МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Отчёт о практике

студентов 1 курса 151 группы
направления 09.03.04 — Программная инженерия
факультета КНиИТ
Тюменцева Радомира Александровича, Железко Александра Дмитриевича

Проверено:

____

Саратов 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1 Цель работы и принадлежности

Цель работы: опытная проверка основного уравнения вращательного движения, оценка точности метода измерения.

Принадлежности:

1. Маятник Обербека
2. Секундомер
3. Штангенциркуль
4. Линейка
5. Технические весы
6. Набор гирь и разновесок

2 Теория

Если поступательное движение твердого тела массы m со скоростью $\overline{v}$ под действием результирующей силы $\overline{F}$ описывается уравнением второго закона Ньютона:

$$\overline{F} = m\frac{d\overline{v}}{dt}, (1) \tag{1}$$

, то вращение этого тела с угловой скоростью $\overline{\omega}$ под действием силы $\overline{F}$ вокруг неподвижной оси Oz (рис. 1) описывается уравнением:

$$M_z = I_z\frac{d\omega}{dt}.(2) \tag{2}$$

, Момент силы $\overline{F}$ относительно точки O, лежащей на оси вращения Oz, равен векторному произведению радиус-вектора $\overline{r}_0$ на силу $\overline{F}$.

$$\overline{M_0} = \left[\overline{r_0}\overline{F}\right].(3) \tag{3}$$

Величина M_z в уравнении (2) представляет собой момент силы $\overline{F}$ относительно оси Oz и равна проекции вектора $\overline{M_0}$ на эту ось:

$$M_z = \left[\overline{r_0}\overline{F}\right]_z.(3a) \tag{4}$$

Величина I_z в уравнении (2) называется моментом инерции тела относительно оси Oz. Она равна сумме произведений масс всех точек тела на квадраты их расстояний от оси:

$$I_z = \sum m_i r_i^2.(4) \tag{5}$$

Из сравнения соотношений (1) и (2) можно увидеть, что момент инерции — аналог массы при поступательном движении — и характеризует меру инертности тела при вращательном движении. Уравнение (2) является следствием второго закона Ньютона и поэтому его проверка представляет собой проверку основных положений механики.

3 Описание установки и вывод рабочей формулы

На оси прибора (рис. 2) укреплен вал радиуса r и крестовина K. Вдоль стержней крестовины могут перемещаться грузики, которые можно закреплять в нужных положениях. На вал намотан на нить, к которой прикреплено тело с массой m, приводящее при своем падении вал во вращение.

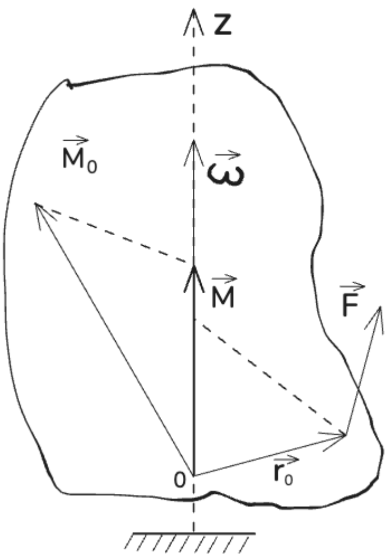

Рис. 1

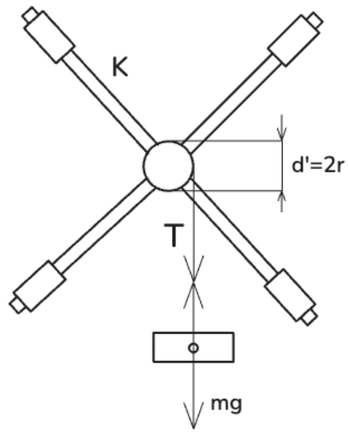

Рис. 2

Падение тела происходит под действием силы, равной разности между силой тяжести mg и силой натяжения нити F_H. Поэтому уравнение движения тела запишется в виде:

$$mg - F_H = ma.(5) \tag{6}$$

Сила, по величине равная F_H, но направленная противоположно, также действует на вал, создавая вращательный момент:

$$M = rF_H = rm(g - a), (6) \tag{7}$$

заставляющий вал вращаться с угловым ускорением $\frac{d\omega}{dt}$. Согласно основному уравнению (2) вращательного движения следует записать:

$$rm(g - a) = I\frac{d\omega}{dt}, (7) \tag{8}$$

где I — момент инерции вращающейся системы. В уравнении (7) пока не известны ускорение тела a, угловое ускорение вала $\frac{d\omega}{dt}$ и момент инерции I. Ускорение a легко найти, если знать расстояние h, пройденное телом во время падения, и время падения t. Тогда:

$$h = \frac{at^2}{2}, a = \frac{2h}{t^2}.(8) \tag{9}$$

Далее используем равенство тангенциального ускорения $r\frac{d\omega}{dt}$ точек на поверхности вала ускорению a падающего тела, то есть равенство $a = r\frac{d\omega}{dt}$. Поэтому угловое ускорение будет связано с ускорением a соотношением:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2}.(9) \tag{10}$$

Подставив значения a и $\frac{d\omega}{dt}$ по формулам (8) и (9) соответственно в уравнение (7), получим:

$$rm\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) = I\frac{2h}{t^2}.(10) \tag{11}$$

Учитывая, что $r = \frac{d}{2}$, где d — диаметр вала, окончательно имеем:

$$\frac{md}{2}\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) = \frac{4h}{dt^2}I.(11) \tag{12}$$

Это уравнение и подлежит экспериментальной проверке. Если проверяемый закон справедлив, то значения моментов сил в левой и правой частях уравнения (11) в пределах погрешности измерений должны совпасть.

4 Порядок выполнения работы

1. Установить грузики у самых концов стержней маятника таким образом, чтобы маятник находился в безразличном состоянии.
2. Намотать нить на вал и, отпустив груз m, определить по секундомеру время t его падения на всю длину нити.
3. Проделать опыт несколько раз и определить среднее время падения t.
4. Измерить линейкой высоту падения h.
5. Определить массу груза m взвешиванием на технических весах.
6. Измерить штангенциркулем диаметр вала d.
7. Вычислить значение момента силы M_1, определяемого левой частью уравнения (11).
8. Рассчитать значение момента силы M_2, определяемого правой частью уравнения (11). Значение момента инерции I маятника указано на установке.
9. Полученные значения величин занести в табл. 1.
10. Провести расчет погрешностей измерений.

Пусть абсолютная погрешность в вычислении момента силы M первым способом ΔM_1, а вторым – ΔM_2, то есть $M = M_1 + \Delta M_1$ и $M = M_2 + -\Delta M_2$. Значения момента силы можно считать совпадающими в данном эксперименте, если выполняется условие:

$$|M_1 - M_2| \leq |\Delta M_1| + |\Delta M_2|.(12) \tag{13}$$

Значения погрешностей $|\Delta M_1|$ и $|\Delta M_2|$ можно определить следующим путем. Прологарифмировав и продифференцировав левую часть уравнения (11), получим значение относительной погрешности:

$$\delta_1 = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + 2\frac{t\Delta h + h\Delta t}{t(gt^2 - 2h)}(13) \tag{14}$$

Значение абсолютной погрешности будет иметь вид $\Delta M_1 = \delta_1 M_1$. Аналогичным образом имеем:

$$\delta_2 = \frac{\Delta M_2}{M_2} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta d}{d} + 2\frac{\Delta t}{t}; \Delta M_2 = \delta_2 M_2.(14) \tag{15}$$

За погрешности Δd, Δm и Δh принимать погрешности отсчитывания соответствующих средств измерений. В качестве погрешности Δt рассматривать среднюю абсолютную погрешность результата измерения, если ее значение превышает погрешность отсчитывания секундомера.

5 Таблица 1:

6 Вывод