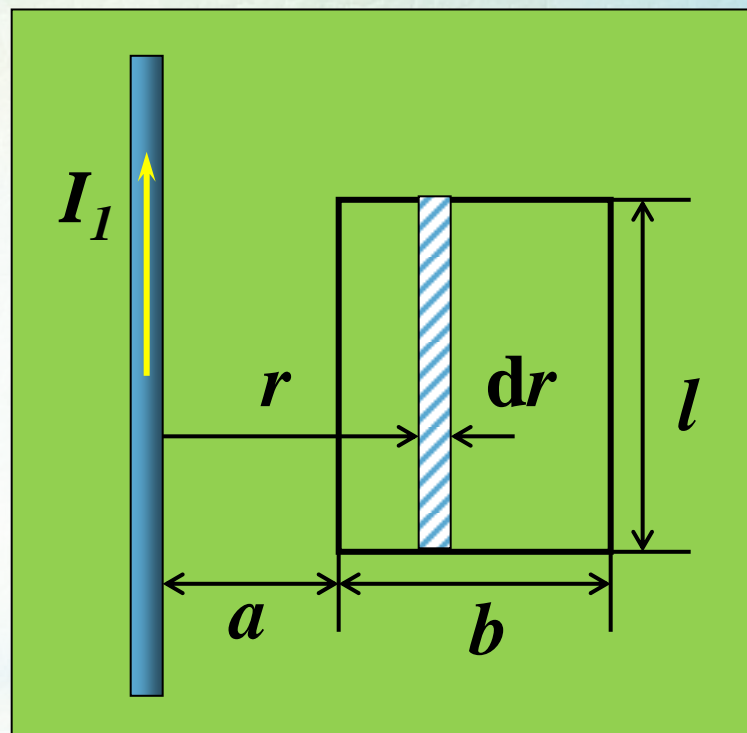
（2） I_1 产生磁场： $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$

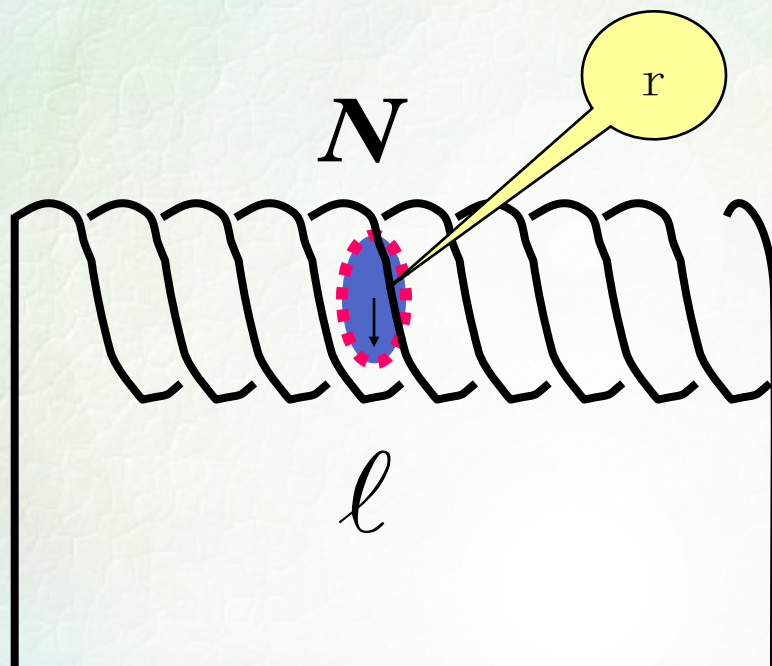
（3）导线框中的磁通量：

$$\begin{aligned}\varphi_m &= \iint \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \\ &= \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}\end{aligned}$$

（4）互感系数：

$$M = \frac{\Phi}{I_1} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$



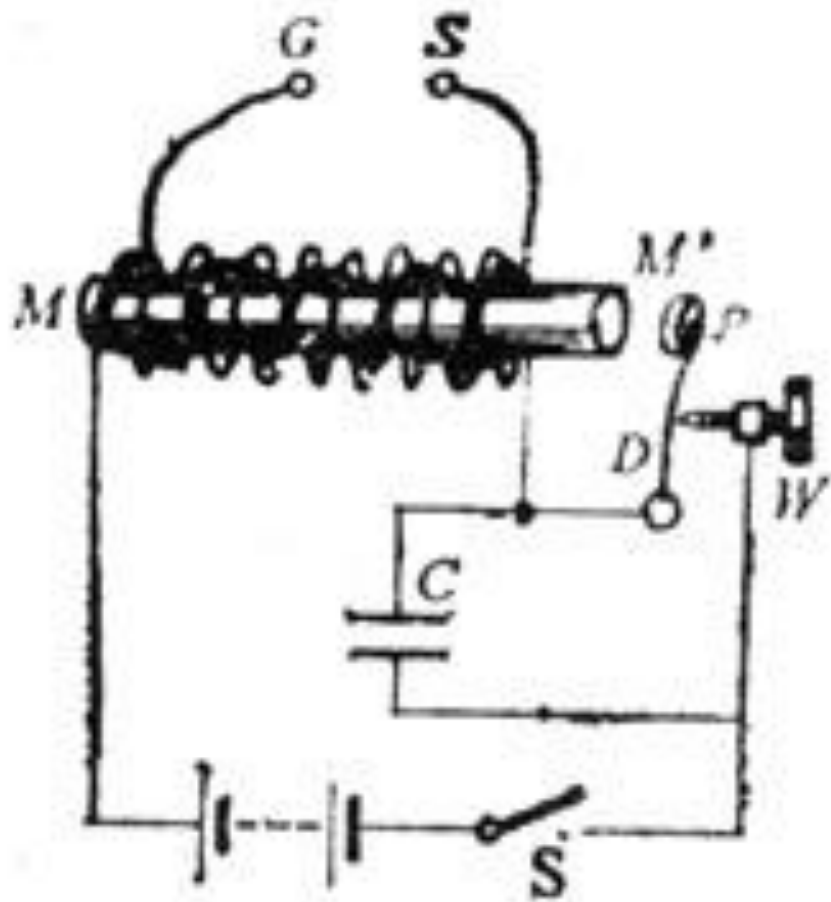


$$\mathbf{M} = ?$$

互感现象的应用实例

——感应圈

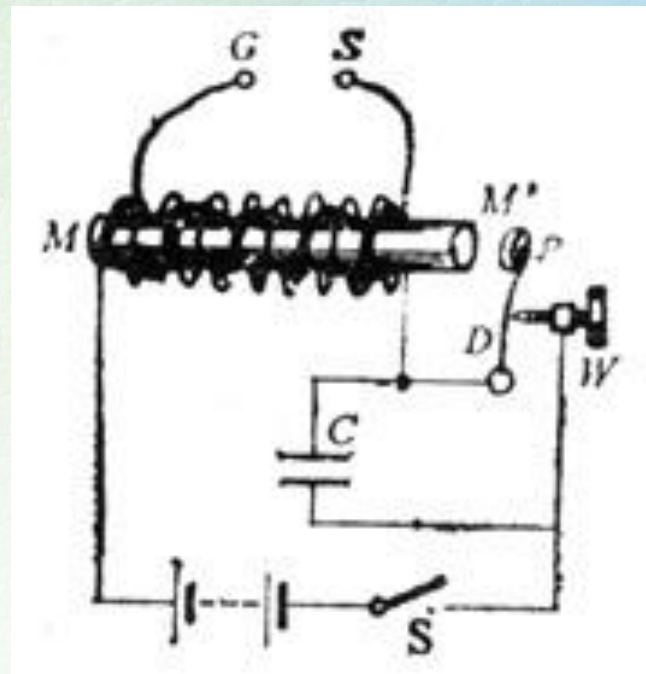
感应圈是**工业生产**和**实验室**中用**低压直流电**获得**交变高压**的一种装置。通常应用于煤气灶、卡式炉等含有高压电击器中的设备中，它的主要部分是两个绕在铁芯 MM' 上的绝缘导线线圈，如图所示。



初级线圈直接绕在铁芯上，是比较少的几匝粗导线线圈，次级线圈则由多匝细导线组成。**感应圈的初级线圈中有节奏地通过断续的直流电。由于电磁感应，次级线圈就感应出几千伏乃至上万伏的交变高电压。**

电流断续器是感应圈的重要部件。

图中画出的是一种最简单的断续器，它就是一个钢质弹簧片D。弹簧片上装有一小块软铁P，称为小锤；在小锤后面装有一个螺丝钉W，当电路中无电流时，弹簧片与螺丝钉接触。开关S接通电路后，电流流经初级线圈，再经小锤与螺丝钉，然后回到电池组的另一极，构成闭合回路。这时，线圈中的铁芯被磁化，并吸引小锤。于是，电流中断。电流一停止，铁芯就失去磁性，弹簧片将小锤弹回原来的位置，电路又重新接通。如此反复，小锤使初级线圈中的电流在1秒钟内断续许多次。



电流每次断开时，次级线圈中出现某个方向的**感应电动势**；而在电路接通时，次级线圈又出现相反方向的感应电动势。在小锤式断续器中，当电路开断时，小锤与螺丝钉之间出现火花，这火花使电流持续一段时间。因此，开断时间也就延长了。为了减小火花，缩短开断时间，在线路中加装一个电容器C，将它的一个极与小锤连接，另一个极接到螺丝钉的支柱上。电路开断的瞬间产生的感应电流集中到电容器里。电容器两极板带电，减小了裂口处的火花，电路开断就会进行得很快。

作业：13、16