

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО
ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

Отчёт о практике

студентов 1 курса 151 группы
направления 09.03.04 — Программная инженерия
факультета КНиИТ
Тюменцева Радомира Александровича, Железко Александра Дмитриевича

Проверено:

Саратов 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа №4	1
1 Цель работы и принадлежности	3
2 Теория	4
3 Описание установки и вывод рабочей формулы	5
4 Порядок выполнения работы	7
5 Таблица 1:	8
6 Выводы	9

1 Цель работы и принадлежности

Цель работы: опытная проверка основного уравнения вращательного движения, оценка точности метода измерения.

Принадлежности:

1. Маятник Обербека
2. Секундомер
3. Штангенциркуль
4. Линейка
5. Технические весы
6. Набор гирь и разновесок

2 Теория

Если поступательное движение твердого тела массы m со скоростью \bar{v} под действием результирующей силы \bar{F} описывается уравнением второго закона Ньютона:

$$\bar{F} = m \frac{d\bar{v}}{dt} \quad (1)$$

то вращение этого тела с угловой скоростью $\bar{\omega}$ под действием силы \bar{F} вокруг неподвижной оси Oz (рис. 1) описывается уравнением:

$$M_z = I_z \frac{d\omega}{dt} \quad (2)$$

Момент силы \bar{F} относительно точки O , лежащей на оси вращения Oz , равен векторному произведению радиус-вектора \bar{r}_0 на силу \bar{F} .

$$\bar{M}_0 = [\bar{r}_0 \bar{F}] \quad (3)$$

Величина M_z в уравнении (2) представляет собой момент силы \bar{F} относительно оси Oz и равна проекции вектора \bar{M}_0 на эту ось:

$$M_z = [\bar{r}_0 \bar{F}]_z \quad (4)$$

Величина I_z в уравнении (2) называется моментом инерции тела относительно оси Oz . Она равна сумме произведений масс всех точек тела на квадраты их расстояний от оси:

$$I_z = \sum m_i r_i^2 \quad (5)$$

Из сравнения соотношений (1) и (2) можно увидеть, что момент инерции — аналог массы при поступательном движении — и характеризует меру инертности тела при вращательном движении. Уравнение (2) является следствием второго закона Ньютона и поэтому его проверка представляет собой проверку основных положений механики.

3 Описание установки и вывод рабочей формулы

На оси прибора (рис. 2) укреплен вал радиуса r и крестовина K . Вдоль стержней крестовины могут перемещаться грузики, которые можно закреплять в нужных положениях. На вал намотана нить, к которой прикреплено тело с массой m , приводящее при своем падении вал во вращение.

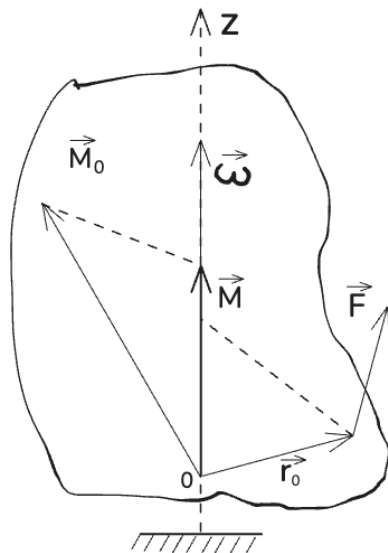


Рис. 1

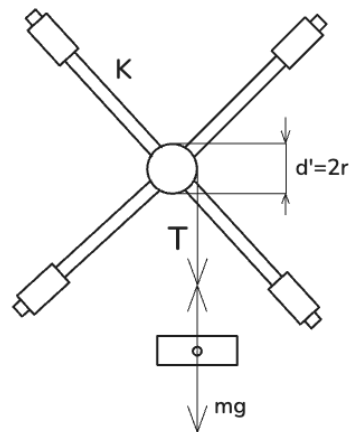


Рис. 2

Падение тела происходит под действием силы, равной разности между силой тяжести mg и силой натяжения нити F_H . Поэтому уравнение движения тела запишется в виде:

$$mg - F_H = ma \quad (6)$$

Сила, по величине равная F_H , но направленная противоположно, также действует на вал, создавая вращательный момент:

$$M = rF_H = rm(g - a) \quad (7)$$

заставляющий вал вращаться с угловым ускорением $\frac{d\omega}{dt}$. Согласно основному уравнению (2) вращательного движения следует записать:

$$rm(g - a) = I \frac{d\omega}{dt} \quad (8)$$

где I — момент инерции вращающейся системы. В уравнении (8) пока не известны ускорение тела a , угловое ускорение вала $\frac{d\omega}{dt}$ и момент инерции I . Ускорение a легко найти, если знать расстояние h , пройденное телом во время падения, и время падения t . Тогда:

$$h = \frac{at^2}{2}, a = \frac{2h}{t^2} \quad (9)$$

Далее используем равенство тангенциального ускорения $r \frac{d\omega}{dt}$ точек на поверхности вала ускорению a падающего тела, то есть равенство $a = r \frac{d\omega}{dt}$. Поэтому угловое ускорение будет связано с ускорением a соотношением:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2} \quad (10)$$

Подставив значения a и $\frac{d\omega}{dt}$ по формулам (9) и (10) соответственно в уравнение (8), получим:

$$rm \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) = I \frac{2h}{t^2} \quad (11)$$

Учитывая, что $r = \frac{d}{2}$, где d — диаметр вала, окончательно имеем:

$$\frac{md}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) = \frac{4h}{dt^2} I \quad (12)$$

Это уравнение и подлежит экспериментальной проверке. Если проверяемый закон справедлив, то значения моментов сил в левой и правой частях уравнения (12) в пределах погрешности измерений должны совпасть.

4 Порядок выполнения работы

1. Установить грузики у самых концов стержней маятника таким образом, чтобы маятник находился в безразличном состоянии.
2. Намотать нить на вал и, отпустив груз m , определить по секундомеру время t его падения на всю длину нити.
3. Прodelать опыт несколько раз и определить среднее время падения t .
4. Измерить линейкой высоту падения h .
5. Определить массу груза m взвешиванием на технических весах.
6. Измерить штангенциркулем диаметр вала d .
7. Вычислить значение момента силы M_1 , определяемого левой частью уравнения (12).
8. Рассчитать значение момента силы M_2 , определяемого правой частью уравнения (12). Значение момента инерции I маятника указано на установке.
9. Полученные значения величин занести в табл. 1.
10. Провести расчет погрешностей измерений.

Пусть абсолютная погрешность в вычислении момента силы M первым способом ΔM_1 , а вторым — ΔM_2 , то есть $M = M_1 + \Delta M_1$ и $M = M_2 + \Delta M_2$. Значения момента силы можно считать совпадающими в данном эксперименте, если выполняется условие:

$$|M_1 - M_2| \leq |\Delta M_1| + |\Delta M_2| \quad (13)$$

Значения погрешностей $|\Delta M_1|$ и $|\Delta M_2|$ можно определить следующим путем. Прологарифмировав и продифференцировав левую часть уравнения (12), получим значение относительной погрешности:

$$\delta_1 = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{t \Delta h + h \Delta t}{t(gt^2 - 2h)} \quad (14)$$

Значение абсолютной погрешности будет иметь вид $\Delta M_1 = \delta_1 M_1$. Аналогичным образом имеем:

$$\delta_2 = \frac{\Delta M_2}{M_2} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{\Delta t}{t}; \Delta M_2 = \delta_2 M_2 \quad (15)$$

За погрешности Δd , Δm и Δh принимать погрешности отсчитывания соответствующих средств измерений. В качестве погрешности Δt рассматривать среднюю абсолютную погрешность результата измерения, если ее значение превышает погрешность отсчитывания секундомера.

5 Таблица 1:

№	t, c	\bar{t}, c	$\Delta t, c$	$\overline{\Delta t}, c$	$h, \text{ см}$	$m, \text{ г}$	$d, \text{ мм}$	$I, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$M_1, \text{ Н} \cdot \text{ м}$	$M_2, \text{ Н} \cdot \text{ м}$		
1	7.288	7.363	0.075	0.0005	45	53	80	0.038	0.021	0.016		
2	7.315		0.048						0.021	0.016		
3	7.458		−0,095						0.021	0.015		
4	7.389		−0.026						0.021	0.016		
5	5.229	5.265	0.035	−0.0022		102.1			0.04	0.031		
6	5.254		0.011						0.04	0.031		
7	5.249		0.016						0.04	0.031		
8	5.326		−0.061						0.04	0.03		
9	4.247	4.217	−0.03	−0.0003		151.5			80	0.038	0.059	0.047
10	4.136		0.081								0.059	0.05
11	4.242		−0.025								0.059	0.048
12	4.244		−0.027								0.059	0.047
13	3.579	3.644	0.065	0.0003		201.3			0.078	0.067		
14	3.638		0.006						0.078	0.065		
15	3.679		−0.035						0.078	0.063		
16	3.679		−0.035						0.078	0.063		
17	3.253	3.312	0.058	0.0003		251.2			0.098	0.081		
18	3.318		−0.006						0.098	0.078		
19	3.288		0.024						0.098	0.079		
20	3.387		−0.075						0.098	0.075		

$m, \text{г}$	δ_1	δ_2	ΔM_1	ΔM_2
53	0.031372	0.041174	0.000659	0.000659
102.1	0.022301	0.040202	0.000892	0.001246
151.5	0.019112	0.040896	0.001128	0.001963
201.3	0.017483	0.041203	0.001364	0.002658
251.2	0.0165	0.041219	0.001617	0.003227

6 Выводы

Вывод 1:

Провели экспериментальную проверку основного уравнения вращательного движения с использованием маятника Обербека. Измерили параметры движения груза, такие как время падения и масса груза, а также рассчитали моменты сил M_1 и M_2 двумя разными способами.

Рассчитанные моменты сил сравнили в пределах погрешности измерений. В результате выяснили, что расхождение между значениями M_1 и M_2 превышает суммарную абсолютную погрешность, что указывает на наличие ошибок или неточностей в измерениях.

Возможные причины расхождения:

1. Погрешности измерения времени t из-за неправильного изначального позиционирования груза относительно верхнего оптического датчика-концевика экспериментальной установки.
2. Неправильное положение нижней платформы установки, на которую приземляется груз, из-за чего он приземлялся на её край, что могли привести к неправильному срабатыванию нижнего датчика-концевика.
3. Незначительные изменения условий эксперимента (например, трение вала или неидеальная намотка нити).
4. Ошибки при вычислении погрешностей, особенно ΔM_1 , которая оказалась слишком малой.

При этом полученные результаты всё равно подтверждают зависимость момента силы от массы и углового ускорения, что свидетельствует о справедливости основного уравнения вращательного движения.

Для повышения точности измерений можно попробовать более аккуратно наматывать нить на вал, выровнять нижнюю платформу установки, располагать груз на большем расстоянии над верхним концевиком и проводить большее количество экспериментов для усреднения данных.

Вывод 2:

В ходе эксперимента было установлено, что угловое ускорение маятника Обербека действительно зависит от момента силы и массы груза. Полученные значения моментов сил M_1 и M_2 близки к теоретическим, однако их расхождение превышает допустимую погрешность.

Основными факторами, которые могли привести к подобным расхождениям, являются:

1) Трение вала установки. Во время проведения эксперимента было установлено, что рабочая установка достаточно устаревшая, что могло привести к увеличению силы трения.

2) Неточности в замерах времени самой установкой, так как секундомер был встроенным.

3) Сопротивление воздуха. Размер стержней и грузиков на подвижной крестовине мог повысить сопротивление воздуха, которое не учитывается при выводе рабочей формулы, как и другие факторы вне физической системы.

Несмотря на отклонение значений погрешностей от нормы, очевидно наблюдается зависимость времени падения грузика от его массы, и влияние этих величин на полученные моменты сил - с увеличением массы, увеличивается момент силы и уменьшается время падения грузика, что подтверждает справедливость основного уравнения вращательного движения.