

语法分析

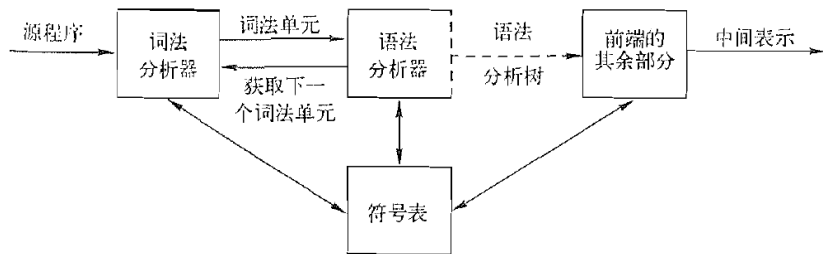
魏恒峰

hfwei@nju.edu.cn

2021 年 11 月 30 日



输入: 词法单元流 & 语言的语法规则



输出: 语法分析树 (Parse Tree)

语法分析举例

$\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle ;$
$\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \{ \langle \text{StmtList} \rangle \}$
$\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \text{if} (\langle \text{Expr} \rangle) \langle \text{Stmt} \rangle$
$\langle \text{StmtList} \rangle \rightarrow \langle \text{Stmt} \rangle$
$\langle \text{StmtList} \rangle \rightarrow \langle \text{StmtList} \rangle \langle \text{Stmt} \rangle$
$\langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Id} \rangle$
$\langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Num} \rangle$
$\langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Expr} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle$
$\langle \text{Id} \rangle \rightarrow x$
$\langle \text{Id} \rangle \rightarrow y$
$\langle \text{Num} \rangle \rightarrow 0$
$\langle \text{Num} \rangle \rightarrow 1$
$\langle \text{Num} \rangle \rightarrow 9$
$\langle \text{Optr} \rangle \rightarrow >$
$\langle \text{Optr} \rangle \rightarrow +$

		$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($\langle \text{Expr} \rangle$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($\langle \text{Expr} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($\langle \text{Id} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($x \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($x > \langle \text{Expr} \rangle$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($x > \langle \text{Num} \rangle$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($x > 9$	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($x > 9$	{ $\langle \text{StmtList} \rangle$ }
if ($x > 9$	{ $\langle \text{StmtList} \rangle \langle \text{Stmt} \rangle$ }
if ($x > 9$	{ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if ($x > 9$	{ $\langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = \langle \text{Num} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; \langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = \langle \text{Expr} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = \langle \text{Id} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = y \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = y + \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = y + \langle \text{Num} \rangle ;$ }
if ($x > 9$	{ $x = 0 ; y = y + 1 ;$ }

语法分析阶段的主题之一: 上下文无关文法

$\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle ;$
 $\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \{ \langle \text{StmtList} \rangle \}$
 $\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \text{if} (\langle \text{Expr} \rangle) \langle \text{Stmt} \rangle$
 $\langle \text{StmtList} \rangle \rightarrow \langle \text{Stmt} \rangle$
 $\langle \text{StmtList} \rangle \rightarrow \langle \text{StmtList} \rangle \langle \text{Stmt} \rangle$
 $\langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Id} \rangle$
 $\langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Num} \rangle$
 $\langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Expr} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle$
 $\langle \text{Id} \rangle \rightarrow x$
 $\langle \text{Id} \rangle \rightarrow y$
 $\langle \text{Num} \rangle \rightarrow 0$
 $\langle \text{Num} \rangle \rightarrow 1$
 $\langle \text{Num} \rangle \rightarrow 9$
 $\langle \text{Optr} \rangle \rightarrow >$
 $\langle \text{Optr} \rangle \rightarrow +$

语法分析阶段的主题之二: 构建语法分析树

$\langle \text{Stmt} \rangle$			
if ($\langle \text{Expr} \rangle$)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($\langle \text{Expr} \rangle$ $\langle \text{Optr} \rangle$ $\langle \text{Expr} \rangle$)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if ($\langle \text{Id} \rangle$ $\langle \text{Optr} \rangle$ $\langle \text{Expr} \rangle$)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if (x $\langle \text{Optr} \rangle$ $\langle \text{Expr} \rangle$)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if (x > $\langle \text{Expr} \rangle$)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if (x > $\langle \text{Num} \rangle$)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if (x > 9)	$\langle \text{Stmt} \rangle$
if (x > 9	{	$\langle \text{StmtList} \rangle$ }
if (x > 9	{	$\langle \text{StmtList} \rangle$ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if (x > 9	{	$\langle \text{Stmt} \rangle$ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if (x > 9	{	$\langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle ;$ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if (x > 9	{	x = $\langle \text{Expr} \rangle ;$ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if (x > 9	{	x = $\langle \text{Num} \rangle ;$ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if (x > 9	{	x = 0 $\langle \text{Stmt} \rangle$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; $\langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = $\langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = $\langle \text{Expr} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = $\langle \text{Id} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = y $\langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = y + $\langle \text{Expr} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = y + $\langle \text{Num} \rangle ;$ }
if (x > 9	{	x = 0 ; y = y + 1 ; }

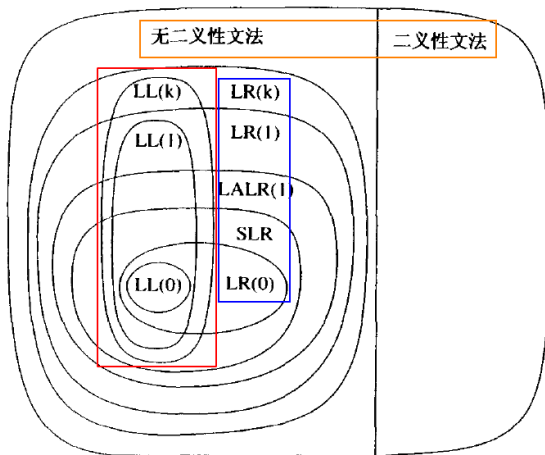
语法分析阶段的主题之三: 错误恢复



报错、恢复、继续分析

只考虑**无二义性**的文法

这意味着, 每个句子对应唯一的一棵语法分析树



今日份主题: **LR 语法分析器**

自底向上的、
不断归约的、
基于句柄识别自动机的、
适用于 LR 文法的、
 LR 语法分析器

自底向上构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

每个中间非终结符节点表示使用它的某条产生式进行归约

叶节点是词法单元流 $w\$$

仅包含终结符号与特殊的文件结束符 $\$$

自顶向下的“推导”与 自底向上的“归约”

$$E \xRightarrow{\text{rm}} T \xRightarrow{\text{rm}} T * F \xRightarrow{\text{rm}} T * \mathbf{id} \xRightarrow{\text{rm}} F * \mathbf{id} \xRightarrow{\text{rm}} \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

$$(1) E \rightarrow E + T$$

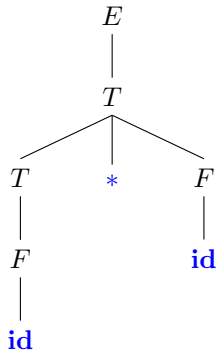
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \mathbf{id}$$



$$w = \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

$$E \longleftarrow T \longleftarrow T * F \longleftarrow T * \mathbf{id} \longleftarrow F * \mathbf{id} \longleftarrow \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

“推导” ($A \rightarrow \alpha$) 与 “归约” ($A \leftarrow \alpha$)

$$S \triangleq \gamma_0 \Rightarrow \dots \gamma_{i-1} \Rightarrow \gamma_i \Rightarrow \gamma_{r+1} \Rightarrow \dots \Rightarrow r_n = w$$

$$S \triangleq \gamma_0 \Leftarrow \dots \gamma_{i-1} \Leftarrow \gamma_i \Leftarrow \gamma_{r+1} \Leftarrow \dots \Leftarrow r_n = w$$

自底向上语法分析器为输入构造**反向推导**

LR 语法分析器

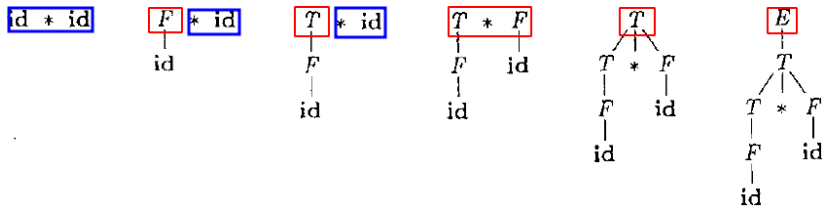
L : 从左向右 (Left-to-right) 扫描输入

R : 构建反向 (Reverse) 最右推导

“反向最右推导”与“从左到右扫描”相一致

LR 语法分析器的状态

在任意时刻, 语法分析树的**上边缘**与**剩余的输入**构成当前句型



$$E \Leftarrow T \Leftarrow T * F \Leftarrow T * \text{id} \Leftarrow F * \text{id} \Leftarrow \text{id} * \text{id}$$

LR 语法分析器使用**栈**存储语法分析树的**上边缘**

它包含了语法分析器目前所知的所有信息

板书演示“栈”上操作

$$(1) E \rightarrow E + T$$

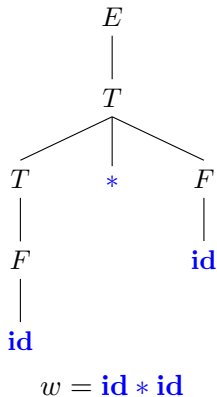
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \mathbf{id}$$



两大操作: **移入输入符号** 与 **按产生式归约**

直到栈中仅剩开始符号 S , 且输入已结束, 则成功停止

基于栈的 LR 语法分析器

Q_1 : 何时归约? (何时移入?)

Q_2 : 按哪条产生式进行归约?

基于栈的 LR 语法分析器

(1) $E \rightarrow E + T$

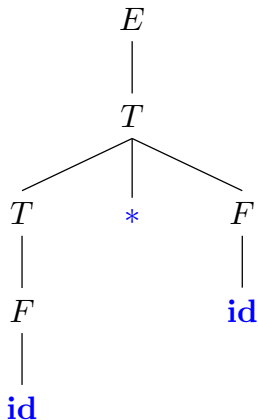
(2) $E \rightarrow T$

(3) $T \rightarrow T * F$

(4) $T \rightarrow F$

(5) $F \rightarrow (E)$

(6) $F \rightarrow \text{id}$



为什么第二个 F 以 $T * F$ 整体被归约为 T ?

这与栈的当前状态 “ $T * F$ ” 相关

LR 分析表指导 LR 语法分析器

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

在当前状态 (编号)下, 面对当前文法符号时, 该采取什么动作

ACTION 表指明动作, GOTO 表仅用于归约时的状态转换

状态	ACTION					GOTO			
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

<i>sn</i>	移入输入符号, 并进入状态 <i>n</i>
<i>rk</i>	使用 <i>k</i> 号产生式进行归约
<i>gn</i>	转换到状态 <i>n</i>
<i>acc</i>	成功接受, 结束
空白	错误

再次板书演示“栈”上操作: 移人与归约

(1) $E \rightarrow E + T$

(2) $E \rightarrow T$

(3) $T \rightarrow T * F$

(4) $T \rightarrow F$

(5) $F \rightarrow (E)$

(6) $F \rightarrow \text{id}$

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

$w = \text{id} * \text{id}\$$

栈中存储语法分析器的状态(编号), “编码”了语法分析树的上边缘

```

1: procedure  $LR()$ 
2:   PUSH( $S, s_0$ )                                ▷ 或 PUSH( $S, \$_{s_0}$ )
3:   token  $\leftarrow$  NEXT-TOKEN()
4:   while (1) do
5:      $s \leftarrow$  TOP( $S$ )
6:     if ACTION[ $s, \text{token}$ ] =  $s_i$  then                ▷ 移入
7:       PUSH( $S, i$ )                                ▷ 或 PUSH( $S, \text{token}_{s_i}$ )
8:       token  $\leftarrow$  NEXT-TOKEN()
9:     else if ACTION[ $s, \text{token}$ ] =  $r_j$  then            ▷ 归约;  $j : A \rightarrow \alpha$ 
10:       $|\alpha|$  次 POP( $S$ )
11:       $s \leftarrow$  TOP( $S$ )
12:      PUSH( $S, \text{GOTO}[s, A]$ ) ▷ 转换状态; 或 PUSH( $S, A_{\text{GOTO}[s, A]}$ )
13:    else if ACTION[ $s, \text{token}$ ] =  $acc$  then            ▷ 接受
14:      break
15:    else
16:      ERROR(...)

```

行号	栈	==	符号	输入	动作
(1)	0	\$		id * id \$	移入到 5
(2)	0 5	\$ id		* id \$	按照 $F \rightarrow id$ 归约
(3)	0 3	\$ F		* id \$	按照 $T \rightarrow F$ 归约
(4)	0 2	\$ T		* id \$	移入到 7
(5)	0 2 7	\$ T *		id \$	移入到 5
(6)	0 2 7 5	\$ T * id		\$	按照 $F \rightarrow id$ 归约
(7)	0 2 7 10	\$ T * F		\$	按照 $T \rightarrow T * F$ 归约
(8)	0 2	\$ T		\$	按照 $E \rightarrow T$ 归约
(9)	0 1	\$ E		\$	接受

$w = id * id\$$ 的分析过程

如何构造 LR 分析表?

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

在当前状态 (编号)下, 面对当前文法符号时, 该采取什么动作

状态是什么？如何跟踪状态？

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

状态是语法分析树的上边缘, 存储在栈中

可以用**自动机**跟踪状态变化 (自动机中的路径 \Leftrightarrow 栈中符号/状态编号)

何时归约？使用哪条产生式进行归约？

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

必要条件: 当前状态中, 已观察到某个产生式的完整右部

对于 LR 文法, 这是当前**唯一**的选择

何时归约？使用哪条产生式进行归约？

Definition (句柄 (Handle))

在输入串的 (唯一) 反向最右推导中, **如果** 下一步是逆用产生式 $A \rightarrow \alpha$ 将 α 归约为 A , 则称 α 是**当前句型的句柄**。

最右句型	句柄	归约用的产生式
$\boxed{id_1} * id_2$	id_1	$F \rightarrow id$
$\boxed{F} * id_2$	F	$T \rightarrow F$
$T * \boxed{id_2}$	id_2	$F \rightarrow id$
$\boxed{T * F}$	$T * F$	$T \rightarrow T * F$
\boxed{T}	T	$E \rightarrow T$

LR 语法分析器的关键就是高效**寻找每个归约步骤所使用的句柄**。

句柄可能在哪里？

Theorem

存在一种 LR 语法分析方法，保证句柄总是出现在栈顶。

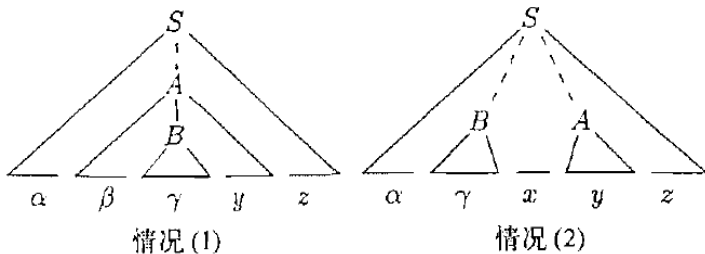


图 4-29 一个最右推导中两个连续步骤的两种情况

$$S \xrightarrow{*}_{\text{rm}} \alpha Az \xrightarrow{*}_{\text{rm}} \alpha \beta B y z \xrightarrow{*}_{\text{rm}} \alpha \beta \gamma y z \quad S \xrightarrow{*}_{\text{rm}} \alpha B x A z \xrightarrow{*}_{\text{rm}} \alpha B x y z \xrightarrow{*}_{\text{rm}} \alpha \gamma x y z$$

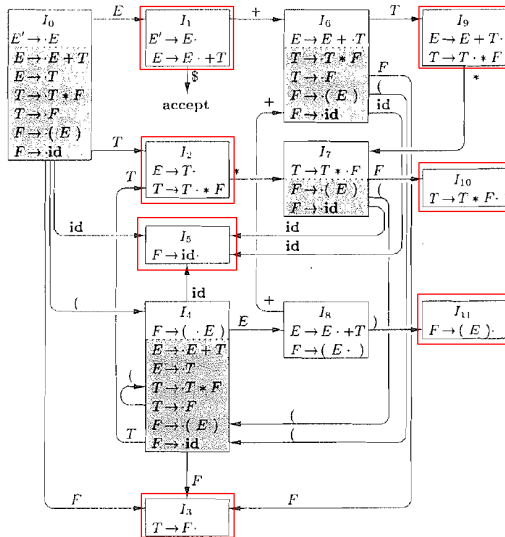
可以用**自动机**跟踪状态变化
(自动机中的路径 \Leftrightarrow 栈中符号/状态编号)

Theorem

存在一种 LR 语法分析方法, 保证**句柄总是出现在栈顶**。

希望能够在自动机的当前状态识别可能的句柄

LR(0) 句柄识别有穷状态自动机 (Handle-Finding Automaton)



状态是什么？

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition ($LR(0)$ 项 (Item))

文法 G 的一个 $LR(0)$ **项**是 G 的某个产生式加上一个位于体部的**点**。

项指明了语法分析器已经观察到了某个产生式的某个前缀

$$A \rightarrow XYZ$$

$$[A \rightarrow \cdot XYZ]$$

$$[A \rightarrow X \cdot YZ]$$

$$[A \rightarrow XY \cdot Z]$$

$$[A \rightarrow XYZ \cdot]$$

(产生式 $A \rightarrow \epsilon$ 只有一个项 $[A \rightarrow \cdot]$)

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition (项集)

项集就是若干**项**构成的集合。

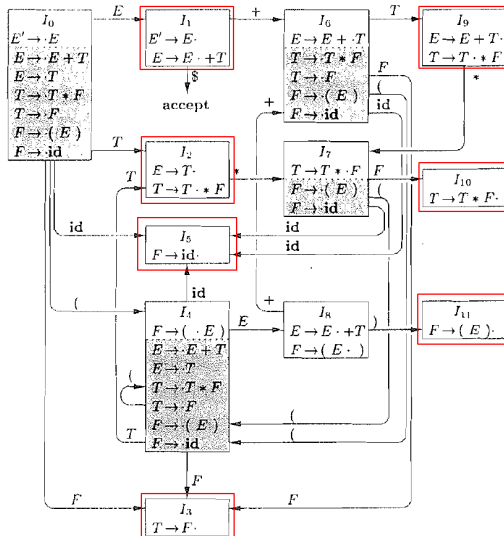
因此, 句柄识别自动机的一个**状态**可以表示为一个**项集**

Definition (项集族)

项集族就是若干**项集**构成的集合。

因此, 句柄识别自动机的**状态集**可以表示为一个**项集族**

LR(0) 句柄识别自动机



项、项集、项集族

Definition (增广文法 (Augmented Grammar))

文法 G 的**增广文法** G' 是在 G 中加入产生式 $S' \rightarrow S$ 得到的文法。

目的: 告诉语法分析器何时停止分析并接受输入符号串

当语法分析器**面对** $\$$ **且要使用** $S' \rightarrow S$ **进行归约**时, 输入符号串被接受

$LR(0)$ 句柄识别自动机



初始状态是什么？

点指示了栈顶, 左边 (与路径) 是栈中内容, 右边是期望看到的文法符号串

$$(0) E' \rightarrow E$$

$$(1) E \rightarrow E + T$$

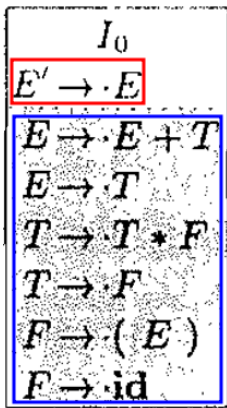
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

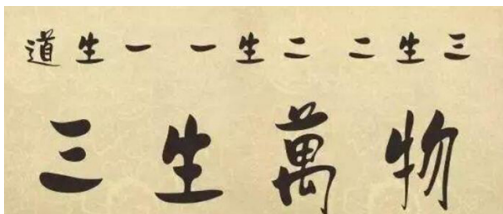
$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \text{id}$$



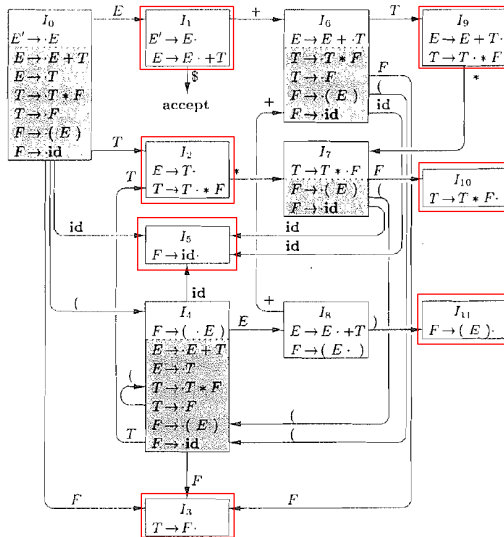
$\text{CLOSURE}(\{[E' \rightarrow \cdot E]\})$

$LR(0)$ 句柄识别自动机



状态之间如何转移？

板书演示 LR(0) 句柄识别自动机的构造过程



状态编号约定

```

SetOfItems CLOSURE( $I$ ) {
     $J = I$ ;
    repeat
        for ( $J$ 中的每个项  $A \rightarrow \alpha \cdot B \beta$ )
            for ( $G$  的每个产生式  $B \rightarrow \gamma$ )
                if (项  $B \rightarrow \cdot \gamma$  不在  $J$  中)
                    将  $B \rightarrow \cdot \gamma$  加入  $J$  中;
    until 在某一轮中没有新的项被加入到  $J$  中;
    return  $J$ ;
}

```

$$J = \text{GOTO}(I, X) = \text{CLOSURE}\left(\left\{[A \rightarrow \alpha X \cdot \beta] \mid [A \rightarrow \alpha \cdot X \beta] \in I\right\}\right)$$
$$(X \in N \cup T)$$

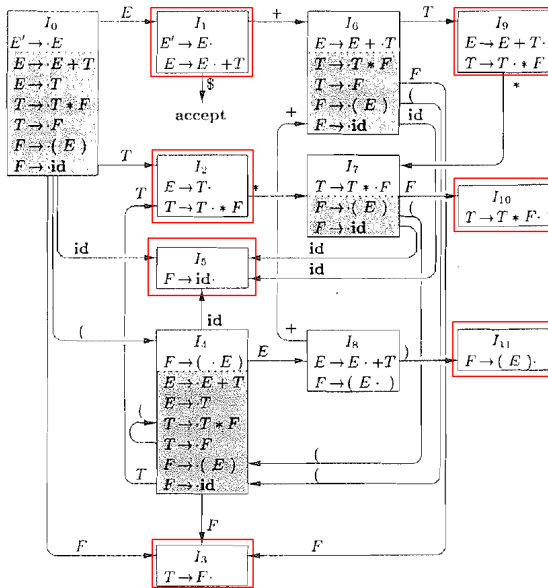
```

void items( $G'$ ) {
     $C = \{\text{CLOSURE}(\{[S' \rightarrow \cdot S]\})\};$  初始状态
    repeat
        for ( $C$  中的每个项集  $I$ )
            for (每个文法符号  $X$ )
                if (  $\text{GOTO}(I, X)$  非空且不在  $C$  中 )
                    下一个状态 将  $\text{GOTO}(I, X)$  加入  $C$  中;
    until 在某一轮中没有新的项集被加入到  $C$  中;
}

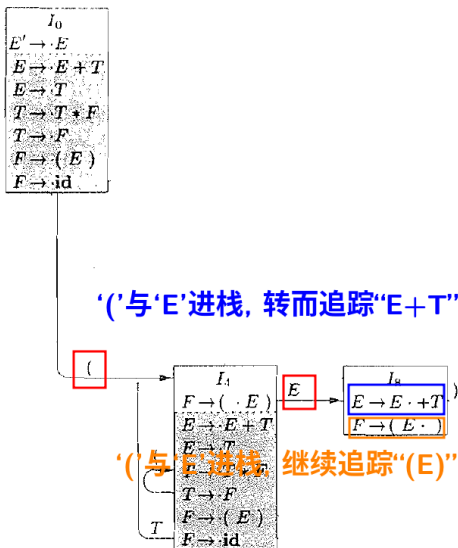
```

图 4-33 规范 LR(0) 项集族的计算

接受状态: $F = \{I \in C \mid \exists k. [k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I\}$

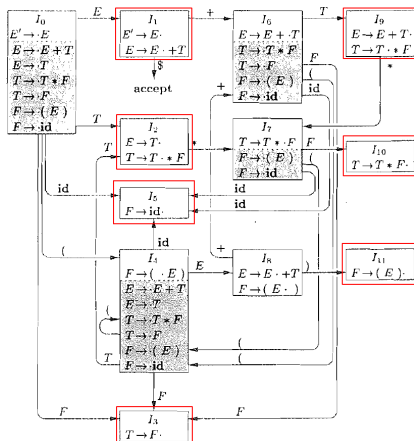


红色框中的状态为 **接受状态**



点指示了栈顶, 左边 (与路径) 是栈中内容, 右边是期望看到的文法符号串

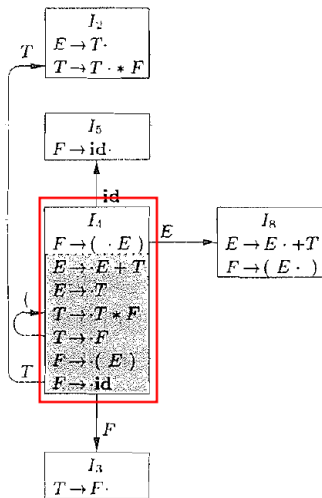
LR(0) 分析表



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4				g10	
8		s6				s11			
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

GOTO 函数被拆分成 ACTION 表 (针对终结符) 与 GOTO 表 (针对非终结符)

$$(1) \text{GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$$



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1	s6					acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6				s11			
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

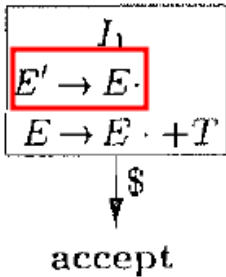
$$(2) \text{GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in N \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$$

I_9
$E \rightarrow T \cdot$
$T \rightarrow T \cdot * F$

I_{10}
$T \rightarrow T * F \cdot$

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

$$(3) [k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$, \}. \text{ACTION}[i, t] = rk$$



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

$$(4) [S' \rightarrow S \cdot] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$$

LR(0) 分析表构造规则

$$(1) \text{ GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$$

$$(2) \text{ GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in N \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$$

$$(3) [k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$ \}. \text{ACTION}[i, t] = rk$$

$$(4) [S' \rightarrow S \cdot] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$$

Definition ($LR(0)$ 文法)

如果文法 G 的 $LR(0)$ 分析表是无冲突的, 则 G 是 $LR(0)$ 文法。

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4			g9	g3	
7	s5			s4				g10	
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

非 $LR(0)$ 分析表/文法

$LR(0)$ 分析表每一行 (状态) 所选用的归约产生式是相同的

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

归约时不需要向前看, 这就是“0”的含义

$LR(0)$ 语法分析器

L : 从左向右 (Left-to-right) 扫描输入

R : 构建反向 (Reverse) 最右推导

0 : 归约时无需向前看

$LR(0)$ 自动机与栈之间的互动关系

向前走 \Leftrightarrow 移入

回溯 \Leftrightarrow 归约

自动机才是本质，栈是实现方式
(用栈记住“来时的路”，以便回溯)

SLR(1) 分析表

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

归约:

$$(3) [k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in \text{FOLLOW}(A). \text{ACTION}[i, t] = rk$$

Definition ($SLR(1)$ 文法)

如果文法 G 的 $SLR(1)$ 分析表是无冲突的, 则 G 是 $SLR(1)$ 文法。

无冲突: ACTION 表中每个单元格最多只有一种动作

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5		s4				1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5		s4				8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5		s4					9	3
7	s5		s4						10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

两类可能的冲突: “移入/归约”冲突、“归约/归约”冲突

非 $SLR(1)$ 文法举例

$$S \rightarrow L = R \mid R$$

$$L \rightarrow * R \mid \mathbf{id}$$

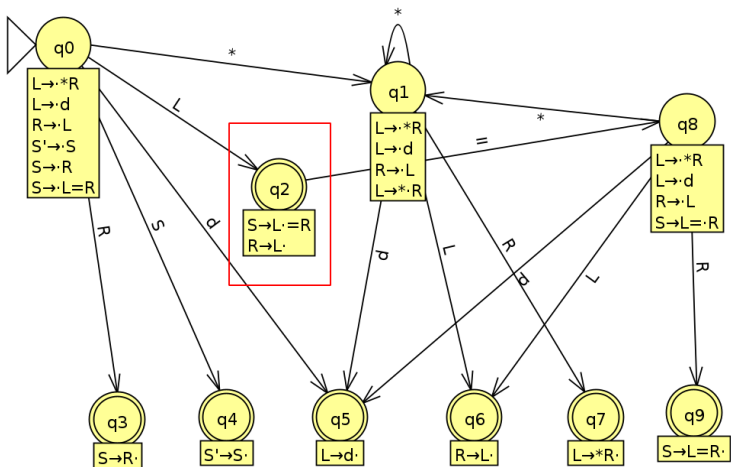
$$R \rightarrow L$$

$I_0:$ $S' \rightarrow \cdot S$ $S \rightarrow \cdot L = R$ $S \rightarrow \cdot R$ $L \rightarrow \cdot * R$ $L \rightarrow \cdot \mathbf{id}$ $R \rightarrow \cdot L$	$I_5:$ $L \rightarrow \mathbf{id} \cdot$
$I_1:$ $S' \rightarrow S \cdot$	$I_6:$ $S \rightarrow L = \cdot R$ $R \rightarrow \cdot L$ $L \rightarrow \cdot * R$ $L \rightarrow \cdot \mathbf{id}$
$I_2:$ $S \rightarrow L \cdot = R$ $R \rightarrow L \cdot$	$I_7:$ $L \rightarrow * R \cdot$
$I_3:$ $S \rightarrow R \cdot$	$I_8:$ $R \rightarrow L \cdot$
$I_4:$ $L \rightarrow * \cdot R$ $R \rightarrow \cdot L$ $L \rightarrow \cdot * R$ $L \rightarrow \cdot \mathbf{id}$	$I_9:$ $S \rightarrow L = R \cdot$

$$[S \rightarrow L \cdot = R] \in I_2 \implies \text{ACTION}(I_2, =) \leftarrow s6$$

$$= \in \text{FOLLOW}(R) \implies \text{ACTION}(I_2, =) \leftarrow r5$$

即使考虑了 $\epsilon \in \text{FOLLOW}(A)$, 对该文法来说仍然不够
 因为, 这仅仅说明在**某个**句型中, a 可以跟在 A 后面



该文法没有以 $R = \dots$ 开头的最右句型

希望 LR 语法分析器的每个状态能尽可能精确地
指明哪些输入符号可以跟在句柄 $A \rightarrow \alpha$ 的后面

在 $LR(0)$ 自动机中, 某个项集 I_j 中包含 $[A \rightarrow \alpha \cdot]$

则在之前的某个项集 I_i 中包含 $[B \rightarrow \beta \cdot A \gamma]$ 与 $[A \rightarrow \cdot \alpha]$

这表明只有 $a \in \text{FIRST}(\gamma)$ 时, 才可以进行 $A \rightarrow \alpha$ 归约

但是, 对 I_i 求闭包时, 仅得到 $[A \rightarrow \cdot \alpha]$, 丢失了 $\text{FIRST}(\gamma)$ 信息

Definition ($LR(1)$ 项 (Item))

$$[A \rightarrow \alpha \cdot \beta, a] \quad (a \in T \cup \{\$\})$$

此处, a 是**向前看符号**, 数量为 **1**.

思想: α 在栈顶, 且剩余输入中**开头**的是可以从 βa 推导出的符号串

$$[A \rightarrow \alpha \cdot, a]$$

只有下一个输入符号为 a 时, 才可以按照 $A \rightarrow \alpha$ 进行归约

LR(1)句柄识别自动机

$$[A \rightarrow \alpha \cdot B\beta, a] \in I \quad (a \in T \cup \{\$\})$$

```
SetOfItems CLOSURE(I) {  
    repeat  
        for ( I 中的每个项  $[A \rightarrow \alpha \cdot B\beta, a]$  )  
            for (  $G'$  中的每个产生式  $B \rightarrow \gamma$  )  
                for ( FIRST( $\beta a$ ) 中的每个终结符号  $b$  )  
                    将  $[B \rightarrow \cdot \gamma, b]$  加入到集合  $I$  中;  
    until 不能向  $I$  中加入更多的项;  
    return  $I$ ;  
}
```

$$\forall b \in \text{FIRST}(\beta a). [B \rightarrow \cdot \gamma, b] \in I$$

$LR(1)$ 句柄识别自动机

```
SetOfItems GOTO( $I, X$ ) {  
    将  $J$  初始化为空集;  
    for ( $I$  中的每个项  $[A \rightarrow \alpha \cdot X \beta, a]$ )  
        将项  $[A \rightarrow \alpha X \cdot \beta, a]$  加入到集合  $J$  中;  
    return CLOSURE( $J$ );  
}
```

$$J = \text{GOTO}(I, X) = \text{CLOSURE}\left(\left\{[A \rightarrow \alpha X \cdot \beta, a] \mid [A \rightarrow \alpha \cdot X \beta, a] \in I\right\}\right) \\ (X \in N \cup T)$$

$LR(1)$ 句柄识别自动机

```
void items( $G'$ ) {  
    将  $C$  初始化为  $\{ \text{CLOSURE}([S' \rightarrow \cdot S, \$]) \}$   
    repeat  
        for (  $C$  中的每个项集  $I$  )  
            for ( 每个文法符号  $X$  )  
                if (  $\text{GOTO}(I, X)$  非空且不在  $C$  中 )  
                    将  $\text{GOTO}(I, X)$  加入  $C$  中;  
    until 不再有新的项集加入到  $C$  中;  
}
```

初始状态: $\text{CLOSURE}([S' \rightarrow \cdot S, \$])$

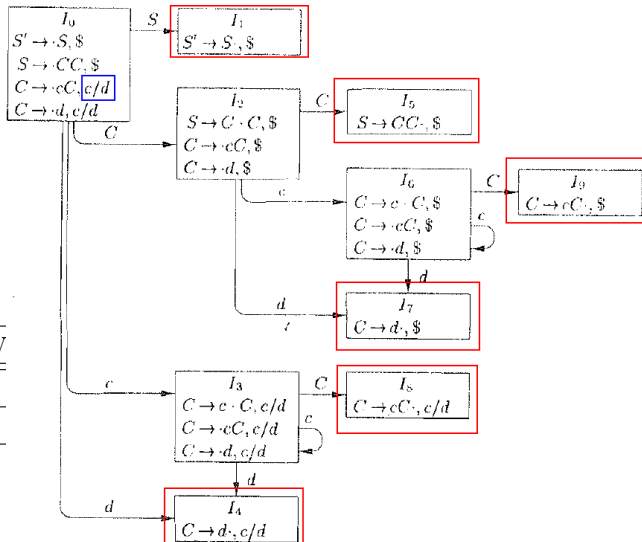
板书演示: LR(1) 自动机的构造过程

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow C C$$

$$C \rightarrow c C \mid d$$

	FIRST	FOLLOW
S	$\{c, d\}$	$\$$
C	$\{c, d\}$	$\{c, d, \$\}$



LR(1) 分析表构造规则

$$(1) \text{GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$$

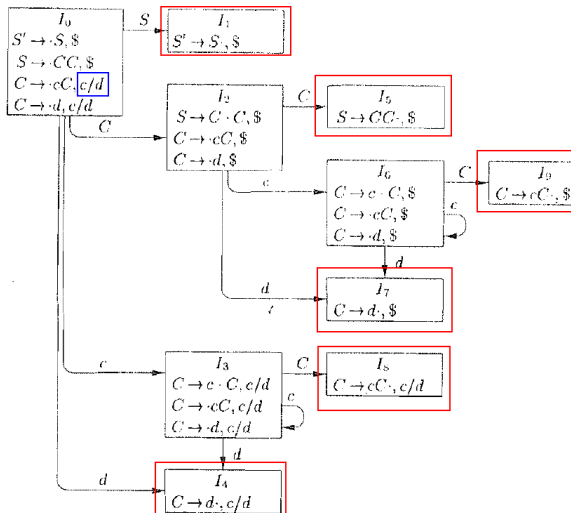
$$(2) \text{GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in T \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$$

$$(3) [k : A \rightarrow \alpha \cdot, a] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \text{ACTION}[i, a] = rk$$

$$(4) [S' \rightarrow S \cdot, \$] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$$

Definition (LR(1) 文法)

如果文法 G 的 LR(1) 分析表是无冲突的, 则 G 是 LR(1) 文法。



状态	ACTION			GOTO	
	c	d	\$	S	C
0	s3	s4		1	2
1			acc		
2	s6	s7			5
3	s3	s4			8
4	r3	r3			
5			r1		
6	s6	s7			9
7			r3		
8	r2	r2			
9			r2		

LR(1) 通过**不同的向前看符号**, 区分了状态对 (3,6), (4,7) 与 (8,9)

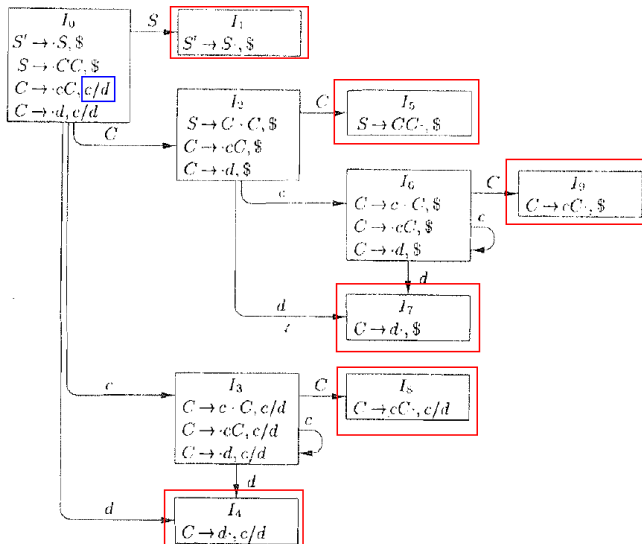
$w = ccdcd\$$

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow C C$

$C \rightarrow c C \mid d$

$L(G) = c^*dc^*d$



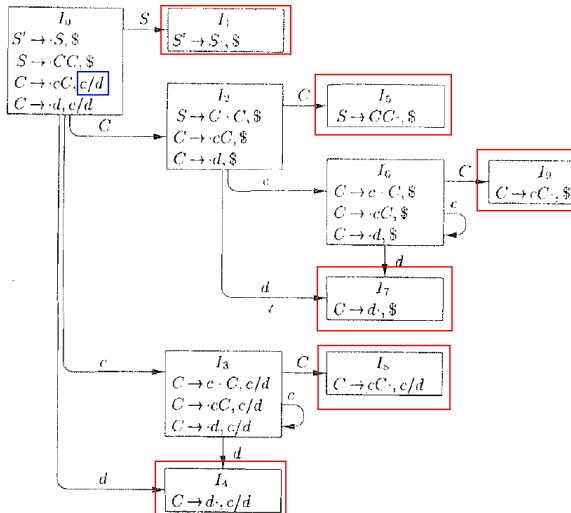
总结: $LR(0)$ 、 $SLR(1)$ 、 $LR(1)$ 的归约条件

$$[k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$ \}. \text{ACTION}[i, t] = rk$$

$$[k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in \text{FOLLOW}(A). \text{ACTION}[i, t] = rk$$

$$[k : A \rightarrow \alpha \cdot, a] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \text{ACTION}[i, a] = rk$$

$LR(1)$ 虽然强大, 但是生成的 $LR(1)$ 分析表可能过大, 状态过多



状态	ACTION			GOTO	
	c	d	\$	S	C
0	s3	s4		1	2
1			acc		
2	s6	s7			5
3	s3	s4			8
4	r3	r3			
5			r1		
6	s6	s7			9
7			r3		
8	r2	r2			
9			r2		

LALR(1): 合并具有相同**核心** $LR(0)$ 项的状态 (忽略不同的向前看符号)

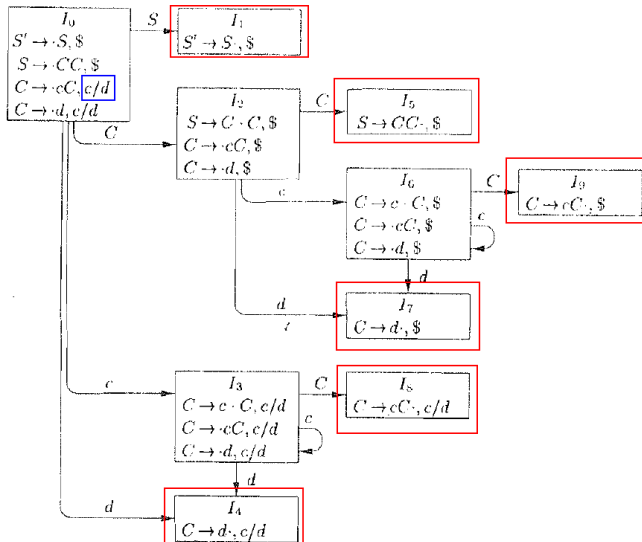
$w = ccdcd\$$

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow C C$

$C \rightarrow c C \mid d$

$L(G) = c^*dc^*d$



Q: 合并 I_4 与 I_7 为 I_{47} ($\{[C \rightarrow d \cdot, c/d/\$]\}$), 会怎样?

Theorem

如果合并后的语法分析器**无冲突**，则它的行为与原分析器**一致**。

- (1) **接受**原分析器所接受的句子, 且状态转移相同
- (2) **拒绝**原分析器所拒绝的句子, 但可能多一些不必要的**归约**动作
(“实际上, 这个错误会在移入任何新的输入符号之前就被发现”)

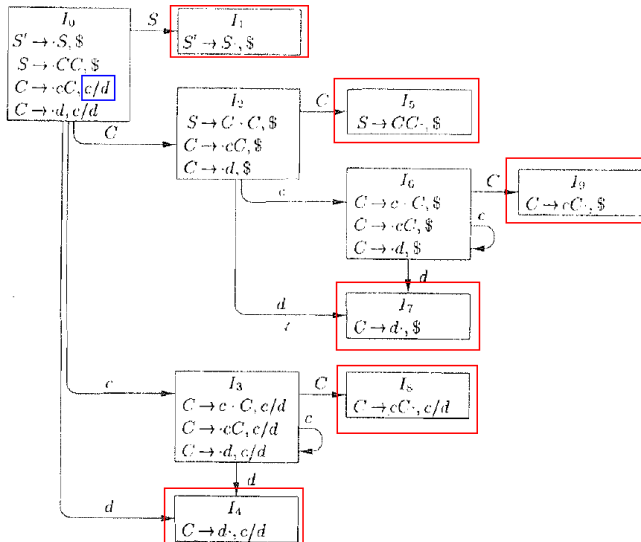
$w = ccd\$$

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow C C$

$C \rightarrow c C \mid d$

$L(G) = c^*dc^*d$



继续合并 (I_8, I_9) 以及 (I_3, I_6)

状态	ACTION			GOTO	
	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
0	s3	s4		1	2
1			acc		
2	s6	s7			5
3	s3	s4			8
4	r3	r3			
5			r1		
6	s6	s7			9
7			r3		
8	r2	r2			
9			r2		

状态	ACTION			GOTO	
	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
0	s36	s47		1	2
1			acc		
2	s36	s47			5
36	s36	s47			89
47	r3	r3	r3		
5			r1		
89	r2	r2	r2		

Q : GOTO 函数怎么办?

A : 可以合并的状态的 GOTO 目标 (状态) 一定也是可以合并的

Q : 对于 $LR(1)$ 文法, 合并得到的 $LALR(1)$ 分析表是否会引入冲突?

Theorem

$LALR(1)$ 分析表**不会**引入移入/归约冲突。

反证法

假设合并后出现 $[A \rightarrow \alpha \cdot, a]$ 与 $[B \rightarrow \beta \cdot a \gamma, b]$

则在 $LR(1)$ 自动机中,

存在某状态同时包含 $[A \rightarrow \alpha \cdot, a]$ 与 $[B \rightarrow \beta \cdot a \gamma, c]$

Q : 对于 $LR(1)$ 文法, 合并得到的 $LALR(1)$ 分析表是否会引入冲突?

Theorem

$LALR(1)$ 分析表**可能会**引入归约/归约冲突。

$$L(G) = \{acd, ace, bcd, bce\}$$

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow a A d \mid b B d \mid a B e \mid b A e$$

$$A \rightarrow c$$

$$B \rightarrow c$$

$$\{[A \rightarrow c \cdot, d], [B \rightarrow c \cdot, e]\}$$

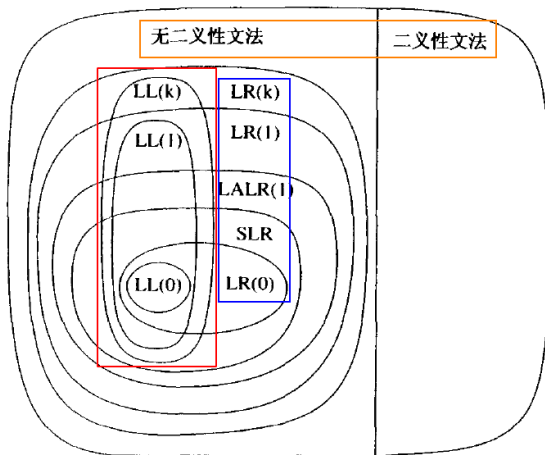
$$\{[A \rightarrow c \cdot, e], [B \rightarrow c \cdot, d]\}$$

$$\{[A \rightarrow c \cdot, d/e], [B \rightarrow c \cdot, d/e]\}$$

$LALR(1)$ 语法分析器的优点

状态数量与 $SLR(1)$ 语法分析器的状态数量相同

对于 $LR(1)$ 文法, 不会产生移入/归约冲突



好消息: 善用 LR 语法分析器, 处理**二义性**文法

表达式文法

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow + TE' \mid \epsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow * FT' \mid \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) \mid \mathbf{id}$$

表达式文法: 使用 $SLR(1)$ 语法分析方法

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$$

$I_0: E' \rightarrow \cdot E$ $E \rightarrow \cdot E + E$ $E \rightarrow \cdot E * E$ $E \rightarrow \cdot (E)$ $E \rightarrow \cdot id$	$I_5: E \rightarrow E * \cdot E$ $E \rightarrow \cdot E + E$ $E \rightarrow \cdot E * E$ $E \rightarrow \cdot (E)$ $E \rightarrow \cdot id$
$I_1: E' \rightarrow E \cdot$ $E \rightarrow E \cdot + E$ $E \rightarrow E \cdot * E$	$I_6: E \rightarrow (E \cdot)$ $E \rightarrow E \cdot + E$ $E \rightarrow E \cdot * E$
$I_2: E \rightarrow (\cdot E)$ $E \rightarrow E \cdot + E$ $E \rightarrow E \cdot * E$ $E \rightarrow \cdot (E)$ $E \rightarrow id$	$I_7: E \rightarrow E + \cdot E$ $E \rightarrow E \cdot + E$ $E \rightarrow E \cdot * E$
$I_3: E \rightarrow id \cdot$	$I_8: E \rightarrow E * \cdot E$ $E \rightarrow E \cdot + E$ $E \rightarrow E \cdot * E$
$I_4: E \rightarrow E + \cdot E$ $E \rightarrow \cdot E + E$ $E \rightarrow \cdot E * E$ $E \rightarrow \cdot (E)$ $E \rightarrow \cdot id$	$I_9: E \rightarrow (E \cdot)$

$$\{+, *\} \subseteq FOLLOW(E)$$

考虑到**结合性与优先级**:

状态	ACTION						GOTO
	id	+	*	()	\$	
0	s3			s2			1
1		s4	s5			acc	
2	s3			s2			6
3		r4	r4		r4	r4	
4	s3			s2			7
5	s3			s2			8
6		s4	s5		s9		
7		r1	s5		r1	r1	
8		r2	r2		r2	r2	
9		r3	r3		r3	r3	

条件语句文法

$stmt \rightarrow$ if $expr$ then $stmt$
 | if $expr$ then $stmt$ else $stmt$
 | other

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow i S e S \mid i S \mid a$

条件语句文法: 使用 $SLR(1)$ 语法分析方法

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow i S e S \mid i S \mid a$$

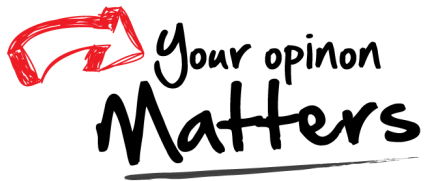
$I_0:$	$S' \rightarrow \cdot S$ $S \rightarrow \cdot i S e S$ $S \rightarrow \cdot i S$ $S \rightarrow \cdot a$	$I_3:$	$S \rightarrow e \cdot$
$I_1:$	$S' \rightarrow S \cdot$	$I_4:$	$S \rightarrow i S \cdot e S$ $S \rightarrow i S \cdot$
$I_2:$	$S \rightarrow i S e \cdot S$ $S \rightarrow i S \cdot$ $S \rightarrow i S e S \cdot$ $S \rightarrow i S \cdot$ $S \rightarrow \cdot a$	$I_5:$	$S \rightarrow i S e \cdot S$ $S \rightarrow i S e S \cdot$ $S \rightarrow i S \cdot$ $S \rightarrow \cdot a$
		$I_6:$	$S \rightarrow i S e S \cdot$

状态	ACTION				GOTO
	i	e	a	$\$$	S
0	s2		s3		1
1				acc	
2	s2		s3		4
3		r3		r3	
4		s5		r2	
5	s2		s3		6
6		r1		r1	

$$e \in \text{FOLLOW}(S)$$

$$\text{ACTION}[4, e] = s5$$

Thank
You!



Office 926

hfwei@nju.edu.cn