Теория

Измерение ряда физических величин может быть сведен к измерению пропорционального импульса силы. Если на находящийся в равновесии маятник воздействовать импульсом силы так, что маятник за время действия силы не успевает существенно отклониться от положения равновесия, то первое максимальное отклонение маятника от полученного толчка — баллистический отброс — пропорционально импульсу силы. Следовательно, измерение физической величины можно свести к измерению баллистического отброса. В этом и состоит баллистический метод измерения, используемый в таких приборах, как баллистический гальванометр, баллистические весы и динамометр, баллистический маятник.

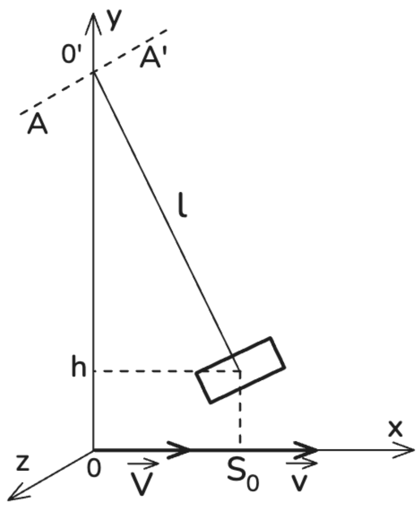

Figure 1: Баллистический маятник

Баллистический маятник — прибор, применяемый для измерения начальных скоростей пуль или снарядов. Прямое измерение скоростей пуль весьма сложно, так как эта скорость достигает значительной величины (800-1000 м/с и выше). Метод баллистического маятника позволяет свести измерение скорости пули к измерению отклонения сравнительно медленного движущегося маятника после абсолютно неупругого удара с пулей.

Для упрощения расчетов баллистический маятник выполняют в таком виде, чтобы его можно было рассматривать как математический маятник.

Пуля массы m, летящая со скоростью $\overline{v}$, попадает в покоящийся маятник массы M, застревает в нем и сообщает общей массе $M + m$ некоторую начальную скорость $\overline{V}$, в результате чего маятник с пулей отклоняется на расстояние S_0 (Figure 1).

Для проведения измерений с баллистическим маятником необходимо, чтобы закон сохранения количества движения мог быть выражен в следующем виде:

$$m\overline{v} = (M + m)\overline{V}$$

то есть необходимо, чтобы вектор количества движения маятника с пулей сразу после удара был в точности равен по модулю и по направлению вектору количества движения пули непосредственно до удара.

Как известно, закон сохранения количества движения справедлив только для замкнутой системы тел, для которой сумма внешних сил равна нулю. Для системы маятник-пуля внешними силами являются сила тяжести, сила натяжения нитей, а также мгновенная ударная сила, возникающая в общем случае в точке подвеса маятника во время удара. Силой сопротивления воздуха пренебрегаем. Во время удара и после него эта система становится незамкнутой, так как внешние силы, действующие на маятник с пулей, не скомпенсированы и сумма их не равна нулю.

Выполнение во время удара закона количества движения в виде равенства (1) обеспечивается выполнением следующих условий:

1. Вектор скорости пули в момент удара должен быть направлен по прямой, проходящей через центр тяжести маятника (точнее, через центр качания маятника, который для математического маятника совпадает с центром тяжести). При невыполнении этого условия часть импульса ударной силы $\int_0^\tau \overline{F}dt = m\overline{v}$ будет передаваться точке подвеса маятника.
2. Вектор $\overline{v}$ должен быть направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат ось качания AA' и точка центра тяжести покоящегося маятника, то есть в направлении оси x. В противном случае маятнику будет сообщаться вращательное движение относительно других осей, помимо оси AA'.
3. Продолжительность импульса $\int_0^\tau \overline{F}dt$ должна быть настолько малой, чтобы маятник к концу удара не успевал существенно отклониться от положения равновесия.

Практически 3-е условие обеспечивается выбором достаточно длинной нити подвеса маятника и высокой вязкостью вещества в маятнике.

При выполнении перечисленных условий скорость пули находится из равенства (1):

$$v = \frac{M+m}{m} \cdot V$$

Полагая после удара систему маятник-пуля-Земля консервативной, то есть пренебрегая рассеянием энергии, применим к ней закон сохранения механической энергии.

При максимальном отклонении маятника скорость V обратится в нуль и кинетическая энергия маятника полностью перейдет в его потенциальную энергию, то есть

$$\frac{(M+m)V^2}{2} = (M+m)gh$$

Тогда

$$V = \sqrt{2gh}$$

где h — наибольшая высота подъема центра тяжести маятника с пулей, g — ускорение свободного падения.

Поскольку выполняется равенство (Figure 1)

$$h = l - l\cos\alpha = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

(α — максимальный угол отклонения, l — расстояние от оси вращения до центра тяжести маятника), и учитывая, что ввиду малости угла α можно положить

$$\sin\alpha = \frac{S_0}{l} \simeq \alpha \simeq 2\sin\frac{\alpha}{2}$$

то для скорости маятника имеем выражение

$$V = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2} = S_0\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Подставив значение скорости V в формулу (2), получим:

$$v = \frac{M+m}{m}S_0\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Обычно масса мишени во много раз превышает массу пули, то есть выполняется неравенство $M \gg m$, и, следовательно, рабочая формула примет следующий вид:

$$v = \frac{M+m}{m}S_0\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Теоретические замечания:

1. Найдем долю кинетической энергии пули x, переходящей в кинетическую энергию системы маятник-пуля.

По закону сохранения и превращения энергии при абсолютно неупругом ударе пули о маятник имеем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{(M+m)V^2}{2} + Q$$

где Q — часть кинетической энергии пули, перешедшая в теплоту. Тогда с учетом соотношения (2) на основании (10) получаем

$$x = \frac{\frac{(M+m)V^2}{2}}{\frac{mv^2}{2}} = \frac{m}{M+m}$$

Поскольку $M \gg m$, то лишь очень незначительная часть кинетической энергии пули переходит в кинетическую энергию маятника с пулей.

2. При абсолютно упругом ударе пули о маятник кинетическая энергия пули не переходит в теплоту и кинетическая энергия системы маятник-пуля остается постоянной; количество движения, приобретаемое маятником при таком ударе, выражается

$$MV' = m(2v - V')$$

откуда

$$v = \frac{1}{2}\frac{M+m}{m}V'$$

где V' — начальная скорость маятника после его абсолютно упругого удара с пулей. Следовательно, при абсолютно упругом ударе скорость маятника V' и баллистический отброс ${S_0}'$ в два раза больше, чем при абсолютно неупругом ударе. В этом случае выражение для скорости пули примет вид

$$v = \frac{M+m}{m}\frac{{S_0}'}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

3. Соотношение (7) для начальной скорости маятника V в момент удара можно получить, не используя непосредственно закона сохранения механической энергии.

Поскольку продолжительность удара очень мала, то после удара при малом угле отклонения маятник продолжит свое движение по гармоническому закону

$$S = S_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

где S_0 — амплитуда колебания,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

— период колебания.

Мгновенное и максимальное значения скорости маятника соответственно запишутся следующими соотношениями:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{2\pi}{T} S_0 \cos \frac{2\pi}{T} t;$$

$$V_0 = \frac{2\pi}{T} S_0 = S_0 \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Очевидно, что при выполнении равенства (1) начальная скорость маятника

$$V = \frac{\int_0^\tau F dt}{M + m}$$

будет практически равна максимальной скорости V_0, с которой маятник должен проходить положение равновесия при гармоническом движении, то есть будет выполняться совпадающее с соотношением (7) приближенное равенство

$$\frac{\int_0^\tau F dt}{M + m} \simeq S_0 \sqrt{\frac{g}{l}}$$

или

$$\int_0^\tau F dt \simeq M' S_0 \sqrt{\frac{g}{l}}$$

где $M' = M + m$.

Из равенства (21) видим, что импульс силы действует на маятник по линейному закону. Это свойство метода измерения очень ценно на практике.

Выполнение соотношения, подобного выражению (21), при воздействии импульса силы на покоящийся маятник лежит в основе баллистического метода измерения.