ගණිතය

11 ශ්‍රේණිය

I කොටස

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සියලු ම පෙළපොත් ඉලෙක්ට්‍රොනික් මාධ්‍යයෙන් ලබා ගැනීමට www.edupub.gov.lk වෙබ් අඩවියට පිවිසෙන්න.

පළමුවන මුද්‍රණය 2015
දෙවන මුද්‍රණය 2016
තුන්වන මුද්‍රණය 2017
හතරවන මුද්‍රණය 2018
පස්වන මුද්‍රණය 2019

ISBN 978-955-25-0409-9

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
පානළුව, පාදුක්ක පිහිටි රජයේ මුද්‍රණ නීතිගත සංස්ථාවේ
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත්කරන ලදි.

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය

ශ්‍රී ලංකා මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා
ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා
අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා
පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා
නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
ඔබ වේ අප විද්‍යා ඔබ ම ය අප සත්‍යා
ඔබ වේ අප ශක්ති අප හද තුළ භක්ති
ඔබ අප ආලෝකේ අපගේ අනුප්‍රාණේ
ඔබ අප ජීවන වේ අප මුක්තිය ඔබ වේ
නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා
ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා
එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා
යමු යමු වී නොපමා
ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

“අලුත් වෙමින්, වෙනස් වෙමින්, නිවැරැදි දැනුමෙන්
රටට වගෙ ම මුළු ලොවට ම වෙන්න නැණ පහන්”

<u>ගරු අධ්‍යාපන අමාත්‍යතුමාගේ පණිවුඩය</u>

ගෙවී ගිය දශක දෙකකට ආසන්න කාලය ලෝක ඉතිහාසය තුළ සුවිශේෂී වූ තාක්ෂණික වෙනස්කම් රැසක් සිදුවූ කාලයකි. තොරතුරු තාක්ෂණය, සන්නිවේදනය ප්‍රමුඛ කරගත් සෙසු ක්ෂේත්‍රවල ශීඝ්‍ර දියුණුවත් සමඟ වත්මන් සිසු දරු දැරියන් හමුවේ නව අභියෝග රැසක් නිර්මාණය වී තිබේ. අද සමාජයේ පවතින රැකියාවල ස්වභාවය නුදුරු අනාගතයේ දී සුවිශේෂී වෙනස්කම් රැසකට ලක් වනු ඇත. එවන් වටපිටාවක් තුළ නව තාක්ෂණික දැනුම සහ බුද්ධිය කේන්ද්‍ර කරගත් සමාජයක වෙනස් ආකාරයේ රැකියා අවස්ථා ද ලක්ෂ ගණනින් නිර්මාණය වනු ඇත. ඒ අනාගත අභියෝග ජයගැනීම වෙනුවෙන්, ඔබ සවිබල ගැන්වීම අධ්‍යාපන අමාත්‍යවරයා ලෙස මගේත්, අප රජයේත් ප්‍රමුඛ අරමුණයි.

නිදහස් අධ්‍යාපනයේ මාහැඟි ප්‍රතිලාභයක් ලෙස නොමිලේ ඔබ අතට පත් වන මෙම පොත මනාව පරිශීලනය කිරීමත්, ඉන් අවශ්‍ය දැනුම උකහා ගැනීමත් ඔබේ ඒකායන අරමුණ විය යුතු ය. එමෙන් ම ඔබේ මවුපියන් ඇතුළු වැඩිහිටියන්ගේ ශ්‍රමයේ සහ කැපකිරීමේ ප්‍රතිඵලයක් ලෙස රජය විසින් නොමිලේ පාසල් පෙළපොත් ඔබ අතට පත් කරනු ලබන බව ද ඔබ වටහා ගත යුතු ය.

ලෝකය වේගයෙන් වෙනස් වන වටපිටාවක, නව ප්‍රවණතාවලට ගැළපෙන අයුරින් නව විෂය මාලා සකස් කිරීමටත්, අධ්‍යාපන පද්ධතිය තුළ තීරණාත්මක වෙනස්කම් සිදු කිරීම සඳහාත් රජයක් ලෙස අප කටයුතු කරන්නේ රටක අනාගතය අධ්‍යාපනය මතින් සිදු වන බව අප හොඳින් ම අවබෝධ කරගෙන සිටින බැවිනි. නිදහස් අධ්‍යාපනයේ උපරිම ප්‍රතිඵල භුක්ති විඳිමින්, රටට පමණක් නොව ලොවට ම වැඩදායී ශ්‍රී ලාංකික පුරවැසියකු ලෙස නැඟී සිටින්නට ඔබ ද අදිටන් කරගත යුතු වන්නේ එබැවිනි. ඒ සඳහා මේ පොත පරිශීලනය කිරීමෙන් ඔබ ලබන දැනුම ද ඉවහල් වනු ඇති බව මගේ විශ්වාසයයි.

රජය ඔබේ අධ්‍යාපනය වෙනුවෙන් වියදම් කරන අතිවිශාල ධනස්කන්ධයට වටිනාකමක් එක් කිරීම ද ඔබේ යුතුකමක් වන අතර, පාසල් අධ්‍යාපනය හරහා ඔබ ලබා ගන්නා දැනුම හා කුසලතා ඔබේ අනාගතය තීරණය කරන බව ද ඔබ හොඳින් අවබෝධ කර ගත යුතු ය. ඔබ සමාජයේ කුමන තරාතිරමක සිටිය ද සියලු බාධා බිඳ දමමින් සමාජයේ ඉහළ ම ස්තරයකට ගමන් කිරීමේ හැකියාව අධ්‍යාපනය හරහා ඔබට හිමි වන බව ද ඔබ හොඳින් අවධාරණය කර ගත යුතු ය.

එබැවින් නිදහස් අධ්‍යාපනයේ උපරිම ප්‍රතිඵල ලබා, ගෞරවනීය පුරවැසියකු ලෙස ඔබට හෙට ලොව දිනන්නටත් දේශ දේශාන්තරවල පවා ශ්‍රී ලාංකේය නාමය බබළවන්නටත් හැකි වේවා! යි අධ්‍යාපන අමාත්‍යවරයා ලෙස මම ශුභ ප්‍රාර්ථනය කරමි.

අකිල විරාජ් කාරියවසම්

අධ්‍යාපන අමාත්‍ය

පෙරවදන

ලෝකයේ ආර්ථික, සමාජීය, සංස්කෘතික හා තාක්ෂණික සංවර්ධනයත් සමඟ අධ්‍යාපන අරමුණු වඩා සංකීර්ණ ස්වරූපයක් ගනී. මිනිස් අත්දැකීම්, තාක්ෂණික වෙනස්වීම්, පර්යේෂණ සහ නව දර්ශක ඇසුරෙන් ඉගෙනීමේ හා ඉගැන්වීමේ ක්‍රියාවලිය ද නවීකරණය වෙමින් පවතියි. එහිදී ශිෂ්‍ය අවශ්‍යතාවලට ගැළපෙන ලෙස ඉගෙනුම් අත්දැකීම් සංවිධානය කරමින් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පවත්වාගෙන යාම සඳහා විෂය නිර්දේශයේ දැක්වෙන අරමුණුවලට අනුකූලව, විෂයානුබද්ධ කරුණු ඇතුළත්ව පෙළපොත සම්පාදනය වීම අවශ්‍ය ය. පෙළපොත යනු ශිෂ්‍යයාට ඉගෙනීමේ උපකරණයක් පමණක් නොවේ. එය ඉගෙනුම් අත්දැකීම් ලබා ගැනීමටත් නැණ ගුණ වර්ධනයටත් චර්යාමය හා ආකල්පමය වර්ධනයක් සහිතව ඉහළ අධ්‍යාපනයක් ලැබීමටත් ඉවහල් වන ආශීර්වාදයකි.

නිදහස් අධ්‍යාපන සංකල්පය යථාර්ථයක් බවට පත්කරමින් 1 ශ්‍රේණියේ සිට 11 ශ්‍රේණිය දක්වා සියලු ම පෙළපොත් රජයෙන් ඔබට තිළිණ කෙරේ. එම ග්‍රන්ථවලින් උපරිම ඵල ලබන අතර ම ඒවා රැක ගැනීමේ වගකීම ද ඔබ සතු බව සිහිපත් කරමි. පූර්ණ පෞරුෂයකින් හෙබි, රටට වැඩදායී යහපත් පුරවැසියකු වීමේ පරිචය ලබා ගැනීමට මෙම පෙළපොත ඔබට උපකාරී වෙතැයි මම අපේක්ෂා කරමි.

මෙම පෙළපොත් සම්පාදනයට දායක වූ ලේඛක, සංස්කාරක හා ඇගයුම් මණ්ඩල සාමාජික මහත්ම මහත්මීන්ටත් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ කාර්ය මණ්ඩලයටත් මාගේ ස්තුතිය පළ කර සිටිමි.

ඩබ්ලිව්. එම්. ජයන්ත වික්‍රමනායක,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව,
ඉසුරුපාය,
බත්තරමුල්ල.
2019.04.10

නියාමනය හා අධීක්ෂණය

ඩබ්ලිව්.එම්. ජයන්ත වික්‍රමනායක මයා	-	අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම

ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි මිය	-	අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් (සංවර්ධන) අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය

තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ මිය	-	සහකාර කොමසාරිස් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සංස්කාරක මණ්ඩලය

ආචාර්ය ඩී.කේ. මල්ලව ආරච්චි මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය රොමේන් ජයවර්ධන මිය	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය ශ්‍රී ධරන් මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
බී.ඩී. චිත්තානන්ද බියන්විල මයා	-	අධ්‍යක්ෂ, ගණිතය අංශය, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
ජී.පී.එච්. ජගත් කුමාර මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ මිය	-	සහකාර කොමසාරිස් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය

එච්.එම්.ඒ. ජයසේන මයා	-	ගුරු උපදේශක, (විශ්‍රාමික)
වයි.වී.ආර්. විතාරම මයා	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, දෙහිඕවිට
ඩබ්.එම්.ඩබ්.සී වලිසිංහ මයා	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, කෑගල්ල
අජිත් රණසිංහ මයා	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, හෝමාගම
අනුර ඩී. වීරසිංහ මයා	-	ගුරු උපදේශක, (පිරිවෙන්), මාතර දිස්ත්‍රික්කය
ඩබ්ලිව්.එම්.ඩී. ලාල් විජේකාන්ත මයා	-	ගුරු සේවය, ශාන්ත තෝමස් විද්‍යාලය, ගල්කිස්ස
ආචාර්ය රෝචනා මීගස්කුඹුර මිය	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය ජේ. රත්නායක මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය ජයන්ත සේනාධීර මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය ආර්. ටී. සමරතුංග මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
අයි.එන්. වාගීෂමූර්ති මයා	-	අධ්‍යක්ෂ, (විශ්‍රමික)
ආර්.එස්.ඊ. පුෂ්පරාජන් මයා	-	සහකාර අධ්‍යක්ෂ,කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, පුත්තලම
වී. මුරලි මයා	-	ගුරු අධ්‍යාපනඥ සේවය, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය,වවුනියාව

භාෂා සංස්කරණය

ජයත් පියදසුන් මයා	-	මාධ්‍යවේදී, කර්තෘ මණ්ඩලය - සිළුමිණ

සෝදුපත් කියවීම

ඩී.යූ. ශ්‍රීකාන්ත එදිරිසිංහ මයා	-	ගුරු සේවය, ගොඩගම සුභාරතී මහාමාත්‍ය මහා විද්‍යාලය,

රූපසටහන් පිටකවර නිර්මාණය පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය

ආර්.ඩී. තිළිණි සෙව්වන්දි මෙය බී.ටී. චතුරාණි පෙරේරා මිය	-	පරිගණක සහායක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්පාදක මණ්ඩල සටහන

2015 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන නව විෂය නිර්දේශයට අනුකූලව මෙම පෙළපොත රචනා කර ඇත.

පෙළපොත සම්පාදනය කෙරෙන්නේ සිසුන් වෙනුවෙනි. එබැවින්, ඔබට තනිව කියවා වුව ද තේරුම් ගත හැකි පරිදි සරල ව සහ විස්තරාත්මක ව එය රචනා කිරීමට උත්සාහ ගත්තෙමු.

විෂය සංකල්ප ආකර්ශනීය අන්දමින් ඉදිරිපත් කිරීම සහ තහවුරු කිරීම සඳහා, විස්තර කිරීම්, ක්‍රියාකාරකම්, සහ නිදසුන් වැනි විවිධ ක්‍රම අනුගමනය කළෙමු. තව ද, අභ්‍යාස කිරීමේ රුචිකත්වය වර්ධනය වන පරිදි ඒවා සරල සිට සංකීර්ණ දක්වා අනුපිළිවෙළින් පෙළ ගස්වා තිබේ.

ගණිත විෂයයට අදාළ සංකල්ප දැක්වෙන පද, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව සම්පාදනය කරන ගණිතය පාරිභාෂික පදමාලාවට අනුකූලව භාවිත කළෙමු.

විෂය නිර්දේශයේ 11 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් ඉගෙන ගැනීමට මින් පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් යම් යම් විෂය කරුණු අවශ්‍ය වේ. එබැවින් එම පෙර දැනුම සිහි කිරීම පිණිස පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස සෑම පරිච්ඡේදයකම ආරම්භයේ දැක්වෙයි. ඒවා මගින් 11 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් සඳහා ඔබව සූදානම් කෙරෙනු ඇත.

ඊට අමතරව 10 ශ්‍රේණියෙහි පෙළපොත සිසුන් ළඟ තිබෙන බැවින් පෙර දැනුම අවශ්‍ය වන විටදී එය ද භාවිතයට ගනු ඇතැයි අපි බලාපොරොත්තු වෙමු.

පන්තියේ දී ගුරුවරයා විසින් ඉගැන්වීමට පෙර, ඔබ මේ පරිච්ඡේද කියවීමෙන් සහ ඒ ඒ පරිච්ඡේදයේ එන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස කිරීමෙන්, මේ පොත භාවිතයෙන් උපරිම ඵල ලැබිය හැකි ය.

ගණිත අධ්‍යාපනය ප්‍රීතිමත් සහ ඵලදායක වන්නැයි අපි ප්‍රාර්ථනා කරමු.

සම්පාදක මණ්ඩලය

පටුන

1 තාත්වික සංඛ්‍යා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- සංඛ්‍යා කුලක විශ්ලේෂණය කිරීමට
- කරණි ආශ්‍රිත ව මූලික ගණිත කර්ම හැසිරවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

1.1 සංඛ්‍යා වර්ගීකරණය

සංඛ්‍යා පිළිබඳ සංකල්පය මානව වර්ගයා තුළ ජනිත වූයේ මීට වසර 30 000කට පමණ පෙර යැයි විශ්වාස කෙරේ. විවිධ ශිෂ්ටාචාර තුළ ස්වාධීන ව උත්පත්තිය හා වර්ධනය සිදු වූ මෙම සංකල්පය මුළු ලොව පුරා විකසනය වී, අද වන විට 'ගණිතය' නමැති පොදු විශ්වීය විෂය ක්ෂේත්‍රයක් බවට පත් ව ඇත.

මුල් අවධියෙහි දී ශිෂ්ටාචාර තුළ සංඛ්‍යා යොදා ගන්නට ඇත්තේ ගණන් කිරීම හා ගණන් තැබීම වැනි සරල කටයුතු සඳහා යැයි සිතිය හැකි ය. මුලින් ම පහළ වූ සංඛ්‍යාමය සංකල්ප "එක" හා "දෙක" බවට සැක නැත. ඉන් පසු එය, "තුන", "හතර" යනාදි ලෙස වර්ධනය වන්නට ඇත. මේ ආකාරයට තමන් "කැමති ප්‍රමාණයක්" නම් කිරීමට හැකි බව ද පසු කලෙක දී අවබෝධ කර ගන්නට ඇත. මෙම නම් කිරීම සඳහා විවිධ ශිෂ්ටාචාර තුළ විවිධ සංකේත යොදාගැනිණි.

ඓතිහාසික සාක්ෂි අනුව, අද අප භාවිත කරන 1, 2, 3 ආදි සංඛ්‍යාංක භාවිතයෙහි ආරම්භය ඉන්දියාව ලෙස පිළිගැනේ. එපමණක් නොව, ශූන්‍යය නමැති සංකල්පය සංඛ්‍යාවක් ලෙස භාවිත කිරීමේත් ස්ථානීය අගය මත පදනම් වූ සංඛ්‍යා පද්ධතියක් නිර්මාණය කිරීමේත් ගෞරවය ඉන්දියාවට හිමි වේ. මෙම සංඛ්‍යා පද්ධතිය හින්දු - අරාබි සංඛ්‍යා පද්ධතිය ලෙස අද හැඳින්වෙන අතර එහි භාවිතය වෙළෙඳුන් මාර්ගයෙන් මැද පෙරදිගටත්, එතැනින් යුරෝපයටත් පැතිරුණු බව නූතන පිළිගැනීම යි. වර්තමානය වන විට මෙම සංඛ්‍යා පද්ධතිය සම්මත පොදු සංඛ්‍යා පද්ධතිය ලෙස මුළු ලොවෙහි ම පිළිගැනේ.

සංඛ්‍යා භාවිතයට අදාළ ව මිනිස් පරිණාමයේ සිදු වූ මහත් පෙරළියක් ලෙස, සංඛ්‍යා භාවිතයෙන් මූලික ගණිත කර්ම සිදු කිරීම (එකතු කිරීම, අඩු කිරීම, ගුණ කිරීම හා බෙදීම) දැක්විය හැකි ය. අද වැනි තාක්ෂණික ලෝකයක සංඛ්‍යා හා ඒ මත සිදු කෙරෙන ගණිත කර්මවලින් තොර මානව පැවැත්මක් පිළිබඳ සිතා ගැනීමට පවා අසීරු ය.

මානව අවශ්‍යතා සඳහා මුලින් ම යොදා ගැනුණු සංඛ්‍යා ලෙස 1, 2, 3 යනාදිය දැක්විය හැකි වුවත් පසු කලෙක දී ශූන්‍යය, භාග සංඛ්‍යා හා ඍණ සංඛ්‍යා ද ඊට ඇතුළත් විය. ගණිතය වෙනම ම විෂයක් ලෙස දියුණු වෙමින් පවතින කාලයේ දී තවත් විවිධාකාරයේ සංඛ්‍යා වර්ග (කුලක) පිළිබඳව ගණිතඥයන්ගේ අවධානය යොමු විය. මෙම පාඩම තුළ දී අප බලාපොරොත්තු වන්නේ එවැනි විවිධ සංඛ්‍යා කුලක පිළිබඳවත් ඒවායේ අංකන ක්‍රම හා ගුණ පිළිබඳවත් ඉගෙනීමට ය.

නිඛිල කුලකය ($\mathbb{Z}$)

ස්වභාවයෙන් ම, අප මුලින් ම හඳුනාගන්නේ 1, 2, 3, ... ලෙස අප කුඩා කල මුලින් ම ඉගෙනගත් සංඛ්‍යා ය. මෙම සංඛ්‍යා **ගණින සංඛ්‍යා** ලෙස හැඳින්වෙන අතර, ඒවා සියල්ල අඩංගු කුලකය, කුලක අංකනයෙන් මෙසේ ලියනු ලැබේ.

$$\{1, 2, 3, ...\}$$

ගණින සංඛ්‍යා යන නම ලැබීමට හේතුව ඉතා පැහැදිලි ය. එසේ නමුත්, නූතන ගණිත ව්‍යවහාරයේ මෙම නම භාවිත වන්නේ විරල වශයෙනි. මෙම කුලකය සඳහා බොහෝ විට භාවිත වන නම වන්නේ "**ධන නිඛිල කුලකය**" යන්න යි. එම කුලකය $\mathbb{Z}^+$ මගින් අංකනය කෙරේ. එනම්,

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$$

මේ අනුව, 1, 2, 3, ... සංඛ්‍යාවලට ධන නිඛිල යැයි කියනු ලැබේ.

සෘණ නිඛිල ලෙස අර්ථ දැක්වෙන්නේ $-1, -2, -3, ...$ ආදි සංඛ්‍යා ය. මෙම කුලකය අංකනය කිරීම සඳහා සුලභව යෙදෙන සංකේතයක් නොමැති වුවත් සමහර ගණිතඥයන් විසින්, තම විෂය ක්ෂේත්‍රයේ අවශ්‍යතා අනුව, ඒ සඳහා $\mathbb{Z}^-$ යන සංකේතය භාවිත කෙරේ.

නිඛිල ලෙස හැඳින්වෙන්නේ ධන නිඛිල, ශූන්‍යය හා සෘණ නිඛිල යන සියලු සංඛ්‍යා ය. එම කුලකය $\mathbb{Z}$ මගින් අංකනය කෙරේ. මේ අනුව,

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

ලෙස හෝ

$$\mathbb{Z} = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, ...\}$$

ලෙස අංකනය කළ හැකි ය.

ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා කුලකය ($\mathbb{N}$)

මීළඟට අප නැවතත් 1, 2, 3, ... ආදි වශයෙන් වූ සංඛ්‍යා කුලකය සලකමු. මෙම සංඛ්‍යා කුලකය **ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා** කුලකය ලෙස ද හැඳින්වෙන අතර, එය $\mathbb{N}$ මගින් අංකනය කෙරේ. එනම්,

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}.$$

සටහන: ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා ලෙස සලකනු ලබන්නේ කුමන සංඛ්‍යා දැයි යන්න පිළිබඳව ගණිතඥයන් අතර පොදු එකඟතාවක් නොමැත. ප්‍රකෘති යන්නෙහි අදහස "ස්වාභාවික" යන්න යි; ඒ අනුව, ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා යන යෙදුම 1, 2, 3, ... ආදි සංඛ්‍යා සඳහා යෝග්‍ය

බව පෙනේ. එහෙත්, සමහර ගණිතඥයන් විසින් (විශේෂයෙන්, කුලකවාදය පිළිබඳ විශේෂඥයන්) තම පොත්පත්වල, යම් හේතුන් නිසා, 0 ද ප්‍රකෘති සංඛ්‍යාවක් ලෙස සලකන ලදි. ශුන්‍ය හා ධන නිඛිල අඩංගු කුලකය අංකනය කිරීම සඳහා ඒ වන විට පිළිගත් නමක් හා සංකේතයක් නොතිබීම ද එයට හේතු වූවා විය හැකි ය. එහෙත් සංඛ්‍යාවාදය පිළිබඳ ව ලියැවුණු පොත්වල බොහෝ විට ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා ලෙස 1, 2, 3, ... සංඛ්‍යා කුලකය සලකන බව පෙනේ. කෙසේ නමුත්, අද කාලයේ ලියැවෙන සෑම පොතපතක ම පාහේ කර්තෘන් විසින් තමන් ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා ලෙස සලකනු ලබන්නේ කුමන සංඛ්‍යා ද යන්න මුලින් ම සඳහන් කෙරේ.

පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය ($\mathbb{Q}$)

නිඛිල මෙන් ම භාග ද සංඛ්‍යා ලෙස සැලකිය හැකි බවත් භාග සඳහා ද එකතු කිරීම, ගුණ කිරීම ආදී ගණිත කර්ම සිදු කළ හැකි බවත් අපි දැක ඇත්තෙමු. සෑම නිඛිලයක් ම ද භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ලිවිය හැකි ය (නිදසුනක් ලෙස $2 = \frac{2}{1}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය). එසේ ම, එක ම සංඛ්‍යාත්මක අගය සහිත භාග වෙනස් ආකාරවලින් ලිවිය හැකි ය (නිදසුනක් ලෙස $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$). ඍණ භාග ද අපි දැක ඇත්තෙමු ($-\frac{2}{5}$, $-\frac{11}{3}$ ආදිය). අප සාමාන්‍යයෙන් භාග සංඛ්‍යාවක හරයේ හා ලවයේ නිඛිල තිබිය යුතු යැයි සිතා සිටියත් එය එසේ නොවේ. නිදසුනක් ලෙස, $\frac{3}{\sqrt{2}}$ යන්න ද භාග සංඛ්‍යාවකි. එහෙත්, හරයේ හා ලවයේ **නිඛිල සහිත භාග** (හරයේ 0 නොමැති විට) ගණිතයේ දී විශේෂ වැදගත්කමක් ගන්නා අතර, එම සංඛ්‍යා **පරිමේය සංඛ්‍යා** ලෙස හැඳින්වේ. එම සංඛ්‍යා කුලකය $\mathbb{Q}$ මගින් අංකනය කෙරේ. කුලක ජනන ආකාරය යොදා ගනිමින්, පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය මෙසේ අර්ථ දැක්විය හැකි ය:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ හා } b \neq 0 \right\}.$$

පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය අර්ථ දැක්විය හැකි තවත් ආකාර ද පවතී. ඉන් එක් ආකාරයක් නම්,

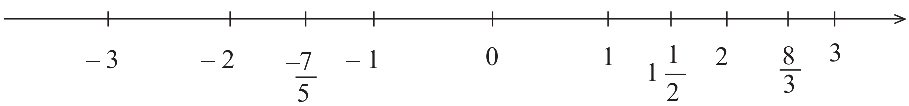
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^{+} \right\}.$$

මෙම අර්ථ දැක්වීම් දෙක ම එකිනෙකට තුල්‍ය වේ. එයට හේතුව (පරිමේය සංඛ්‍යාවක හරයේ 0 තිබිය නොහැකි නිසාත්, ඍණ පරිමේය සංඛ්‍යා සියල්ල ලවයේ ඍණ නිඛිලවලින් ලැබෙන නිසාත් ය.

අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය ($\mathbb{Q}'$)

දැන්, අපරිමේය සංඛ්‍යා යනු මොනවාදැයි හඳුනා ගනිමු. අප මීට ඉහත වසරවල දී සංඛ්‍යා රේඛාවක් ඇඳ සංඛ්‍යා පිළිබඳ ඉගෙනගත් ආකාරය ඔබට මතක ද? ඒ පිළිබඳ ව නැවතත් මතක් කර ගනිමු.

දෙපසට ම අවශ්‍ය තරම් දික් කළ හැකි සරල රේඛාවක් සලකමු. එම රේඛාව මත කැමති ලක්ෂ්‍යයක් 0 ලෙස නම් කරමු. එම 0න් එක් පසක (සාමාන්‍යයෙන් දකුණු පසින්) සමාන දුරින් 1, 2, 3, ... ආදි සියලු ධන නිඛිලවලට අදාළ ලක්ෂ්‍යත් අනෙක් පස – 1, – 2, – 3, ... ආදි සියලු ඍණ නිඛිලවලට අදාළ ලක්ෂ්‍යත් ලකුණු කර ඇතැයි සිතමු. එනම්, නිඛිල සියල්ල මෙම රේඛාව මත ලක්ෂ්‍යවලින් දක්වා ඇත. ඉන් පසු සියලු පරිමේය සංඛ්‍යාවලට අදාළ ලක්ෂ්‍ය ද මෙම රේඛාව මත ලකුණු කළේ යැයි සිතමු. පහත රූපයේ එසේ ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍ය ගණනාවක් දැක්වේ.



ඒ අනුව, මෙම රේඛාව මත සියලු පරිමේය සංඛ්‍යා (නිඛිල ද ඇතුළුව) ලකුණු කොට අවසන්ව ඇත. දැන් රේඛාව මත සෑම ලක්ෂ්‍යයකට ම අනුරූප සංඛ්‍යාවක් ලකුණු වී ඇතැයි ඔබ සිතනවා ද? වෙනත් අයුරකින් ඇසුව හොත්, රේඛාව ඔස්සේ 0 සිට ඇති සෑම දුරක් ම පරිමේය සංඛ්‍යාවක් ලෙස ලිවිය හැකි යැයි ඔබ සිතනවා ද? ඇත්ත වශයෙන් ම තවත් ලක්ෂ්‍ය ලකුණු නොවී ඉතිරි වී ඇත. එනම්, පරිමේය සංඛ්‍යාවකින් නිරූපණය කළ නොහැකි ලක්ෂ්‍ය (සංඛ්‍යා) ද මෙම රේඛාව මත ඉතිරි වී ඇත. මෙම ලකුණු නොවී ඉතිරි වූ ලක්ෂ්‍ය වන්නේ, a හා b නිඛිල වන, $\frac{a}{b}$ ආකාරයෙන් ලිවීමට **නොහැකි** ලක්ෂ්‍ය බව පැහැදිලි ය. එසේ ලකුණු නොවී ඉතිරි වූ ලක්ෂ්‍ය (සංඛ්‍යා) **අපරිමේය සංඛ්‍යා** ලෙස හැඳින්වේ.

අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය නිරූපණය කිරීම සඳහා වෙන ම සංකේතයක් නොමැති අතර, එය සාමාන්‍යයෙන් $\mathbb{Q}$ හි අනුපූරක කුලකය වන $\mathbb{Q}'$ මගින් දැක්වේ.

අපරිමේය සංඛ්‍යා සඳහා උදාහරණ ලෙස, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ යනාදි සංඛ්‍යා දැක්විය හැකි ය.

ඇත්ත වශයෙන් ම පූර්ණ වර්ගයක් නොවන ඕනෑ ම ධන නිඛිලයක වර්ගමූලය අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ. මේ හැර, ඕනෑ ම වෘත්තයක පරිධිය එහි විෂ්කම්භයට දරන අනුපාතය වන π යන්න ද අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් බව ගණිතඥයන් විසින් ඔප්පු කර ඇත. π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස ගනු ලබන්නේ ගණනය කිරීමේ පහසුව තකා ආසන්න අගයක් ලෙස ය.

තාත්වික සංඛ්‍යා කුලකය (ℝ)

ඉහත සාකච්ඡාවට අනුව, සංඛ්‍යා රේඛාව මත පිහිටි සියලු ලක්ෂ්‍ය පරිමේය සංඛ්‍යා හෝ අපරිමේය සංඛ්‍යා ලෙස නිරූපණය කළ හැකි ය. මෙම පරිමේය හා අපරිමේය සංඛ්‍යා සියල්ලම, එනම් රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය (සංඛ්‍යා) සියල්ලටම පොදුවේ **තාත්වික සංඛ්‍යා** යැයි කියනු ලැබේ. එම තාත්වික සංඛ්‍යා කුලකය $\mathbb{R}$ මගින් අංකනය කෙරේ.

සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණය

ඕනෑ ම තාත්වික සංඛ්‍යාවක් දශම නිරූපණයක් ලෙස දැක්විය හැකි ය. මුලින් ම, නිදසුනක් ලෙස පරිමේය සංඛ්‍යා කිහිපයක දශම නිරූපණය බලමු.

1. **පරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණය**

$$4 = 4.000\ldots$$

$$\frac{1}{2} = 0.5 = 0.5000\ldots$$

$$\frac{11}{8} = 1.375 = 1.375000\ldots$$

$$\frac{211}{99} = 2.131313\ldots$$

$$\frac{767}{150} = 5.11333\ldots$$

$$\frac{37}{7} = 5.285714285714285714\ldots$$

මෙම දශම නිරූපණවලට ඇති පොදු ගුණයක් නම් දශම තිතෙන් යම් අවස්ථාවකට පසු (හෝ මුල සිට ම) එක ම සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩයක් (හෝ එක් සංඛ්‍යාංකයක්) සමාවර්තනය වීම යි.

සමාවර්තනය වීම යනු සම දුරින් නැවත නැවත යෙදීම යි.

නිදසුන් ලෙස, 4 හි 0 සංඛ්‍යාංකය පළමු දශමස්ථානයේ සිට ම සමාවර්තනය වේ; $\frac{1}{2}$ හි දශම නිරූපණයෙහි 0 සංඛ්‍යාංකය දෙවන දශමස්ථානයේ සිට සමාවර්තනය වේ; $\frac{211}{99}$ හි 13 සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩය මුල සිට ම සමාවර්තනය වේ; $\frac{37}{7}$ හි 285714 සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩය මුල සිට ම සමාවර්තනය වේ. මෙම ගුණය, එනම්: යම් සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩයක් (හෝ කට්ටියක්) අඛණ්ඩව සමාවර්තනය වීම සෑම පරිමේය සංඛ්‍යාවකට ම පොදු ගුණයකි. මෙසේ සමාවර්තනය වන කොටස 0 නම්, එවැනි දශම **අන්ත දශම** ලෙස හැඳින්වෙන අතර, සමාවර්ත වන කොටස 0 නොවන දශම **සමාවර්ත දශම** ලෙස හැඳින්වේ. ඒ අනුව ඉහත නිදසුනේ ඇති 4, $\frac{1}{2}$ හා $\frac{11}{8}$ **අන්ත දශම** වන අතර, අනෙක්වා සියල්ල **සමාවර්ත දශම** වේ.

මේ අනුව, අපට පහත ප්‍රකාශය කළ හැකි ය:

සෑම පරිමේය සංඛ්‍යාවක් ම අන්ත දශමයක් හෝ සමාවර්ත දශමයක් ලෙස ලිවිය හැකි ය.

පරිමේය සංඛ්‍යා පිළිබඳ අපූරු ප්‍රතිඵලයක් දැන් ඉගෙන ගනිමු. යම් $\frac{a}{b}$ පරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණය අන්ත දශමයක් යැයි සිතමු. a හා b හි පොදු සාධක නැතැයි ද ගනිමු. එවිට හරයේ (එනම් b හි) සාධක ලෙස ඇත්තේ 2 හෝ 5 (හෝ 2 හා 5 යන දෙක ම) පමණක් විය යුතු ය. ඒ අනුව, සමාවර්ත දශමයක් වන පරිමේය සංඛ්‍යාවක 2 හා 5 හැර වෙනත් ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් හරයෙහි සාධකයක් ලෙස තිබිය යුතු ම ය.

සමාවර්ත දශම ලිවීමේ දී පහත නිදසුන්වල දැක්වෙන ආකාරයට, සමාවර්තනය වන සංඛ්‍යාංකවලට ඉහළින් තිතක් තබා කැටි කර දක්වනු ලැබේ.

සමාවර්ත දශමය	කැටි කළ ආකාරයෙන් දැක්වීම
12.4444 ...	$12.\dot{4}$
2.131313...	$2.\dot{1}\dot{3}$
5.11333...	$5.11\dot{3}$
5.285714285714285714...	$5.\dot{2}8571\dot{4}$

1.1 අභ්‍යාසය

1. හරය පරීක්ෂා කිරීමෙන් පහත දී ඇති එක් එක් පරිමේය සංඛ්‍යාව අන්ත දශමයක් වේ ද, නැත හොත් සමාවර්ත දශමයක් වේ ද යන්න සඳහන් කරන්න. සමාවර්ත දශම වන භාග, දශම ආකාරයෙන් හා කැටි කළ ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\frac{3}{4}$ **b.** $\frac{5}{5}$ **c.** $\frac{5}{9}$ **d.** $\frac{3}{7}$ **e.** $\frac{5}{21}$ **f.** $\frac{7}{32}$

g. $\frac{19}{33}$ **h.** $\frac{13}{50}$ **i.** $\frac{7}{64}$ **j.** $\frac{5}{18}$ **k.** $\frac{15}{128}$ **l.** $\frac{41}{360}$

2. අපරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණය

දැන් අපි, අවසාන වශයෙන්, අපරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණය සලකා බලමු. අපරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණය තුළ කිසිදු සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩයක සමාවර්තනයක් සිදු නො වේ. නිදසුනක් ලෙස, $\sqrt{2}$ හි අගය දශමස්ථාන 60ක් දක්වා ගණනය කළ විට මෙසේ ලැබේ.

1.414213562373095048801688724209698078569671875376948073176679

අපට නිතර හමු වන සංඛ්‍යාවක් වන π ද අපරිමේය සංඛ්‍යාවකි. π හි අගය දශමස්ථාන 60ක් දක්වා ගණනය කළ විට මෙසේ ය:

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944

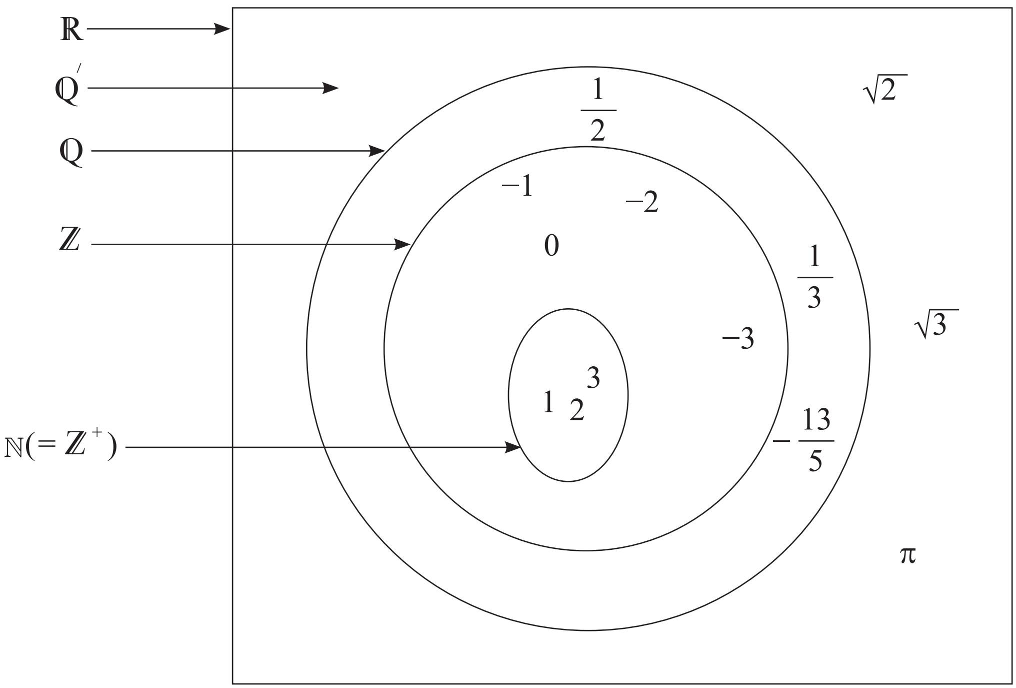
අපරිමේය සංඛ්‍යා පිළිබඳ ව පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශය කළ හැකි ය:

අපරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණයේ සමාවර්තනය වන සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩ නොමැත.
දශම නිරූපණය අන්ත දශමයක් නොවන සංඛ්‍යාවල දශම නිරූපණවලට **අනන්ත දශම** නිරූපණ යැයි කියනු ලැබේ. ඒ අනුව සමාවර්ත දශම සහිත පරිමේය සංඛ්‍යාවලට හා අපරිමේය සංඛ්‍යාවලටත් අනන්ත දශම නිරූපණ ඇත. වෙනත් අයුරකින් පැවසුවහොත්, සමාවර්ත නොවන අනන්ත දශම නිරූපණ ඇත්තේ අපරිමේය සංඛ්‍යාවලට ය.

සටහන: අපරිමේය සංඛ්‍යාවල දශම නිරූපණය පිළිබඳ විස්තර කිරීමේ දී සිදු වන සුලභ දෝෂයක් නම් "අපරිමේය සංඛ්‍යාවක දශම නිරූපණයෙහි කිසිදු රටාවක් නොමැත" යන්න යි. 'රටාව' යන වචනය ගණිතයේ දී හොඳින් අර්ථ දැක්වී නොමැති වීම මෙහි ඇති ගැටලුව යි. නිදසුනක් ලෙස, පහත ලියා ඇති දශම සංඛ්‍යාවට පැහැදිලි රටාවක් ඇත.

$$0.1010010001000010000001...$$

එසේ නමුත් මෙය අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ. මෙහි සමාවර්තනය වන සංඛ්‍යාංක ඛණ්ඩයක් නොමැති බව නිරීක්ෂණය කරන්න.
තාත්වික සංඛ්‍යා කුලකය, සර්වත්‍ර කුලකය ලෙස ගෙන, මෙතෙක් උගත් සංඛ්‍යා කුලක සියල්ල, එහි උපකුලක ලෙස පහත දැක්වෙන පරිදි වෙන් රූප සටහනක දැක්විය හැකි ය. තේරුම් ගැනීමේ පහසුව තකා උපකුලක තුළ තිබිය යුතු අවයව කිහිපය බැගින් ද ලියා ඇත.



1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා පරිමේය ද අපරිමේය ද යන්න නිර්ණය කරන්න.

a. $\sqrt{2}$ **b**. $\sqrt{25}$ **c**. $\sqrt{6}$ **d**. $\sqrt{11}$ **e**. 6.52

2. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල සත්‍ය අසත්‍යතාව නිර්ණය කරන්න.

(a) ඕනෑම තාත්වික සංඛ්‍යාවක් අන්ත දශමයක් හෝ අනන්ත දශමයක් වේ.
(b) අනන්ත දශම නිරූපණ සහිත පරිමේය සංඛ්‍යා පැවතිය හැකි ය.
(c) ඕනෑම තාත්වික සංඛ්‍යාවක් සමාවර්ත දශමයක් හෝ අනන්ත දශමයක් වේ.
(d) 0.010110111011110... යන්න පරිමේය සංඛ්‍යාවකි.

1.2 කරණි

ගණිතයේ දී මූල ලකුණ ලෙස හැඳින්වෙන "$\sqrt{\ }$" යොදා ගනිමින් සංඛ්‍යාත්මක (හා වීජීය) ප්‍රකාශන දැක්වූ අයුරු ඔබට මතක ඇතුවාට සැක නැත. නිදසුනක් ලෙස, $\sqrt{4}$ යන්න "4 හි ධන වර්ගමූලය" ලෙස හැඳින්වූ අතර, එමගින් දැක්වූයේ වර්ග කළ විට 4 ලැබෙන ධන සංඛ්‍යාව යි; එනම් 2 යි. ධන වර්ගමූලය යන්න සරලව වර්ගමූලය ලෙස ද හැඳින් වේ. යම්කිසි x ධන නිඛිලයක වර්ගමූලය වන $\sqrt{x}$ ද ධන නිඛිලයක් වේ නම් එවිට x යනු පරිපූර්ණ වර්ගයක් යැයි කියනු ලැබේ. ඒ අනුව, 4 යනු පරිපූර්ණ වර්ගයකි. $\sqrt{4}$ යන්න 2ට සමාන වේ. එහෙත්, $\sqrt{2}$ යන්න නිඛිලයක් නොවේ. එය ආසන්න වශයෙන් 1.414 බව අපි මීට ඉහත දී දුටුවෙමු. තව ද, $\sqrt{2}$ යනු අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් බව ද අපි මෙම පාඩමේ දී උගත්තෙමු. මෙම $\sqrt{\ }$ ලකුණ යොදාගැනෙන, එහෙත් අගය පරිමේය නොවන ප්‍රකාශන **කරණි** ලෙස හැඳින්වේ.
ඇත්ත වශයෙන් ම, $\sqrt{\ }$ ලකුණ යොදා ගනිමින් වර්ගමූල හැර වෙනත් මූල ද දැක්විය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, $\sqrt[3]{2}$ මගින් දැක්වෙන්නේ 3 වන බලයට නැංවූ විට 2 ට සමාන වන ධන සංඛ්‍යාව යි. එයට 2හි ඝන මූලය යැයි කියනු ලැබේ. එය ද අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වන අතර, එහි අගය ආසන්න වශයෙන් 1.2599 වේ (1.2599^3 හි අගය සෙවීමෙන් ඔබට මෙය සනාථ කරගත හැකි ය). මේ ආකාරයෙන් ම, 2හි හතර වන මූලය, 2හි පස් වන මූලය ආදිය ද අර්ථ දැක්විය හැකි ය. වෙනත් ධන සංඛ්‍යා සඳහා ද මෙසේ අර්ථ දැක්වීම් කළ හැකි ය (නිදසුන් ලෙස $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[6]{8.24}$). එවැනි ප්‍රකාශන ද කරණි වේ. එහෙත් අපි මෙම පාඩමේ දී ධන නිඛිලවල වර්ගමූල සහිත කරණි පමණක් සලකා බලමු.

පරිපූර්ණ වර්ගයක් නොවන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය අන්ත දශමයක් හෝ සමාවර්ත දශමයක් නො වේ. ඒ අනුව කරණි සැමවිට ම අපරිමේය සංඛ්‍යා වේ.

අප මෙහි දී විශේෂයෙන් සලකා බලන්නේ කරණි ආකාරයෙන් ඇති ප්‍රකාශන සුළු කිරීම පිළිබඳව යි. එවැනි සුළු කිරීම් වැදගත් වීමට හේතු ගණනාවක් ඇත. එක් හේතුවක් ලෙස දැක්විය හැක්කේ ගණනය කිරීම පහසු කර ගැනීමයි. නිදසුනක් ලෙස, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ හි අගය

ගණනය කිරීමට ඇති විට, $\sqrt{2}$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලෙස 1.414 යොදා ගත හොත්, $\dfrac{1}{1.414}$ හි අගය සෙවීමට සිදු වේ. මෙම බෙදීම තරමක් දීර්ඝය. එහෙත්, පහත දැක්වෙන ආකාරයට සුළු කරමින් ගණනය කිරීම වඩාත් පහසු ය:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \text{ (භාගයෙහි හරය හා ලවය } \sqrt{2} \text{ න් ගුණ කිරීමෙන්)}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{1.414}{2}$$

$$= 0.707.$$

තවත් හේතුවක් ලෙස, ගණනය කිරීමේ දී වන දෝෂ අවම කර ගැනීම දැක්විය හැකි ය. ඒ සඳහා නිදසුනක් ලෙස, $\dfrac{\sqrt{20}}{2} - \sqrt{5}$ හි අගය සොයමු. මෙහි දී $\sqrt{20}$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලෙස 4.5 ත් $\sqrt{5}$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලෙස 2.2 ත් යොදා ගනිමු. එවිට,

$$\frac{\sqrt{20}}{2} - \sqrt{5} = \frac{4.5}{2} - 2.2 = 2.25 - 2.2 = 0.05$$

එහෙත්, මෙම ප්‍රකාශනයේ සැබෑ අගය වන්නේ 0 ය. මෙසේ වෙනස් පිළිතුරක් ලැබීමට එක් හේතුවක් වූයේ $\sqrt{20}$ හා $\sqrt{5}$ සඳහා ආසන්න අගයක් යොදා ගැනීම වුවත්, දී ඇති ප්‍රකාශනය වෙනස් ආකාරයකට සුළු කිරීමෙන් නිවැරදි අගය වන 0 ලබා ගත හැකි ය (අභ්‍යාසයක් ලෙස මෙය යොදා ඇත).

කරණි සහිත ප්‍රකාශන විවිධ ආකාරයෙන් පවතී.

$\sqrt{20}$ ආකාරයේ කරණියක ඇති විශේෂත්වය නම් මුළු සංඛ්‍යාව ම වර්ගමූල ලකුණ තුළ තිබීමයි. එවැනි කරණි, **අබිල කරණි** ලෙස හැඳින්වේ. $6\sqrt{15}$ ලෙස ලිවීමෙන් අදහස් වන්නේ $6 \times \sqrt{15}$ යන්න යි. එය, කරණියක සහ පරිමේය සංඛ්‍යාවක (1ට අසමාන) ගුණිතය යි. මෙය අබිල කරණියක් නොවේ.

කරණියක් සරල ම ආකාරයෙන් ඇතැයි කියනු ලබන්නේ එය $a\sqrt{b}$ ආකාරයෙන් ලියා ඇති විට ය; මෙහි a යනු පරිමේය සංඛ්‍යාවක් වන අතර, b හි සාධක ලෙස පූර්ණ වර්ග නොමැති විය යුතු ය. නිදසුනක් ලෙස, $6\sqrt{15}$ යන්න සරල ම ආකාරයෙන් ඇති කරණියක් වන අතර $5\sqrt{12}$ සරල ම ආකාරයෙන් නොමැත; එයට හේතුව, 12හි සාධකයක් ලෙස පූර්ණ වර්ගයක් වන 4 තිබීම යි.

දැන්, විවිධාකාරයෙන් කරණි සහිත ප්‍රකාශන සුළු කළ හැකි අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 1

$3\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$ සුළු කරන්න.

මෙහි දී, $\sqrt{5}$ යන්න අඥාතයක් ලෙස සිතා සුළු කළ හැකි ය. ඒ අනුව,

$3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$.

මෙය, $3x + 6x = 9x$ ලෙස සුළු කිරීම වැනි ය. මෙම ප්‍රකාශය කරණි ආකාරයෙන් මීට වඩා සුළු කළ නොහැකි බව නිරීක්ෂණය කරන්න. $\sqrt{5}$ සඳහා ආසන්න අගයක් යොදා ගනිමින් සුළු කිරීම කරණි ආකාරයෙන් සුළු කිරීමක් නොවන වග මතක තබා ගන්න.

මතක තබා ගත යුතු තවත් වැදගත් කරුණක් වන්නේ $3\sqrt{2} + 8\sqrt{3}$ ආකාරයේ ප්‍රකාශන කරණි ලෙස මීට වඩා සුළු කළ නොහැකි බව යි.

දැන්, දර්ශක පිළිබඳ ගුණ භාවිතයෙන් කරණි සහිත ප්‍රකාශන සුළු කරන ආකාරය නිදසුන් මගින් සලකා බලමු.

නිදසුන 2

$\sqrt{20}$ අබිල කරණිය, සරල ම ආකාරයෙන් (කරණියක් ලෙස) දක්වන්න.

$$\begin{aligned}
\sqrt{20} &= \sqrt{4 \times 5} \\
&= \sqrt{4} \times \sqrt{5} \quad (\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \text{ නිසා}) \\
&= 2 \times \sqrt{5} \\
&= \underline{\underline{2\sqrt{5}}}
\end{aligned}$$

නිදසුන 3

$4\sqrt{5}$ කරණිය, අබිල කරණියක් ලෙස දක්වන්න.

$$\begin{aligned}
4\sqrt{5} &= \sqrt{16} \times \sqrt{5} \quad (4 = \sqrt{16} \text{ නිසා}) \\
&= \sqrt{16 \times 5} \\
&= \underline{\underline{\sqrt{80}}}
\end{aligned}$$

දැන් කරණිවල ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් සිදු කරන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 4

සුළු කරන්න: $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}$

ගුණ කිරීමේ දී පරිමේය හා අපරිමේය සංඛ්‍යා වෙන වෙන ම ගුණ කරමු.

$$
\begin{aligned}
5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} &= 5 \times 4 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\
&= 20 \times \sqrt{3 \times 2} \\
&= \underline{\underline{20\sqrt{6}}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 5

සුළු කරන්න: $3\sqrt{20} \div 2\sqrt{5}$

$3\sqrt{20}$ කරණිය $3\sqrt{4 \times 5}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

තවදුරටත් සුළු කිරීමෙන් $3 \times 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ ලෙස ද දැක්විය හැකි ය.

එවිට,

$$
\begin{aligned}
3\sqrt{20} \div 2\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{20}}{2\sqrt{5}} &= \frac{6\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \\
&= \underline{\underline{3}}
\end{aligned}
$$

මීළඟට අප විමසා බලන්නේ $\frac{a}{\sqrt{b}}$ ආකාරයේ ප්‍රකාශන සුළු කරන අයුරු යි. මෙවැනි භාග සඳහා $\frac{3}{\sqrt{2}}$, $\frac{4}{\sqrt{5}}$ ආදිය දැක්විය හැකි ය. මෙවැනි භාගවල හරයේ වර්ගමූල සහිත ප්‍රකාශනයක් ඇත. එම වර්ගමූල සහිත ප්‍රකාශනය වෙනුවට හරයෙහි නිඛිල (හෝ පරිමේය) සංඛ්‍යාවක් ලැබෙන පරිදි ඒවා සකසන අයුරු දැන් සලකා බලමු.

නිදසුන 6

$\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ සංඛ්‍යාව, හරයෙහි නිඛිලයක් සහිත භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

මෙහි දී යොදා ගන්නා උපක්‍රමය නම්, $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ හි හරය හා ලවය $\sqrt{2}$ න් ගුණ කිරීම යි.

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$= \underline{\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}}}$$

මෙහි දී සිදු කළ ක්‍රියාවලිය **හරය පරිමේය කිරීම** ලෙස හැඳින්වේ.

දැන් තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.

නිදසුන 7

$\dfrac{a}{\sqrt{b}}$ හි හරය, පරිමේය කරන්න.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$
$$= \underline{\underline{\frac{a\sqrt{b}}{b}}}$$

දැන් තවත් කරණි සහිත ගැටලුවක් විසඳන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 8

සුළු කරන්න: $4\sqrt{63} - 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28}$

$$4\sqrt{63} = 4 \times \sqrt{9 \times 7} = 4 \times 3\sqrt{7}$$
$$= 12\sqrt{7}$$
$$8\sqrt{28} = 8 \times \sqrt{4 \times 7} = 8 \times 2\sqrt{7}$$
$$= 16\sqrt{7}$$

එබැවින් $4\sqrt{63} - 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28} = 12\sqrt{7} - 5\sqrt{7} - 16\sqrt{7}$

$$= \underline{\underline{-9\sqrt{7}}}$$

අවසාන වශයෙන් කරණි සහිත වඩාත් සංකීර්ණ ප්‍රකාශනයක් සුළු කරන අයුරු සලකා බලමු.

නිදසුන 9

සුළු කරන්න: $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{75} - \dfrac{3}{\sqrt{12}}$

$$\begin{aligned}
\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{75} - \frac{3}{\sqrt{12}} &= \frac{2\sqrt{2\times 3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{25\times 3} - \frac{3}{\sqrt{4\times 3}} \\
&= \frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{25\times 3} - \frac{3}{\sqrt{4}\times\sqrt{3}} \\
&= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{3}{2\sqrt{3}} \\
&= 7\sqrt{3} - \frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\
&= 7\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2\times 3} \\
&= 7\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
&= \underline{\underline{\frac{13\sqrt{3}}{2}}}
\end{aligned}$$

1.3 අභ්‍යාසය

1. මෙම අබිල කරණි, සරල ම ආකාරයෙන් (කරණි ලෙස) ලියන්න.

a. $\sqrt{20}$ **b.** $\sqrt{48}$ **c.** $\sqrt{72}$ **d.** $\sqrt{28}$

e. $\sqrt{80}$ **f.** $\sqrt{45}$ **g.** $\sqrt{75}$ **h.** $\sqrt{147}$

2. මෙම කරණි, අබිල කරණි ලෙස දක්වන්න.

a. $2\sqrt{3}$ **b.** $2\sqrt{5}$ **c.** $4\sqrt{7}$ **d.** $5\sqrt{2}$ **e.** $6\sqrt{11}$

3. සුළු කරන්න.

a. $\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

b. $\sqrt{5} + 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{7}$

c. $4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

d. $6\sqrt{11} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{11} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$

e. $8\sqrt{3} + 7\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

4. හරය පරිමේය කරන්න.

a. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **b.** $\frac{5}{\sqrt{3}}$ **c.** $\frac{5}{\sqrt{7}}$ **d.** $\frac{12}{2\sqrt{3}}$ **e.** $\frac{27}{3\sqrt{2}}$

f. $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ **g.** $\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{7}}$ **h.** $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ **i.** $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

5. සුළු කරන්න.

a. $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$ **b.** $5\sqrt{11} \times 3\sqrt{7}$ **c.** $\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$

d. $4\sqrt{7} \div 2\sqrt{14}$ **e.** $6\sqrt{27} \div 3\sqrt{3}$ **f.** $\sqrt{48} \div 5\sqrt{3}$

6. සුළු කරන්න.

a. $2\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{7} + 3\sqrt{28}$ **b.** $3\sqrt{63} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{27} + 3\sqrt{3}$

c. $2\sqrt{128} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{162} + \frac{4}{\sqrt{2}}$ **d.** $\sqrt{99} - 2\sqrt{44} + \frac{110}{\sqrt{44}}$

e. $\frac{\sqrt{20}}{2} - \sqrt{5}$

2 දර්ශක හා ලඝුගණක I

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

දර්ශක හා ලඝුගණක නීති ඇසුරෙන්,

- බල හා මූල ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කිරීමට
- සමීකරණ විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

දර්ශක

දර්ශක හා ලඝුගණක පිළිබඳ ව ඔබ මෙතෙක් උගත් කරුණු පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කර අගය සොයන්න.

a. $2^2 \times 2^3$ **b.** $(2^4)^2$ **c.** 3^{-2}

d. $\dfrac{5^3 \times 5^2}{5^5}$ **e.** $\dfrac{3^5 \times 3^2}{3^6}$ **f.** $(5^2)^2 \div 5^3$

g. $\dfrac{(2^2)^3 \times 2^4}{2^8}$ **h.** $\dfrac{5^{-3} \times 5^2}{5^0}$ **i.** $(5^2)^{-2} \times 5 \times 3^0$

2. සුළු කරන්න.

a. $a^2 \times a^3 \times a$ **b.** $a^5 \times a \times a^0$ **c.** $(a^2)^3$

d. $(x^2)^3 \times x^2$ **e.** $(xy)^2 \times x^0$ **f.** $(2x^2)^3$

g. $\dfrac{2pq \times 3p}{6p^2}$ **h.** $2x^{-2} \times 5xy$ **i.** $\dfrac{(3a)^{-2} \times 4a^2b^2}{2ab}$

3. සුළු කරන්න.

a. $\lg 25 + \lg 4$ **b.** $\log_2 8 - \log_2 4$

c. $\log_5 50 + \log_5 2 - \log_5 4$ **d.** $\log_a 5 + \log_a 4 - \log_a 2$

e. $\log_x 4 + \log_x 12 - \log_x 3$ **f.** $\log_p a + \log_p b - \log_p c$

4. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

a. $\log_5 x = \log_5 4 + \log_5 2$ **b.** $\log_5 4 - \log_5 2 = \log_5 x$

c. $\log_a 2 + \log_a x = \log_a 10$ **d.** $\log_3 x + \log_3 10 = \log_3 5 + \log_3 6 - \log_3 2$

e. $\lg 5 - \lg x + \lg 8 = \lg 4$ **f.** $\log_x 12 - \log_5 4 = \log_5 3$

2.1 බලයක භාගීය දර්ශක

4හි වර්ගමූලය යන්න මූල ලකුණ ඇසුරෙන් $\sqrt{4}$ ලෙස ද දර්ශක ඇසුරෙන් $4^{\frac{1}{2}}$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

ඒ අනුව $\sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}}$ බව පැහැදිලි ය.

තවත් එවැනි අවස්ථාවක් සලකමු. $2 = 2^1$ නිසා

$$\begin{aligned} 2 \times 2 \times 2 &= 2^1 \times 2^1 \times 2^1 \\ &= 2^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

2හි තුන් වන බලය 8 වේ. එනම්, 8හි තුන්වන මූලය 2 වේ. එය සංකේත ඇසුරෙන්,

$\sqrt[3]{8} = 2$ හෝ $8^{\frac{1}{3}} = 2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එනම් $\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}}$ බව පැහැදිලි ය.

තව ද, a යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යාවක් නම්,

$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ ද

$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ ද

$\sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}}$ ද ලෙස දැක්විය හැකි ය.

මේ අනුව මූල ලකුණ හා බලයෙහි දර්ශකය අතර පවතින සම්බන්ධය සාධාරණ වශයෙන් මෙසේ දක්වමු.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}}$$

මෙම සම්බන්ධතාව දර්ශක ප්‍රකාශන සුළු කිරීම සඳහා යොදා ගන්නා අයුරු පහත නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

1. අගය සොයන්න.

(i) $\sqrt[3]{27}$ (ii) $(\sqrt{25})^{-2}$ (iii) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

(i)
$$\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}}$$
$$= (3^3)^{\frac{1}{3}}$$
$$= 3^{3 \times \frac{1}{3}}$$
$$= \underline{\underline{3}}$$

(ii)
$$(\sqrt{25})^{-2} = (25^{\frac{1}{2}})^{-2}$$
$$= \{(5^2)^{\frac{1}{2}}\}^{-2}$$
$$= (5^{2 \times \frac{1}{2}})^{-2}$$
$$= 5^{-2}$$
$$= \frac{1}{5^2}$$
$$= \underline{\underline{\frac{1}{25}}}$$

(iii)
$$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$
$$= \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$= \frac{(3^3)^{\frac{1}{3}}}{(2^3)^{\frac{1}{3}}}$$
$$= \frac{3^{3 \times \frac{1}{3}}}{2^{3 \times \frac{1}{3}}}$$
$$= \frac{3}{2}$$
$$= \underline{\underline{1\frac{1}{2}}}$$

දර්ශක සහිත වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීම සඳහා, දර්ශක නීති යොදා ගන්නා ආකාරය පහත නිදසුන් ඇසුරෙන් තවදුරටත් විමසා බලමු.

නිදසුන 2

සුළු කර පිළිතුර ධන දර්ශක සහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\left(\sqrt{x}\right)^3$ (ii) $\left(\sqrt[3]{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{x^{-3}}}$

(i)
$$\left(\sqrt{x}\right)^3 = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3$$
$$= x^{\frac{1}{2} \times 3}$$
$$= \underline{\underline{x^{\frac{3}{2}}}}$$

(ii)
$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
$$= a^{\frac{1}{3} \times -\frac{1}{2}}$$
$$= a^{-\frac{1}{6}}$$
$$= \underline{\underline{\frac{1}{a^{\frac{1}{6}}}}}$$

(iii)
$$\frac{1}{\sqrt{x^{-3}}} = \frac{1}{(x^{-3})^{\frac{1}{2}}}$$
$$= \frac{1}{x^{-3 \times \frac{1}{2}}}$$
$$= \frac{1}{x^{-\frac{3}{2}}}$$
$$= \underline{\underline{x^{\frac{3}{2}}}}$$

නිදසුන 3

අගය සොයන්න. (i) $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$ (ii) $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}$

(i)
$$\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3^3}{4^3}\right)^{\frac{2}{3}}$$
$$= \left[\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}}$$
$$= \left(\frac{3}{4}\right)^{3\times\frac{2}{3}}$$
$$= \left(\frac{3}{4}\right)^2$$
$$= \underline{\underline{\frac{9}{16}}}$$

(ii)
$$\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{-\frac{3}{4}}$$
$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{4\times -\frac{3}{4}}$$
$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$$
$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{3}$$
$$= \frac{27}{8}$$
$$= \underline{\underline{3\frac{3}{8}}}$$

දැන් තරමක් සංකීර්ණ ප්‍රකාශනයක් වන $\left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} \times \sqrt[5]{32}^{\,3} \times 3^0$ හි අගය සොයන අයුරු විමසා බලමු.

$$\left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} \times \left(\sqrt[5]{32}\right)^3 \times 3^0 = \left(\frac{5^3}{2^6}\right)^{-\frac{1}{3}} \times \left(32^{\frac{1}{5}}\right)^3 \times 1$$
$$= \left(\frac{2^6}{5^3}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(2^{5\times\frac{1}{5}}\right)^3$$
$$= \frac{2^{6\times\frac{1}{3}}}{5^{3\times\frac{1}{3}}} \times 2^3$$
$$= \frac{2^2}{5} \times 2^3$$
$$= \frac{2^5}{5}$$
$$= \frac{32}{5}$$
$$= \underline{\underline{6\frac{2}{5}}}$$

නිදසුන 4

$\dfrac{\sqrt[3]{343x^{3/2}}}{x}$ සුළු කරන්න.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt[3]{343x^{3/2}}}{x} &= \left(343x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \div x\\ &= 343^{\frac{1}{3}} \times \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \div x\\ &= (7^3)^{\frac{1}{3}} \times \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \div x\\ &= 7^1 \times x^{\frac{1}{2}} \div x\\ &= 7 \times x^{\frac{1}{2}-1}\\ &= 7 \times x^{-\frac{1}{2}}\\ &= \underline{\underline{\frac{7}{x^{\frac{1}{2}}}}}\end{aligned}$$

2.1 අභ්‍යාසය

1. මූල ලකුණ සහිතව ලියන්න.

a. $p^{\frac{1}{3}}$ **b.** $a^{\frac{2}{3}}$ **c.** $x^{-\frac{2}{3}}$

d. $m^{\frac{4}{5}}$ **e.** $y^{-\frac{3}{4}}$ **f.** $x^{-\frac{5}{3}}$

2. ධන දර්ශක සහිතව ලියන්න.

a. $\sqrt{m^{-1}}$ **b.** $\sqrt[3]{x^{-1}}$ **c.** $\sqrt[5]{p^{-2}}$ **d.** $(\sqrt{a})^{-3}$ **e.** $\sqrt[4]{x^{-3}}$

f. $(\sqrt[3]{p})^{-5}$ **g.** $\dfrac{1}{\sqrt{x^{-3}}}$ **h.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}}$ **i.** $2\sqrt[3]{x^{-2}}$ **j.** $\dfrac{1}{3\sqrt{a^{-5}}}$

3. අගය සොයන්න.

a. $\sqrt{25}$ **b.** $\sqrt[4]{16}$ **c.** $(\sqrt{4}\,)^5$

d. $(\sqrt[3]{27})^2$ **e.** $\sqrt[4]{81^3}$ **f.** $\sqrt[3]{1000^2}$

g. $\left(\frac{27}{125}\right)^{\frac{2}{3}}$ **h.** $\left(\frac{81}{10000}\right)^{\frac{3}{4}}$ **i.** $\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{5}{6}}$

j. $\left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$ **k.** $(0.81)^{\frac{3}{2}}$ **l.** $(0.125)^{-\frac{2}{3}}$

m. $\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \times 2^0$ **n.** $\left(\frac{9}{100}\right)^{-\frac{3}{2}} \times \left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{3}{2}}$ **o.** $(27)^{1\frac{1}{3}} \times (81)^{-1\frac{1}{4}}$

p. $\left(11\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \left(6\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ **q.** $(0.125)^{-\frac{1}{3}} \times (0.25)^{\frac{3}{2}}$ **r.** $(\sqrt[3]{8}\,)^2 \times \sqrt[4]{16^3}$

4. සුළු කර ධන දර්ශක සහිතව ලියන්න.

a. $\sqrt[3]{a^{-1}} \div \sqrt[3]{a}$ **b.** $\sqrt[5]{a^{-3}} \div \sqrt[5]{a^7}$ **c.** $\sqrt[3]{a^2} \div \sqrt[3]{a^{-3}}$

d. $\left(\sqrt[3]{x^5}\right)^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[6]{x^{-5}}$ **e.** $\left\{\left(\sqrt{a^3}\right)^{-2}\right\}^{\frac{-1}{2}}$ **f.** $\left(\sqrt{x^2y^2}\right)^{-6}$

g. $\sqrt{\frac{4a^{-2}}{9x^2}}$ **h.** $\left(\sqrt[3]{27x^3}\right)^{-2}$ **i.** $\left(\frac{xy^{-1}}{\sqrt{x^5}}\right)^{-2}$

2.2 දර්ශක ඇතුළත් සමීකරණ විසඳීම

$2^x = 2^3$ යනු සමීකරණයකි. එහි සමාන ලකුණ දෙපස වූ බල දෙකේ ම පාද සමාන නිසා දර්ශක දෙක ද සමාන වේ. ඒ අනුව,

$2^x = 2^3$ වන විට $x = 3$ වේ.

එසේ ම $x^5 = 2^5$ යන සමීකරණයේ ද සමාන ලකුණ දෙපස ඇත්තේ දර්ශක දෙක සමාන වූ බල දෙකකි. එම දර්ශක සමාන නිසා පාද දෙක ද සමාන වේ. ඒ අනුව,

$x^5 = 2^5$ වන විට $x = 2$ වේ. එහෙත් $x^2 = 3^2$ හි දර්ශක සමාන වන අතර $+\ 3$ හා $-\ 3$ යන අගය දෙක ම x සඳහා විසඳුම් වේ. එසේ ධන හා සෘණ අගය දෙකක් ලැබෙන්නේ දර්ශකය වන 2 ඉරට්ට නිසා ය. එහෙත් මෙම පාඩම තුළ දී $x > 0$ වන අවස්ථා පමණක් සලකා බලමු.

1හි බල සතුව අපූරු ගුණාංගයක් පවතී. එනම් 1හි ඕනෑ ම බලයක් 1ට සමාන වේ. එනම් සියලු m සඳහා $1^m = 1$ වේ.
සාධාරණ වශයෙන්, ඉහත මූලධර්මය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

$x > 0, y > 0$ හා $x \neq 1, y \neq 1$ නම්

$x \neq 0$ වන විට, $x^m = x^n$ නම් $m = n$ වේ. $m \neq 0$ වන විට, $x^m = y^m$ නම් $x = y$ වේ.

මෙම මූලධර්මය දර්ශක ඇතුළත් සමීකරණ විසඳීම සඳහා යොදා ගනිමු.

නිදසුන 1

විසඳන්න.

(i) $4^x = 64$ (ii) $x^3 = 343$ (iii) $3 \times 9^{2x-1} = 27^{-x}$

(i) $4^x = 64$

$4^x = 4^3$

$\therefore \underline{\underline{x = 3}}$

(ii) $x^3 = 343$

$x^3 = 7^3$

$\therefore \underline{\underline{x = 7}}$

(iii) $3 \times 9^{2x-1} = 27^{-x}$

$3 \times (3^2)^{2x-1} = (3)^{3(-x)}$

$3 \times 3^{2(2x-1)} = 3^{-3x}$

$3^{1+4x-2} = 3^{-3x}$

$\therefore 1 + 4x - 2 = -3x$

$4x + 3x = 2 - 1$

$7x = 1$

$\underline{\underline{x = \frac{1}{7}}}$

2.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

a. $3^x = 9$ **b.** $3^{x+2} = 243$

c. $4^{3x} = 32$ **d.** $2^{5x-2} = 8^x$

e. $8^{x-1} = 4^x$ **f.** $x^3 = 216$

g. $2\sqrt{x} = 6$ **h.** $\sqrt[3]{2x^2} = 2$

2. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

a. $2^x \times 8^x = 256$ **b.** $8 \times 2^{x-1} = 4^{x-2}$

c. $5 \times 25^{2x-1} = 125$ **d.** $3^{2x} \times 9^{3x-2} = 27^{-3x}$

e. $4^x = \frac{1}{64}$ **f.** $(3^x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{27}$

g. $3^{4x} \times \frac{1}{9} = 9^x$ **h.** $x^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

2.3 ලඝුගණක නීති

$\log_2 (16 \times 32) = \log_2 16 + \log_2 32$ හා $\log_2 (32 \div 16) = \log_2 32 - \log_2 16$ ලෙස ලඝුගණක නීති ඇසුරෙන් ලිවිය හැකි බව අපි දනිමු. එම නීති, සාධාරණ වශයෙන්

$\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$ ලෙස ද

$\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$ ලෙස ද දැක්වේ.

එවැනි තවත් ලඝුගණක නීතියක් දැන් හඳුනා ගනිමු.

නිදසුනක් ලෙස $\log_5 125^4$ යන්න සලකමු.

$$\begin{aligned}\log_5 125^4 &= \log_5 (125 \times 125 \times 125 \times 125\,) \\ &= \log_5 125 + \log_5 125 + \log_5 125 + \log_5 125 \\ &= 4\,\log_5 125\end{aligned}$$

එලෙස ම,

$\log_{10} 10^5 = 5\,\log_{10} 10$

$\log_3 5^2 = 2\,\log_3 5$ ද වේ. මෙය සාධාරණ වශයෙන්, ලඝුගණක නීතියක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

$$\boxed{\log_a m^r = r\,\log_a m}$$

භාගමය දර්ශක සහිත ප්‍රකාශන සඳහා ද මෙම නීතිය සත්‍ය වන අතර, ඊට අදාළ නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

$$\log_2 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ \log_2 3$$

$$\log_5 7^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\ \log_5 7$$

ඉහත හඳුනා ගත් ලඝුගණක නීතියත් ඇතුළු ව සියලු ලඝුගණක නීති යොදා ගන්නා ආකාරය පහත නිදසුන් මගින් දැක්වේ.

නිදසුන 1

අගය සොයන්න.

(i) $\lg 1000$ (ii) $\log_4 \sqrt[3]{64}$ (iii) $2\,\log_2 2 + 3\,\log_2 4 - 2\log_2 8$

(i) $\lg 1000 = \lg 10^3$

$= 3\,\lg 10$

$= 3 \times 1$ ($\lg 10 = 1$ නිසා)

$= \underline{\underline{3}}$

(ii) $\log_4 \sqrt[3]{64} = \log_4 64^{\frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{3}\ \log_4 64$

$= \frac{1}{3}\ \log_4 4^3$

$= \frac{1}{3} \times 3\ \log_4 4$

$= \log_4 4$

$= \underline{\underline{1}}$

(iii) $2\ \log_2 2 + 3\ \log_2 4 - 2\log_2 8 = 2\log_2 2 + 3\ \log_2 2^2 - 2\log_2 2^3$

$= \log_2 2^2 + \log_2 (2^2)^3 - \log_2 (2^3)^2$

$= \log_2 \left(\frac{2^2 \times (2^2)^3}{(2^3)^2}\right)$

$= \log_2 \left(\frac{2^2 \times 2^6}{2^6}\right)$

$= \log_2 2^2$

$= 2\ \log_2 2$

$= \underline{\underline{2}}$

නිදසුන 2

විසඳන්න.

(i) $2\lg 8 + 2\lg 5 = \lg 4^3 + \lg x$

$\therefore \quad \lg x = 2\lg 8 + 2\lg 5 - \lg 4^3$

$= \lg 8^2 + \lg 5^2 - \lg 4^3$

$\therefore \quad \lg x = \lg \left(\frac{8^2 \times 5^2}{4^3}\right)$

$\therefore \quad \lg x = \lg 25$

$\therefore \quad \underline{\underline{x = 25}}$

(ii) $2\log_b 3 + 3\log_b 2 - \log_b 72 = \frac{1}{2}\log_b x$

$\therefore\ 2\log_b 3 + 3\log_b 2 - \log_b 72 = \frac{1}{2}\log_b x$

$\therefore\quad \log_b 3^2 + \log_b 2^3 - \log_b 72 = \log_b x^{\frac{1}{2}}$

$\therefore\ \log_b\left(\frac{3^2 \times 2^3}{72}\right) = \log_b x^{\frac{1}{2}}$

$\therefore\ \frac{3^2 \times 2^3}{72} = x^{\frac{1}{2}}$

$\therefore\ 1^2 = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2$

$\therefore\ 1 = x^1$

$\therefore\ \underline{\underline{x = 1}}$

නිදසුන 3

සත්‍යාපනය කරන්න: $\log_5 75 - \log_5 3 = \log_5 40 - \log_5 8 + 1$

වම් පැත්ත

$$\begin{aligned}\log_5 75 - \log_5 3 &= \log_5\left(\frac{75}{3}\right)\\ &= \log_5 25\\ &= \log_5 5^2\\ &= 2\end{aligned}$$

දකුණු පැත්ත

$$\begin{aligned}\log_5 40 - \log_5 8 + 1 &= \log_5\left(\frac{40}{8}\right) + 1\\ &= \log_5 5 + 1\\ &= 1 + 1\\ &= 2\end{aligned}$$

$\therefore\ \log_5 75 - \log_5 3 = \log_5 40 - \log_5 8 + 1$

ලඝුගණක නීති පිළිබඳ ව උගත් කරුණු උපයෝගී කර ගෙන පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

2.3 අභ්‍යාසය

1. අගය සොයන්න.

a. $\log_2 32$ **b.** $\lg 10000$ **c.** $\frac{1}{3}\log_3 27$

d. $\frac{1}{2}\log_5\sqrt{25}$ **e.** $\log_3\sqrt[4]{81}$ **f.** $3\log_2\sqrt[3]{8}$

2. සුළු කර අගය සොයන්න.

a. $2\log_2 16 - \log_2 8$

b. $\lg 80 - 3\lg 2$

c. $2\lg 5 + 3\lg 2 - \lg 2$

d. $\lg 75 - \lg 3 + \lg 28 - \lg 7$

e. $\lg 18 - 3\lg 3 + \frac{1}{2}\lg 9 + \lg 5$

f. $4\lg 2 + \lg \frac{15}{4} - \lg 6$

g. $\lg \frac{1}{256} - \lg \frac{125}{4} - 3\lg \frac{1}{20}$

h. $\log_3 27 + 2\log_3 3 - \log_3 3$

i. $\lg \frac{12}{5} + \lg \frac{25}{21} - \lg \frac{2}{7}$

j. $\lg \frac{3}{4} - 2\lg \frac{3}{10} + \lg 12 - 2$

3. විසඳන්න.

a. $\lg x + \lg 4 = \lg 8 + \lg 2$

b. $4\lg 2 + 2\lg x + \lg 5 = \lg 15 + \lg 12$

c. $3\lg x + \lg 96 = 2\lg 9 + \lg 4$

d. $\lg x = \frac{1}{2}(\lg 25 + \lg 8 - \lg 2)$

e. $3\lg x + 2\lg 8 = \lg 48 + \frac{1}{2}\lg 25 - \lg 30$

f. $\lg 125 + 2\lg 3 = 2\lg x + \lg 5$

සාරාංශය

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
- $x > 0, y > 0$ හා $x \neq 1, y \neq 1$ නම්

  $x \neq 0$ වන විට, $x^m = x^n$ නම් $m = n$ වේ.
  $m \neq 0$ වන විට, $x^m = y^m$ නම් $x = y$ වේ.
- $\log_a m^r = r\log_a m$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. අගය සොයන්න.

a. $(\sqrt[3]{8})^2 \times \dfrac{1}{\sqrt[3]{27}}$

b. $(\sqrt{125})^3 \times \dfrac{1}{\sqrt{20}} \times 10$

c. $\dfrac{32^{-\frac{2}{5}} \times 216^{\frac{2}{3}}}{81^{\frac{3}{4}} \times \sqrt[3]{8^0} \times \sqrt[3]{27^{-2}}}$

d. $\sqrt{\dfrac{18 \times 5^2}{8}}$

e. $\left(\dfrac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \times 5^{-2} \times 100$

f. $27^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{3}{4}}$

2. සුළු කර ධන දර්ශක සහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

a. $\sqrt{a^2b^{-\frac{1}{2}}}$

b. $(x^{-4})^{\frac{1}{2}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x^{-3}}}$

c. $(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}})\,(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})$

d. $(x \div \sqrt[n]{x})^n$

e. $\left[\left(\sqrt{a^3}\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{2}}$

3. සත්‍යාපනය කරන්න.

a. $\lg\left(\dfrac{217}{38} \div \dfrac{31}{266}\right) = 2\lg 7$

b. $\dfrac{1}{2}\lg 9 + \lg 2 = 2\lg 3 - \lg 1.5$

c. $\log_3 24 + \log_3 5 - \log_3 40 = 1$

d. $\lg 26 + \lg 119 - \lg 51 - \lg 91 = \lg 2 - \lg 3$

e. $2\log_a 3 + \log_a 20 - \log_a 36 = \log_a 10 - \log_a 2$

3 දර්ශක හා ලඝුගණක II

මෙම පාඩම අධ්‍යනයෙන් ඔබට,

- ලඝුගණක වගුව යොදා ගනිමින් 0ත් 1ත් අතර සංඛ්‍යාවල බල හා මූල ඇතුළත් ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් සහිත ප්‍රකාශන සුළු කිරීමටත්
- විද්‍යාත්මක ගණකයේ $\boxed{\wedge}$ හා $\boxed{\sqrt{\ }}$ යතුරු හඳුනා ගැනීමටත් දශම, බල හා මූල ඇතුළත් ප්‍රකාශන විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රය ඇසුරෙන් සුළු කිරීමටත්

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ලඝුගණක

$10^3 = 1000$ වේ. එය $\log_{10} 1000 = 3$ ලෙස ලඝුගණක ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි ය. සම්මුතියක් ලෙස $\log_{10}$ වෙනුවට lg පමණක් යොදා එය $\lg 1000 = 3$ ලෙස දක්වන බව ද අපි දනිමු. පාදය 10 හැර වෙනත් පාද ඇති විට පාදය සඳහන් කළ යුතු ය. නිදසුන් ලෙස,

$5^2 = 25$ වන නිසා $\log_5 25 = 2$ ද
$10^0 = 1$ වන නිසා, $\lg 1 = 0$ ද
$10^1 = 10$ වන නිසා, $\lg 10 = 1$ ද වේ.

ඕනෑ ම ධන සංඛ්‍යාවක ලඝුගණක ලබා ගැනීම, ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් කළ හැකි ය. ලඝුගණක භාවිතයෙන්, ගුණ කිරීම හා බෙදීම ඇතුළත් සංඛ්‍යා සුළු කිරීම නැවත සිහිපත් කර ගැනීම පිණිස පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වගු සම්පූර්ණ කරන්න.

(i)

සංඛ්‍යාව	විද්‍යාත්මක අංකනය	ලඝුගණකය		ලඝුගණකය
		පූර්ණාංශය	දශමාංශය	
73.45	7.345×10^1	1	0.8660	1.8660
8.7				
12.5				
725.3				
975				

(ii)

ලඝුගණකය	ලඝුගණකය		විද්‍යාත්මක අංකනය	සංඛ්‍යාව
	පූර්ණාංශය	දශමාංශය		
1.5492				
2.9059				
1.4036				
2.8798				
3.4909				

2. ලඝුගණක වගුව යොදා ගනිමින් හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

a. lg 5.745 = 0.7593 නිසා 5.745 = $10^{0.7593}$
b. lg 9.005 = ... නිසා 9.005 = $10^{\cdots\cdots}$
c. lg 82.8 = ... නිසා 82.8 = $10^{\cdots\cdots}$
d. lg 74.01 = ... නිසා 74.01 = $10^{\cdots\cdots}$
e. lg 853.1 = ... නිසා 853.1 = $10^{\cdots\cdots}$
f. antilog 0.7453 = 5.562 නිසා 5.562 = $10^{0.7453}$
g. antilog 0.0014 = ... නිසා .... = $10^{0.0014}$
h. antilog 1.9251 = ... නිසා .... = $10^{1.9251}$
i. antilog 2.4374 = ... නිසා .... = $10^{2.4374}$
j. antilog 3.2001 = ... නිසා .... = $10^{3.2001}$

3. හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරමින් *P* හි අගය සොයන්න.

(i) ලඝුගණක ප්‍රකාශනයක් ලෙස

$$P = \frac{27.32 \times 9.8}{11.5}$$

lg P = lg ...... + lg ...... − lg ....

= .... + ... − ....

= ....

∴ P = antilog ....

= $\underline{\underline{\text{............}}}$

(ii) දර්ශක ආකාරයෙන්

$$P = \frac{27.32 \times 9.8}{11.5}$$

$$= \frac{10^{\cdots\cdots} \times 10^{\cdots\cdots}}{10^{\cdots\cdots}}$$

$$= \frac{10^{\cdots\cdots}}{10^{\cdots\cdots}}$$

$= 10^{\cdots\cdots}$

= .... × $10^{\cdots\cdots}$

= $\underline{\underline{\text{............}}}$

4. ලඝුගණක ඇසුරෙන් සුළු කරන්න.

a. 14.3×95.2 **b.** $2.575 \times 9.27 \times 12.54$ **c.** $\dfrac{9.87 \times 7.85}{4.321}$

3.1 එකට අඩු දශම සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක

ලඝුගණක වගුවෙන් 1ට වැඩි සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක ලබා ගත් ආකාරය පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමින් 0ත් 1ත් අතර සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක ලබා ගන්නා අයුරු දැන් සලකා බලමු. ඒ සඳහා පහත දැක්වෙන වගුව පරීක්ෂා කරන්න.

සංඛ්‍යාව	විද්‍යාත්මක අංකනය	ලඝුගණකය		ලඝුගණකය
		පූර්ණාංශය	දශමාංශය	
5432	5.432×10^3	3	0.7350	3.7350
543.2	5.432×10^2	2	0.7350	2.7350
54.32	5.432×10^1	1	0.7350	1.7350
5.432	5.432×10^0	0	0.7350	0.7350
0.5432	5.432×10^{-1}	-1	0.7350	$\bar{1}.7350$
0.05432	5.432×10^{-2}	-2	0.7350	$\bar{2}.7350$
0.005432	5.432×10^{-3}	-3	0.7350	$\bar{3}.7350$
0.0005432	5.432×10^{-4}	-4	0.7350	$\bar{4}.7350$

ඉහත වගුව අනුව, පළමු තීරයේ 5.432න් පසු ඇති 0ත් 1ත් අතර වූ සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය ඍණ අගයක් ගනී. පූර්ණාංශය ඍණ අගයක් වුව ද වගුවෙන් ලබාගත් ලඝුගණකයේ දශමාංශය ධන අගයකි. පූර්ණාංශය පමණක් ඍණ වන බව දැක්වීමට ඊට ඉහළින් "–" යෙදීම කරනු ලැබේ. එය කියවනු ලබන්නේ **වියුති** ලෙස යි.

නිදසුනක් ලෙස $\bar{2}.3725$ යන්න වියුති දෙකයි දශම තුනයි හතයි දෙකයි පහ ලෙස කියවනු ලැබේ. තව ද, $\bar{2}.3725$ මගින් දැක්වෙන්නේ $-2 + 0.3725$ යන්න යි.

0ත් 1ත් අතර වූ සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය ඍණ වේ. එවැනි සංඛ්‍යාවක පූර්ණාංශය ලබා ගැනීම විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් මෙන් ම දශම තිතට පසු එන බින්දු ගණනින් ද කළ හැකි ය. දශම තිතට පසුව (හා ඊට පසුව එන පළමු නිශ්ශූන්‍ය ඉලක්කමට පෙර) ඇති බින්දු ගණනට එකක් එකතු කර, එහි ඍණ අගය ගත් විට ලැබෙන අගය ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය වේ. ඒ බව ඉහත වගුව තුළින් ද නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

උදා:- 0.004302 දශම තිතට පසුව පළමු නිශ්ශූන්‍ය ඉලක්කමට පෙර ඇති බින්දු ගණන 2; පූර්ණාංශය $\bar{3}$

0.04302 දශම තිතට පසුව බින්දු ගණන 1; පූර්ණාංශය $\overline{2}$
0.4302 දශම තිතට පසුව බින්දු ගණන 0; පූර්ණාංශය $\overline{1}$

එවිට $\lg 0.004302 = \overline{3}.6337$ වේ.

එය දර්ශක ආකාරයෙන් ලියූ විට;
$0.004302 = 10^{\overline{3}.6337}$ වේ. වෙනත් අයුරකින් දක්වතොත්, $0.004302 = 10^{-3} \times 10^{0.6337}$ වේ.
0 ත් 1ත් අතර සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක ලබා ගැනීම හුරු වීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

3.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය ලියා දක්වන්න.

a. 0.9843 **b.** 0.05 **c.** 0.0725
d. 0.0019 **e.** 0.003141 **f.** 0.000783

2. අගය සොයන්න.

a. lg 0.831 **b.** lg 0.01175 **c.** lg 0.0034
d. lg 0.009 **e.** lg 0.00005 **f.** lg 0.00098

3. පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා, දහයේ බල ලෙස ලියා දක්වන්න.

a. 0.831 **b.** 0.01175 **c.** 0.0034
d. 0.009 **e.** 0.00005 **f.** 0.00098

3.2 ලඝුගණකයට අදාළ සංඛ්‍යාව (ප්‍රතිලඝුගණකය - antilog)

මීට කලින් උගත් 10ට වැඩි සංඛ්‍යාවල ප්‍රතිලඝුගණකය ලබා ගත් අයුරු සිහිපත් කරමු.

$$\text{antilog } 2.7421 = 5.522 \times 10^{2}$$
$$= 552.2$$

සංඛ්‍යාවක් විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියූ විට ලැබෙන 10හි බලයෙහි දර්ශකය එම සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය වේ. ප්‍රතිලඝුගණකය ලබා ගැනීමේ දී පූර්ණාංශයෙන් දැක්වෙන අගයට සමාන ස්ථාන ගණනින් දශම තිත ගමන් කළ යුතු ය. ඒ අනුව ඉහත 5.522 හි දශම තිත ස්ථාන දෙකක් දකුණත් පසට ගමන් කොට 552.2 ලැබී ඇත. එහෙත් ඍණ පූර්ණාංශයක් සහිත අවස්ථාවේ දී මෙම දශම තිත ගමන් කිරීම වමත් පසට සිදු වේ.

$\text{antilog } \overline{2}.7421 = 5.522 \times 10^{-2}$ (දශම තිත වමත් පසට ස්ථාන දෙකක් යා යුතු යි)
$= 0.05522$ (වියුති 2 නිසා දශම තිතට පසු ඊළඟට බින්දු 1)
$\text{antilog } \overline{1}.7421 = 5.522 \times 10^{-1}$ (දශම තිත වමත් පසට ස්ථාන එකක් යා යුතු ය)
$= 0.5522$ (වියුති 1 නිසා දශම තිතට පසු ඊළඟට බින්දු නැත)

3.2 අභ්‍යාසය

1. විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දී ඇති පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාව දශමය සංඛ්‍යාවක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

a. 3.37×10^{-1} **b.** 5.99×10^{-3} **c.** 6.0×10^{-2}
d. 5.745×10^{0} **e.** 9.993×10^{-4} **f.** 8.777×10^{-3}

2. ලඝුගණක වගුව ඇසුරෙන් අගය සොයන්න.

a. antilog $\overline{2}.5432$ **b.** antilog $\overline{1}.9321$ **c.** antilog 0.9972
d. antilog $\overline{4}.5330$ **e.** antilog $\overline{2}.0000$ **f.** antilog $\overline{3}.5555$

3.3 වියුක්ති ඇතුළත් ලඝුගණක එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

(a) එකතු කිරීම

ලඝුගණකයක දශමාංශය, ලඝුගණක වගුවෙන් ලබා ගන්නා අතර, එය සැම විට ම ධන අගයක් ම වේ. එහෙත්, පූර්ණාංශය ධන හෝ සෘණ හෝ ශුන්‍ය වන බව අපි දනිමු. $\overline{2}.5143$ හි දශමාංශය වන .5143 ධන ද පූර්ණාංශය වන $\overline{2}$, සෘණ 2 ද වේ. මෙවැනි සංඛ්‍යා එකතු කිරීමේ දී හෝ අඩු කිරීමේ දී, දශමාංශ කොටස් වෙනමත්, පූර්ණාංශ කොටස් වෙනමත් සුළු කළ යුතු වේ.

නිදසුන 1

සුළු කරන්න; පිළිතුර සෘණ අගයක් ලැබේ නම් එය වියුක්ති ආකාරයෙන් තබන්න.

(i) $\overline{2}.5143 + \overline{1}.2375$
$$= -2 + 0.5143 + (-1) + 0.2375$$
$$= (-2 - 1) + (0.5143 + 0.2375)$$
$$= -3 + 0.7518$$
$$= \underline{\underline{\overline{3}.7518}}$$

(ii) $\overline{3}.9211 + 2.3142$
$$= -3 + 0.9211 + 2 + 0.3142$$
$$= (-3 + 2) + (0.9211 + 0.3142)$$
$$= -1 + 1.2353$$
$$= -1 + 1 + 0.2353$$
$$= \underline{\underline{0.2353}}$$

(iii) $\overline{3}.8753 + 1.3475$
$$= -3 + 0.8753 + 1 + 0.3475$$
$$= (-3 + 1) + (0.8753 + 0.3475)$$
$$= -2 + 1.2228$$
$$= -2 + 1 + 0.2228$$
$$= \underline{\underline{\overline{1}.2228}}$$

(b) අඩු කිරීම

එකතු කිරීමේ දී මෙන් ම, දශම කොටස ධන බව සැලකිල්ලට ගෙන දකුණත් පස සිට වමත් පසට පිළිවෙළින් අඩු කළ යුතු වේ.

නිදසුන 2

සුළු කරන්න; සෘණ අගයක් ලැබේ නම් එය වියුති ආකාරයෙන් තබන්න.

(i) $\bar{2}.5143 - 1.3143 = -2 + 0.5143 - (1 + 0.3143)$

$= -2 + 0.5143 - 1 - 0.3143$

$= -2 - 1 + 0.5143 - 0.3143$

$= -3 + 0.2000$

$= \underline{\underline{\bar{3}.2000}}$

(ii) $2.5143 - \bar{1}.9143 = 2 + 0.5143 - (-1 + 0.9143)$

$= 2 + 0.5143 + 1 - 0.9143$

$= 3 - 0.4000$

$= \underline{\underline{2.6000}}$

(iii) $0.2143 - \bar{1}.8143 = 0.2143 - (-1 + 0.8143)$

$= 0.2143 + 1 - 0.8143$

$= 1 - 0.6000$

$= \underline{\underline{0.4}}$

(iv) $\bar{2}.5143 - \bar{1}.9143 = -2 + 0.5143 - (-1 + 0.9143)$

$= -2 + 0.5143 + 1 - 0.9143$

$= -2 + 1 + 0.5143 - 0.9143$

$= -1 - 0.4000$

මෙහි දී දශම කොටස ලෙස සෘණ අගයක් ලැබේ. එහෙත් ලඝුගණකයක දශමාංශය ධන ලෙස තිබිය යුතු නිසා, පහත ආකාරයේ උපක්‍රමයක් භාවිත කරමු.

$-1 - 0.4 = -1 - 1 + 1 - 0.4$ ($-1+1 = 0$ නිසා අගය වෙනස් නො වේ)

$= -2 + 0.6$

$= \bar{2}.6$

මෙහි දී සිදු කරනු ලැබුවේ පූර්ණාංශයට -1 ක් හා දශමාංශයට $+1$ ක් එකතු කිරීමයි.

සටහන: ඉහත (iv) හි තුන් වන පියවරේ දී ම මෙම සෘණ දශමාංශයක් ලැබීම මඟහරවා ගත හැකි ව තිබිණි. ඒ මෙසේ ය:

$-2 + 0.5143 + 1 - 0.9143 = -2 + 1.5143 - 0.9143 = -2 + 0.6 = \bar{2}.6$

3.3 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

a. $0.7512 + \bar{1}.3142$ **b.** $\bar{1}.3072 + \bar{2}.2111$ **c.** $\bar{2}.5432 + \bar{1}.9513$

d $\bar{3}.9121 + \bar{1}.5431$ **e.** $0.7532 + \bar{3}.8542$ **f.** $\bar{1}.8311 + \bar{2}.5431 + 1.3954$

g. $3.8760 - \bar{2}.5431$ **h.** $\bar{2}.5132 - \bar{1}.9332$ **i.** $\bar{3}.5114 - \bar{2}.4312$

j $\bar{2}.9372 - 1.5449$ **k.** $0.7512 + \bar{1}.9431$ **l.** $\bar{1}.9112 - \bar{3}.9543$

2. සුළු කරන්න.

a. $\bar{1}.2513 + 0.9172 - \bar{1}.514$ **b.** $\bar{3}.2112 + 2.5994 - \bar{1}.5004$

c. $\bar{3}.2754 + \bar{2}.8211 - \bar{1}.4372$ **d.** $0.8514 - \bar{1}.9111 - \bar{2}.3112$

e. $\bar{3}.7512 - (0.2511 + \bar{1}.8112)$ **f.** $\bar{1}.2572 + 3.9140 - \bar{1}.1111$

3.4 ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශන සුළු කිරීම

පහත දැක්වෙන ලඝුගණක නීති භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත්මක ගණනය කිරීම් කරන අයුරු පහත දැක්වෙන නිදසුන් කීපයක් මගින් විමසා බලමු.

1. $\log_a (P \times Q) = \log_a P + \log_a Q$

2. $\log_a \left(\frac{P}{Q}\right) = \log_a P - \log_a Q$

නිදසුන 1

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් හා ලඝුගණක නීති යොදා ගනිමින් සුළු කරන්න.

a. 43.85×0.7532 **b.** 0.0034×0.8752

c. $0.0875 \div 18.75$ **d.** $0.3752 \div 0.9321$

a. 43.85×0.7532

මෙහි දී ආකාර දෙකකින් සුළු කිරීම කළ හැකි ය.

පළමු ක්‍රමය $P = 43.85 \times 0.7532$ ලෙස ගනිමු.

එවිට, $\lg P = \lg (43.85 \times 0.7532)$

$= \lg 43.85 + \lg 0.7532$

$= 1.6420 + \bar{1}.8769$

$= 1 + 0.6420 - 1 + 0.8769$

$= 1.5189$

$\therefore \quad P = \text{antilog } 1.5189$

$= \underline{\underline{33.03}}$

දෙවන ක්‍රමය

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම

43.85×0.7532

$= 10^{1.6420} \times 10^{\bar{1}.8769}$

$= 10^{1.5189}$

$= 3.303 \times 10^1$

$= \underline{\underline{33.03}}$

b. 0.0034×0.8752

$P = 0.0034 \times 0.8752$ ලෙස ගනිමු.

$\lg P = \lg (0.0034 \times 0.8752)$

$= \lg 0.0034 + \lg 0.8752$

$= \bar{3}.5315 + \bar{1}.9421$

$= -3 + 0.5315 - 1 + 0.9421$

$= -4 + 1.4736$

$= -4 + 1 + 0.4736$

$= -3 + 0.4736$

$= \bar{3}.4736$

$\therefore \quad P = \text{antilog } \bar{3}.4736$

$= \underline{\underline{0.002975}}$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම
0.0034×0.8752
$= 10^{\bar{3}.5315} \times 10^{\bar{1}.9421}$
$= 10^{\bar{3}.4736}$
$= 2.975 \times 10^{-3}$
$= \underline{\underline{0.002975}}$

c. $0.0875 \div 18.75$

$P = 0.0875 \div 18.75$ ලෙස ගනිමු.

එවිට, $\lg P = \lg (0.0875 \div 18.75)$

$= \lg 0.0875 - \lg 18.75$

$= \bar{2}.9420 - 1.2730$

$= -2 + 0.9420 - 1 - 0.2730$

$= -3 + 0.6690$

$= \bar{3}.6690$

$\therefore \quad P = \text{antilog } \bar{3}.6690$

$= \underline{\underline{0.004666}}$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම
$0.0875 \div 18.75$
$= 10^{\bar{2}.9420} \div 10^{1.2730}$
$= 10^{\bar{2}.9420 - 1.2730}$
$= 10^{\bar{3}.6690}$
$= 4.666 \times 10^{-3}$
$= \underline{\underline{0.004666}}$

d. $0.3752 \div 0.9321$

$P = 0.3752 \div 0.9321$ ලෙස ගනිමු.

එවිට, $\lg P = \lg (0.3752 \div 0.9321)$

$= \lg 0.3752 - \lg 0.9321$

$= \bar{1}.5742 - \bar{1}.9694$

$= -1 + 0.5742 - (-1 + 0.9694)$

$= -1 + 0.5742 + 1 - 0.9694$

$= -1 + 0.5742 + 0.0306$

$= -1 + 0.6048$

$= \bar{1}.6048$

$\therefore \quad P = \text{antilog } \bar{1}.6048$

$= \underline{\underline{0.4026}}$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම

$0.3752 \div 0.9321$

$= 10^{\bar{1}.5742} \div 10^{\bar{1}.9694}$

$= 10^{\bar{1}.5742 - \bar{1}.9694}$

$= 10^{\bar{1}.6048}$

$= 4.026 \times 10^{-1}$

$= \underline{\underline{0.4026}}$

නිදසුන 2

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සුළු කරන්න.

$$\frac{8.753 \times 0.02203}{0.9321}$$

$P = \dfrac{8.753 \times 0.02203}{0.9321}$ ලෙස ගනිමු.

එවිට, $\lg P = \lg \left(\dfrac{8.753 \times 0.02203}{0.9321}\right)$

$= \lg 8.753 + \lg 0.02203 - \lg 0.9321$

$= 0.9421 + \bar{2}.3430 - \bar{1}.9694$

$= 0.9421 - 2 + 0.3430 - \bar{1}.9694$

$= \bar{1}.2851 - \bar{1}.9694$

$= -1 + 0.2851 - (-1 + 0.9694)$

$= -1 + 0.2851 + 1 - 0.9694$

$= \bar{1}.3157$

$\therefore \quad P = \text{antilog } \bar{1}.3157$

$= \underline{\underline{0.2068}}$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම

$$\frac{8.753 \times 0.02203}{0.9321}$$

$= \dfrac{10^{0.9421} \times 10^{\bar{2}.3430}}{10^{\bar{1}.9694}}$

$= \dfrac{10^{\bar{1}.2851}}{10^{\bar{1}.9694}}$

$= 10^{\bar{1}.2851 - \bar{1}.9694}$

$= 10^{\bar{1}.3157}$

$= 2.068 \times 10^{-1}$

$= \underline{\underline{0.2068}}$

3.4 අභ්‍යාසය

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

1. a. 5.945×0.782 **b.** 0.7453×0.05921 **c.** 0.0085×0.0943

d. $5.21 \times 0.752 \times 0.093$ **e.** $857 \times 0.008321 \times 0.457$ **f.** $0.123 \times 0.9857 \times 0.79$

2. a. $7.543 \div 0.9524$ **b.** $0.0752 \div 0.8143$ **c.** $0.005273 \div 0.0078$

d. $0.9347 \div 8.75$ **e.** $0.0631 \div 0.003921$ **f.** $0.0752 \div 0.0008531$

3. a. $\dfrac{8.247 \times 0.1973}{0.9875}$ **b.** $\dfrac{9.752 \times 0.0054}{0.09534}$ **c.** $\dfrac{79.25 \times 0.0043}{0.3725}$

d. $\dfrac{0.7135 \times 0.4391}{0.0059}$ **e.** $\dfrac{5.378 \times 0.9376}{0.0731 \times 0.471}$ **f.** $\dfrac{71.8 \times 0.7823}{23.19 \times 0.0932}$

3.5 සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය පූර්ණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම හා බෙදීම

එකට වැඩි සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකවල පූර්ණාංශ ධන අගයක් ගන්නා බව අපි දනිමු. එවැනි ලඝුගණකයක් තවත් සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමේ දී හෝ බෙදීමේ දී සාමාන්‍ය ක්‍රමයට සුළු කළ හැකි ය. නමුත්, 0ත් 1ත් අතර සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකවල පූර්ණාංශ සෘණ අගයන් ගන්නා බව අපි දනිමු.

$\bar{3}.8247$ එවැනි ලඝුගණකයකි. මෙවැනි වියුති ඇතුළත් ලඝුගණකයක් තවත් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමේ දී හෝ බෙදීමේ දී පූර්ණාංශ හා දශමාංශ කොටස් වෙන වෙන ම සුළු කර ගත හැකි ය.

ලඝුගණක පූර්ණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම

නිදසුන 1

සුළු කරන්න.

a. 2.8111×2 **b.** $\bar{2}.7512 \times 3$ **c.** $\bar{1}.9217 \times 3$

a.
$$\begin{aligned} & 2.8111 \times 2 \\ = \; & \underline{\underline{5.6222}} \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} & \bar{2}.7512 \times 3 \\ &= 3(-2 + 0.7512) \\ &= -6 + 2.2536 \\ &= -6 + 2 + 0.2536 \\ &= -4 + 0.2536 \\ &= \underline{\underline{\bar{4}.2536}} \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} & \bar{1}.9217 \times 3 \\ & 3(-1 + 0.9217) \\ &= -3 + 2.7651 \\ &= -3 + 2 + 0.7651 \\ &= -1 + 0.7651 \\ &= \underline{\underline{\bar{1}.7651}} \end{aligned}$$

ලඝුගණක පූර්ණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම

ලඝුගණක, පූර්ණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදන අයුරු දැන් සලකා බලමු. පූර්ණාංශය වියුති ගණනක් ලෙස පවතින ලඝුගණකයක් පූර්ණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී පූර්ණාංශය හා දශමාංශය යන කොටස් දෙකේ ඍණ හා ධන අගයයන් පවතින නිසා බෙදීමේ දී ඍණ කොටස හා ධන කොටස වෙන වෙන ම බෙදිය යුතු ය. එවැනි අවස්ථා කීපයක් දැන් සලකා බලමු.

නිදසුන 2

සුළු කරන්න.

a. $2\,.\,5142 \div 2$

$2\,.\,5142 \div 2$
$= \underline{\underline{1.\,2571}}$

b. $\overline{3}.\,5001 \div 3$

$(-3 + 0.5001) \div 3$ නිසා

$\overline{3} \div 3 = \overline{1}$
$0.5001 \div 3 = 0.1667$

$\therefore\ \overline{3}.\,5001 \div 3$
$= \underline{\underline{\overline{1}.\,1667}}$

c. $\overline{4}.\,8322 \div 2$

$(-4 + 0.8322) \div 2$ නිසා

$\overline{4} \div 2 = \overline{2}$
$0.8322 \div 2 = 0.4161$

$\therefore\ \overline{4}.\,8322 \div 2$
$= \underline{\underline{\overline{2}.\,4161}}$

ඉහත නිදසුනෙහි ඇති ලඝුගණකවල පූර්ණාංශය ඉතිරි නැති ව බෙදිණි. පූර්ණාංශය ඉතිරියක් සහිතව බෙදෙන අවස්ථාවල දී එම බෙදීම කරන ආකාරය පහත නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 3

සුළු කරන්න.

a. $\overline{1}.\,5412 \div 2$ **b.** $\overline{1}.\,3712 \div 3$ **c.** $\overline{3}.\,5112 \div 2$

a. $\overline{1}.\,5412 \div 2$ යන්න $(-1 + 0.5412) \div 2$ ලෙස ගත හැකි ය.

පූර්ණාංශයේ $\overline{1}$ යන්න 2 න් හරියට ම නොබෙදෙන නිසා, එය $\overline{2} + 1$ ලෙස සකස් කර ගත හැකි ය. ඒ අනුව

$$\begin{aligned}\overline{1}\,.\,5412 \div 2 &= (-1 + 0.5412) \div 2\\ &= (-2 + 1 + 0.5412) \div 2\\ &= (-2 + 1\,.\,5412) \div 2\\ &= \underline{\underline{\overline{1}\,.\,7706}}\end{aligned}$$

b. $\bar{1}.3712 \div 3$

$= (-1 + 0.3712) \div 3$ $\quad$ ($-1 = -3 + 2$ නිසා)

$= (-3 + 2 + 0.3712) \div 3$

$= (\bar{3} + 2.3712) \div 3$

$= \underline{\underline{\bar{1}.7904}}$

c. $\bar{3}.5112 \div 2$

$= (-3 + 0.5112) \div 2$

$= (-4 + 1 + 0.5112) \div 2$ $\quad$ ($-3 = -4 + 1$ නිසා)

$= (\bar{4} + 1.5112) \div 2$

$= \underline{\underline{\bar{2}.7556}}$

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් කරන සුළු කිරීම්වලදී, මෙම ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් වැදගත් වන නිසා, එම දැනුම ප්‍රගුණ කර ගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

3.5 අභ්‍යාසය

1. අගය සොයන්න.

a. $\bar{1}.5413 \times 2$	**b.** $\bar{2}.7321 \times 3$	**c.** 1.7315×3
d. 0.4882×3	**e.** $\bar{3}.5111 \times 2$	**f.** $\bar{3}.8111 \times 4$

2. අගය සොයන්න.

a. $1.9412 \div 2$	**b.** $0.5512 \div 2$	**c.** $\bar{2}.4312 \div 2$
d. $\bar{3}.5412 \div 3$	**e.** $\bar{2}.4712 \div 2$	**f.** $\bar{4}.5321 \div 2$
g. $\bar{1}.5432 \div 2$	**h.** $\bar{2}.9312 \div 3$	**i.** $\bar{3}.4112 \div 2$
j. $\bar{1}.7512 \div 3$	**k.** $\bar{4}.1012 \div 3$	**l.** $\bar{5}.1421 \div 3$

3.6 ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාවක බල හා මූල සෙවීම.

$\log_2 5^3 = 3\log_2 5$ වේ. එය මීට කලින් උගත් ලඝුගණක නීතියක් වන $\log_a m^r = r\log_a m$ මගින් ලැබෙන බව අපි දනිමු.

එසේ ම මූල ලකුණු සහිත සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය ද එම නීතිය යටතේ පහත දැක්වෙන ආකාරයට ලිවිය හැකි ය.

(i) $\log_a \sqrt{5} = \log_a 5^{\frac{1}{2}}$ $\quad$ ($\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$ නිසා)

$= \underline{\underline{\frac{1}{2}\log_a 5}}$ $\quad$ (ලඝුගණක නීතිය යොදා ගැනීම)

(ii) $\lg \sqrt{25} = \lg 25^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2}\lg 25$

මේ අනුව සංඛ්‍යාවක බල හා මූල ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් ලබා ගන්නා අයුරු පහත නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

අගය සොයන්න.

a. 354^2 **b.** 0.0275^3 **c.** 0.9073^4

a. $P = 354^2$ ලෙස ගනිමු.

$\lg P = \lg 354^2$
$= 2\lg 354$
$= 2\lg 3.54 \times 10^2$
$= 2 \times 2.5490$
$= 5.0980$
$\therefore P = \text{antilog } 5.0980$
$= 1.253 \times 10^5$
$= 125\,300$

b. $P = 0.0275^3$ ලෙස ගනිමු.

$\lg P = \lg 0.0275^3$
$= 3\lg 0.0275$
$= 3 \times \bar{2}.4393$
$= 3 \times (-2 + 0.4393)$
$= -6 + 1.3179$
$= -6 + 1 + 0.3179$
$= -5 + 0.3179$
$= \bar{5}.3179$
$\therefore P = \text{antilog } \bar{5}.3179$
$= 2.079 \times 10^{-5}$
$= 0.00002079$

c. $P = 0.9073^4$ ලෙස ගනිමු.

$\lg P = \lg 0.9073^4$
$= 4\lg 0.9073$
$= 4 \times \bar{1}.9577$
$= 4 \times (-1 + 0.9577)$
$= -4 + 3.8308$
$= -4 + 3 + 0.8308$
$= -1 + 0.8308$
$= \bar{1}.8308$
$\therefore P = \text{antilog } \bar{1}.8308$
$= 6.773 \times 10^{-1}$
$= 0.6773$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම.

$0.9073^4 = \left(10^{\bar{1}.9577}\right)^4$
$= 10^{\bar{1}.9577 \times 4}$
$= 10^{\bar{1}.8308}$
$= 6.773 \times 10^{-1}$
$= 0.6773$

නිදසුන 2

a. $\sqrt{8.75}$ **b .** $\sqrt[3]{0.9371}$ **c.** $\sqrt[3]{0.0549}$

a. $P = \sqrt{8.75}$ ලෙස ගනිමු.

$$
\begin{aligned}
P &= \sqrt{8.75} \text{ නම්} \\
P &= 8.75^{\frac{1}{2}} \\
\lg P &= \lg 8.75^{\frac{1}{2}} \\
&= \frac{1}{2} \lg 8.75 \\
&= \frac{1}{2} \times 0.9420 \\
&= 0.4710 \\
\therefore \quad P &= \text{antilog } 0.4710 \\
&= \underline{\underline{2.958}}
\end{aligned}
$$

b. $P = \sqrt[3]{0.9371}$ ලෙස ගනිමු.

$$
\begin{aligned}
P &= 0.9371^{\frac{1}{3}} \\
\lg P &= \lg 0.9371^{\frac{1}{3}} \\
&= \frac{1}{3} \lg 0.9371 \\
&= \frac{1}{3} \times \bar{1}.9717 \\
&= (\bar{1}.9717) \div 3 \\
&= (-1 + 0.9717) \div 3 \\
&= (-3 + 2 + 0.9717) \div 3 \\
&= (-3 + 2.9717) \div 3 \\
&= -1 + 0.9906 \\
&= \bar{1}.9906 \\
\therefore \; P &= \text{antilog } \bar{1}.9906 \\
&= \underline{\underline{0.9786}}
\end{aligned}
$$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම

$$
\begin{aligned}
\sqrt[3]{0.9371} &= 0.9371^{\frac{1}{3}} \\
&= \left(10^{\bar{1}.9717}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= 10^{\bar{1}.9717 \times \frac{1}{3}} \\
&= 10^{\bar{1}.9906} \\
&= 9.786 \times 10^{-1} \\
&= \underline{\underline{0.9786}}
\end{aligned}
$$

c. $P = \sqrt[3]{0.0549}$ ලෙස ගනිමු.

$$\begin{aligned}
\lg P &= \lg 0.0549^{\frac{1}{3}} \\
&= \frac{1}{3} \lg 0.0549 \\
&= \frac{1}{3} \times \bar{2}.7396 \\
&= (\bar{2}.7396) \div 3 \\
&= (-2 + 0.7396) \div 3 \\
&= (-3 + 1 + 0.7396) \div 3 \\
&= (-3 + 1.7396) \div 3 \\
&= -1 + 0.5799 \\
&= \bar{1}.5799 \\
\therefore\ P &= \text{antilog } \bar{1}.5799 \\
&= \underline{\underline{0.3801}}
\end{aligned}$$

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම

$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{0.0549} &= 0.0549^{\frac{1}{3}} \\
&= \left(10^{\bar{2}.7396}\right)^{\frac{1}{3}} \\
&= 10^{\bar{2}.7396 \times \frac{1}{3}} \\
&= 10^{\bar{1}.5799} \\
&= 3.801 \times 10^{-1} \\
&= \underline{\underline{0.3801}}
\end{aligned}$$

දැන් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

3.6 අභ්‍යාසය

1. ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

a. $(5.97)^2$ **b.** $(27.85)^3$ **c.** $(821)^3$

d. $(0.752)^2$ **e.** $(0.9812)^3$ **f.** $(0.0593)^2$

2. ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

a. $\sqrt{25.1}$ **b.** $\sqrt{947.5}$ **c.** $\sqrt{0.0714}$

d. $\sqrt[3]{0.00913}$ **e.** $\sqrt[3]{0.7519}$ **f.** $\sqrt{0.999}$

3.7 බල හා මූල ඇතුළත් ප්‍රකාශන ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සුළු කිරීම

බල, මූල, ගුණිත හා බෙදීම් යන ගණිත කර්ම සියල්ල (හෝ සමහරක්) ඇතුළත් ප්‍රකාශනයක් ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සුළු කරන අයුරු පහත නිදසුනෙන් දැක්වේ.

නිදසුන 1

සුළු කරන්න. පිළිතුර ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට ලියන්න.

a. $\dfrac{7.543 \times 0.987^2}{\sqrt{0.875}}$ **b.** $\dfrac{\sqrt{0.4537} \times 75.4}{0.987^2}$

a. $P = \dfrac{7.543 \times 0.987^2}{\sqrt{0.875}}$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $\lg P = \lg\left(\dfrac{7.543 \times 0.987^2}{\sqrt{0.875}}\right)$

$$= \lg 7.543 + \lg 0.987^2 - \lg 0.875^{\frac{1}{2}}$$

$$= \lg 7.543 + 2\lg 0.987 - \frac{1}{2} \times \bar{1}.9420$$

$$= 0.8776 + 2 \times \bar{1}.9943 - \frac{\bar{2} + 1.9420}{2}$$

$$= 0.8776 + \bar{1}.9886 - (\bar{1} + 0.9710)$$

$$= 0.8776 + \bar{1}.9886 - \bar{1}.9710$$

$$= 0.8662 - \bar{1}.9710$$

$$= 0.8952$$

$$\therefore \quad P = \text{antilog } 0.8952$$

$$= 7.855$$

$\therefore \dfrac{7.543 \times 0.987^2}{\sqrt{0.875}} \approx \underline{\underline{7.9}}$ (ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට)

මෙම සුළු කිරීම දර්ශක ආකාරයෙන් ද කළ හැකි ය. ඒ මෙසේ ය.

$$\frac{7.543 \times 0.987^2}{\sqrt{0.875}} = \frac{7.543 \times 0.987^2}{0.875^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{10^{0.8776} \times \left(10^{\bar{1}.9943}\right)^2}{\left(10^{\bar{1}.9420}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{10^{0.8776} \times 10^{\bar{1}.9886}}{10^{\bar{1}.9710}}$$

$$= \frac{10^{0.8662}}{10^{\bar{1}.9710}}$$

$$= 10^{0.8662 - \bar{1}.9710}$$

$$= 10^{0.8952}$$

$$= 7.855 \times 10^0$$

$$= 7.855$$

$$\approx \underline{\underline{7.9}}$$

b. $P = \dfrac{\sqrt{0.4537} \times 75.4}{0.987^2}$ ලෙස ගනිමු.

$$
\begin{aligned}
\lg P &= \lg\left(\frac{0.4537^{\frac{1}{2}} \times 75.4}{0.987^2}\right)\\
&= \lg\ 0.4537^{\frac{1}{2}} + \lg 75.4 - \lg 0.987^2\\
&= \frac{1}{2}\lg 0.4537 + \lg 75.4 - 2\lg 0.987\\
&= \frac{1}{2} \times \bar{1}.6568 + 1.8774 - 2 \times \bar{1}.9943\\
&= \bar{1}.8284 + 1.8774 - \bar{1}.9886\\
&= 1.7058 - \bar{1}.9886\\
&= 1.7172\\
P &= \text{antilog}\ 1.7172\\
&= \underline{\underline{52.15}}
\end{aligned}
$$

$\dfrac{\sqrt{0.4537} \times 75.4}{0.987^2} \approx \underline{\underline{52.2}}$ (ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට)

දර්ශක ආකාරයෙන් සුළු කිරීම පහත දැක්වේ.

$$
\begin{aligned}
\frac{\sqrt{0.4537} \times 75.4}{0.987^2} &= \left(\frac{0.4537^{\frac{1}{2}} \times 75.4}{0.987^2}\right)\\
&= \frac{\left(10^{\bar{1}.6568}\right)^{\frac{1}{2}} \times 10^{1.8774}}{\left(10^{\bar{1}.9943}\right)^2}\\
&= \frac{10^{\bar{1}.8284} \times 10^{1.8774}}{10^{\bar{1}.9886}}\\
&= 10^{1.7058 - \bar{1}.9886}\\
&= 10^{1.7172}\\
&= 52.15\\
&\approx \underline{\underline{52.2}}
\end{aligned}
$$

3.7 අභ්‍යාසය

ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

a. $\dfrac{8.765 \times \sqrt[3]{27.03}}{24.51}$ **b.** $\dfrac{\sqrt{9.18} \times 8.02^2}{9.83}$ **c.** $\dfrac{\sqrt{0.0945} \times 4.821^2}{48.15}$

d. $\dfrac{3 \times 0.752^2}{\sqrt{17.96}}$ **e.** $\dfrac{6.591 \times \sqrt[3]{0.0782}}{0.9821^2}$ **f.** $\dfrac{3.251 \times \sqrt[3]{0.0234}}{0.8915}$

3.8 ලඝුගණකවල භාවිත

සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් ඇතුළත් බොහෝ ගැටලු ලඝුගණක භාවිතයෙන් පහසුවෙන් සුළු කළ හැකි ය. එවැනි නිදසුනක් පහත දැක්වේ.

නිදසුන 1

අරය r වන ගෝලයක V පරිමාව, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ සූත්‍රයෙන් ලබා දෙයි. $r = 0.64$ cm නම්, $\pi = 3.142$ ලෙස ගෙන ගෝලයේ පරිමාව ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට සොයන්න.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.142 \times 0.64^3$$

$$\therefore \lg V = \lg\left(\frac{4}{3} \times 3.142 \times 0.64^3\right)$$

$$= \lg 4 + \lg 3.142 + 3 \lg 0.64 - \lg 3$$

$$= 0.6021 + 0.4972 + 3 \times \bar{1}.8062 - 0.4771$$

$$= 0.6021 + 0.4972 + \bar{1}.4186 - 0.4771$$

$$= 0.5179 - 0.4771$$

$$= 0.0408$$

$$\therefore V = \text{antilog } 0.0408$$

$$= 1.098$$

$$\approx 1.1 \text{ (පළමු දශමස්ථානයට)}$$

$\therefore$ ගෝලයේ පරිමාව 1.1 cm^3

3.8 අභ්‍යාසය

1. යකඩ ඝන සෙන්ටිමීටරයක් 7.86 g ස්කන්ධයකින් යුක්ත වේ. දිග, පළල හා ඝනකම පිළිවෙළින් 5.4 m, 0.36 m හා 0.22 m වූ ඝනකාභාකාර යකඩ බාල්කයක ස්කන්ධය ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට සොයන්න.

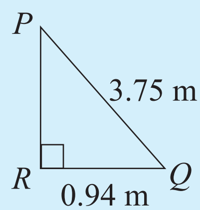
2. $g = \dfrac{4\pi^2 l}{T^2}$ සූත්‍රයේ $\pi = 3.142$ ද $l = 1.75$ ද $T = 2.7$ නම් g හි අගය සොයන්න.

3. අරය 0.75 m වූ වෘත්තාකාර තුනී ලෝහ තහඩුවකින් අරය 0.07 m වූ වෘත්තාකාර කොටසක් කපා ඉවත් කරන ලදි.

(i) ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය $\pi \times 0.82 \times 0.68$ බව පෙන්වන්න.

(ii) π හි අගය 3.142 ලෙස ගෙන, ලඝුගණක වගු ඇසුරෙන්, ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණාකාර බිම් කොටසක් රූපයේ දැක්වේ. එහි පැති දෙකක දිග 3.75 m හා 0.94 m නම්, PR පාදයේ දිග මීටර $\sqrt{4.69 \times 2.81}$ බව පෙන්වා ලඝුගණක වගු ඇසුරෙන් PR දිග මීටරවලින් ආසන්න දශමස්ථාන දෙකකට සොයන්න.



3.9 ගණක යන්ත්‍රයේ භාවිත

බොහෝ කාලයක් තිස්සේ සංකීර්ණ ගණනය කිරීම් සඳහා ලඝුගණක භාවිත කරනු ලැබිණි. එහෙත් අද කාලයේ එම කාර්යය සඳහා බොහෝ දුරට ගණක යන්ත්‍රය (calculator) යොදා ගැනේ. සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍රය භාවිතයෙන් කළ හැකි ගණනය කිරීම් සීමා සහිත ය. සංකීර්ණ ගණනය කිරීම් සඳහා විද්‍යාත්මක ගණකය යොදා ගැනේ. විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රයේ යතුරු පුවරුව සාමාන්‍ය ගණක යන්ත්‍රයට වඩා තරමක් සංකීර්ණ වේ.

බලයක අගය ගණක යන්ත්‍රය මගින් ලබා ගැනීම

521^3 හි අගය ගණක යන්ත්‍රය මගින් $521 \times 521 \times 521$ ලෙස යතුරු පුවරුව ක්‍රියාත්මක කිරීමෙන් ලැබේ. එහෙත් විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රයෙන් x^n බලය දැක්වෙන යතුර භාවිතයෙන් හෝ $\boxed{\wedge}$ යතුරු ක්‍රියාත්මක කිරීමෙන් පහසුවෙන් එක් වර 521^3 හි අගය ලබා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

275^3 හි අගය ගණකය මගින් සොයන්න. සෙවීම සඳහා ක්‍රියාත්මක කරන යතුරු අනුපිළිවෙළින් දක්වන්න.

$\boxed{2}\ \boxed{7}\ \boxed{5}\ \boxed{x^n}\ \boxed{3}\boxed{=}$ හෝ $\boxed{2}\ \boxed{7}\ \boxed{5}\boxed{\wedge}\boxed{3}\boxed{=}$ 20 796 875

මූලයක අගය ගණක යන්ත්‍රය මගින් ලබා ගැනීම

යතුරු පුවරුවේ $\boxed{\text{shift}}$ යතුර මූලයක් ලබා ගැනීමේ දී අවශ්‍ය වේ. ඊට අමතරව $\boxed{\sqrt[x]{\ }}$ යතුරත් ක්‍රියාත්මක කළ හැකි ය.

නිදසුන 2

$\sqrt[4]{2313\,441}$ හි අගය ගණකය මගින් ලබා ගැනීම සඳහා ක්‍රියාත්මක කළ යුතු යතුරු අනුපිළිවෙළින් දක්වන්න.

$\boxed{2}\boxed{3}\boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{4}\ \boxed{1}\boxed{\text{shift}}\boxed{x^n}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

හෝ

$\boxed{2}\boxed{3}\boxed{1}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{1}\ \boxed{x^{1/n}}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$ 39

හෝ

$\boxed{2}\boxed{3}\boxed{1}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{1}\ \boxed{\sqrt[n]{x}}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

බල හා මූල ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කිරීම් සඳහා ගණක යන්ත්‍රය භාවිතය

$\dfrac{5.21^3 \times \sqrt[3]{4.3}}{3275}$ හි අගය ලබා ගැනීම සඳහා විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රයේ ක්‍රියාත්මක කළ යුතු යතුරු අනුපිළිවෙළින් දක්වන්න.

$\boxed{5}\ \boxed{.}\ \boxed{2}\ \boxed{1}\ \boxed{x^n}\ \boxed{3}\boxed{\times}\boxed{4}\ \boxed{.}\ \boxed{3}\ \boxed{x^{1/n}}\ \boxed{3}\boxed{\div}\boxed{3}\boxed{2}\boxed{7}\boxed{5}\boxed{=}$ 0.070219546

3.9 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අගය ගණනය කිරීම සඳහා විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රයේ ක්‍රියාත්මක කළ යුතු යතුරු, අනුපිළිවෙළින් සටහනක දක්වන්න.

a. 952^2 **b.** $\sqrt{475}$

c. 5.85^3 **d.** $\sqrt[3]{275.1}$

e. $375^2 \times \sqrt{52}$ **f.** $\sqrt{4229} \times 352^2$

g. $\dfrac{37^2 \times 853}{\sqrt{50}}$ **h.** $\dfrac{\sqrt{751} \times 85^2}{\sqrt[3]{36}}$

i. $\dfrac{\sqrt{1452} \times 38.75}{98.2}$ **j.** $\dfrac{\sqrt[3]{827.3} \times 5.41^2}{9.74}$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් සුළු කරන්න. පිළිතුරේ නිවැරදි බව ගණක යන්ත්‍රය මගින් පරීක්ෂා කරන්න.

(i) $\dfrac{1}{275.2}$ (ii) $\dfrac{1}{\sqrt{982.1}}$ (iii) $\dfrac{1}{\sqrt{0.954}}$

(iv) $0.5678^{\frac{1}{3}}$ (v) $0.785^2 - 0.0072^2$ (vi) $9.84^2 + 51.2^2$

2. $a = 0.8732$ හා $b = 3.168$ වන විට

(i) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

(ii) $(ab)^2$

අගය සොයන්න.

3. $A = p\left(1 + \dfrac{r}{100}\right)^n$ සූත්‍රයෙහි $p = 675$, $r = 3.5$ හා $n = 3$ වන විට, A හි අගය සොයන්න.

4. තුනී වෘත්තාකාර ලෝහ තහඩුවකින්, කේන්ද්‍රයේ කෝණය 73° ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් කපා ගන්නා ලදි.

(i) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය වෘත්තයේ වර්ගඵලයෙන් කවර භාගයක් ද?

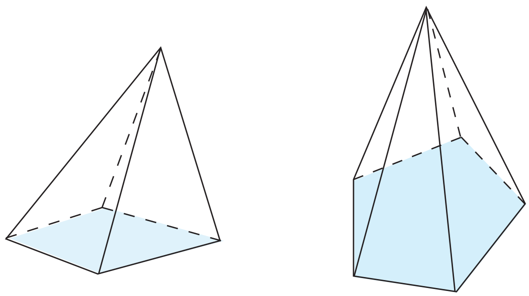
(ii) වෘත්තාකාර තහඩුවේ අරය 17.8 cm නම් කපා ගන්නා ලද කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පැත්තක වර්ගඵලය සොයන්න.

4 ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- පතුල සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට
- ඍජු කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට
- ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට

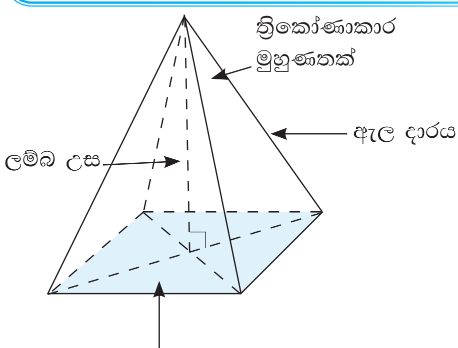
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

පිරමීඩය



ඉහත රූපවල දැක්වෙන ඝන වස්තු හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න. ඒවායේ මුහුණත් ලෙස ඇත්තේ බහු - අස්‍රයි. එම මුහුණත් අතුරින් එකක් හැර අනෙක් සියල්ල ම ත්‍රිකෝණාකාර වේ. ත්‍රිකෝණාකාර නොවන මුහුණතට **ආධාරකය** යැයි කියනු ලැබේ. එම ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් සියල්ලට පොදු වන ලක්ෂ්‍යයක් ඇති අතර එම පොදු ලක්ෂ්‍යයට ශීර්ෂය යැයි කියනු ලැබේ. මෙම ලක්ෂණ සහිත ඝන වස්තුවකට **පිරමීඩයක්** යැයි කියනු ලැබේ.
රූපයේ දැක්වෙන පිරමීඩ තුනෙහි ආධාරක පිළිවෙළින් චතුරස්‍රාකාර, පංචාස්‍රාකාර හා ෂඩාස්‍රාකාර වේ.

ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන ඍජු පිරමීඩය



සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක් රූපයෙහි දැක්වේ. මෙහි ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වේ. ඉතිරි මුහුණත් හතර ම ත්‍රිකෝණාකාර වේ.

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ "හරි මැද" (එනම් සමචතුරස්‍රයේ විකර්ණ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය) පිරමීඩයේ ශීර්ෂයට යා කළ විට ලැබෙන රේඛා ඛණ්ඩය ආධාරකයට ලම්බක වේ නම්, එවිට මෙම පිරමීඩයට **සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

එම රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගට පිරමීඩයේ **ලම්බ උස** (හෝ වඩාත් සරලව, උස) යැයි කියනු ලැබේ. ආධාරකය මත නොපිහිටි දාර **ඇල දාර** ලෙස හැඳින්වේ. අප මෙම පාඩමේ දී සලකා බලනුයේ සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම පිළිබඳව පමණි.

සටහන: චතුස්තලය ද පිරමීඩයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. එහි මුහුණත් සියල්ල ත්‍රිකෝණාකාර වේ. චතුස්තලයක ආධාරකය ලෙස ඕනෑ ම මුහුණතක් ගත හැකි ය. ඍජු පිරමීඩ යන්න ආධාරකය සමචතුරස්‍ර නොවූ පිරමීඩ සඳහා ද අර්ථ දැක්විය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, ආධාරකය ඕනෑ ම සවිධි බහු - අස්‍රාකාර හැඩයක් ගන්නා අවස්ථාවේ දී ඍජු පිරමීඩ අර්ථ දැක්වෙන්නේ මෙසේ ය. එම සවිධි බහු - අස්‍රයේ සමමිතික රේඛා සියල්ල ගමන් කරන පොදු ලක්ෂ්‍යයක් ඇති අතර, එම පොදු ලක්ෂ්‍යය පිරමීඩයේ ශීර්ෂයට යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය ආධාරකයට ලම්බක වේ නම් එම පිරමීඩය **ඍජු පිරමීඩයක්** ලෙස හැඳින්වේ. ආධාරකය සවිධි නොවූ බහුඅස්‍රාකාර හැඩයක් ගන්නා විට දී එම ආධාරකයේ "හරි මැද" ලෙස එම බහුඅස්‍රයේ කේන්ද්‍රකය ගත හැකි ය. කේන්ද්‍රකය පිළිබඳ සංකල්පය ගණිතය ඉහළට ඉගෙනීමේ දී ඔබට උගෙන ගත හැකි වනු ඇත.

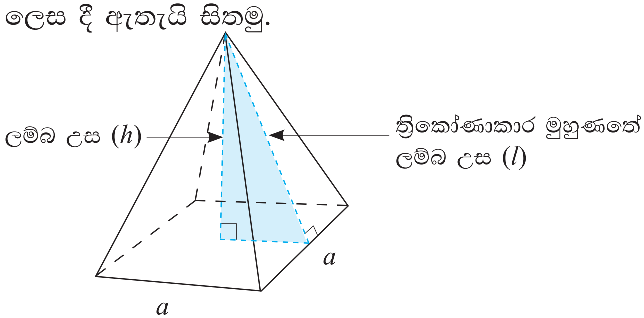
සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක ඇති වැදගත් ගුණයක් නම් ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් සියල්ල එකිනෙකට අංගසම වීමයි. එම නිසා එම මුහුණත්වල වර්ගඵල ද සමාන වේ.

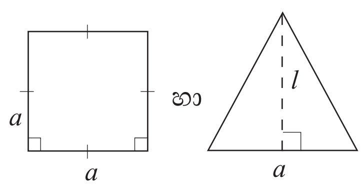
තව ද සෑම ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ම එක් පාදයක් සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ එක් පාදයක් වන අතර, ඉතිරි පාද දෙක දිගින් සමාන වේ. එබැවින් මෙම ත්‍රිකෝණ සමද්විපාද වේ.

4.1 ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන ඍජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන ඍජු පිරමීඩයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා ආධාරකයේ වර්ගඵලයත් ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් හතරෙහි වර්ගඵලත් සොයා ඒවා සියල්ලේ ඓක්‍යය ගත යුතු ය.

ආධාරකයේ පැත්තක දිග හා ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස (පහත රූපය බලන්න) දී ඇති විට එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන ආකාර පිළිබඳව විමසා බලමු.
සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග a ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස l ද ලෙස දී ඇතැයි සිතමු.





සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකය

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත

(මෙවැනි මුහුණත් හතරක් ඇත)

මේ අනුව අපට පහත දැක්වෙන ලෙස මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවිය හැකි ය.

$$\left.\begin{matrix}\text{සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයේ}\\ \text{මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{සමචතුරස්‍රාකාර}\\ \text{ආධාරකයේ}\\ \text{වර්ගඵලය}\end{matrix}\right\} + 4 \times \left\{\begin{matrix}\text{ත්‍රිකෝණාකාර}\\ \text{මුහුණතක}\\ \text{වර්ගඵලය}\end{matrix}\right\}$$

$$= a \times a + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times l$$
$$= a^2 + 2al$$

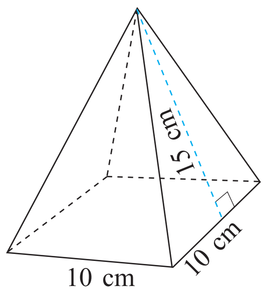
මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

$$\boxed{A = a^2 + 2al}$$

සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සම්බන්ධ විසඳූ ගැටලු කීපයක් පිළිබඳ ව දැන් අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 15 cm ද වූ ඍජු පිරමීඩයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



ආධාරකයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 10$
$= 100$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 10 \times 15$
$= 75$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් සියල්ලේ වර්ගඵලය $= 75 \times 4$
$= 300$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 100 + 300$
$= 400$

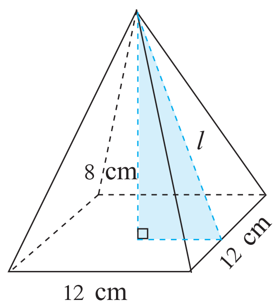
$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $400\ \text{cm}^2$ වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන ඍජු පිරමීඩයේ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 12 cm වන අතර, පිරමීඩයේ ලම්බ උස 8 cmකි.

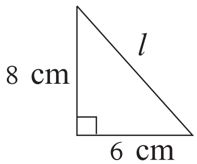
(i) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස
(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය
(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

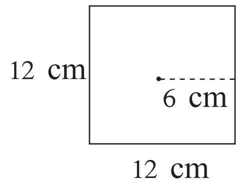
සොයන්න.



ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස සෙන්ටිමීටර l යැයි ගනිමු.
දී ඇති රූපයේ අඳුරු කර ඇති ත්‍රිකෝණය සලකමු.
පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව

(i) $l^2 = 8^2 + 6^2$
$\quad = 64 + 36$
$\quad = 100$
$\therefore l = \sqrt{100}$
$\quad = 10$





$\therefore$ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 10 cm වේ.

(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 12 \times 10$

$= 60$

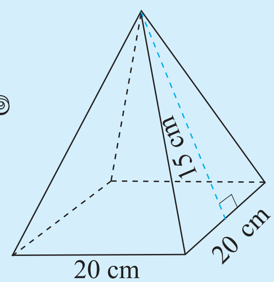
$\therefore$ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය 60 cm^2 වේ.

(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 12 \times 12 + 4 \times 60$
$= 144 + 240$
$= 384$

$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 384 cm^2 වේ.

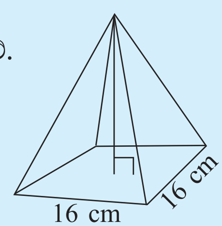
4.1 අභ්‍යාසය

1. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 20 cm වූ ඍජු පිරමීඩයක ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 15 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

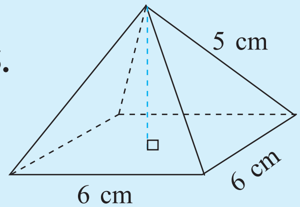


2. පැත්තක දිග 8 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩයක ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 20 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 16 cm වූ ඍජු පිරමීඩයක ඍජු උස 6 cm වේ.
(i) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස
(ii) පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය
සොයන්න.



4. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 20 cm වූ ද සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක ලම්බ උස 12 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. 

ආධාරකයේ පැත්තක දිග 6 cm වූ ඍජු පිරමීඩයක ඇල දාරයක දිග 5 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

6. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm වූ ඍජු සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක ඇල දාරයක දිග 13 cm නම් එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

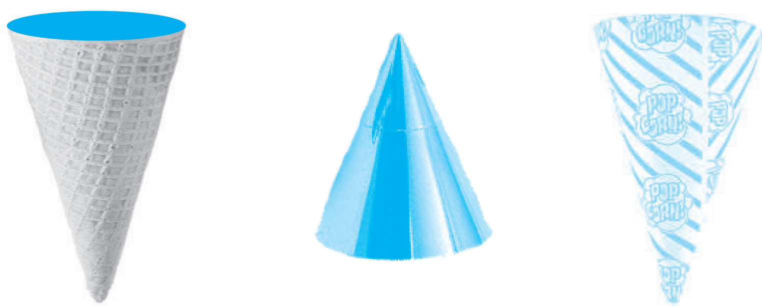
7. පැත්තක දිග 30 cm වූ සමචතුරස්‍ර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2400 cm^2 වේ.
(i) එහි ශීර්ෂයේ සිට ආධාරකයේ පාදයකට ඇති ලම්බ දුර
(ii) පිරමීඩයේ උස
සොයන්න.

8. පැත්තක දිග 8 m වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩාකාර කූඩාරමක් සාදා ඇති රෙද්දක වර්ගඵලය 80 m^2 වේ. කූඩාරමේ පතුල සඳහා රෙදි භාවිත කර නොමැති බව සලකා කූඩාරමේ උස සොයන්න.

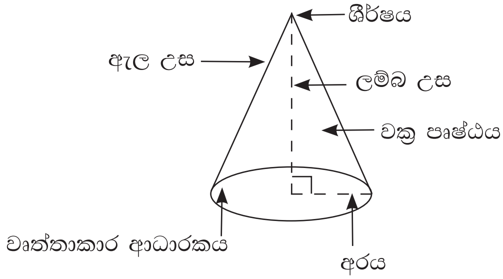
9. උස 4 m ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 5 m ද වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත කූඩාරමක වහලය හා පතුල සඳහා රෙදි ඇතිරීමට නියමිත නම් අවශ්‍ය වන මුළු රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

10. සමචතුරස්‍රාකාර පතුලේ පැත්තක දිග 16 m ද පිරමීඩයේ උස 6 m ද වන පරිදි වූ ඍජු පිරමීඩාකාර කූඩාරමක් තැනීමට අවශ්‍ය වේ. මෙහි පතුල ද ආවරණය වන පරිදි කූඩාරම සැකසීමට අවශ්‍ය වන රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

කේතුව



ඉහත දක්වා ඇත්තේ කේතු ආකාර වස්තූන් කිහිපයකි. කේතුවකට වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ කොටසක් හා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසක් ඇති බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය. වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ කොටසට කේතුවේ ආධාරකය යැයි කියනු ලැබේ. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස මත ඇඳි සරල රේඛා සියල්ල ගමන් කරන ලක්ෂ්‍යයට, කේතුවේ ශීර්ෂය යැයි කියනු ලැබේ.



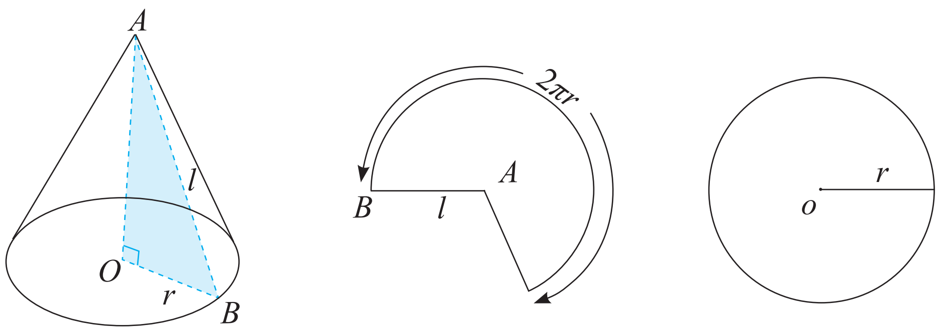
කේතුවක ආධාරක වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ශීර්ෂයට යා කෙරෙන රේඛා ඛණ්ඩය ආධාරකයට ලම්බක නම් එය **ඍජු වෘත්ත කේතුවක්** ලෙස හැඳින්වේ. කේතුවක ආධාරක වෘත්තයේ අරයට කේතුවේ අරය යැයි ද ආධාරක වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා ශීර්ෂය අතර දුරට කේතුවේ ලම්බ උස යැයි ද කියනු ලැබේ. තව ද, කේතුවේ ශීර්ෂය හා ආධාරක වෘත්තයේ පරිධිය මත ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් අතර ඇති සරල රේඛා ඛණ්ඩයකට ඇල රේඛාවක් යැයි ද එම රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගට කේතුවේ ඇල උස යැයි ද කියනු ලැබේ.

කේතුවක අරය r මගින් ද උස h මගින් ද ඇල උස l මගින් ද සාමාන්‍යයෙන් දැක්වේ.

4.2 ඍජු වෘත්ත කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමේ ක්‍රමයක් විස්තර කිරීම පිණිස තුනී ආස්තරයකින් සෑදි කුහර කේතුවක් සලකමු. මුලින් ම එය සෑදී ඇති පෘෂ්ඨ කොටස් මොනවාදැයි බලමු. ආධාරකය, වෘත්තාකාර හැඩයක් සහිත තල පෘෂ්ඨ කොටසකි. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස, ඇල රේඛාවක් ඔස්සේ දිග හැරිය විට කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක හැඩය ගත් ආස්තරයකි.

කේතුවක අරය හා ඇල උස දී ඇති විට එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලයත් වෘත්තාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලයත් සොයා, ඒවායේ ඓක්‍යය ගත හැකි ය. වෘත්තාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලය πr^2 සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය මෙසේ ගණනය කළ හැකි ය.



වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස   වෘත්තාකාර ආධාරකය

වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස එය දිග හැරීමෙන් ලැබෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය l වේ. එහි චාප දිග $2\pi r$ වේ (මක් නිසා ද යත්, එම චාප දිග වන්නේ ආධාරක වෘත්තයේ පරිධිය යි). දැන්, මෙම වෘත්ත ඛණ්ඩයට අදාළ කේන්ද්‍ර කෝණය θ නම් (10 ශ්‍රේණියේ දී කේන්ද්‍රික

ඛණ්ඩයක පරිමිතිය යටතේ උගත් පරිදි) $\frac{\theta}{360} \times 2\pi l = 2\pi r$ වේ.
එවිට
$\theta = \frac{2\pi r \times 360}{2\pi l}$ එනම් $\theta = \frac{360r}{l}$ වේ.

මෙම θ කේන්ද්‍ර කෝණය සහිත කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය වන්නේ (10 ශ්‍රේණියේ දී කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය යටතේ උගත් පරිදි) $\frac{\theta}{360} \times \pi l^2$ ය. θ සඳහා මුල් සමීකරණයෙන් ආදේශ කිරීමෙන් වර්ගඵලය $\frac{360r}{l} \times \frac{\pi l^2}{360}$ ලෙස ලැබේ. මෙය සුළු කළ විට πrl ලැබේ. මේ අනුව, කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය πrl වේ. මේ අනුව,

කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = {කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය} + {වෘත්තාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලය}

$= \pi rl + \pi r^2$

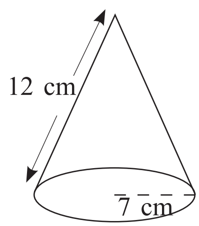
මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

$$\boxed{A = \pi rl + \pi r^2}$$

කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සම්බන්ධයෙන් විසඳූ ගැටලු කීපයක් පිළිබඳ ව දැන් අවධානය යොමු කරමු. මෙම පාඩමේ දී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස ගනු ලැබේ.

නිදසුන 1

ඝන කේතුවක රූප සටහනක් පහත දැක්වේ. එහි අරය 7 cm ද ඇල උස 12 cm ද නම් කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 12$

$= 264 \text{ cm}^2$

වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

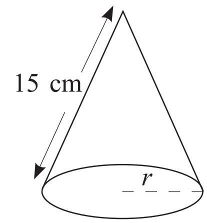
$= 154 \text{ cm}^2$

$\therefore$ කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 264 + 154$

$= \underline{\underline{418 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2

ආධාරකයේ පරිධිය 88 cm වූ කේතුවක ඇල උස 15 cm නම් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



වෘත්තාකාර ආධාරකයේ පරිධිය $= 88$ cm

ආධාරකයේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.

ඒ අනුව $2\pi r = 88$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$$

$$r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = 14 \text{ cm}$$

කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 15$$

$$= 660$$

$\therefore$ කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය 660 cm^2 වේ.

නිදසුන 3

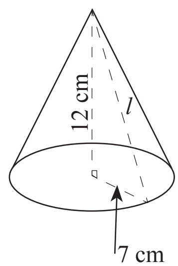
අරය 7 cm ද ලම්බ උස 12 cm ද වූ ඝන කේතුවක

(i) ඇල උස

(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය

(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

දශමස්ථාන එකකට නිවැරදි ව සොයන්න.



කේතුවේ ඇල උස සෙන්ටිමීටර l යැයි ගනිමු.

පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව

(i) $l^2 = 7^2 + 12^2$

$= 49 + 144$

$= 193$

$l = \sqrt{193}$

$= 13.8$ (වර්ගමූලය සෙවීමේ බෙදීමේ ක්‍රමය මගින්)

$\therefore$ කේතුවේ ඇල උස ආසන්න වශයෙන් 13.8 cm වේ.

(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 13.8$$

$$= 303.6$$

$\therefore$ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය 303.6 cm^2 වේ.

(iii) වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154 \text{ cm}^2$$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 303.6 + 154$

$$= 457.6$$

$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 457.6 cm^2 වේ.

4.2 අභ්‍යාසය

1. ආධාරකයේ අරය 14 cm වූ ද ඇල උස 20 cm වූ ද ඍජු කේතුවක වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

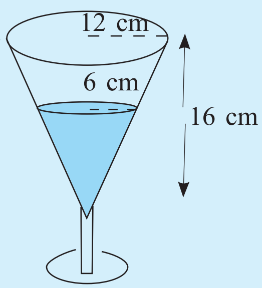
2. ආධාරකයේ අරය 7 cm වූ ද ලම්බ උස 24 cm වූ ද ඝන ඍජු කේතුවක
(i) ඇල උස
(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය
සොයන්න.

3. ආධාරකයේ පරිධිය 44 m වූ කේතුක හැඩයේ වැලි ගොඩක ඇල උස 20 m නම්
(i) ආධාරකයේ අරය
(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය
සොයන්න.

4. ආධාරකයේ අරය 10.5 cm වූ ද ඇල උස 15 cm වූ ද ඍජු කුහර කේතුවක පිටත පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. කේතුවක හැඩයෙන් යුත් ඝන වස්තුවක ඇල උස 14 cm වේ. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය 396 cm^2 නම්
(i) කේතුවේ අරය ගණනය කරන්න.
(ii) ලම්බ උස ගණනය කරන්න.

6.



කේතුවක හැඩැති තුනී වීදුරු බඳුනක උසින් හරි අඩක් වන සේ පලතුරු බීම පුරවා ඇති ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. වීදුරුවේ අරය 12 cm ද එහි කේතු කොටසේ උස 16 cm ද වේ. වීදුරුවේ පලතුරු බීම ගැවී ඇති කොටසේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

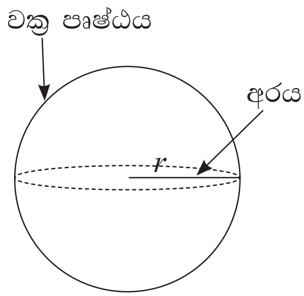
ගෝලය

යගුලිය

ටෙනිස් බෝලය

පා පන්දුව

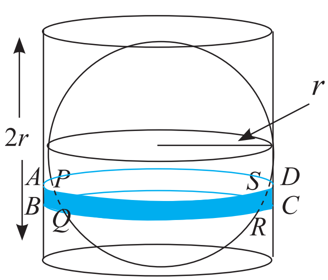
ගෝලීය හැඩය පිළිබඳ ඔබට අවබෝධයක් ඇතුවාට සැක නැත. අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට නියත දුරකින් ත්‍රිමාණ අවකාශයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය කුලකය ගෝලයක් ලෙස හැඳින්වේ. එම අචල ලක්ෂ්‍යයට ගෝලයේ කේන්ද්‍රය යැයි ද නියත දුරට අරය යැයි ද කියනු ලැබේ. ගෝලයට එක් වක්‍ර පෘෂ්ඨයක් පමණක් ඇති අතර, දාර හෝ ශීර්ෂ කිසිවක් නොමැත.



ගෝලයක අරය සාමාන්‍යයෙන් r මගින් දැක්වේ.

4.3 ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට උපකාරී වන, ආකිමිඩීස් විසින් නිරීක්ෂණය කළ සංසිද්ධියක් මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය.



ගෝලයක අරයට සමාන අරයක් ද ගෝලයේ විෂ්කම්භයට සමාන උසක් ද ඇති සිලින්ඩරයකට එම ගෝලයේ **පරිසිලින්ඩරය** යැයි කියනු ලැබේ.

එම ගෝලය සිලින්ඩරය තුළ ඇති විට සිලින්ඩරයේ වෘත්තාකාර තල මුහුණතට සමාන්තර ව කපන ලද ඕනෑ ම කැපුම් දෙකක් මගින් ගෝලයෙන් හා සිලින්ඩරයෙන් කැපෙන කොටස්වල වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵල සමාන බව ග්‍රීසියේ විසූ ආකිමිඩීස් නම් ගණිතඥයා විසින් ක්‍රිස්තු පූර්ව 225 දී පමණ පෙන්වා දෙන ලදි.

ඒ අනුව ඉහත රූපයේ පෙන්වා ඇති ගෝලයේ $PQRS$ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය

සිලින්ඩරයේ $ABCD$ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලයට සමාන වේ.
මේ නිසා ආකිමිඩිස් විසින් ඉදිරිපත් කළ ඉහත සම්බන්ධතාවට අනුව ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය පරිසිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලයට සමාන වේ.

පරිසිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා $2\pi rh$ සූත්‍රය යෙදූ විට,

පරිසිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $= 2\pi r \times 2r$
$= 4\pi r^2$
එබැවින් ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

$$\boxed{A = 4\pi r^2}$$

නිදසුන 1

අරය 7 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$
$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$
$= 616$

$\therefore$ ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 616 cm^2 වේ.

නිදසුන 2

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1386 cm^2 නම් එහි අරය ගණනය කරන්න.

ගෝලයේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.

එවිට $4\pi r^2 = 1386$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 1386$$

$$r^2 = \frac{1386 \times 7}{4 \times 22}$$

$$= \frac{441}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{441}{4}}$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10.5$$

$\therefore$ ගෝලයේ අරය 10.5 cm වේ.

4.3 අභ්‍යාසය

1. අරය 3.5 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
2. අරය 14 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
3. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 5544 cm^2 වූ ගෝලයක අරය සොයන්න.
4. අරය 7 cm වූ කුහර අර්ධ ගෝලයක බාහිර වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
5. විෂ්කම්භය 0.5 m වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
6. මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1386 cm^2 වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක අරය සොයන්න.

සාරාංශය

- සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග a වූ ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස l වූ ද සෘජු ඝන පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

  $A = a^2 + 2al$

- ආධාරකයේ අරය r ද ඇල උස l වූ සෘජු ඝන වෘත්ත කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

  $A = \pi rl + \pi r^2$

- අරය r වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

  $A = 4\pi r^2$ වේ.

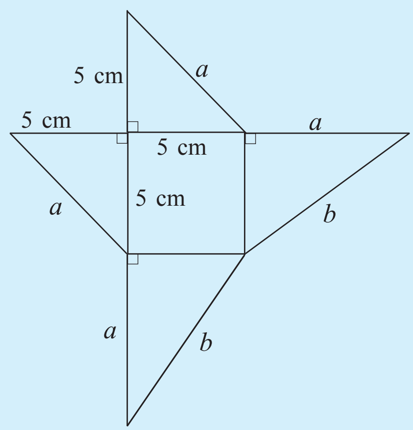
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පිරමීඩයක් සෑදීමට යොදා ගන්නා ලද පතරොමක් පහත දැක්වේ.

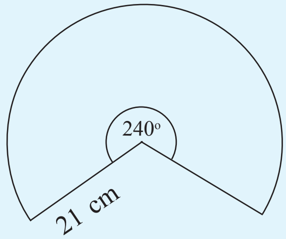
   (i) එහි a හා b මගින් දක්වා ඇති අගය ගණනය කරන්න.

   (ii) මෙම පතරොම භාවිතයෙන් සාදා ගන්නා පිරමීඩය සෘජු පිරමීඩයක් නොවීමට හේතුව කුමක් ද?

   (iii) පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



2. රූප සටහනින් පෙන්වා ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආකාරයේ වූ ලෝහ තහඩුවක් යොදාගනිමින් ඍජු කේතුවක් සාදා ගනු ලැබේ.



(i) සාදා ගත් කේතුවේ පතුලට වෘත්තාකාර තහඩුවක් සවිකරනු ලැබේ. එම කොටසේ අරය ගණනය කරන්න.

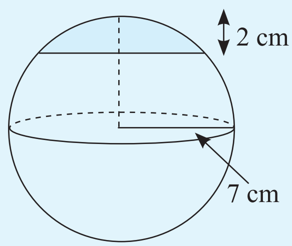
(ii) කේතුව සාදා ගත් පසු එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. කේතුවක ඇල උස හා ලම්බ උස අතර අනුපාතය 5 : 4 වේ. කේතුවේ ආධාරකයේ අරය 6 cm නම්,

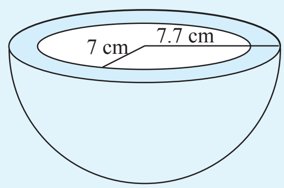
(i) කේතුවේ ඇල උස ගණනය කරන්න.

(ii) කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. අරය 7 cm ක් වූ ගෝලයක මුදුනේ සිට ඍජු උස 2 cm ක් පහළට තීන්ත ආලේප කර ඇත් නම් තීන්ත ආලේප කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න. (ඉඟිය: පරිසිලින්ඩරය පිළිබඳ දැනුම යොදාගන්න)



5. අර්ධ ගෝල හැඩැති මැටි භාජනයක අභ්‍යන්තර අරය 7 cm ද බාහිර අරය 7.7 cm ද නම් භාජනයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



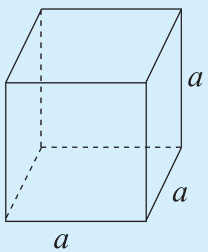
5 ඝන වස්තුවල පරිමාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

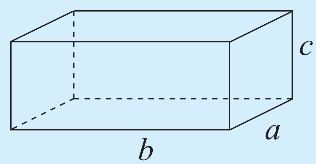
සෘජු පිරමීඩයක, සෘජු කේතුවක හා ගෝලයක පරිමාව ගණනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

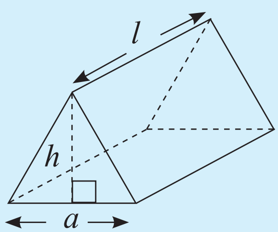
1. මීට පෙර ඔබ විසින් අධ්‍යයනය කර ඇති ඝන වස්තු කීපයක රූප සටහන් පහත දැක්වේ. ඒවායේ පරිමාව සෙවූ ආකාරය මතකයට නගා ගනිමින්, දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.



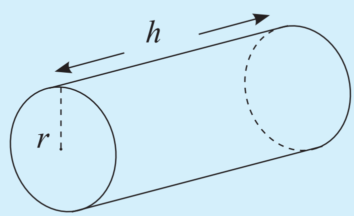
ඝනකය



ඝනකාභය



ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය



සිලින්ඩරය

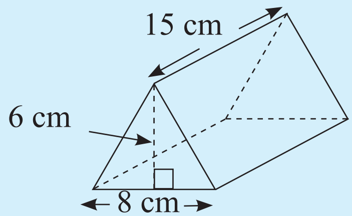
වස්තුව	හරස්කඩ වර්ගඵලය	පරිමාව
ඝනකය		
ඝනකාභය		
ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය		
සිලින්ඩරය		

2. පැත්තක දිග 10 cm වූ ඝනකයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

3. දිග 15 cm ද පළල 10 cm ද උස 8 cm ද වූ ඝනකාභයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

4. අරය 7 cm ද උස 20 cm ද වන සිලින්ඩරයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

5. රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ පරිමාව ගණනය කරන්න.

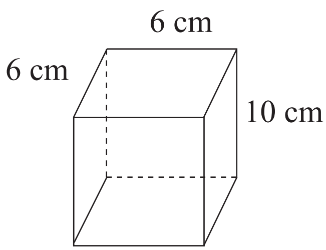


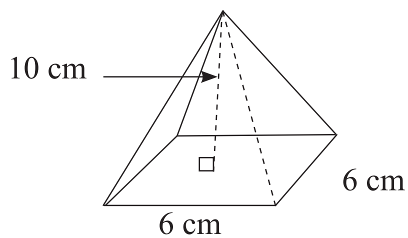
5.1 පතුල සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක පරිමාව

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩයක පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැගීමට දැන් අවධානය යොමු කරමු. මේ සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම

රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ, පැත්තක දිග 6 cm බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත උස 10 cm වන කුහර ඝනකාභයක් හා පැත්තක දිග 6 cm බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත උස 10 cm වන ඍජු කුහර පිරමීඩයක් තුනී කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.





සාදා ගත් පිරමීඩ හැඩැති භාජනය සිහින් වැලිවලින් සම්පූර්ණයෙන්ම පුරවා ගන්න. එසේ පුරවා ගත් සිහින් වැලි සියල්ල ඝනකාභ හැඩැති භාජනයට දමන්න. ඝනකාභ හැඩැති භාජනය පිරවීමට මේ ආකාරයට පිරමීඩාකාර භාජනයෙන් කී වාරයක් දැමිය යුතු දැයි නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී ඝනකාභ හැඩැති බඳුන සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට, පිරමීඩ හැඩැති බඳුන සම්පූර්ණයෙන් වැලිවලින් පුරවා තුන් වාරයක් දැමිය යුතු බව ඔබ නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත.

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග a ද උස h ද වූ ඝනකාභයක් හා සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග a ද ලම්බ උස h ද වූ ඍජු ප්‍රිස්මයක් සලකන්න. ක්‍රියාකාරකමට අනුව, පිරමීඩයේ පරිමාව $\times 3 =$ ඝනකාභයේ පරිමාව

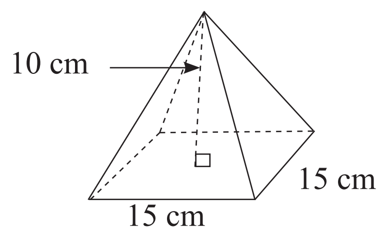
$$\therefore \text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} \times \text{ඝනකාභයේ පරිමාව}$$
$$= \frac{1}{3} \times \text{ආධාරකයේ වර්ගඵලය} \times \text{ලම්බ උස}$$
$$= \frac{1}{3} \times (a \times a) \times h$$
$$= \frac{1}{3} a^2h$$

$$\boxed{\text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} a^2h}$$

නිදසුන 1

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 15 cm ද උස 10 cm ද වූ ඍජු පිරමීඩයක පරිමාව සොයන්න.

$$\text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} a^2h$$
$$= \frac{1}{3} \times 15 \times 15 \times 10$$
$$= 750$$



$\therefore$ පිරමීඩයේ පරිමාව 750 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක පරිමාව 400 cm^3 කි. එහි උස 12 cm නම් ආධාරකයේ පැත්තක දිග සොයන්න.
ආධාරකයේ පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර a යැයි ගනිමු.

$$\text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} a^2h$$
$$\therefore \frac{1}{3} a^2h = 400$$
$$\therefore \frac{1}{3} a^2 \times 12 = 400$$
$$\therefore 4a^2 = 400$$
$$\therefore a^2 = 100$$
$$= 10^2$$
$$\therefore a = 10$$

$\therefore$ ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm වේ.

5.1 අභ්‍යාසය

1. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 5 cm වූ පිරමීඩයක උස 9 cm නම්, එහි පරිමාව ගණනය කරන්න.

2. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලය 36 cm^2 වූ පිරමීඩයක උස 10 cm නම්, එහි පරිමාව ගණනය කරන්න.

3. සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක උස 12 cm නම් හා එහි පරිමාව 256 cm^3 නම්, ආධාරකයේ පැත්තක දිග ගණනය කරන්න.

4. සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක උස 5 cm ද එහි පරිමාව 60 cm^3 ද නම් පිරමීඩයේ ආධාරකයේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

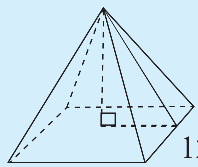
5. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 9 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක පරිමාව 216 cm^3 නම්, එහි උස ගණනය කරන්න.

6. ආධාරකයේ වර්ගඵලය 16 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක පරිමාව 80 cm^3 නම්, එහි උස ගණනය කරන්න.

7. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක ආධාරකයේ පැත්තක දිග 12 cm ද ඇල දාරයක දිග 10 cm ද වේ. පිරමීඩයේ,

(i) උස
(ii) පරිමාව

ගණනය කරන්න.
(පිළිතුර කරණි ආකාරයෙන් තබන්න.)



8. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm ද ඇල දාරයේ දිග 13 cm ද වේ. පිරමීඩයේ,

(i) උස
(ii) පරිමාව

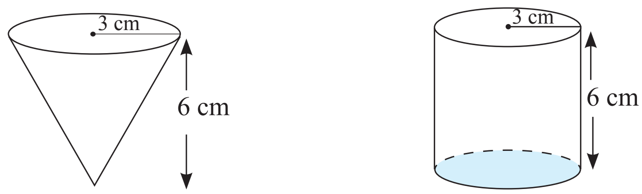
ගණනය කරන්න. (පිළිතුර කරණි ආකාරයෙන් තබන්න.)

5.2 සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව

සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැගීම පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු. ඒ සඳහා සෘජු වෘත්ත කේතුවක් හා සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් යොදාගෙන පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම

රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ සමාන අර හා සමාන උස සහිත ආධාරකය රහිත කේතුවකුත් පතුල සහිත නමුත් පියන රහිත සිලින්ඩරයකුත් කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.



සාදා ගත් කේතු හැඩැති භාජනය සිහින් වැලිවලින් සම්පූර්ණයෙන්ම පුරවා ගන්න. එසේ පුරවා ගත් සිහින් වැලි සියල්ල සිලින්ඩරාකාර භාජනයට දමන්න. සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන්ම පිරවීමට මේ ආකාරයට කේතු හැඩැති භාජනයෙන් කී වරක් වැලි දැමිය යුතු දැයි නිරීක්ෂණය කරන්න.

සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට කේතු ආකාර භාජනයෙන් තුන් වාරයක් සිහින් වැලි පුරවා දැමිය යුතු බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි වනු ඇත. ඒ අනුව,

$$\text{කේතුවේ පරිමාව} \times 3 = \text{සිලින්ඩරයේ පරිමාව}$$

$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3} \times \text{සිලින්ඩරයේ පරිමාව}$$

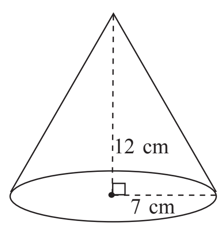
අරය r ද උස h ද වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව $\pi r^2 h$ මගින් ලැබෙන බව මීට ඉහත දී ඔබ උගෙන ඇත. ඒ නිසා අරය r හා උස h වූ කේතුවක පරිමාව $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ මගින් ලැබේ.

$$\boxed{\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$$

මෙම පාඩමේ ගණනය කිරීම්වලදී πහි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස ගනු ලැබේ.

නිදසුන 1

අරය 7 cm ද උස 12 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව සොයන්න.



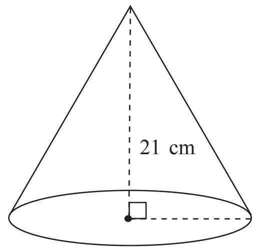
$$\begin{aligned}\text{කේතුවේ පරිමාව} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h\\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 12\\ &= 616\end{aligned}$$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 616 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

ආධාරකයේ පරිධිය 44 cm වූ කේතුවක ලම්බ උස 21 cm නම් කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.

ආධාරකයේ පරිධිය = 44 cm
කේතුවේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.



$$\therefore\ 2\pi r = 44$$
$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$
$$\therefore\ r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$
$$= 7$$

$\therefore$ කේතුවේ අරය 7 cm වේ.

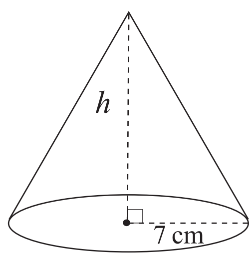
$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 21$$
$$= 1078$$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 1078 cm^3 වේ.

නිදසුන 3

අරය 7 cm ද ඇල උස 25 cm ද වූ කේතුවක
(i) උස
(ii) පරිමාව
සොයන්න.

කේතුවේ උස සෙන්ටිමීටර h මගින් දක්වමු. පහත රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදා h සොයමු.



(i)
$$h^2 + 7^2 = 25^2$$
$$h^2 + 49 = 625$$
$$h^2 = 625 - 49$$
$$h = \sqrt{576}$$
$$h = 24$$

$\therefore$ කේතුවේ උස 24 cm වේ.

(ii) කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$

$= 1232$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 1232 cm^3 වේ.

නිදසුන 4

අරය 3.5 cm ද පරිමාව 154 cm^3 ද වූ කේතුවක ඍජු උස සොයන්න.

කේතුවේ ඍජු උස සෙන්ටිමීටර h මගින් දක්වමු.

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\therefore 154 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times h$ $\quad$ ($3.5 = \frac{7}{2}$ නිසා)

$\therefore h = \frac{154 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2}{22 \times 7 \times 7}$

$= 12$

$\therefore$ කේතුවේ ඍජු උස 12 cm වේ.

5.2 අභ්‍යාසය

1. අරය 7 cm ද උස 12 cm ද වන කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.

2. විෂ්කම්භය 21 cm ද උස 25 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.

3. ඇල උස 13 cm ද පතුලේ අරය 5 cm වූ ද කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.

4. විෂ්කම්භය 12 cm ද ඇල උස 10 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.

5. පරිමාව 616 cm^3 වූ කේතුවක උස 12 cm නම් කේතුවේ අරය ගණනය කරන්න.

6. පරිමාව 6468 cm^3 වූ කේතුවක උස 14 cm නම් කේතුවේ විෂ්කම්භය ගණනය කරන්න.

7. පතුලේ පරිධිය 44 cm වූ ඍජු කේතුවක ඇල උස 25 cmකි. කේතුවේ,

(i) ආධාරකයේ අරය

(ii) උස

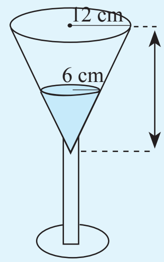
(iii) පරිමාව

ගණනය කරන්න.

8. කේතු හැඩැති භාජනයක ආධාරකයේ පරිධිය 88 cm ද ඍජු උස 12 cm ද වේ නම්, භාජනයේ පරිමාව ගණනය කරන්න.

9. අරය 14 cm ද උස 30 cm ද වූ ඝන ලෝහ සිලින්ඩරයක් උණු කර, අරය 7 cm වූ ද උස 15 cm වූ ද ඝන ලෝහ කේතු කීයක් සෑදිය හැකි ද?

10. ඍජු කේතුවක ආකාරයේ වූ බඳුනක අරය 12 cm ද උස 21 cm ද වේ. එහි උසින් හරි අඩක් ජලයෙන් පුරවා ඇත් නම්, බඳුන සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට තව කොපමණ ජල පරිමාවක් දැමිය යුතු දැයි සොයන්න.

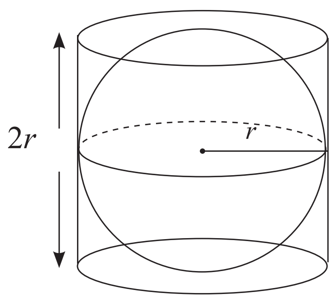


5.3 ගෝලයක පරිමාව

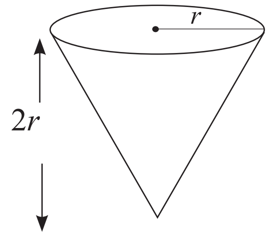
ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයා ගැනීම සඳහා යොදා ගත් 'පරිසිලින්ඩරය' නම් උපකරණය ඇසුරෙන් ම ගෝලයක පරිමාව සෙවීමේ ක්‍රමයක් ද ආකිමිඩිස් නම් ගණිතඥයා විසින් පැහැදිලි කරන ලදි. ඒ අනුව සැලසුම් කර ඇති පහත ක්‍රියාකාරකම ඇසුරෙන් ගෝලයක පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගමු.

ක්‍රියාකාරකම

මේ සඳහා අරය 3cm පමණ වූ ගෝලයක් ගන්න. ගෝලයේ අරයට සමාන අරයකින් හා ගෝලයේ විෂ්කම්භයට සමාන උසකින් යුත් දෙපසම විවෘත සිලින්ඩරයක් තුනී කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් තනා ගන්න. ඉන් පසු රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ගෝලය පරිසිලින්ඩරය තුළට සීරුවෙන් ඇතුළු කරන්න.



එවිට ගෝලය පරිසිලින්ඩරය තුල මුළු අවකාශයම අයත්කර නොගන්නා බවත් හිස් අවකාශයක් ඉතිරි වී ඇති බවත් පැහැදිලි වේ. එම හිස් අවකාශයේ පරිමාව සොයා ගැනීම සඳහා පරිසිලින්ඩරයේ ඉහල කොටස සිහින් වැලිවලින් පුරවා ගන්න. එම වැලි ඉවතට නොයන සේ කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක් මගින් තද කර තබා ගෙන යට කොටස ඉහළට හරවා ගන්න. දැන් එම කොටස ද සම්පූර්ණයෙන් වැසී යන සේ සිහින් වැලි පුරවා ගන්න. අනතුරුව පරිසිලින්ඩරයේ අරයට සමාන අරයකින් හා පරිසිලින්ඩරයේ උසට සමාන උසකින් යුත් කුහර කේතුවක් තුනී කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.



දැන් පරිසිලින්ඩරය තුළට පුරවා ඇති සිහින් වැලි අපතේ නොයන පරිදි සම්පූර්ණයෙන් ඉවත් කර ගෙන, ඉහත සාදා ගත් කුහර කේතුව තුළට දමන්න. එවිට එම වැලිවලින් කුහර කේතුව සම්පූර්ණයෙන් පිරී යන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

මෙම ක්‍රියාකාරකමට අනුව,

පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව = ගෝලයේ පරිමාව + කේතුවේ පරිමාව

බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත. ඒ අනුව පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාවෙන් කේතුවේ පරිමාව අඩු කළ විට ගෝලයේ පරිමාව ලැබෙන බව පැහැදිලි වනු ඇත. මේ අනුව,

ගෝලයේ පරිමාව = පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව − කේතුවේ පරිමාව

$$= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$$

$$= \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

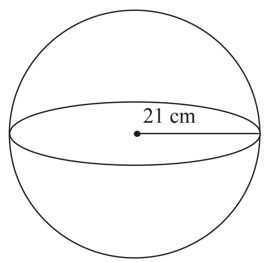
$$= \frac{2}{3} \pi r^2 \times 2r \quad (h = 2r \text{ නිසා})$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\boxed{\text{ගෝලයේ පරිමාව} = \frac{4}{3} \pi r^3}$$

නිදසුන 1

අරය 21 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.



ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \pi r^3$

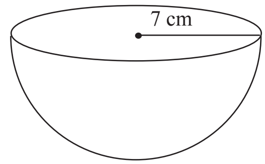
$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$$

$$= 38\,808$$

$\therefore$ ගෝලයේ පරිමාව 38 808 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

අරය 7 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.



$$\text{අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\approx 718.67$$

$\therefore$ අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව 718.67 cm^3 වේ.

නිදසුන 3

පරිමාව $113\frac{1}{7}$ cm^3 වූ කුඩා වීදුරු බෝලයක අරය සොයන්න.

ගෝලයේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.

$$\text{ගෝලයේ පරිමාව} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \quad \frac{4}{3}\pi r^3 = 113\frac{1}{7}$$

$$\therefore \quad r^3 = \frac{792}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22}$$

$$= 27$$

$$= 3^3$$

$$\therefore \quad r = 3$$

$\therefore$ ගෝලයේ අරය 3 cm වේ.

5.3 අභ්‍යාසය

1. අරය 7 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.

2. විෂ්කම්භය 9 cm වූ ගෝලයක පරිමාව $381\frac{6}{7}$ cm^3 බව පෙන්වන්න.

3. ගෝලාකාර ග්‍රහ වස්තුවක අරය 2.1 km නම්, ග්‍රහ වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

4. අරය සෙන්ටිමීටර 10.5ක් වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.

5. ගෝලයක පරිමාව $11498\frac{2}{3}$ cm^3 නම්, එහි අරය ගණනය කරන්න.

6. අරය 7 cm වූ ලෝහ ගෝල 8ක් උණු කර, ලෝහ අපතේ නොයන ලෙස තනි ලෝහ ගෝලයක් සාදනු ලැබේ. එහි අරය ගණනය කරන්න.

7. අරය 12 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලාකාර ලෝහ කොටසක් උණු කර, අරය 3 cm බැගින් වූ කුඩා ඝන ලෝහ ගෝල 32 ක් සෑදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

සාරාංශය

- ආධාරකයේ පැත්තක දිග a වූ ද ලම්බ උස h වූ ද සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු පිරමීඩයක පරිමාව V නම්,

  $V = \frac{1}{3}a^2h$ වේ.

- ආධාරකයේ අරය r සහ ලම්බ උස h වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව V නම්,

  $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$ වේ.

- අරය r වන ගෝලයක පරිමාව V නම්,

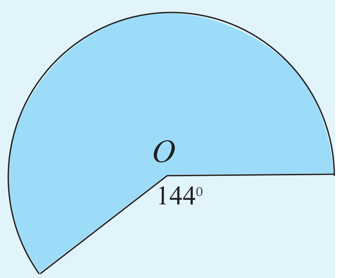
  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පැත්තක දිග 12 cm වූ ඒකාකාර සමචතුරස්‍රාකාර හරස්කඩක් සහිත, දිග 22 cm වූ ඝන ලෝහ කුට්ටියක් උණු කර, අරය 3 cm වූ ඝන ගෝල සාදනු ලබයි නම්, සෑදිය හැකි මුළු ඝන ලෝහ ගෝල ගණන කීය ද?

2. අරය 3.5 cm වූ ඝන ලෝහ ගෝලයක් උණු කර, එයින් එම අරයෙන් ම යුත් ඝන කේතුවක් සාදන ලදි. වාත්තු කිරීමේ දී ලෝහ අපතේ නොයන ලදැයි සලකා කේතුවේ උස ගණනය කරන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රය O හරහා අරය r වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආකාරයේ වූ ලෝහ තහඩුව භාවිතයෙන් ශීර්ෂය O හා ඇල උස r වූ කේතු ආකාරයේ බඳුනක් සාදනු ලැබීය. අරය a බැගින් වූ ගෝලාකාර අයිස් කැට n ගණනක් මෙම කේතුව තුළට (ශීර්ෂය යටි අතට සිටින සේ තබා) දැමූ විට අයිස් දිය වූ ජලයෙන් බඳුන පිරී ගියේ නම් $125na^3 = 9r^3$ බව පෙන්වන්න.



6 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය ප්‍රසාරණය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

$x + y$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතය $(x + y)^2$ මගින් දැක්වූ බවත්, එයින් අදහස් වූයේ $(x + y)$ $(x + y)$ ගුණිතය බවත්, එම ගුණිතය ප්‍රසාරණය කළ විට $x^2 + 2xy + y^2$ ලෙස ලැබුණු බවත් ඔබ මීට කලින් උගෙන ඇත. තව ද $(x – y)^2$ ප්‍රසාරණය කළ විට $x^2 – 2xy + y^2$ ලෙස ලැබුණු බවත් ඔබ උගෙන ඇත. ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත ප්‍රසාරණය සම්බන්ධව ඔබ මෙතෙක් උගෙන ඇති විෂය කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. හිස්තැන් පුරවන්න.

a. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + ...$
b. $(a – b)^2 = ... – 2ab + b^2$
c. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + ...$
d. $(y + 3)^2 = y^2 + ...\ + 9$
e. $(a – 5)^2 = ...\ – 10a + 25$
f. $(b – 1)^2 = b^2\ .....\ +\ .....$
g. $(4 + x)^2 = 16 + ...\ .....$
h. $(7 – t)^2 = 49\ .....\ + t^2$
i. $(2x + 1)^2 = 4x^2\ .....\ +\ 1$
j. $(3b – 2)^2 = ... – 12b\ ......$

2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(2m + 3)^2$ **b.** $(3x – 1)^2$ **c.** $(5+2x)^2$
d. $(2a + 3b)^2$ **e.** $(3m – 2n)^2$ **f.** $(2x + 5y)^2$

3. ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් වර්ගය අගයන්න.

a. 32^2 **b.** 103^2 **c.** 18^2 **d.** 99^2

6.1 ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය

$a + b$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ $(a + b)^3$ යි. එනම්, $(a + b)$ හි තුනෙහි බලය යි. වෙනත් අයුරකින් පැවසුව හොත් $(a + b)^2$ යන්න නැවත $(a + b)$ මගින් ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රකාශනයයි.

පහත දැක්වෙන, තුනෙහි බල ලෙස දක්වා ඇති ප්‍රකාශන ලියා තිබෙන ආකාර හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

$$3^3 = 3 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
$$x^3 = x \times x^2 = x \times x \times x$$
$$(2x)^3 = (2x) \times (2x)^2 = (2x) \times (2x) \times (2x) = 8x^3$$

එසේ ම,

$$(x + 1)^3 = (x + 1)(x + 1)^2 = (x + 1)\,(x + 1)\,(x + 1)$$
$$(a - 2)^3 = (a - 2)(a - 2)^2 = (a - 2)\,(a - 2)\,(a - 2)$$

$(3 + m)^3 = (3 + m)(3 + m)^2 = (3 + m)\,(3 + m)\,(3 + m)$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කළ ආකාරයට ම ද්විපද ප්‍රකාශනවල ඝනායිත ද ප්‍රසාරණය කළ හැකි ය. එය පහත නිදසුන් ඇසුරෙන් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

$$\begin{aligned}(x + y)^3 &= (x + y)\,(x + y)^2\\ &= (x + y)\,(x^2 + 2xy + y^2)\\ &= x^3 + 2x^2y + xy^2 + x^2y + 2xy^2 + y^3\\ &= \underline{\underline{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}}\end{aligned}$$

මේ අනුව $(x + y)$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයේ ප්‍රසාරණය සූත්‍රයක් ලෙස මතක තබා ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන රටාව භාවිත කරමු.

$$\boxed{(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}$$

දෙවන පදයේ ඝනය

මුල් පදයේ ඝනය

මුල් පදයේ වර්ගයේත් දෙවන පදයේත් ගුණිතයේ තුන් ගුණය

මුල් පදයෙත් දෙවන පදයේ වර්ගයේත් ගුණිතයේ තුන් ගුණය

ඒ අනුව,

$(m + n)^3 = m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එසේ ම, $(a + 2)^3 = a^3 + 3 \times a^2 \times 2 + 3 \times a \times 2^2 + 2^3$ ලෙස ලියා, එය තව දුරටත්, $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$ ලෙස සුළු කළ හැකි ය.

දැන් ඉහත ආකාරයට ම ගුණ කොට $(x-y)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලබා ගන්නා ආකාරය සලකා බලමු.

$$
\begin{aligned}
(x-y)^3 &= (x-y)\,(x-y)^2 \\
&= (x-y)\quad(x^2 - 2xy + y^2) \\
&= x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3 \\
&= \underline{\underline{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}}
\end{aligned}
$$

මෙම ප්‍රසාරණය ලබා ගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් දැන් සලකා බලමු.

මෙහි $x-y$ යන්න $x+\,(-y)$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය. එවිට එය ඔබ මුලින් දුටු ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. ඒ අනුව $(x-y)^3$ යන්න $\{x+(-y)\}^3$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය. දැන් මෙම ඝනායිතයෙහි ප්‍රසාරණය සලකමු.

$$
\begin{aligned}
(x-y)^3 = \{x+(-y)\}^3 &= x^3 + 3\times x^2\times(-y) + 3\times x\times(-y)^2 + (-y)^3 \\
&= \underline{\underline{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}}
\end{aligned}
$$

ඉහත පද සුළු කිරීම්වල දී $(-y)^2 = y^2$ හා $(-y)^3 = -y^3$ යන ගුණ යොදා ගෙන ඇති බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඒ අනුව, $(m-n)^3 = m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$ ලෙස ද
$(p-q)^3 = p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

ඉහත ආකාර දෙකෙන් ම $(x-y)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලබා ගත හැකි අතර, ඔබ කැමති ක්‍රමයකට මෙය සිදු කළ හැකි ය.

දැන් සංඛ්‍යා ද අඩංගු ද්විපද ප්‍රකාශන කිහිපයක ඝනායිත ප්‍රසාරණය කරන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 2

$$
\begin{aligned}
(x+5)^3 &= x^3 + 3\times x^2\times 5 + 3\times x\times 5^2 + 5^3 \\
&= \underline{\underline{x^3 + 15x^2 + 75x + 125}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 3

$$
\begin{aligned}
(1+x)^3 &= 1^3 + 3\times 1^2\times x + 3\times 1\times x^2 + x^3 \\
&= \underline{\underline{1 + 3x + 3x^2 + x^3}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 4

$$(y-4)^3 = y^3 + 3 \times y^2 \times (-4) + 3 \times y \times (-4)^2 + (-4)^3$$
$$= \underline{\underline{y^3 - 12y^2 + 48y - 64}}$$

හෝ

$$(y-4)^3 = y^3 - 3 \times y^2 \times 4 + 3 \times y \times 4^2 - 4^3$$
$$= \underline{\underline{y^3 - 12y^2 + 48y - 64}}$$

නිදසුන 5

$$(5-a)^3 = 5^3 + 3 \times 5^2 \times (-a) + 3 \times 5 \times (-a)^2 + (-a)^3$$
$$= \underline{\underline{125 - 75a + 15a^2 - a^3}}$$

හෝ

$$(5-a)^3 = 5^3 - 3 \times 5^2 \times a + 3 \times 5 \times a^2 - a^3$$
$$= \underline{\underline{125 - 75a + 15a^2 - a^3}}$$

නිදසුන 6

$$(-2+a)^3 = (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 \times a + 3 \times (-2) \times a^2 + a^3$$
$$= \underline{\underline{-8 + 12a - 6a^2 + a^3}}$$

නිදසුන 7

$$(-3-b)^3 = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 \times (-b) + 3 \times (-3) \times (-b)^2 + (-b)^3$$
$$= \underline{\underline{-27 - 27b - 9b^2 - b^3}}$$

හෝ

$$\left[-1\,(3+b)\right]^3 = (-1)^3\ (3+b)^3$$
$$= -1\,(3^3 + 3 \times 3^2 \times b + 3 \times 3 \times b^2 + b^3)$$
$$= -1\,(27 + 27b + 9b^2 + b^3)$$
$$= \underline{\underline{-27 - 27b - 9b^2 - b^3}}$$

නිදසුන 8

$(x-3)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලියා $x = 4$ සඳහා $(4-3)^3 = 4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$(x-3)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 - 3^3$

$x = 4$ ආදේශයෙන්

වම් පැ. $= (4-3)^3$
$= 1$

දකුණු පැ. $= x^3 - 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 - 3^3$
$= 4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3$
$= 1$

වම් පැ. = දකුණු පැ.

එමනිසා $(4-3)^3 = 4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3$ වේ.

6.1 අභ්‍යාසය

1. සුදුසු වීජීය පද හෝ සංඛ්‍යා හෝ වීජීය ලකුණු (+ හෝ –) හෝ යොදා ගනිමින් හිස්තැන් පුරවන්න.

a. $(x+3)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 + 3^3 = x^3 + \square + \square + 27$
b. $(y+2)^3 = y^3 + 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + 2^3 = y^3 + 6y^2 + \square + \square$
c. $(a-5)^3 = a^3 + 3 \times a^2 \times (-5) + 3 \times a \times (-5)^2 + (-5)^3 = a^3 - \square + \square - 125$
d. $(3+t)^3 = \square + 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + \square = \square + 27t + \square + t^3$
e. $(x-2)^3 = x^3 \square\, 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + (-2)^3 = x^3 \square \square + 12x - \square$

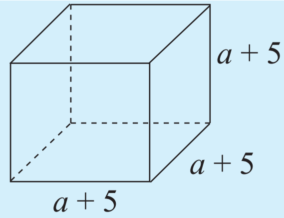
2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(m+2)^3$ **b.** $(x+4)^3$ **c.** $(b-2)^3$ **d.** $(t-10)^3$
e. $(5+p)^3$ **f.** $(6+k)^3$ **g.** $(1+b)^3$ **h.** $(4-x)^3$
i. $(2-p)^3$ **j.** $(9-t)^3$ **k.** $(-m+3)^3$ **l.** $(-5-y)^3$
m. $(ab+c)^3$ **n.** $(2x+3y)^3$ **o.** $(3x+4y)^3$ **p.** $(2a-5b)^3$

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

a. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ **b.** $c^3 - 3c^2d + 3cd^2 - d^3$
c. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ **d.** $y^3 - 18y^2 + 108y - 216$
e. $1 + 3x + 3x^2 + x^3$ **f.** $64 - 48x + 12x^2 - x^3$

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග ඒකක $(a + 5)$ බැගින් වූ ඝනකයකි. එහි පරිමාව සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා, එම ප්‍රකාශනය ප්‍රසාරණය කර දක්වන්න.



5. $(x + 3)^3$ යන්න ප්‍රසාරණය කර,

(i) $x = 2$
(ii) $x = 4$

අවස්ථා සඳහා පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

6. ඝනායිත පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන්, දී ඇති සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $64 - 3 \times 16 \times 3 + 3 \times 4 \times 9 - 27$
(ii) $216 - 3 \times 36 \times 5 + 3 \times 6 \times 25 - 125$

7. පහත දැක්වෙන එක එකක අගය, ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයක් ලෙස ලියා සොයන්න.

a. 21^3 **b.** 102^3 **c.** 17^3 **d.** 98^3

8. පැත්තක දිග $2a - 5$ cm වූ ඝනකයක පරිමාව a ඇසුරෙන් සොයන්න.

9. $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ යන්න ඝනායිතයක් ලෙස ලියා දක්වා එනයින් $25^3 - 3 \times 25^2 \times 23 + 3 \times 25 \times 23^2 - 23^3$ හි අගය සොයන්න.

7 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

වීජීය භාග ගුණ කිරීම සහ බෙදීම පිළිබඳ ව අවබෝධයක් ලැබෙනු ඇත.

වීජීය භාග එකතු කිරීම සහ අඩු කිරීම පිළිබඳව ඔබ මීට පෙර උගත් කරුණු පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

සුළු කරන්න.

a. $\dfrac{a}{5} + \dfrac{2a}{5}$ **b.** $\dfrac{8}{x} - \dfrac{3}{x}$ **c.** $\dfrac{7}{3m} + \dfrac{3}{4m} - \dfrac{8}{m}$

d. $\dfrac{9}{x+2} + \dfrac{1}{x}$ **e.** $\dfrac{1}{m+2} - \dfrac{2}{m+3}$ **f.** $\dfrac{a+3}{a^2-4} + \dfrac{1}{a+2}$

g. $\dfrac{2}{x^2-x-2} - \dfrac{1}{x^2-1}$ **h.** $\dfrac{1}{x^2-9x+20} - \dfrac{1}{x^2-11x+30}$

7.1 වීජීය භාග ගුණ කිරීම

භාග සංඛ්‍යාවක් තවත් භාග සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කරන ආකාරයට ම වීජීය භාගයක් තවත් වීජීය භාගයකින් ගුණ කිරීම සිදු කළ හැකි ය. මෙය නිදසුන් ඇසුරෙන් අවබෝධ කර ගනිමු.

$\dfrac{x}{2} \times \dfrac{x}{3}$ යන ගුණ කිරීම සලකමු.

භාග දෙකක් ගුණ කිරීම යන්නෙන් අදහස් වන්නේ එම ගුණිත තනි වීජීය භාගයක් ලෙස දැක්වීම යි.

භාග දෙකෙහි හරයේ ඇති පද හා ලවයේ ඇති පද වෙන වෙන ම ගුණ කොට, තනි භාගයක් ලබා ගැනේ. එනම්,

$$\dfrac{x}{2} \times \dfrac{x}{3} = \dfrac{x \times x}{2 \times 3}$$

$$= \dfrac{x^2}{6}$$ ලෙස ගුණ කරනු ලැබේ.

හරයේ හා ලවයේ ඇති පද තව දුරටත් සුළු කළ හැකි නම්, ඒවා සුළු කර සරලම ආකාරයෙන් තැබිය හැකි ය. මෙසේ සුළු කිරීම භාග ගුණ කිරීමට පෙර හෝ ඊට පසු හෝ කළ හැකි ය. එවැනි සුළු කිරීමක් සහිත ගැටලුවක් විසඳන අයුරු දැන් විමසා බලමු.

$\dfrac{8}{a} \times \dfrac{3}{2b}$ ගුණ කරන අයුරු දැන් විමසා බලමු.

මෙහි මුලින් භාගයේ ලවයේ ඇති 8ට සහ දෙවනුව ඇති භාගයේ හරයේ ඇති $2b$ට පොදු වූ සාධකය වන 2 ඉවත් කළ හැකි ය. එය මෙසේ සුළු කරමු.

$$\frac{8}{a} \times \frac{3}{2b} = \frac{^{4}\cancel{8}}{a} \times \frac{3}{_{1}\cancel{2}b}$$

දැන් භාග දෙකෙහි ලවයේ හා හරයේ ඇති අගයන් වෙන වෙන ම ගුණ කරමු. එවිට,

$$\frac{8}{a} \times \frac{3}{2b} = \frac{4 \times 3}{a \times b}$$

$$= \underline{\underline{\frac{12}{ab}}}$$

ලෙස සුළු වී තනි භාගයක් ලැබේ.

භාග ගුණ කිරීමෙන් පසු ද පොදු සාධක ඉවත් කළ හැකි ය. පහත දැක්වෙන නිදසුන විමසා බලන්න.

$$\frac{3}{2a} \times \frac{2b}{3} = \frac{6b}{6a}$$

$$= \frac{b}{a}$$

ලෙස ගුණ කළ හැකි ය. එසේ නමුත්, වීජීය භාග සුළු කිරීමේ දී මුලින් පොදු සාධක ඉවත් කිරීම තුළින් බොහෝ විට දීර්ඝ ලෙස ගුණ කිරීම් හා බෙදීම් නොයෙදෙන නිසා එසේ කිරීම බොහෝ විට යෝග්‍ය විය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කර ඇති අයුරු විමසා බලන්න.

නිදසුන 1

$$\frac{x}{y} \times \frac{4}{5x}$$

$$= \frac{^{1}\cancel{x}}{y} \times \frac{4}{5\cancel{x}_{1}}$$ (පොදු සාධකයක් වන x වලින් බෙදීම)

$$= \frac{1 \times 4}{y \times 5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{4}{5y}}}$$

ලවයේ හෝ හරයේ හෝ ඒ දෙකේ ම හෝ වීජීය ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග ගුණ කිරීමේ දී මුලින් ම සාධක වෙන් කර ගත යුතු ය. ඒ, පොදු සාධක ඇත් නම් ඒවා ඉවත් කිරීම සඳහා ය. දැන් එවැනි නිදසුනක් සලකා බලමු.

නිදසුන 2

$\dfrac{2}{x+3} \times \dfrac{x^2+3x}{5}$ සුළු කරන්න.

$$\dfrac{2}{x+3} \times \dfrac{x^2+3x}{5} = \dfrac{2}{x+3} \times \dfrac{x(x+3)}{5} \quad (x^2+3x \text{ හි සාධක වෙන් කිරීම})$$

$$= \dfrac{2}{\cancel{x+3}} \times \dfrac{x\cancel{(x+3)}}{5} \quad (x+3 \text{ යන පොදු සාධකයෙන් බෙදීම})$$

$$= \dfrac{2x}{5}$$

දැන් මඳක් සංකීර්ණ ගැටලුවක් විමසා බලමු.

නිදසුන 3

$\dfrac{a^2-9}{5a} \times \dfrac{2a-4}{a^2+a-6}$ සුළු කරන්න.

$a^2-9 = (a-3)(a+3)$ නිසා

$a^2+a-6 = (a+3)(a-2)$ නිසා

$$\dfrac{a^2-9}{5a} \times \dfrac{2a-4}{a^2+a-6} = \dfrac{a^2-3^2}{5a} \times \dfrac{2(a-2)}{(a+3)(a-2)}$$

$$= \dfrac{(a-3)\cancel{(a+3)}}{5a} \times \dfrac{2\cancel{(a-2)}}{\cancel{(a+3)}\cancel{(a-2)}}$$

$$= \dfrac{2(a-3)}{5a}$$

7.1 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

a. $\dfrac{6}{x} \times \dfrac{2}{3x}$

b. $\dfrac{x}{5} \times \dfrac{3}{xy}$

c. $\dfrac{2a}{15} \times \dfrac{5}{9}$

d. $\dfrac{4m}{5n} \times \dfrac{3}{2m}$

e. $\dfrac{x+1}{8} \times \dfrac{2x}{x+1}$

f. $\dfrac{3a-6}{3a} \times \dfrac{1}{a-2}$

g. $\dfrac{x^2}{2y+5} \times \dfrac{4y+10}{3x}$

h. $\dfrac{m^2-4}{m+1} \times \dfrac{m^2+2m+1}{m+2}$

i. $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-1} \times \dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

j. $\dfrac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} \times \dfrac{2a-2b}{a^2+ab}$

7.2 වීජීය භාගයක් තවත් වීජීය භාගයකින් බෙදීම

භාගයක් තවත් භාගයකින් බෙදීමේ දී මුල් භාගය දෙවන භාගයේ පරස්පරයෙන් ගුණ කර පිළිතුර ලබා ගත් ආකාරය ඔබට මතක ඇතුවාට සැක නැත. එලෙසින්ම වීජීය භාගයක් තවත් වීජීය භාගයකින් බෙදීමේ දී ද පරස්පරයෙන් ගුණ කිරීම සිදු කළ හැකි ය.

වීජීය භාග බෙදීම පිළිබඳව අධ්‍යයනය කිරීමට පෙර වීජීය භාගයක පරස්පරය පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

වීජීය භාගයක පරස්පරය

සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කළ විට, ගුණිතය 1 වේ නම්, එම එක් සංඛ්‍යාවක්, අනෙක් සංඛ්‍යාවේ පරස්පරය හෙවත් ගුණ්‍ය ප්‍රතිලෝමය බව මීට පෙර උගෙන ඇත. ඒ අනුව,

සංඛ්‍යාවක පරස්පරය පිළිබඳ ව අප උගත් කරුණු මතකයට නගා ගනිමු.

$2 \times \frac{1}{2} = 1$ බැවින් 2හි පරස්පරය $\frac{1}{2}$ ද, $\frac{1}{2}$හි පරස්පරය 2 ද

$\frac{1}{3} \times 3 = 1$බැවින් $\frac{1}{3}$හි පරස්පරය 3 ද, 3හි පරස්පරය $\frac{1}{3}$ ද

$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$ බැවින් $\frac{4}{5}$හි පරස්පරය $\frac{5}{4}$ ද, $\frac{5}{4}$හි පරස්පරය $\frac{4}{5}$ ද වේ.

වීජීය භාගයක පරස්පරය ද ඉහත ලෙස ම විස්තර කෙරේ. එනම්,
වීජීය භාගයක් තවත් වීජීය භාගයකින් ගුණ කළ විට ගුණිතය 1 වේ නම්, එම එක් වීජීය භාගයක්, අනෙක් වීජීය භාගයේ පරස්පරය වේ.

$\frac{5}{x}$ හා $\frac{x}{5}$ වීජීය භාග ගුණ කරමු.

$\frac{5}{x} \times \frac{x}{5} = \frac{1}{1} = 1$

එබැවින් $\frac{5}{x}$ හි පරස්පරය $\frac{x}{5}$ ද, $\frac{x}{5}$හි පරස්පරය $\frac{5}{x}$ ද වේ.

මෙලෙසින් ම

$\frac{x+1}{y} \times \frac{y}{x+1} = 1$ බැවින්

$\frac{x+1}{y}$ හි පරස්පරය $\frac{y}{x+1}$ ද, $\frac{y}{x+1}$ හි පරස්පරය $\frac{x+1}{y}$ ද වේ.

මින් පැහැදිලි වන්නේ සංඛ්‍යාවක පරස්පරය සෙවීමේ දී, එහි ලවය හා හරය හුවමාරු කර ලිවීමෙන් පරස්පරය ලබා ගන්නා ආකාරයට ම වීජීය භාගයක ද ලවය හා හරය හුවමාරු කර ලිවීමෙන් එම වීජීය භාගයේ පරස්පරය ලබා ගත හැකි බව යි.
පහත දී ඇති වීජීය භාග සහ ඒවායේ පරස්පර නිරීක්ෂණය කරන්න.

වීජීය භාගය	පරස්පරය
$\dfrac{m}{4}$	$\dfrac{4}{m}$
$\dfrac{a}{a+2}$	$\dfrac{a+2}{a}$
$\dfrac{x-3}{x^2+5x+6}$	$\dfrac{x^2+5x+6}{x-3}$

දැන් අපි වීජීය භාගයක් තවත් වීජීය භාගයකින් බෙදන ආකාරය අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

$\dfrac{3}{x} \div \dfrac{4y}{x}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{3}{x} \div \dfrac{4y}{x} = \dfrac{3}{x} \times \dfrac{x}{4y}$ ($\dfrac{4y}{x}$ ගෙන් බෙදීම වෙනුවට එහි පරස්පරය වන $\dfrac{x}{4y}$ ගෙන් ගුණ කිරීම)

$= \dfrac{3}{\cancel{x}} \times \dfrac{\cancel{x}}{4y}$ (පොදු සාධකයක් වන x ගෙන් බෙදීම)

$= \underline{\underline{\dfrac{3}{4y}}}$ (ලව වෙන ම ද, හර වෙන ම ද ගුණ කිරීම)

තවත් නිදසුන් කිහිපයක් විමසා බලමු.

නිදසුන 2

$\dfrac{a}{b} \div \dfrac{ab}{4}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{a}{b} \div \dfrac{ab}{4} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{4}{ab}$ (පරස්පරයෙන් ගුණ කිරීම)

$= \dfrac{{}^{1}\cancel{a}}{b} \times \dfrac{4}{\cancel{a}_{1}b}$ (පොදු සාධකයක් වන a ගෙන් බෙදීම)

$= \underline{\underline{\dfrac{4}{b^2}}}$

හරයේ හෝ ලවයේ හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇති විට මුලින් ම එම ප්‍රකාශන, සාධකවලට වෙන් කර ගෙන, ඉන් පසු පොදු සාධක ඉවත් කර සුළු කළ හැකි ය.

මෙය නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 3

$\dfrac{3x}{x^2 + 2x} \div \dfrac{5x}{x^2 - 4}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{3x}{x^2 + 2x} \div \frac{5x}{x^2 - 4} = \frac{3x}{x^2 + 2x} \times \frac{x^2 - 4}{5x}$$ (පරස්පරයෙන් ගුණ කිරීම)

$$= \frac{3x}{x\,(x + 2)} \times \frac{(x - 2)\,(x + 2)}{5x}$$ (ප්‍රකාශන සාධකවලට වෙන් කිරීම හා පොදු සාධකවලින් බෙදීම)

$$= \underline{\underline{\frac{3\,(x - 2)}{5x}}}$$

නිදසුන 4

$\dfrac{x^2 + 3x - 10}{x} \div \dfrac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x} = \frac{x^2 + 3x - 10}{x} \times \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25}$$

$$= \frac{(x + 5)\,(x - 2)}{x} \times \frac{x\,(x - 5)}{(x - 5)\,(x + 5)}$$

$$= \frac{x - 2}{1}$$

$$= \underline{\underline{x - 2}}$$

7.2 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

a. $\dfrac{5}{x} \div \dfrac{10}{x}$

b. $\dfrac{m}{3n} \div \dfrac{m}{2n^2}$

c. $\dfrac{x+1}{y} \div \dfrac{2(x+1)}{x}$

d. $\dfrac{2a-4}{2a} \div \dfrac{a-2}{3}$

e. $\dfrac{x^2+4x}{3y} \div \dfrac{x^2-16}{12y^2}$

f. $\dfrac{p^2+pq}{p^2-pr} \div \dfrac{p^2-q^2}{p^2-r^2}$

g. $\dfrac{m^2-4}{m+1} \div \dfrac{m+2}{m^2+2m+1}$

h. $\dfrac{x^2y^2+3xy}{4x^2-1} \div \dfrac{xy+3}{2x+1}$

i. $\dfrac{a^2-5a}{a^2-4a-5} \div \dfrac{a^2-a-2}{a^2+2a+1}$

j. $\dfrac{x^2-8x}{x^2-4x-5} \times \dfrac{x^2+2x+1}{x^3-8x^2} \div \dfrac{x^2+2x-3}{x-5}$

8

සමාන්තර රේඛා අතර තල රූපවල වර්ගඵලය

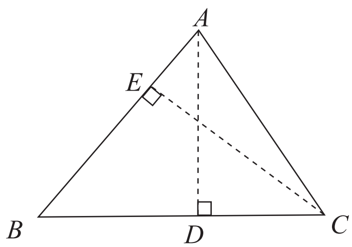
මෙම පාඩම අධ්‍යයනයෙන් ඔබට,

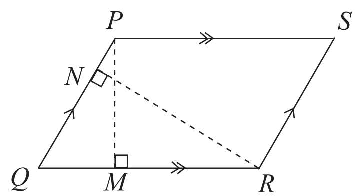
- එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එක ම ආධාරකයක් සහිතව පිහිටි ත්‍රිකෝණවලත් සමාන්තරාස්‍රවලත් වර්ගඵල අතර පවතින සම්බන්ධතා පිළිබඳ ප්‍රමේයයන් හඳුනා ගැනීමටත්, ඒ හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමටත්

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

හැඳින්වීම

විවිධ තලරූප පිළිබඳවත්, සමහර විශේෂ ආකාරයේ තලරූපවල වර්ගඵල සොයන ආකාරය පිළිබඳවත් මේ වන විට ඔබ උගෙන ඇත. ඒවා අතුරින් ත්‍රිකෝණවල හා සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵලය ලබා ගත් ආකාරය මතක් කර ගනිමු.
ත්‍රිකෝණ හා සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල සෙවීමේ දී **උච්චය** හා **ආධාරකය** යන පද භාවිත වේ. එම පදවලින් හැඳින්වෙන්නේ මොනවා දැයි මුලින් ම මතක් කර ගනිමු.
පහත දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය හා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රය සලකමු.





ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සෙවීමේ දී කැමති පාදයක් ආධාරකය ලෙස සැලකිය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස BC පාදය ආධාරකය ලෙස ගත හැකි ය. එවිට අනුරූප උච්චය ලෙස සැලකෙන්නේ AD රේඛාව යි. එනම්, A සිට BC ට ඇඳි ලම්බය යි.

මෙවිට

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$ බව අපි උගෙන ඇත්තෙමු.
මෙපරිද්දෙන් ම,
AB පාදය ආධාරකය ලෙස සැලකුව හොත්, අනුරූප උච්චය වන්නේ CE රේඛාව යි.

ඒ අනුව, ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times AB \times CE$ ද ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

මෙලෙස ම, AC පාදය ආධාරකය ලෙස සලකා, B සිට අනුරූප උච්චය ඇඳීමෙන් ද ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සෙවිය හැකි ය.

දැන් $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රය සලකමු. මෙහි දී ද ඕනෑ ම පාදයක් ආධාරකය ලෙස ගෙන වර්ගඵලය සෙවිය හැකි ය. මෙහි QR පාදය ආධාරකය ලෙස සැලකුවහොත්, අනුරූප උච්චය වන්නේ PM රේඛාව යි. PMහි දිග වන්නේ QR හා ඊට සම්මුඛ පාදය වන PS සමාන්තර රේඛා අතර දුරයි.

එවිට,
$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= QR \times PM$ බව අපි උගෙන ඇත්තෙමු.

එසේ ම, PQ පාදය ආධාරක පාදය ලෙස සැලකුව හොත් අනුරූප උච්චය වන්නේ RN ය.

එවිට $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= PQ \times RN$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

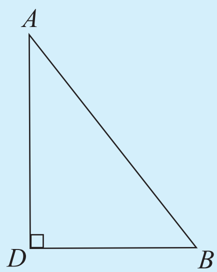
සටහන: ත්‍රිකෝණයක හෝ සමාන්තරාස්‍රයක උච්චයෙහි දිග ද බොහෝ විට උච්චය යන නමින් ම හැඳින්වේ.

මෙම කරුණු අදාළ කර ගනිමින් මීට පෙර ත්‍රිකෝණවල හා සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵලය සෙවීම පිළිබඳ ව උගත් කරුණු මතකයට නඟා ගැනීම පිණිස පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

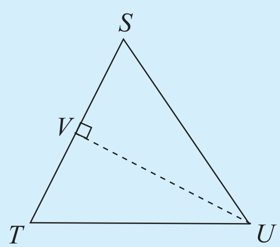
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් පසු පිටේ දක්වා ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

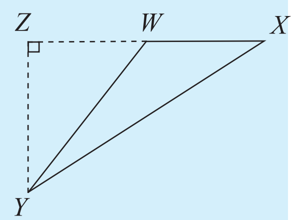
(i)



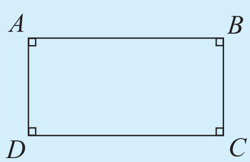
(ii)



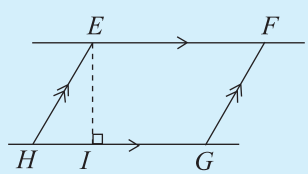
(iii)



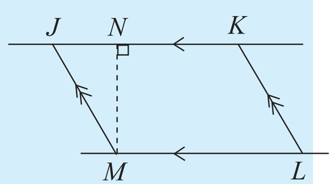
(iv)



(v)



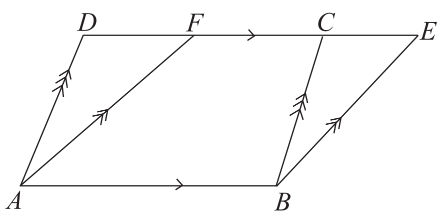
(vi)



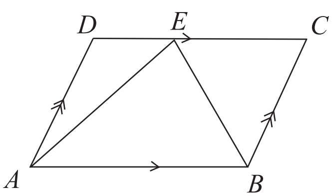
රූපය	ආධාරක පාදය	අනුරූප ලම්බ උස	වර්ගඵලය (පාදවල දිගෙහි ගුණිතයක් ලෙස)
(i) *ABD* ත්‍රිකෝණය			
(ii) *STU* ත්‍රිකෝණය			
(iii) *WXY* ත්‍රිකෝණය			
(iv) *ABCD* සෘජුකෝණාස්‍රය			
(v) *EFGH* සමාන්තරාස්‍රය			
(vi) *JKLM* සමාන්තරාස්‍රය			

8.1 එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එක ම ආධාරකය සහිතව පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර හා ත්‍රිකෝණ

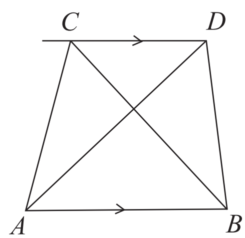
එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එකම ආධාරකය සහිතව පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර හා ත්‍රිකෝණ යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් ද යන්න මුලින් ම විමසා බලමු. පහත දී ඇති රූපසටහන්වලට අවධානය යොමු කරන්න.



(i) රූපය



(ii) රූපය



(iii) රූපය

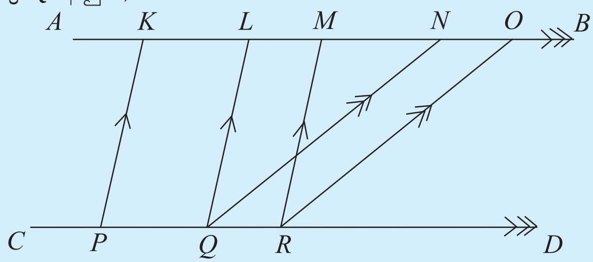
(i) රූපයෙහි දැක්වෙන *ABCD* හා *ABEF* සමාන්තරාස්‍ර දෙක ම පිහිටා ඇත්තේ *AB* හා *DE* නම් රේඛා යුගලය අතර ය. මෙහි දී "අතර" යන්නෙන් අදහස් වන්නේ, එක් එක් සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද දෙකක්, *AB* හා *DE* සමාන්තර රේඛා දෙක මත පිහිටන බව යි. තව ද, එම සමාන්තරාස්‍ර දෙකට ම *AB* පාදය පොදු වේ. මෙවැනි පිහිටීමක දී එම සමාන්තරාස්‍ර දෙක, එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එක ම ආධාරකය සහිත ව ඇතැයි කියනු ලැබේ. මෙහි දී *AB* පොදු පාදය, සමාන්තරාස්‍ර දෙකෙහි ම ආධාරකය ලෙස සලකා ඇත. එම පොදු ආධාරකයට අනුරූපව සමාන්තරාස්‍ර දෙකට ම එක ම ලම්බ දුර ඇති බව පැහැදිලි ය. එම ලම්බ දුර වන්නේ *AB* හා *DE* සමාන්තර රේඛා දෙක අතර දුර යි.

(ii) රූපයේ දැක්වෙන්නේ, සමාන්තරාස්‍රයක් හා ත්‍රිකෝණයක්, එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර, එක ම ආධාරකයක් සහිත ව පිහිටා ඇති ආකාරය යි. සමාන්තරාස්‍රය *ABCD* ද, ත්‍රිකෝණය *ABE* ද වේ. පොදු ආධාරකය *AB* ය. මෙහි දී ත්‍රිකෝණයේ එක් පාදයක් හා ඊට සම්මුඛ ශීර්ෂය සමාන්තර රේඛා එක එකක් මත පිහිටන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

(iii) රූපයේ, දැක්වෙන්නේ එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර, එක ම ආධාරකයක් සහිත ව පිහිටි ත්‍රිකෝණ දෙකක් ය. එම ත්‍රිකෝණ දෙක *ABC* හා *ABD* ය.

8.1 අභ්‍යාසය

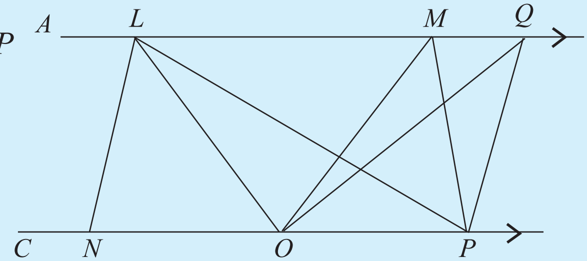
1. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,



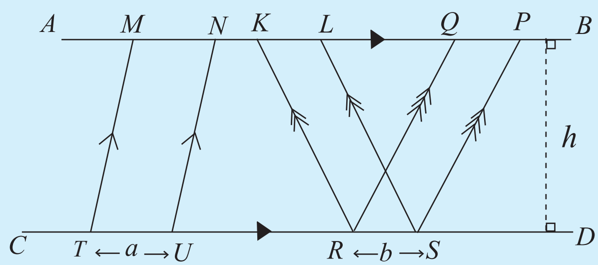
(i) සමාන්තරාස්‍ර හතරක් නම් කරන්න.

(ii) AB හා CD සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි ආධාරක පාදය QR වූ සමාන්තරාස්‍ර දෙක නම් කරන්න.

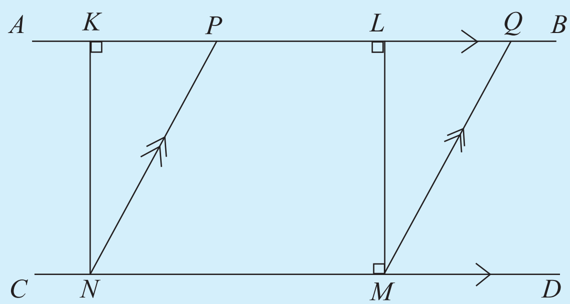
2. රූපයේ දැක්වෙන AQ හා CP සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි එකම OP ආධාරකය සහිත ත්‍රිකෝණ සියල්ල ලියා දක්වන්න.



3. රූපයේ දී ඇති AB හා CD සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර ලම්බ දුර h මගින් ද එක් එක් සමාන්තරාස්‍රයේ ආධාරක පාදයේ දිග a හා b මගින් ද දැක්වේ. එම සංකේත ඇසුරෙන් $PQRS$, $KLSR$ හා $MNUT$ සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල ලියා දක්වන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර, $KLMN$ ඍජුකෝණාස්‍රය හා $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රය පිහිටා ඇත. $NM = 10$ cm හා $LM = 8$ cm වේ.



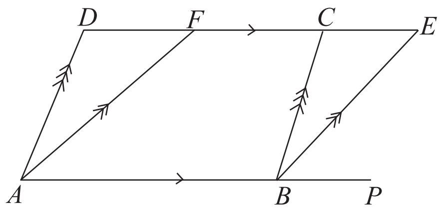
(i) $KLMN$ ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) $KLMN$ ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය හා $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය අතර ඇති සම්බන්ධතාව කුමක් ද?

8.2 එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර, එක ම ආධාරකය සහිතව පිහිටි සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල

මීළඟට අප සලකා බලන්නේ, එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එකම ආධාරකය සහිතව පවතින සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල අතර සම්බන්ධය යි. පහත රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍ර දෙක සලකන්න.



මෙහි දැක්වෙන $ABCD$ හා $ABEF$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකෙහි වර්ගඵල සමාන වේ දැයි විමසා බලමු. ඒ සඳහා මුලින් ම,

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABCF$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $+$ AFD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බවත්

$ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABCF$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $+$ BEC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බවත්

නිරීක්ෂණය කරන්න.

එමනිසා,

AFD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $=$ BEC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

වුව හොත් සමාන්තරාස්‍ර දෙකෙහි වර්ගඵල සමාන විය යුතු බව ඔබට පෙනෙනවා ඇත. ඇත්තවශයෙන් ම මෙම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. එමනිසා ඒවායේ වර්ගඵල ද සමාන වේ. මෙම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව පා.කෝ.පා අවස්ථාව සලකා මෙසේ පෙන්විය හැකි ය.

AFD හා BEC ත්‍රිකෝණ දෙකේ,

$AD = BC$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද)

$AF = BE$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද)

තව ද, $D\hat{A}B = C\hat{B}P$ (අනුරූප කෝණ) හා $F\hat{A}B = E\hat{B}P$ (අනුරූප කෝණ) නිසා, මෙම සමීකරණ දෙක අඩු කිරීමෙන්, $D\hat{A}B - F\hat{A}B = C\hat{B}P - E\hat{B}P$

$D\hat{A}F = C\hat{B}E$ ලෙස ලැබේ.

මේ අනුව. පා.කෝ.පා අවස්ථාව යටතේ, AFD හා BEC ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ.

මේ අනුව, ඉහත සාකච්ඡා කළ පරිදි,

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ලෙස ලැබේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය, ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ලියා දක්වමු.

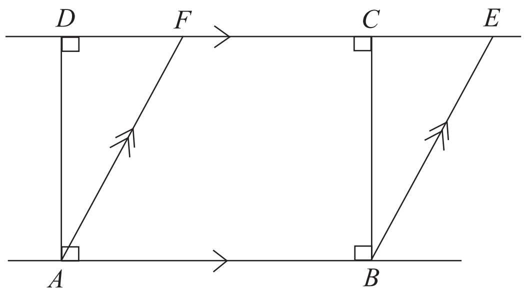
ප්‍රමේයය: එකම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

දැන් මෙම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ඉතා වැදගත් ප්‍රතිඵලයක් ලබා ගනිමු. සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා පහත දැක්වෙන සූත්‍රය ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී මෙන් ම ඉහත අභ්‍යාසයේ දී ද භාවිත කළේ ය.

සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය = ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස

මෙම ප්‍රතිඵලය ලැබුණේ කෙසේ දැයි ඔබ මීට කලින් සිතා තිබුණා ද? දැන් අපට ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් මෙම සූත්‍රය සාධනය කොට පෙන්විය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන්නේ, එක ම සමාන්තර රේඛා දෙකක් අතර හා එක ම ආධාරකය සහිතව පිහිටි $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රය (එනම් එය සමාන්තරාස්‍රයකි) හා $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රය යි.



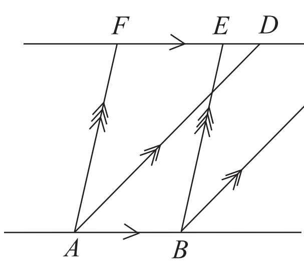
ඉහත ප්‍රමේයය අනුව ඒවායේ වර්ගඵල සමාන වේ.
නමුත්, සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = දිග $\times$ පළල බව අපි දනිමු.
ඒ අනුව,

$ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය
= $AB \times AD$
= $AB \times$ සමාන්තර රේඛා දෙක අතර ලම්බ දුර
= සමාන්තරාස්‍රයේ ආධාරකය $\times$ ලම්බ දුර

මෙම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම් සිදු කරන අයුරු දැන් බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 80cm^2 ද $AB = 8$ cm ද වේ.



(i) රූපයේ එක ම ආධාරකය මත එක ම සමාන්තර රේඛා යුගල අතර පිහිටන සමාන්තරාස්‍ර නම් කරන්න.

(ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?

(iii) AB හා FC සමාන්තර රේඛා අතර ලම්බ උස සොයන්න.

දැන් මෙම කොටස්වලට පිළිතුරු සපයමු.

(i) $ABEF$ හා $ABCD$

(ii) $ABEF$ හා $ABCD$ එක ම ආධාරකය වන AB මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය වන AB හා FC අතර පිහිටන බැවින්, $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ හා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමාන වේ.

$\therefore$ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 80cm^2 වේ.

(iii) සමාන්තර රේඛා අතර ලම්බ උස සෙන්ටිමීටර h යැයි ගනිමු.

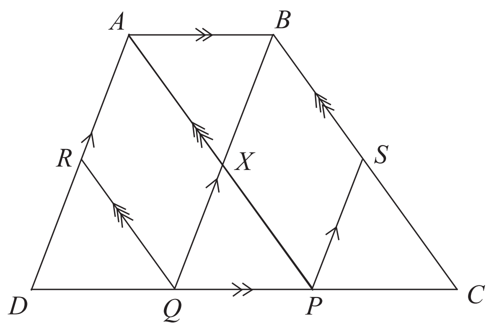
එවිට $ABEF$ වර්ගඵලය $= AB \times h$

$$80 = 8 \times h$$
$$h = 10$$

$\therefore$ සමාන්තර රේඛා අතර ලම්බ උස 10 cm වේ.

දැන් මෙම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කරන අයුරු නිදසුනක් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරුවලට අනුව,

(i) $ABQD$ හා $ABCP$ සමාන්තරාස්‍ර බව පෙන්වන්න.

(ii) $ABQD$ හා $ABCP$ වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර වන බව පෙන්වන්න.

(iii) $SPC\Delta \equiv DQR\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

(iv) $AXQR$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $BXPS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.

(i) $ABQD$ චතුරස්‍රයේ,

$AB//DQ$ (දී ඇත)

$AD//BQ$ (දී ඇත)

සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන චතුරස්‍රය, සමාන්තරාස්‍රයක් වන නිසා $ABQD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. එලෙස ම $AB//PC$ හා $AP//BC$ වන නිසා $ABCP$ ද සමාන්තරාස්‍රයකි.

(ii) $ABQD$ හා $ABCP$ සමාන්තරාස්‍ර දෙක,

එක ම ආධාරකය වන AB මත හා, එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය වන AB හා DC අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්, ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව ඒවා වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.
$\therefore$ $ABQD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABCP$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

(iii) රූපයේ, SPC හා RDQ ත්‍රිකෝණවල

$S\hat{P}C = R\hat{D}Q$ ($SP//AD$, අනුරූප කෝණ)
$S\hat{C}P = R\hat{Q}D$ ($SC//RQ$, අනුරූප කෝණ)

තව ද, $AB = PC$ ($ABCP$ සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද)
$AB = DQ$ ($ABQD$ සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද)
$\therefore PC = DQ$
$\therefore$ $SPC\Delta \equiv DQR\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

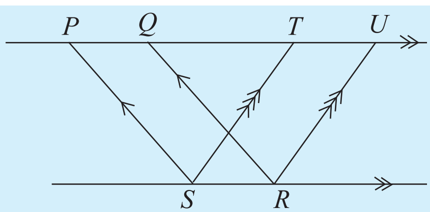
(iv) $ABQD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABCP$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (සාධිත යි)
$RDQ\Delta$ වර්ගඵලය $=$ $SPC\Delta$ වර්ගඵලය ($RDQ\Delta \equiv SPC\Delta$ නිසා)
එමනිසා , $ABQD$ වර්ගඵලය $-$ $RDQ\Delta$ වර්ගඵලය $=$ $ABCP$ වර්ගඵලය $-$ $SPC\Delta$ වර්ගඵලය
එනම් රූපය අනුව $ABQR$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $=$ $ABSP$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය
දෙපසින්ම ABX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අඩු කළ විට

$ABQR$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $-$ $ABX\Delta$ වර්ගඵලය $=$ $ABSP$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $-$ $ABX\Delta$ වර්ගඵලය

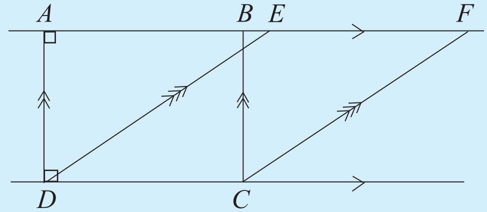
$\therefore$ $AXQR$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $BXPS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

8.2 අභ්‍යාසය

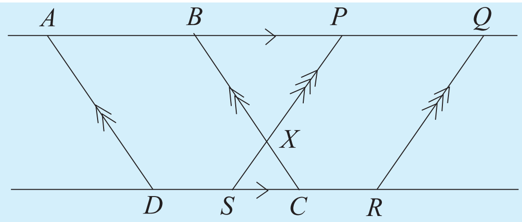
1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ PU හා SR සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 40 cm^2 වේ. $TURS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය හේතු සහිතව ලියා දක්වන්න.



2. දී ඇති රූපයේ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් හා $CDEF$ සමාන්තරාස්‍රයක් දැක්වේ.
$AD = 7$ cm හා $CD = 9$ cm නම්,
$CDEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය හේතු සහිතව ලියා දක්වන්න.



3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ AQ හා DR සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි $ABCD$ හා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. $DS = CR$ බව දී ඇත.

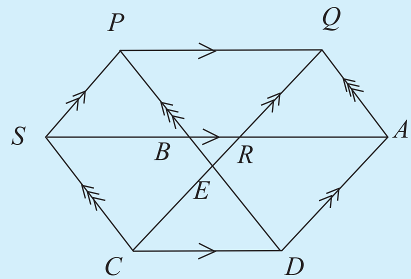


(i) $DC = SR$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $ABXSD$ පංචාස්‍රයේ වර්ගඵලය, $PQRCX$ පංචාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන බව සාධනය කරන්න.

(iii) $APSD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, $BQRC$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

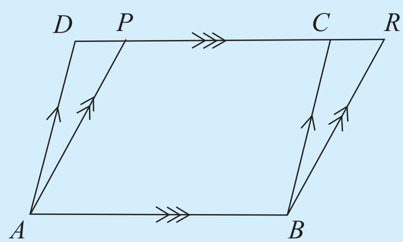


(i) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(ii) $ADCR$ සමාන්තරාස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(iii) $PECS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයට, $QADE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමාන බව සාධනය කරන්න.

5. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ADP ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය BRC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

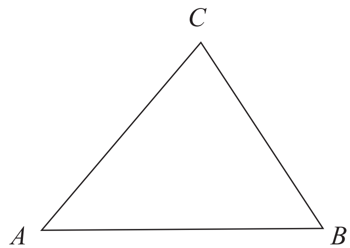


6. $AB = 6$ cm, $D\hat{A}B = 60^0$ හා $AD = 5$ cm වූ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. AB රේඛාවෙන්, සමාන්තරාස්‍රය පිහිටි පැත්තේ ම පිහිටන පරිදි හා එහි වර්ගඵලයට සමාන වන සේ $ABEF$ රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න. ඔබේ නිර්මාණයට ඔබ යොදා ගත් ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයය සඳහන් කරන්න.

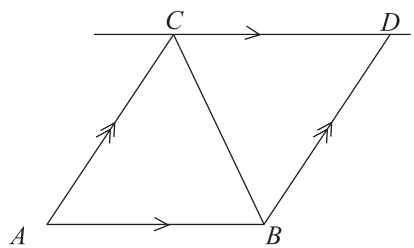
8.3 එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එක ම ආධාරකය සහිතව පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර හා ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා පහත දැක්වෙන සූත්‍රය ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල සිට ම භාවිත කරමින් ඇත. ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස

දැන් අප සූදානම් වන්නේ මෙම සූත්‍රය වලංගු වන්නේ ඇයි ද යන්න පැහැදිලි කිරීමට යි. පහත දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය සලකමු.



මීළඟ රූපයේ දැක්වෙන අයුරින්, C හරහා, ABට සමාන්තර රේඛාවක් ඇඳ, $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි එම සමාන්තර රේඛාව මත D ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරමු. වෙනත් අයුරකින් පැවසුවහොත්, AB ට සමාන්තරව C හරහා ඇඳි රේඛාවෙන්, AC ට සමාන්තරව B හරහා ඇඳි රේඛාව ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරමු.



දැන්, ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකි. එයට හේතුව, සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණයකින් එම සමාන්තරාස්‍රය අංගසම ත්‍රිකෝණ දෙකකට වෙන් වන නිසා ය. ඒ බව අපි 10 වසරේ සමාන්තරාස්‍ර පාඩම යටතේ උගත්තෙමු.
එමනිසා,

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2}$ $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$= \dfrac{1}{2} \times AB \times$ (AB හා CD රේඛා අතර ලම්බ දුර)

$= \dfrac{1}{2} \times AB$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ දුර

එනම්, ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සඳහා අපට හුරුපුරුදු සූත්‍රය ලැබී ඇත.

මෙහි දී අප නිරීක්ෂණය කළ

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2} \times ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

යන ප්‍රතිඵලය නැවත සලකන්න. මෙම පාඩමේ 8.2 කොටසේදී අප ඉගෙන ගත්තේ එක ම සමාන්තර රේඛා දෙකක් අතර එක ම ආධාරකයක් සහිත ව පිහිටි සමාන්තරාස්‍රවල

වර්ගඵල සමාන බව යි. එමනිසා, ඉහත රූපයට අදාළව, AB හා CD සමාන්තර රේඛා අතර, AB ආධාරකය සහිතව ඇති වෙනත් ඕනෑ ම සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය ද $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වේ. එනම්,

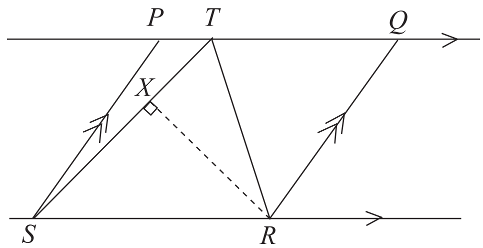
ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ (AB හා CD සමාන්තර රේඛා අතර, AB ආධාරකය සහිතව පිහිටි ඕනෑ ම සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය)

මෙම ප්‍රතිඵලය, ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක් හා සමාන්තරාස්‍රයක්, එක ම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටා ඇති නම්, එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, එම සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩක් වේ.

මෙම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම් සිදු කරන අයුරු දැන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන්නේ, එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර හා එක ම ආධාරකයක් මත පිහිටි $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් හා STR ත්‍රිකෝණයකි. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 60 cm^2 වේ.

(i) හේතු දක්වමින් STR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) $ST = 6$ cm නම්, R සිට ST ට ඇඳි ලම්බයේ දිග සොයන්න.

(i) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රය හා STR ත්‍රිකෝණය එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලක් අතර පිහිටන අතර, එක ම ආධාරකය මත පිහිටයි. එමනිසා STR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකි.

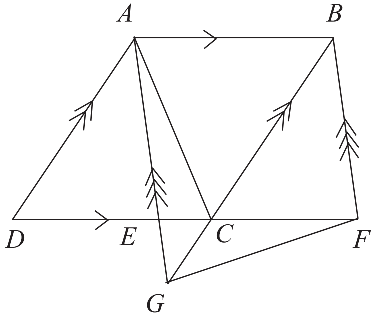
$\therefore$ STR Δ වර්ගඵලය $= 30 \text{ cm}^2$

(ii) STR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times ST \times RX$

$$\therefore\ 30 = \frac{1}{2} \times 6 \times RX$$

$$\therefore\ RX = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

නිදසුන 2



E යනු $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. AE ට සමාන්තර ව B සිට අඳින ලද රේඛාවට, දික් කළ DC පාදය F හි දී හමු වේ. දික් කළ AE හා දික් කළ BC රේඛා G හිදී හමු වේ.

(i) $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව
(ii) $ABCD$ හා $ABFE$ සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව
(iii) ACD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $=$ BFG ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බව

සාධනය කරන්න.

(i) $ABFE$ චතුරස්‍රයේ,
$AE//BF$ (දී ඇත)
$AB//EF$ (දී ඇත)
$\therefore$ $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රයකි. (සම්මුඛ පාද සමාන්තර නිසා)

(ii) $ABCD$ හා $ABFE$ සමාන්තරාස්‍ර දෙක,
AB හා DF එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර හා AB එක ම ආධාරකය ඇතිව පිහිටා තිබේ.
$\therefore$ ප්‍රමේයය අනුව $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

(iii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය හා ACD ත්‍රිකෝණය, DC හා AB සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර හා DC එක ම ආධාරකය මත පිහිටා තිබේ.
$\therefore$ ප්‍රමේයය අනුව, $\frac{1}{2}$ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ ACD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

එසේම, $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රය හා BFG ත්‍රිකෝණය BF හා AG සමාන්තර රේඛා යුගල අතර හා එක ම ආධාරකය BF මත පිහිටා තිබේ.

එවිට, $\frac{1}{2}$ $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ BFG ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

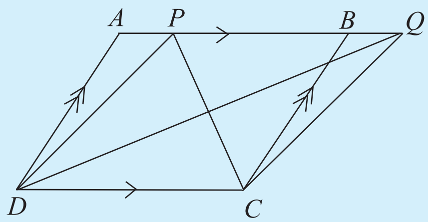
නමුත්, $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය නිසා

එවිට, $\frac{1}{2}$ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $\frac{1}{2}$ $ABFE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$\therefore$ ACD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $=$ BFG ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

8.3 අභ්‍යාසය

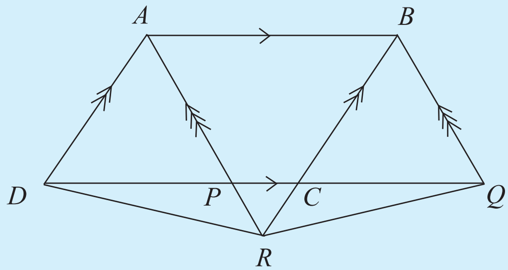
1. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $50\ \text{cm}^2$ වේ.



(i) PDC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?

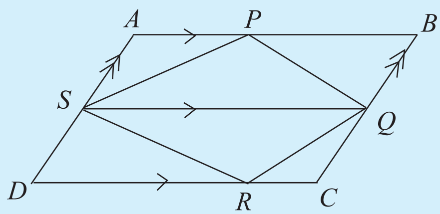
(ii) DCQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?

2.



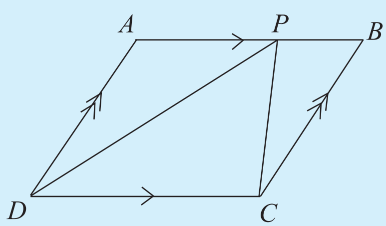
$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, DC පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. AP ට සමාන්තරව B හරහා ඇඳි රේඛාව දික් කළ DC පාදයට Q හිදී හමු වේ. දික් කළ AP හා දික් කළ BC රේඛා R හි දී හමු වේ. ADR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය BQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

3.



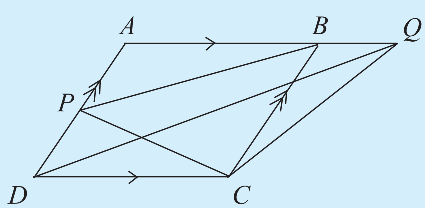
රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, AD පාදය Sහි දී ද, BC පාදය Qහි දී ද හමු වන සේ, AB ට සමාන්තරව SQ ඇඳ තිබේ. $PQRS$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.

4.



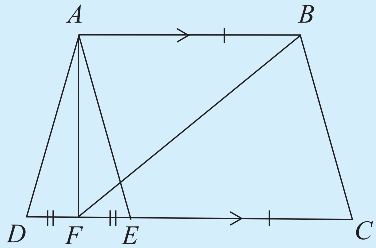
P යනු රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදය මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයකි.
$APD\Delta$ ව.ඵ. $+$ $BPC\Delta$ ව.ඵ. $=$ $DPC\Delta$ ව.ඵ බව සාධනය කරන්න.

5.



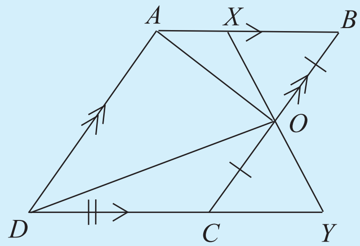
රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AD පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය ද, දික් කළ AB පාදය මත Q ලක්ෂ්‍යය ද පිහිටා ඇත.
$CPB\Delta$ ව.ඵ. $=$ $CQD\Delta$ ව.ඵ. බව සාධනය කරන්න.

6.



ABCD ත්‍රපීසියමේ $AB // DC$ හා $DC > AB$ වේ. $AB = CE$ වන පරිදි *CD* පාදය මත *E* ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ. *AFE* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, *ADF* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන වන පරිදි *DE* පාදය මත *F* ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. *ABFD* ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, *ABCD* ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.

7.



ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ *BC* පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය *O* වේ. *X* යනු *AB* පාදය මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයකි. දික් කළ *XO* හා දික් කළ *DC* රේඛා *Y* හිදී හමු වේ.

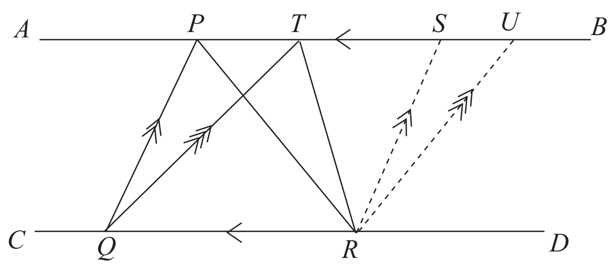
(i) *BOX* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = *COY* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බව

(ii) *AXYD* ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය = *ABCD* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය බව

(iii) *AXYD* ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, *ADO* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක් බව සාධනය කරන්න.

8.4 එක ම සමාන්තර රේඛා අතර, එක ම ආධාරකය සහිතව පිහිටි ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි *AB* හා *CD* සමාන්තර රේඛා දෙක අතර *QR* එක ම ආධාරකය සහිතව පිහිටි ඕනෑ ම *PQR* හා *TQR* ත්‍රිකෝණ දෙක සලකන්න.



ඉහත 8.3 කොටසේ සාකච්ඡා කළ පරිදි

PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}$ *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

TQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}$ *TQRU* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

එහෙත්, එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලක් අතර, *QR* එක ම ආධාරකය ඇතිව පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = $TQRU$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$\therefore \frac{1}{2}$ $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = $\frac{1}{2}$ $TQRU$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

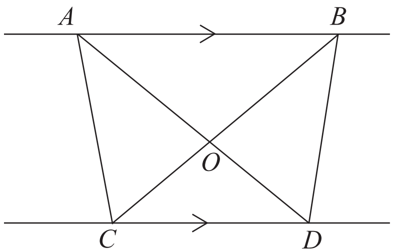
එනම්, PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = TQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

මේ අනුව QR එක ම ආධාරකය ඇතිව, AB හා CD එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටි PQR හා TQR ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ. මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයය: එක ම ආධාරකයක් මත, හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

මෙම හඳුනාගත් ප්‍රමේයය භාවිත කරමින් ගැටලු විසඳන අයුරු පහත නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ $AB//CD$ වේ.

(i) ACD ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න. ඔබේ පිළිතුරට හේතු වූ ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න.

(ii) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 30 cm^2 නම්, ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) AOC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, BOD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

(i) BCD ත්‍රිකෝණය

එක ම ආධාරකය මත, එක ම සමාන්තර රේඛා යුගල අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

(ii) ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= 30\text{ cm}^2$

(iii) $ACD\Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\Delta$ වර්ගඵලය (CD එක ම ආධාරකය හා $AB//CD$)

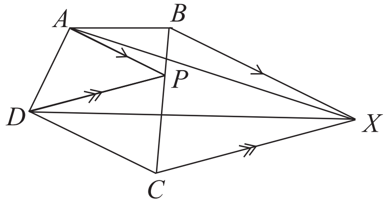
රූපය අනුව මෙම ත්‍රිකෝණ දෙකට ම COD ත්‍රිකෝණය පොදු වේ. එම කොටස ඉවත් කළ විට,

$$ACD\Delta - COD\Delta = BCD\Delta - COD\Delta$$

$$\therefore AOC\Delta = BOD\Delta$$

නිදසුන 2

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ, BC පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. AP ට සමාන්තරව B හරහා ඇඳි රේඛාවත්, DP ට සමාන්තරව C හරහා ඇඳි රේඛාවත් X හි දී හමුවේ. $ADX\Delta$ වර්ගඵලය, $ABCD$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන බව සාධනය කරන්න.



සාධනය : AP හා BX සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර, AP ආධාරකය ඇතිව, APB හා APX ත්‍රිකෝණ පිහිටා ඇති නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$$APB\Delta = APX\Delta \quad \text{———} \quad (1)$$

එසේම, $DP//CX$ නිසා,

$$DPC\Delta = DPX\Delta \quad \text{———} \quad (2)$$

$(1) + (2)$, $ABP\Delta + DPC\Delta = APX\Delta + DPX\Delta$

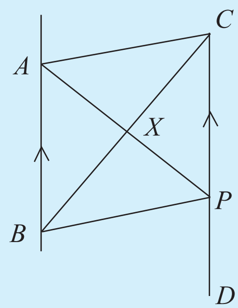
දෙපසටම $ADP\Delta$ වර්ගඵලය එකතු කරමු.

එවිට, $ABP\Delta + DPC\Delta + ADP\Delta = APX\Delta + DPX\Delta + ADP\Delta$

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= ADX$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

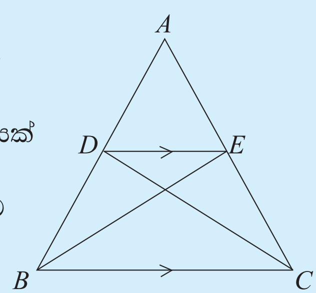
8.4 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි, ABP ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 25 cm^2 වේ.



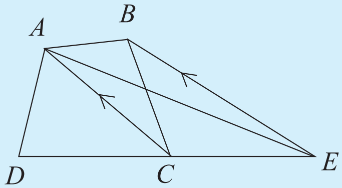
(i) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?
(ii) ABX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 10 cm^2 නම් ACX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?
(iii) ACX හා BPX ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල අතර සම්බන්ධය කුමක් දැයි හේතු සහිතව පැහැදිලි කරන්න.

2. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදය Dහි දී ද AC පාදය Eහි දී ද හමු වන සේ, BC පාදයට සමාන්තරව DE ඇඳ ඇත.



(i) BED ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න.
(ii) ABE හා ADC ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.

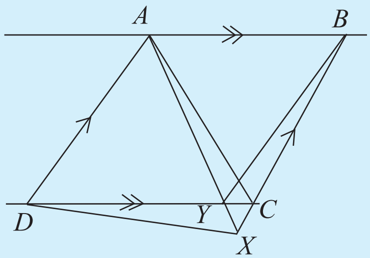
3. *ABCD* චතුරස්‍රයේ, *AC* විකර්ණයට සමාන්තරව *B* හරහා ඇඳි රේඛාව, දික් කළ *DC* රේඛාවට *E*හි දී හමුවේ.



(i) *ABC* ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න. පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(ii) *ABCD* චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, *ADE* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

4. *ABCD* සමාන්තරාස්‍රයේ, *A* සිට අඳින ලද ඕනෑ ම රේඛාවක් *DC* පාදය *Y*හි දී ද දික්කල *BC* පාදය *X*හි දී ද කපයි.



(i) *DYX* හා *AYC* ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව

(ii) *BCY* හා *DYX* ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.

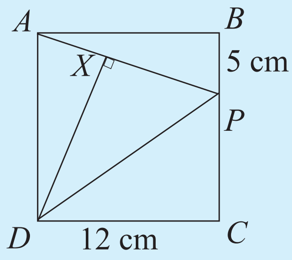
5. *ABCD* සමාන්තරාස්‍රයේ, *BC* පාදය මත *Y* ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. දික් කළ *AB* රේඛාවත්, දික් කළ *DY* රේඛාවත්, *X*හි දී හමු වේ. *AXY* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය *BCX* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

6. *BC* යනු 8 cm දිග අචල සරල රේඛා ඛණ්ඩයකි. *ABC* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 40 cm^2 වන සේ වූ *A* ලක්ෂ්‍යයේ පථය දළ සටහනක් මගින් විස්තර කරන්න.

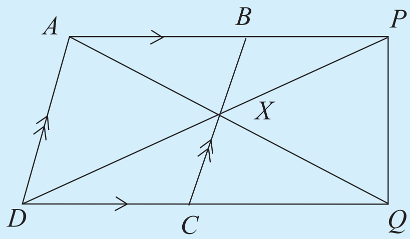
7. *AB* = 8 cm, *AC* = 7 cm හා *BC* = 4 cm වූ *ABC* ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. *AB* වලින් *C* පිහිටි පැත්තේ ම *P* පිහිටන පරිදිත්, වර්ගඵලයෙන් *ABC* ත්‍රිකෝණයට සමාන වන පරිදිත්, *PA* = *PB* වන සේත් වූ *PAB* ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිග 12 cm වේ. $BP = 5$ cm වන සේ, BC පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ. D සිට AP ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය X නම් DXහි දිග සොයන්න.



2. X යනු $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, BC පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. දික් කල DX පාදයට දික් කළ AB පාදය Pහි දී ද දික් කළ AX පාදයට දික් කළ DC පාදය Qහි දී ද හමු වේ. PXQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.



3. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ Oහි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. SR පාදය මත A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. POQ ත්‍රිකෝණයේ හා PAQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵල අතර අනුපාතය සොයන්න. (ඉඟිය: සුදුසු නිර්මාණයක් යොදා ගන්න.)

4. $ABCD$ හා $ABEF$ යනු AB පාදයෙහි දෙපැත්තේ අඳින ලද, වර්ගඵලයෙන් අසමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි.

(i) $DCEF$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) $DCEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය, $ABCD$ හා $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ එකතුවට සමාන බව සාධනය කරන්න.

5. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, AB පාදය E හිදී ද AD පාදය F හිදී ද ඡේදනය වන සේ, BD ට සමාන්තරව EF ඇඳ ඇත. (ඉඟිය: සුදුසු නිර්මාණයක් යොදා ගන්න.)

(i) BEC ට හා DFC ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව

(ii) AEC ට හා AFC ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.

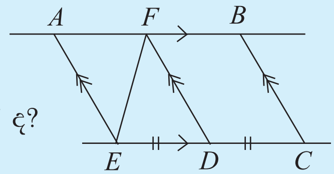
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස - 1 වන වාරය

I කොටස

1. අගය සොයන්න. $2\sqrt{3} - \sqrt{3}$

2. $10^{0.5247} = 3.348$ නම් lg 0.3348 හි අගය සොයන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, AFE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $ABCE$ රූපයේ වර්ගඵලයෙන් කවර භාගයක් ද?



4. $A^3 = x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2$ නම්, A, x හා y ඇසුරෙන් දක්වන්න.

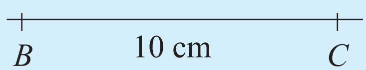
5. එක සමාන ප්‍රමාණයේ සමචතුරස්‍ර පිරමීඩ දෙකක, සමචතුරස්‍ර මුහුණත් එකට අළවා නව ඝන වස්තුවක් තනා ඇත. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 384 cm^2 නම්, සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ ත්‍රිකෝණ මුහුණතක වර්ගඵලය සොයන්න.

6. සුළු කරන්න. $\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{1}{1-x}$

7. අගය සොයන්න. $\log_3 27 - \log_4 16$

8. 1cm^3 ක ස්කන්ධය 4g වූ විශේෂ ද්‍රව්‍යයකින් තැනූ ගෝලයක ස්කන්ධය 120g ක් විය. එම ගෝලයේ පරිමාව සොයන්න.

9. රූපයේ ද ැක්වෙන B හා C ලක්ෂ්‍ය දෙක එකිනෙකට 10 cm දුරින් පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 20 cm^2 වන පරිදි වූ A හි පථය දළ සටහනකින් දක්වන්න.

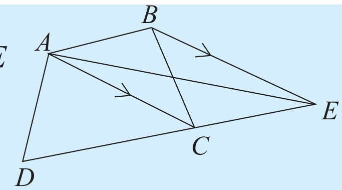


10. lg 5 = 0.6990 නම් lg 20 හි අගය සොයන්න.

11. විෂ්කම්භයට සමාන වූ උසකින් යුත් සිලින්ඩරයක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය එම විෂ්කම්භයම ඇති ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලයට සමාන වන බව පෙන්වන්න.

12. $\sqrt{5} = 2.23$ ලෙස ගෙන $\sqrt{20}$ හි අගය සොයන්න.

13. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, ADE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන වන බව පෙන්වන්න.



14. $\sqrt{75} \times 2\sqrt{3}$ හි අගය සොයන්න.

15. සුළු කරන්න. $\dfrac{3x}{x^2 - 1} \times \dfrac{x(x-1)}{3}$

II කොටස

1. (i) $x + \dfrac{1}{x} = 3$ නම් $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$ හි අගය සොයන්න.

(ii) සුළු කරන්න. $\dfrac{m^2 - 4n^2}{mn\,(m + 2n)} \div \dfrac{m^2 - 4mn + 4n^2}{m^2n^2}$

2. (i) $2 \lg x = \lg 3 + \lg (2x - 3)$ වන්නේ x හි කවර අගයක් සඳහා ද?

(ii) $2 \lg x + \lg 32 - \lg 8 = 2$; x හි අගය සොයන්න.

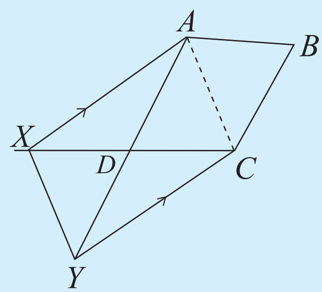
(iii) ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් තොරව අගය සොයන්න.

$$\log_2 \frac{3}{4} - 2\log_2\left(\frac{3}{16}\right) + \log_2 12 - 2$$

(iv) ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් සුළු කර පිළිතුර ආසන්න දෙවන දශමස්ථානයට දක්වන්න.

$$\frac{\sqrt{0.835} \times 0.75^2}{4.561}$$

3. (a) රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ CD පාදය X තෙක් දික් කර ඇත. AX ට සමාන්තර වන සේ C හරහා ඇඳි රේඛාවට දික්කළ AD පාදය Y හිදී හමුවේ.



(i) AXY ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න. ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(ii) XDY ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.

(b) කවකටුව, සරල දාරයක් හා cm / mm පරිමාණයක් පමණක් භාවිත කරමින්,

(i) $AB = 5.5$ cm, $A\hat{B}C = 60^{\circ}$ හා $BC = 4.2$ cm වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක් වර්ගඵලය ඇති $ABPQ$ රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න.

4. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ O යනු BC පාදය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකි. DO ට සමාන්තරව A හරහා ඇඳි රේඛාව, දික් කළ CB රේඛාවට P හිදී හමුවේ. දික් කළ AO රේඛාව, දික් කළ DC රේඛාවට Q හිදී හමුවේ.

(i) දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් කරමින් දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය හා ADO ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අතර ඇති සම්බන්ධතාව ලියන්න.

(iii) ABP ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, BOQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

5. ඍජු කේතුවක පතුලේ අරය 7 cm ද, ලම්බ උස 12 cm ද වේ.

(i) කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.

(ii) කේතුවේ අරය නොවෙනස්ව තබා ලම්බ උස දෙගුණ කළහොත් එම කේතුවේ පරිමාව, මුල් කේතුවේ පරිමාව මෙන් කී ගුණයක් ද?

(iii) මුල් කේතුවේ ලම්බ උස නොවෙනස් ව තබා, පතුලේ අරය දෙගුණ කළහොත් එම කේතුවේ පරිමාව මුල් කේතුවේ පරිමාව මෙන් කී ගුණයක් ද?

ලඝුගණක

மடக்கைகள்

LOGARITHMS

											මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ලඝුගණක
மடக்கைகள்
LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

අ

අනන්ත දශම	முடிவில் தசமம்	Infinite decimals
අන්ත දශම	முடிவுறு தசமம்	Finite decimals
අපරිමේය සංඛ්‍යා	விகிதமுறா எண்கள்	Irrational numbers
අරය	ஆயுரை	Radius
අඛිල කරණි	முழுமைச் சேடு	Entire surds
ඇල උස	சாய் உயரம்	Slant height

එ

එකම ආධාරකය	ஒரே அடி	Same base

ඍ

ඍජු පිරමීඩය	செங்கூம்பகம்	Right pyramid
ඍජු වෘත්ත කේතුව	செவ்வட்டக்கூம்பு	Right circular cone

ක

කරණි	சேடு	Surds
කුඩාම පොදු ගුණාකාරය	பொதுமடங்குகளுள் சிறியது	Least common multiple
කේතුව	கூம்பு	Cone

ග

ගුණ කිරීම	பெருக்கல்	Multiplication
ගෝලය	கோளம்	Sphere

ඝ

ඝනායිතය	கன	Cubed

ත

තාත්වික සංඛ්‍යා	மெய் எண்கள்	Real numbers
ත්‍රිකෝණය	முக்கோணி	Triangle
ත්‍රිකෝණාකාර	முக்கோண வடிவான	Triangular
ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත	திரிகோண விகிதங்கள்	Trignometric Ratios

ද

දර්ශක	சுட்டி	Indices
දශමාංශය	தசமக் கூட்டு	Mantissa
ද්විපද ප්‍රකාශන	ஈருறுப்புக் கோவை	Binomial Expressions

න

නිඛිල	நிறைவெண்கள்	Integers

ප

පදය	உறுப்பு	Term
පරස්පරය	நிகர்மாறு	Reciprocal
පරිමාව	கனவளவு	Volume
පරිධිය	பரிதி	Circumference
පරිමේය සංඛ්‍යා		Rational numbers
පාදය	அடி	Base
පූර්ණාංශය	சிறப்பியல்பு	Characteristic
පොදු හරය	பொதுப் பகுதி	Common denominator
ප්‍රමේයය	தேற்றம்	Theorem
ප්‍රසාරණය	விரிவு	Expansion
පිරමීඩය	கூம்பகம்	Pyramid
ප්‍රිස්මය	அரியம்	Prism
පෘෂ්ඨ වර්ගඵල	மேற்பரப்பளவு	Surface Area

බ

බලය	வலு	Power
බෙදීම	வகுத்தல்	Division

ය

යතුර	சாவி	Key

ල

ලඝුගණක	மடக்கை	Logarithm
ලම්බ උස	செங்குத்துயரம்	Perpendicular height
ලවය	தொகுதி	Numerator

ව

වර්ගඵලය	பரப்பளவு	Area
වර්ගායිතය	வர்க்கம்	Squared
විද්‍යාත්මක අංකනය	விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீடு	Scientific notation
විද්‍යාත්මක ගණක යන්ත්‍රය	விஞ்ஞானமுறைக் கணிகருவி	Scientific calculator
වියුති	பிரிகோடு	Bar
වීජීය භාග	அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்	Algebraic Fractions
වෘත්තාකාර	வட்ட வடிவான	Circular
වක්‍ර පෘෂ්ඨය	வளை மேற்பரப்பளவு	Curved Surface

ස

සමචතුරස්‍රාකාර	சதுர வடிவான	Square shape
සමාන්තරාස්‍රය	இணைகரம்	Parallelogram
සමාන්තර රේඛා	சமாந்தரக் கோடுகள்	Parallel lines
සමාවර්ත දශම	மீளும் தசமம்	Recurring decimals

හ

හරය	பகுதி	Denominator

පාඩම් අනුක්‍රමය

පෙළපොතේ පරිච්ඡේදය	කාලච්ඡේද ගණන
1 වාරය	
1. තාත්වික සංඛ්‍යා	10
2. දර්ශක හා ලඝුගණක I	08
3. දර්ශක හා ලඝුගණක II	06
4. ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය	05
5. ඝන වස්තුවල පරිමාව	05
6. ද්විපද ප්‍රකාශන	04
7. වීජීය භාග	04
8. සමාන්තර රේඛා අතර තලරූපවල වර්ගඵලය	12
2 වාරය	
09. ප්‍රතිශත	06
10. කොටස් වෙළෙඳ පොළ	05
11. මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය	05
12. ප්‍රස්තාර	12
13. සමීකරණ	10
14. සමකෝණී ත්‍රිකෝණ	12
15. දත්ත නිරූපණය හා අර්ථකථනය	12
16. ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪී	06
3 වාරය	
17. පයිතගරස් ප්‍රමේයය	04
18. ත්‍රිකෝණමිතිය	12
19. න්‍යාස	08
20. අසමානතා	06
21. වෘත්ත චතුරස්‍ර	10
22. ස්පර්ශක	10
23. නිර්මාණ	05
24. කුලක	06
25. සම්භාවිතාව	07