语义分析

魏恒峰

hfwei@nju.edu.cn

2020年12月14日





Donald Knuth

Semantics of Context-Free Languages

by

DONALD E. KNUTH California Institute of Technology

ABSTRACT

"Meaning" may be assigned to a string in a context-free language by defining "attributes" of the symbols in a derivation tree for that string. The attributes can be defined by functions associated with each production in the grammar. This paper examines the implications of this process when some of the attributes are "synthesized", i.e., defined solely in terms of attributes of the descendants of the corresponding nonterminal symbol, while other attributes are "inherited", i.e., defined in terms of attributes of the ancestors of the nonterminal symbol. An algorithm is given which detects when such semantic rules could possibly lead to circular definition of some attributes. An example is given of a simple programming language defined with both inherited and synthesized attributes, and the method of definition is compared to other techniques for formal specification of semantics which have appeared in the literature

属性文法 (Attribute Grammar): 为上下文无关文法赋予语义

关键问题: 如何基于上下文无关文法做上下文相关分析?



语法分析树上的有序信息流动









一对概念

两类属性定义

三种实现方式

四大应用

表达式求值



类型系统 (语义分析)

抽象语法树

后缀表达式 (中间代码生成)

Definition (语法制导定义 (Syntax-Directed Definition; SDD))

SDD 是一个上下文无关文法和属性及规则的结合。

每个文法符号都可以关联多个属性

产生式		语义规则
1)	$L \to E$ n	L.val = E.val
2)	$E ightarrow E_1 + T$	$E.val = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T o T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	F o (E)	F.val = E.val
7)_	$F o \mathbf{digit}$	F.val = digit .lexval

每个产生式都可以关联一组规则

Definition (语法制导定义 (Syntax-Directed Definition; SDD))

SDD 是一个上下文无关文法和<mark>属性及规则</mark>的结合。

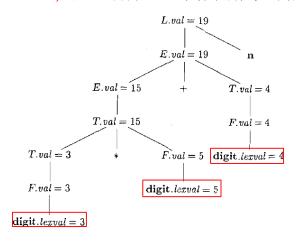
SDD 唯一确定了语法分析树上每个非终结符节点的属性值

产生式		语义规则
1)	$L \to E$ n	L.val = E.val
2)	$E ightarrow E_1 + T$	$E.val = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T o T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	F o (E)	F.val = E.val
7)_	$F o \mathbf{digit}$	$F.val = \mathbf{digit.lexval}$

SDD 没有规定以什么方式、什么顺序计算这些属性值

8/62

注释 (annotated) 语法分析树:显示了各个属性值的语法分析树



3*5+4

Definition (综合属性 (Synthesized Attribute))

节点 N 上的<mark>综合属性</mark>只能通过 N 的子节点或 N 本身的属性来定义。

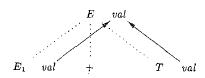
	产生式	语义规则
1)	L o E n	L.val = E.val
2)	$E \rightarrow E_1 + T$	$E.val = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T o T_1 \ * \ F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	F o (E)	F.val = E.val
7)	$F o ext{digit}$	$F.val = \mathbf{digit.lexval}$

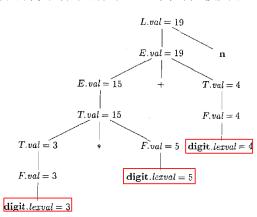
Definition (S 属性定义 (S-Attributed Definition))

如果一个 SDD 的每个属性都是综合属性,则它是 S 属性定义。

依赖图用于确定一棵给定的语法分析树中各个属性实例之间的依赖关系

	产生式	语义规则
1)	$L \to E$ n	L.val = E.val
2)	$E \rightarrow E_1 + T$	$E.val = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T \rightarrow T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	$F \rightarrow (E)$	F.val = E.val
7)	$F o \mathbf{digit}$	F.val = digit.lexval





S 属性定义的依赖图描述了属性实例之间自底向上的信息流

S 属性定义的依赖图描述了属性实例之间自底向上的信息流

因此,此类属性值的计算可以自然地在自底向上的语法分析过程中实现

当 LR 语法分析器进行<mark>归约</mark>时, 计算相应节点的综合属性值

S 属性定义的依赖图描述了属性实例之间自底向上的信息流

此类属性值的计算也可以在自顶向下的语法分析过程中实现

在 LL 语法分析器中, 递归下降函数 A<mark>返回</mark>时, 计算相应节点 A 的综合属性值

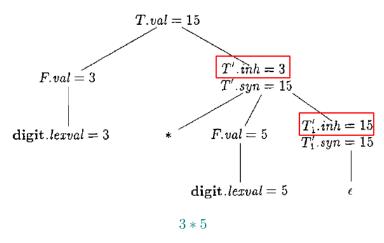
T' 有一个综合属性 syn 与一个继承属性 inh

	产生式	语义规则
1)	T o F T'	T'.inh = F.val $T.val = T'.syn$
2)	$T' o *FT'_1$	$T_1'.inh = T'.inh \times F.val$ $T'.syn = T_1'.syn$
3)	$T' ightarrow \epsilon$	T'.syn = T'.inh
4)	$F o \mathbf{digit}$	F.val = digit.lexval

Definition (继承属性 (Inherited Attribute))

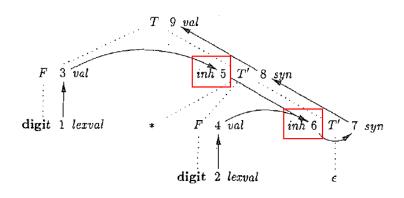
节点 N 上的维承属性只能通过N 的父节点、N 本身和 N 的兄弟节点上的属性来定义。

继承属性 T'.inh 用于在表达式中从左向右传递中间计算结果



在右递归文法下实现了左结合

依赖图用于确定一棵给定的语法分析树中各个属性实例之间的依赖关系



信息流向: 先从左向右、从上到下传递信息, 再从下到上传递信息

Definition (L 属性定义 (L-Attributed Definition))

如果一个 SDD 的每个属性

- (1) 要么是综合属性,
- (2) 要么是继承属性,但是它的规则满足如下限制: 对于产生式 $A \to X_1 X_2 \dots X_n$ 及其对应规则定义的继承属性 $X_i.a$,则这个规则只能使用
 - (a) 和产生式头 A关联的继承属性;
 - (b) 位于 X_i **左边**的文法符号实例 X_1 、 X_2 、 . . . 、 X_{i-1} 相关的**继承**属性 或**综合**属性;
 - (c) 和**这个** X_i **的实例本身**相关的继承属性或综合属性,但是在由这个 X_i 的全部属性组成的依赖图中**不存在环**。

则它是 L 属性定义。

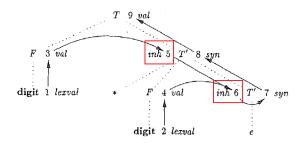
非 L 属性定义

产生式 语义规则
$$A \rightarrow B C$$
 语义规则 $A.s = B.b;$ $B.i = f(C.c, A.s)$

作为继承属性, B.i 依赖了右边的 C.c 属性与头部 A.s 综合属性

L 属性文法: 依赖图是无环的

	产生式	语义规则
1)	T o FT'	T'.inh = F.val $T.val = T'.syn$
2)	$T' \to \ast F T_1'$	$T_1'.inh = T'.inh \times F.val$ $T'.syn = T_1'.syn$
3)	$T' \to \epsilon$	T'.syn = T'.inh
4)	$F o \mathbf{digit}$	F.val = digit.lexval



(左递归) S 属性文法 \Longrightarrow (右递归) L 属性文法

	产生式	语义规则
1)	$L \to E$ n	L.val = E.val
2)	$E \rightarrow E_1 + T$	$E.val = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T \rightarrow T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	$F \rightarrow (E)$	F.val = E.val
7)	$F \rightarrow \mathbf{digit}$	F.val = digit .lexval

	产生式	语义规则
1)	T o F~T'	T'.inh = F.val $T.val = T'.syn$
2)	$T' \to \ast F T_1'$	$T'_1.inh = T'.inh \times F.val$ $T'.syn = T'_1.syn$
3)	$T' \to \epsilon$	T'.syn = T'.inh
4)	$F o \mathbf{digit}$	$F.val = \mathbf{digit}.lexval$

仍保持了操作的左结合性

(左递归) S 属性定义

$$A \to A_1 Y$$
 $A.a = g(A_1.a, Y.y)$

$$A \to X$$
 $A.a = f(X.x)$

(右递归) L 属性定义

$$A \to XR$$
 $R.i = f(X.x);$ $A.a = R.s$

$$R \rightarrow YR_1$$
 $R_1.i = g(R.i, Y.y);$ $R.s = R_1.s$

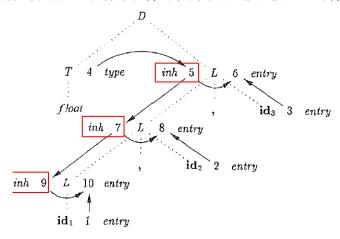
$$R \to \epsilon$$
 $R.s = R.i$

类型声明文法举例

	产生式	语义规则
1)	$D \to T L$	L.inh = T.type
2)	$T o ext{int}$	T.type = integer
3)	$T \to \mathbf{float}$	T.type = float
4)	$L o L_1$, id	$L_1.inh = L.inh$
		addType(id.entry, L.inh)
5)	$L o \mathbf{id}$	$addType(\mathbf{id}.entry, L.inh)$

float id_1, id_2, id_3

L.inh 将声明的类型沿着标识符列表向下传递,并被加入到符号表中



float id_1, id_2, id_3

addType()是一种受控的副作用,使用全局符号表,更易实现

数组类型文法举例

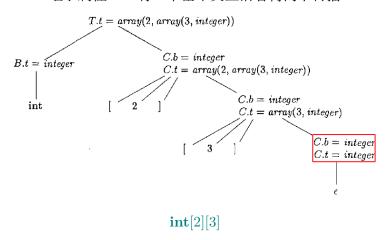
产生式	语义规则
$T \rightarrow B C$	T.t = C.t
	C.b = B.t
$B \rightarrow int$	B.t = integer
$B \rightarrow \text{float}$	B.t = float
$C \rightarrow [\text{num}] C_1$	$C.t = array(\mathbf{num}.val, C_1.t)$
	$C_1.b = C.b$
$C \rightarrow \epsilon$	C.t = C.b

int[2][3]

语义规则用以生成类型表达式 array(2, array(3, integer))

[]是右结合的

继承属性 C.b 将一个基本类型沿着树向下传播

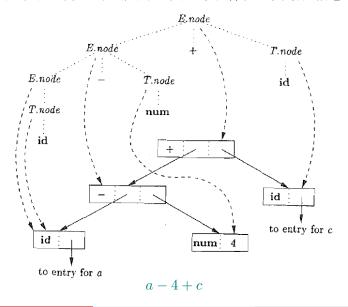


综合属性 C.t 收集最终得到的类型表达式

表达式的抽象语法树 S 属性定义

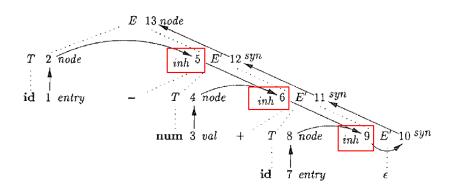
	产生式	语义规则
1)	$E \to E_1 + T$	$E.node = new Node('+', E_1.node, T.node)$
2)	$E \to E_1 - T$	$E.node = new Node('-', E_1.node, T.node)$
3)	E o T	E.node = T.node
(4)	$T \rightarrow (E)$	T.node = E.node
5)	$T o ext{id}$	$T.node = \mathbf{new} \ Leaf(\mathbf{id}, \mathbf{id}.entry)$
6)	$T \rightarrow \mathbf{num}$	T.node = new Leaf(num, num. val)

抽象语法树: 丢弃非本质的东西, 仅保留重要结构信息



表达式的抽象语法树 L 属性定义

	产生式	语义规则
1)	$E \to T \; E'$	E.node = E'.syn
		E'.inh = T.node
2)	$E' ightarrow + T \ E_1'$	$E'_1.inh = new Node('+', E'.inh, T.node)$
		$E'.syn = E'_1.syn$
3)	$E' ightarrow - T E_1'$	$E'_1.inh = new Node('-', E'.inh, T.node)$
		$E'.syn = E'_1.syn$
4)	$E' ightarrow \epsilon$	E'.syn = E'.inh
5)	$T \rightarrow (E)$	T.node = E.node
6)	$T o \mathrm{id}$	$T.node = new \ Leaf(id, id.entry)$
7)	$T o \mathbf{num}$	T.node = new Leaf(num, num.val)



$$a - 4 + c$$

Definition (后缀表示 (Postfix Notation))

- (1) 如果 E 是一个变量或常量, 则 E 的后缀表示是 E 本身;
- (2) 如果 E 是形如 E_1 **op** E_2 的表达式,则 E 的后缀表示是 $E'_1E'_2$ **op**,这里 E'_1 和 E'_2 分别是 E_1 与 E_2 的后缀表达式;
- (3) 如果 E 是形如 (E_1) 的表达式,则 E 的后缀表示是 E_1 的后缀表示。

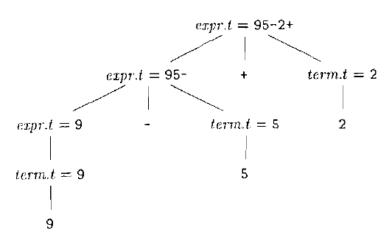
$$(9-5) + 2 \implies 95 - 2 +$$

 $9 - (5+2) \implies 952 + -$
 $952 + -3* \implies (9 - (5+2)) * 3$

后缀表达式 S 属性定义

产生式	语义规则
$expr \rightarrow expr_1 + term$	$expr.t = expr_1.t term.t '+'$
$expr \rightarrow expr_1 - term$	$expr.t = expr_1.t term.t '-'$
$expr \rightarrow term$	expr.t = term.t
$term \rightarrow 0$	term.t = '0'
term o 1	term.t = '1'
$term \rightarrow 9$	term.t = '9'

"||"表示字符串的连接



有符号二进制数文法

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} \textit{Number} & \rightarrow & \textit{Sign List} \\ \textit{Sign} & \rightarrow & + \\ & \mid & - \\ \textit{List} & \rightarrow & \textit{List Bit} \\ & \mid & \textit{Bit} \\ \textit{Bit} & \rightarrow & 0 \\ & \mid & 1 \end{array} \right\} \qquad T = \{+, -, 0, 1\}$$

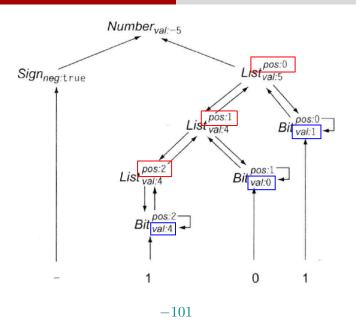
$$NT = \{\textit{Number, Sign, List, Bit}\}$$

$$S = \{\textit{Number}\}$$

-101

有符号二进制数 L 属性定义

	产生式	属性规则
1	Number → Sign List	List.position ← 0 if Sign.negative then Number.value ← - List.value else Number.value ← List.value
2	$Sign \rightarrow +$	Sign.negative ← false
3	Sign → $-$	Sign.negative ← true
4	$\mathit{List} o \mathit{Bit}$	Bit.position ← List.position List.value ← Bit.value
5	$List_0 \rightarrow List_1$ Bit	List ₁ .position ← List ₀ .position+1 Bit.position ← List ₀ .position List ₀ .value ← List ₁ .value+Bit.value
6	$Bit \rightarrow 0$	Bit.value ← 0
7	$Bit \rightarrow 1$	Bit.value ← 2 ^{Bit} .position



35 / 62









一对概念

两类属性定义

三种实现方式

四大应用

Definition (语法制导的翻译方案 (Syntax-Directed Translation Scheme; SDT))

SDT 是在其产生式体中嵌入语义动作的上下文无关文法。

语义动作可以嵌入在产生式体中的任何位置

	产生式	语义规则
1)	$L \to E$ n	L.val = E.val
2)	$E \rightarrow E_1 + T$	$\overline{E.val} = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T o T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	$F \rightarrow (E)$	F.val = E.val
7)_	$F o \mathbf{digit}$	$F.val = \mathbf{digit.lexval}$

L	\rightarrow	E n	$\{ print(E.val); \}$
E	\rightarrow	$E_1 + T$	${E.val = E_1.val + T.val;}$
E	\rightarrow	T	{ E.val = T.v 语义动作
T	\rightarrow	$T_1 * F$	$\{T.val = T_1.val \times F.val; \}$
T	\rightarrow	F	$\{T.val = F.val;\}$
F	\rightarrow	(E)	$\{F.val = E.val;\}$
F	\rightarrow	digit	$\{ F.val = digit.lexval; \}$

语义动作可以嵌入在产生式体中的任何位置

1)
$$L \rightarrow E \mathbf{n}$$

2) $E \rightarrow \{ \operatorname{print}('+'); \} E_1 + T$
3) $E \rightarrow T$
4) $T \rightarrow \{ \operatorname{print}('*'); \} T_1 * F$
5) $T \rightarrow F$
6) $F \rightarrow (E)$
7) $F \rightarrow \operatorname{digit} \{ \operatorname{print}(\operatorname{digit.lexval}); \}$

前缀表达式 SDT

语义动作嵌入的位置决定了何时执行该动作

基本思想: 一个动作在它左边的所有文法符号都处理过之后立刻执行

时机 (Timing; タイミング)



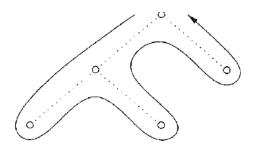
语义动作嵌入在什么地方?何时执行语义动作?

Q:如何将 SDD 中的语义规则转换为带有语义动作的 SDT

	S 属性定义	L 属性定义
Offline		
LR		
LL		

Q: 如何以三**种方式**实现 SDT?

Offline 方式: 已有语法分析树



按照从左到右的深度优先顺序遍历语法分析树

基本思想: 一个动作在它左边的所有文法符号都处理过之后立刻执行

```
1) L \rightarrow E \mathbf{n}

2) E \rightarrow \{ \operatorname{print}('+'); \} E_1 + T

3) E \rightarrow T

4) T \rightarrow \{ \operatorname{print}('*'); \} T_1 * F

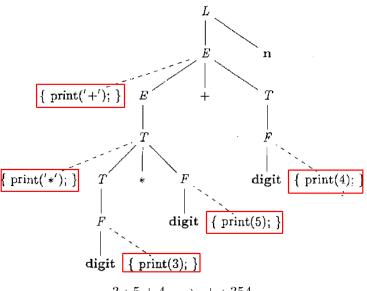
5) T \rightarrow F

6) F \rightarrow (E)

7) F \rightarrow \operatorname{digit} \{ \operatorname{print}(\operatorname{digit.lexval}); \}
```

$$3*5+4 \implies +*354$$

嵌入语义动作虚拟节点的语法分析树



 $3*5+4 \implies +*354$

	S 属性定义	L 属性定义
Offline	嵌入语义动作 虚拟节点	
LR		
LL		

基本思想: 一个动作在它左边的所有文法符号都处理过之后立刻执行



Q: 是否所有的 SDT 都可以在 LL/LR 语法分析过程中实现?

该 SDT 无法在 LL(1)/LR(1) 中实现

1)
$$L \rightarrow E \mathbf{n}$$

2) $E \rightarrow \{ \operatorname{print}('+'); \} E_1 + T$
3) $E \rightarrow T$
4) $T \rightarrow \{ \operatorname{print}('*'); \} T_1 * F$
5) $T \rightarrow F$
6) $F \rightarrow (E)$
7) $F \rightarrow \operatorname{digit} \{ \operatorname{print}(\operatorname{digit.lexval}); \}$

前缀表达式 SDT

它需要在还不知道出现在输入中的运算符号是 * 还是 + 时, 就执行打印这些符号的操作 Q: 如何判断某 SDT 是否可以在 LL/LR 语法分析过程中实现?

将每个内嵌的语义动作 A 替换为一个独有的#终结符 M

添加新产生式 $M \to \epsilon$

判断新产生的文法是否可用 LL/LR 进行分析

前缀表达式 SDT

1)
$$L \rightarrow E \text{ n}$$
2) $E \rightarrow \{ \text{print}('+'); \} E_1 + T$
3) $E \rightarrow T$
4) $T \rightarrow \{ \text{print}('*); \} T_1 * F$
5) $T \rightarrow F$
6) $F \rightarrow (E)$
7) $F \rightarrow \text{digit } \{ \text{print}(\text{digit}.lexval}); \}$

$$M_2 \to \epsilon$$
 $M_4 \to \epsilon$
 $M_7 \to \epsilon$

$$[A \to \alpha \cdot B\beta, a] \in I \implies \forall b \in \overline{\mathsf{First}(\beta a)}. \ [B \to \cdot \gamma, b] \in I$$

1)
$$L \rightarrow E \text{ n}$$

2) $E \rightarrow \{ \text{print}('+'); \} E_1 + T$
3) $E \rightarrow T$
4) $T \rightarrow \{ \text{print}('*); \} T_1 * F$
5) $T \rightarrow F$
6) $F \rightarrow (E)$
7) $F \rightarrow \text{digit } \{ \text{print}(\text{digit}.lexval}); \}$

$$M_2 \to \epsilon$$
 $M_4 \to \epsilon$
 $M_7 \to \epsilon$

$$L
ightarrow\cdot E~\mathbf{n},~~\$$$
 $E
ightarrow\cdot M_2~E+T,~~\mathbf{n}$
 $E
ightarrow\cdot T,~~\mathbf{n}$
 $M_2
ightarrow\cdot,~~(/\mathbf{digit}$
 $T
ightarrow\cdot M_4~T*F,~~\mathbf{n}$
 $T
ightarrow\cdot F,~~\mathbf{n}$
 $M_4
ightarrow\cdot,~~(/\mathbf{digit}$
 $F
ightarrow\cdot (E),~~\mathbf{n}$
 $F
ightarrow\cdot \mathbf{digit}~M_7,~~\mathbf{n}$

遇到 digit, 产生移入/归约冲突

	S 属性定义	L 属性定义
Offline	嵌入语义动	作虚拟节点
LR	✓	
LL		✓

S 属性定义

	产生式	语义规则
1)	$L \to E$ n	L.val = E.val
2)	$E \rightarrow E_1 + T$	$\overline{E.val} = E_1.val + T.val$
3)	$E \to T$	E.val = T.val
4)	$T \rightarrow T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5)	$T \to F$	T.val = F.val
6)	$F \rightarrow (E)$	F.val = E.val
7)	$F o ext{digit}$	$F.val = \mathbf{digit.lexval}$

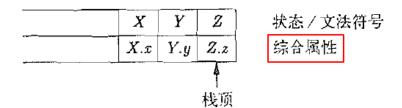
后缀翻译方案

```
 \begin{array}{c|ccccc} L & \rightarrow & E & & & & & & & \\ E & \rightarrow & E_1 + T & & & & & & \\ E & \rightarrow & E_1 + T & & & & & & \\ E & \rightarrow & T & & & & & & & \\ E & \rightarrow & T & & & & & & & \\ T & \rightarrow & T_1 * F & & & & & & \\ T & \rightarrow & F & & & & & & \\ T & \rightarrow & F & & & & & \\ T & \rightarrow & E & & & & \\ F & \rightarrow & & & & & \\ F & \rightarrow & & & & & \\ F & \rightarrow & & & & \\ F & \rightarrow & & & & \\ \end{array}
```

后缀翻译方案: 所有动作都在产生式的最后

在 LR 中, 按某个产生式 μ 的, 执行相应动作

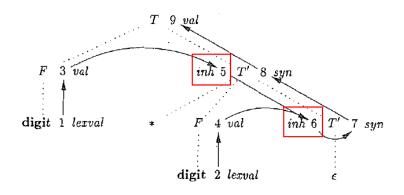
$A \rightarrow XYZ$



移人时, 携带终结符的属性 **归约**时, 计算 *A* 的属性值并入栈

	S 属性定义	L 属性定义
Offline	嵌入语义动作	乍虚拟节点
LR	后缀翻译方案	
LL		✓

L 属性定义 与 LL 语法分析



$$A \to X_1 \cdots X_i \cdots X_n$$

 $原则: 从左到右处理各个 <math>X_i$ 符号 对每个 X_i , 先计算**继承属性**, 后计算**综合属性**

54/62

递归下降子过程 $A \rightarrow X_1 \cdots X_i \cdots X_n$

- ▶ 在调用 X_i 子过程之前, 计算 X_i 的继承属性
 - ▶ 以 X_i 的继承属性为参数调用 X_i 子过程
- ightharpoonup 在 X_i 子过程返回之前, 计算 X_i 的综合属性
 - ▶ 在 X_i 子过程中返回 X_i 的综合属性

(左递归) S 属性定义

$$A \rightarrow A_1 Y$$
 $A.a = g(A_1.a, Y.y)$

$$A \to X$$
 $A.a = f(X.x)$

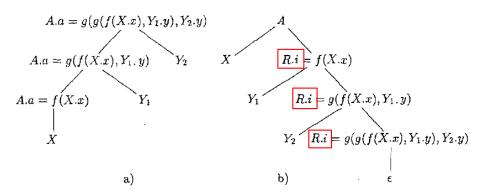
(右递归) L 属性定义

$$A \rightarrow XR$$
 $R.i = f(X.x);$ $A.a = R.s$

$$R \rightarrow YR_1$$
 $R_1.i = g(R.i, Y.y);$ $R.s = R_1.s$

$$R \to \epsilon$$
 $R.s = R.i$

继承属性 R.i 用于计算并传递中间结果



先计算继承属性, 再计算综合属性

(右递归) L 属性定义

$$A \rightarrow XR$$
 $R.i = f(X.x);$ $A.a = R.s$
$$R \rightarrow YR_1$$
 $R_1.i = g(R.i, Y.y);$ $R.s = R_1.s$
$$R \rightarrow \epsilon$$

$$R.s = R.i$$

原则:继承属性在处理文法符号之前,综合属性在处理文法符号之后

L 属性定义的 SDT

$$A \to X \quad \{R.i = f(X.x)\} \quad R \quad \{A.a = R.s\}$$

 $R \to Y \quad \{R_1.i = g(R.i, Y.y)\} \quad R_1 \quad \{R.s = R_1.s\}$
 $R \to \epsilon \quad \{R.s = R.i\}$

L 属性定义转换为 SDT

$$A \to X_1 \cdots X_i \cdots X_n$$

计算 X_i **继承属性**的动作放在产生式体 X_i 的左边 计算产生式头部 A **综合属性**的动作放在产生式体的最右边

$$\begin{array}{ccc}
E & \to & E_{\mathbf{i}} + T & \{ \operatorname{print}('+'); \} \\
E & \to & T
\end{array}$$

特例: 语义动作不涉及属性的计算

$$\begin{array}{ccc}
E & \to & T R \\
R & \to & + T \{ \operatorname{print}('+'); \} \\
R & \to & \epsilon
\end{array}$$

	S 属性定义	L 属性定义
Offline	嵌入语义动作 <mark>虚拟节点</mark>	
LR	后缀翻译方案	
LL		先 继承 , 后 综合

	S 属性定义	L 属性定义
Offline	嵌入语义动作 <mark>虚拟节点</mark>	
LR	<mark>后缀</mark> 翻译方案	?
LL	?	先 继承 , 后 综合

Additional Report (PPT + Video)

Thank You!



Office 926 hfwei@nju.edu.cn