

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4  
ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО  
ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

Отчёт о практике

студентов 1 курса 151 группы  
направления 09.03.04 — Программная инженерия  
факультета КНиИТ  
Тюменцева Радомира Александровича, Железко Александра Дмитриевича

Проверено:

---

Саратов 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа №4 .....	1
1 Цель работы и принадлежности .....	3
2 Теория .....	4
3 Описание установки и вывод рабочей формулы .....	5
4 Порядок выполнения работы .....	7
5 Таблица 1: .....	8
6 Выводы .....	9

## **1 Цель работы и принадлежности**

**Цель работы:** опытная проверка основного уравнения вращательного движения, оценка точности метода измерения.

### **Принадлежности:**

1. Маятник Обербека
2. Секундомер
3. Штангенциркуль
4. Линейка
5. Технические весы
6. Набор гирь и разновесок

## 2 Теория

Если поступательное движение твердого тела массы  $m$  со скоростью  $\bar{v}$  под действием результирующей силы  $\bar{F}$  описывается уравнением второго закона Ньютона:

$$\bar{F} = m \frac{d\bar{v}}{dt} \quad (1)$$

то вращение этого тела с угловой скоростью  $\bar{\omega}$  под действием силы  $\bar{F}$  вокруг неподвижной оси  $Oz$  (рис. 1) описывается уравнением:

$$M_z = I_z \frac{d\omega}{dt} \quad (2)$$

Момент силы  $\bar{F}$  относительно точки  $O$ , лежащей на оси вращения  $Oz$ , равен векторному произведению радиус-вектора  $\bar{r}_0$  на силу  $\bar{F}$ .

$$\bar{M}_0 = [\bar{r}_0 \bar{F}] \quad (3)$$

Величина  $M_z$  в уравнении (2) представляет собой момент силы  $\bar{F}$  относительно оси  $Oz$  и равна проекции вектора  $\bar{M}_0$  на эту ось:

$$M_z = [\bar{r}_0 \bar{F}]_z \quad (4)$$

Величина  $I_z$  в уравнении (2) называется моментом инерции тела относительно оси  $Oz$ . Она равна сумме произведений масс всех точек тела на квадраты их расстояний от оси:

$$I_z = \sum m_i r_i^2 \quad (5)$$

Из сравнения соотношений (1) и (2) можно увидеть, что момент инерции — аналог массы при поступательном движении — и характеризует меру инертности тела при вращательном движении. Уравнение (2) является следствием второго закона Ньютона и поэтому его проверка представляет собой проверку основных положений механики.

### 3 Описание установки и вывод рабочей формулы

На оси прибора (рис. 2) укреплен вал радиуса  $r$  и крестовина  $K$ . Вдоль стержней крестовины могут перемещаться грузики, которые можно закреплять в нужных положениях. На вал намотана нить, к которой прикреплено тело с массой  $m$ , приводящее при своем падении вал во вращение.

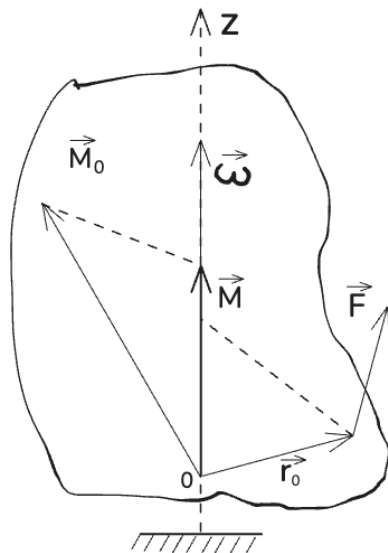


Рис. 1

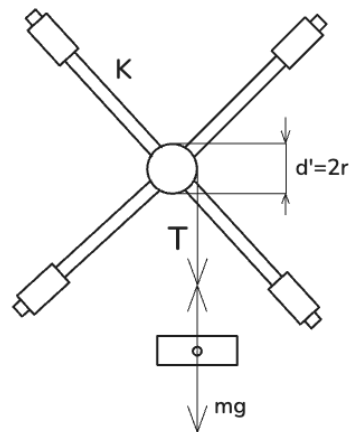


Рис. 2

Падение тела происходит под действием силы, равной разности между силой тяжести  $mg$  и силой натяжения нити  $F_H$ . Поэтому уравнение движения тела запишется в виде:

$$mg - F_H = ma \quad (6)$$

Сила, по величине равная  $F_H$ , но направленная противоположно, также действует на вал, создавая вращательный момент:

$$M = rF_H = rm(g - a) \quad (7)$$

заставляющий вал вращаться с угловым ускорением  $\frac{d\omega}{dt}$ . Согласно основному уравнению (2) вращательного движения следует записать:

$$rm(g - a) = I \frac{d\omega}{dt} \quad (8)$$

где  $I$  — момент инерции вращающейся системы. В уравнении (8) пока не известны ускорение тела  $a$ , угловое ускорение вала  $\frac{d\omega}{dt}$  и момент инерции  $I$ . Ускорение  $a$  легко найти, если знать расстояние  $h$ , пройденное телом во время падения, и время падения  $t$ . Тогда:

$$h = \frac{at^2}{2}, a = \frac{2h}{t^2} \quad (9)$$

Далее используем равенство тангенциального ускорения  $r \frac{d\omega}{dt}$  точек на поверхности вала ускорению  $a$  падающего тела, то есть равенство  $a = r \frac{d\omega}{dt}$ . Поэтому угловое ускорение будет связано с ускорением  $a$  соотношением:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2} \quad (10)$$

Подставив значения  $a$  и  $\frac{d\omega}{dt}$  по формулам (9) и (10) соответственно в уравнение (8), получим:

$$rm \left( g - \frac{2h}{t^2} \right) = I \frac{2h}{t^2} \quad (11)$$

Учитывая, что  $r = \frac{d}{2}$ , где  $d$  — диаметр вала, окончательно имеем:

$$\frac{md}{2} \left( g - \frac{2h}{t^2} \right) = \frac{4h}{dt^2} I \quad (12)$$

Это уравнение и подлежит экспериментальной проверке. Если проверяемый закон справедлив, то значения моментов сил в левой и правой частях уравнения (12) в пределах погрешности измерений должны совпасть.

#### 4 Порядок выполнения работы

1. Установить грузики у самых концов стержней маятника таким образом, чтобы маятник находился в безразличном состоянии.
2. Намотать нить на вал и, отпустив груз  $m$ , определить по секундомеру время  $t$  его падения на всю длину нити.
3. Прodelать опыт несколько раз и определить среднее время падения  $t$ .
4. Измерить линейкой высоту падения  $h$ .
5. Определить массу груза  $m$  взвешиванием на технических весах.
6. Измерить штангенциркулем диаметр вала  $d$ .
7. Вычислить значение момента силы  $M_1$ , определяемого левой частью уравнения (12).
8. Рассчитать значение момента силы  $M_2$ , определяемого правой частью уравнения (12). Значение момента инерции  $I$  маятника указано на установке.
9. Полученные значения величин занести в табл. 1.
10. Провести расчет погрешностей измерений.

Пусть абсолютная погрешность в вычислении момента силы  $M$  первым способом  $\Delta M_1$ , а вторым —  $\Delta M_2$ , то есть  $M = M_1 + \Delta M_1$  и  $M = M_2 + \Delta M_2$ . Значения момента силы можно считать совпадающими в данном эксперименте, если выполняется условие:

$$|M_1 - M_2| \leq |\Delta M_1| + |\Delta M_2| \quad (13)$$

Значения погрешностей  $|\Delta M_1|$  и  $|\Delta M_2|$  можно определить следующим путем. Прологарифмировав и продифференцировав левую часть уравнения (12), получим значение относительной погрешности:

$$\delta_1 = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{t \Delta h + h \Delta t}{t(gt^2 - 2h)} \quad (14)$$

Значение абсолютной погрешности будет иметь вид  $\Delta M_1 = \delta_1 M_1$ . Аналогичным образом имеем:

$$\delta_2 = \frac{\Delta M_2}{M_2} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{\Delta t}{t}; \Delta M_2 = \delta_2 M_2 \quad (15)$$

За погрешности  $\Delta d$ ,  $\Delta m$  и  $\Delta h$  принимать погрешности отсчитывания соответствующих средств измерений. В качестве погрешности  $\Delta t$  рассматривать среднюю абсолютную погрешность результата измерения, если ее значение превышает погрешность отсчитывания секундомера.

5 Таблица 1:

№	$t, c$	$\bar{t}, c$	$\Delta t, c$	$\overline{\Delta t}, c$	$h, \text{cm}$	$m, \text{г}$	$d, \text{mm}$	$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$M_1, \text{Н} \cdot \text{м}$	$M_2, \text{Н} \cdot \text{м}$
1	7.288	7.363	0.075	0.0005	45	53	80	0.038	0.021	0.016
2	7.315		0.048						0.021	0.016
3	7.458		−0,095						0.021	0.015
4	7.389		−0.026						0.021	0.016
5	5.229	5.265	0.035	−0.0022		102.1			0.04	0.031
6	5.254		0.011						0.04	0.031
7	5.249		0.016						0.04	0.031
8	5.326		−0.061						0.04	0.03
9	4.247	4.217	−0.03	−0.0003		151.5			0.059	0.047
10	4.136		0.081						0.059	0.05
11	4.242		−0.025						0.059	0.048
12	4.244		−0.027						0.059	0.047
13	3.579	3.644	0.065	0.0003		201.3			0.078	0.067
14	3.638		0.006						0.078	0.065
15	3.679		−0.035						0.078	0.063
16	3.679		−0.035						0.078	0.063
17	3.253	3.312	0.058	0.0003		251.2			0.098	0.081
18	3.318		−0.006						0.098	0.078
19	3.288		0.024						0.098	0.079
20	3.387		−0.075						0.098	0.075

$m, g$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\Delta M_1$	$\Delta M_2$
53	0.031372	0.041174	0.000659	0.000659
102.1	0.022301	0.040202	0.000892	0.001246
151.5	0.019112	0.040896	0.001128	0.001963
201.3	0.017483	0.041203	0.001364	0.002658
251.2	0.0165	0.041219	0.001617	0.003227



## 6 Выводы

### Вывод 1:

Провели экспериментальную проверку основного уравнения вращательного движения с использованием маятника Обербека. Измерили параметры движения груза, такие как время падения и масса груза, а также рассчитали моменты сил  $M_1$  и  $M_2$  двумя разными способами.

Рассчитанные моменты сил сравнили в пределах погрешности измерений. В результате выяснили, что расхождение между значениями  $M_1$  и  $M_2$  превышает суммарную абсолютную погрешность, что указывает на наличие ошибок или неточностей в измерениях.

Возможные причины расхождения:

1. Погрешности измерения времени  $t$  из-за неправильного изначального позиционирования груза относительно верхнего оптического датчика-концевика экспериментальной установки.
2. Неправильное положение нижней платформы установки, на которую приземляется груз, из-за чего он приземлялся на её край, что могли привести к неправильному срабатыванию нижнего датчика-концевика.
3. Незначительные изменения условий эксперимента (например, трение вала или неидеальная намотка нити).
4. Ошибки при вычислении погрешностей, особенно  $\Delta M_1$ , которая оказалась слишком малой.

При этом полученные результаты всё равно подтверждают зависимость момента силы от массы и углового ускорения, что свидетельствует о справедливости основного уравнения вращательного движения.

Для повышения точности измерений можно попробовать более аккуратно наматывать нить на вал, выровнять нижнюю платформу установки, располагать груз на большем расстоянии над верхним концевиком и проводить большее количество экспериментов для усреднения данных.

### Вывод 2: