

## 19.04.07 Frequenzmodulation – (FM) Synthesis<sup>1, 2</sup>

Kern einer einfachen FM-Synthese ist ein Paar aus zwei Oscillatoren. Die Frequenz des einen Operators läßt sich durch den zweiten Operator steuern. Erster Operator ist somit der Träger und letzterer der Modulator (engl. Carrier und Modulator). Dieses Prinzip ist aus der UKW-Radioübertragung schon länger bekannt. Interessant ist für Musiker, daß bei langsamer Modulation bis 10Hz ein Vibrato entsteht; bei Modulierung des Trägers mit einer Frequenz im hörbaren Bereich (also von 20Hz aufwärts) ist kein Vibrato mehr zu hören, statt dessen kommen zum Grundton des Trägers weitere Obertöne hinzu.

[fm-hb2.mp3](#)

Wichtig bei der FM-Synthese ist, daß Träger- und Modulator-Frequenz immer in einem festen Zahlenverhältnis zueinander stehen. Beispielsweise könnte die Modulationsfrequenz bei jedem angeschlagenen Ton das vierfach der Trägerfrequenz sein. In diesem Fall wäre im nachstehenden Text von einem Verhältnis von  $T=1/M=4$  (oder von  $T/M=4T$ ) die Rede. Im Folgenden werden einige physikalische Regeln der FM-Synthese vorgestellt:

1. Ist die Modulationsfrequenz ein ganzes Vielfaches der Trägerfrequenz (also das 1, 2, 3, 4, 5, 6fache usw.), sind alle Obertöne ebenfalls ein ganzes Vielfaches des Grundtones.

2. In jedem Fall ergeben sich nach folgender Regel die Obertöne bei der einfachen FM-Synthese (mit Sinustönen) mit einem Träger- (T) und einem Modulator- (M) Operator:

- Die Frequenz der "Obertöne" (oberhalb der Trägerfrequenz bzw. des Grundtons) ergeben sich durch Kombination von Trägerfrequenz (T) und Modulatorfrequenz (M) zu  $T+M$ ,  $T+2M$ ,  $T+3M$ ,  $T+4M$  usw.
- Die Frequenzen der "Untertöne" (unterhalb der Trägerfrequenz bzw. des Grundtons) ergeben sich zu  $T-M$ ,  $T-2M$ ,  $T-3M$ ,  $T-4M$  usw.

---

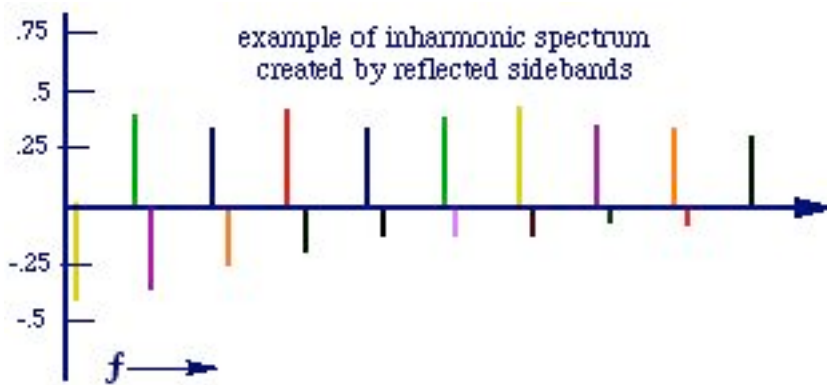
<sup>1</sup> Markus Fiedler, Die FM-Synthese. Ein Überblick,  
<http://home.arcor.de/mfiedler/fm/fm.html>

<sup>2</sup> Jeffrey Hass, Principles of Audio-Rate Frequency Modulation,  
<http://www.indiana.edu/%7Eemusic/fm/fm.htm>

3. Wichtig ist, daß negative Seitenbänder zurück in den positiven Bereich an der Null-Linie gespiegelt werden. Also, wenn wir z.B. das "Unterton"-Frequenzband  $T-M$  betrachten, und  $T=1$  und  $M=4$  setzen, so bekommen wir ein hörbares Seitenband bei  $-3T$  (das ist in diesem Fall das negative dreifache der Trägerfrequenz).  $-3T$  wird danach nach  $+3T$  gespiegelt. Dort erscheint es als neues Seitenband mit dem dreifachen der Trägerfrequenz. Betrachtet man das negative Seitenband  $T-3M$ , bei einem Verhältnis von  $T/M=1/1$ , so ergäbe dies in unserem Beispiel eine Frequenz von  $-2T$ ; diese wird nach  $+2T$  gespiegelt. Da sich in diesem Fall dort aber schon das Seitenband  $T+1M$  befindet, addieren sich die Lautstärken beider Seitenbänder. Die negativen Seitenbänder sind um  $180^\circ$  phasenverschoben, also phaseninvertiert. Das bedeutet, daß positive Seitenbänder bei Hinzuaddieren des negativen Seitenbandes (gleicher Frequenz) in der Lautstärke verringert werden! Werden Null-Seitenbänder erzeugt (z.B. wie beim Seitenband  $T-M$  bei einem Verhältnis  $T/M=1/1$ ), so sind diese nicht zu hören, und haben auch ansonsten keinen Einfluß auf den Klang.

4. Bei einer Modulationsfrequenz, die größer als die Trägerfrequenz ist, werden nur "Obertöne" (oberhalb der Trägerfrequenz) erzeugt. Hat der Träger eine höhere Frequenz, werden auch "Untertöne" erzeugt. Allerdings hat das Erzeugen von Untertönen je nach Vorkommen dann natürlich zur Folge, daß der Hörer einen der Untertöne als tiefsten Ton bzw. Grundton wahrnimmt. Allerdings kann es bei den vielfachen Kombinationsmöglichkeiten von Träger und Modulator vorkommen, daß der gehörte Grundton eine virtuelle Frequenz ist, die nicht im Spektrum vorhanden ist. Dies ist u.a. als Residuumeffekt bekannt. Wird die Trägerfrequenz beispielsweise um das 0,5fache der Grundfrequenz nach oben verstimmt so werden alle Ober- und Untertöne der Seitenbänder ebenfalls um den Faktor 0,5 nach oben verschoben. Wird die Modulationsfrequenz um den Faktor 0.5 erhöht, ändert sich der Abstand zwischen den Seitenbändern selbst und der Abstand der Seitenbänder zum Grundton.

5. Stimmen negative, reflektierte Seitenbänder mit regulären Seitenbändern überein, so sind die Abstände zwischen den einzelnen Seitenbändern immer gleichbleibend. Stimmen die reflektierten Seitenbänder nicht mit den regulären Seitenbändern überein, ergeben sich unregelmäßigere Muster zwischen vorhandenen und nicht vorhandenen Seitenbändern. Sie treten dann z.B. häufig in Zweierpaaren auf (z.B.  $4/5$ ,  $7/8$ ,  $10/11$ , usw.).



Nachfolgend ist eine Tabelle zur Verdeutlichung des Sachverhaltes mit einigen Beispielen für Trägerfrequenz (T) und Modulatorfrequenz (M) angegeben. Die reflektierten Seitenbänder sind in Klammern gehalten.

M	T	Seitenbänder					
		1M	2M	3M	4M	5M	6M
2	3	5	7	9	11	13	15
		1	(1)	(3)	(5)	(7)	(9)
3	5	8	11	14	17	20	23
		2	(1)	(4)	(7)	(10)	(13)
1	1	2	3	4	5	6	7
		0	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

[fm-hb3.mp3](#)

[fm-hb4.mp3](#)

Die jeweils tiefste Frequenz aus Modulator und Träger bildet den Grundton. Haben wir beispielsweise ein Verhältnis von  $T=1/M=2$  dann haben wir den Grundton bei der Frequenz vom Träger. Bei einem Verhältnis von  $T=3/M=1$  haben wir den Grundton bei der Frequenz vom Modulator.

Demzufolge ergeben sich interessanter Weise bei Frequenzverhältnissen von 5:2, 7:2, 9:2, 11:2, 13:2, usw. sowie bei Frequenzverhältnissen von 5:3, 7:3, 9:3, 11:3, usw. keine wirklichen "Grundtöne" (im Sinne vom kleinsten gemeinsamen Nenner aller harmonischen Obertöne) in den erzeugten Spektren. Wir erhalten anstatt dessen den tiefsten harmonischen Ton bei der 2fachen Grundfrequenz bzw. bei der 3fachen Grundfrequenz. In diesem Fall tritt durch den Residuumeffekt eine Verschiebung der Tonhöhenwahrnehmung auf, wie weiter oben bereits erwähnt wurde.

Interessant ist ebenfalls, daß sich das Spektrum bei einem Vielfachen von bestimmten Zahlenverhältnissen immer gleicht. Beispielsweise ergibt ein

Verhältnis T:M von 5:2 das gleiche Spektrum, wie ein Verhältnis von 10:4 oder ein Verhältnis von 20:8. Des Weiteren ergeben sich Spektrenübereinstimmungen bei Ersetzen der Trägerfrequenz durch eine beliebige Frequenz aus einem Seitenband des entstehenden FM-Spektrums.

So würde ein Verhältnis von  $T=5/M=3$  ein Spektrum mit den Seitenbändern 1, 2, 4, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 17 usw. erzeugen (wie aus obiger Tabelle zu entnehmen ist).

Dementsprechend erbringen Trägerfrequenzen von 1, 2, 4, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 17 usw. das gleiche Spektrum, wenn sie mit der gleichen Modulationsfrequenz ( $M=3$ ) moduliert werden. Das folgende Hörbeispiel enthält eine FM-Voice mit sich ständig ändernder Modulationsfrequenz.

[FM-HB5.mp3](#)

Die komplexe Frequenzmodulation

Von komplexer FM spricht man bei der Verwendung von mehreren Modulatoren, die einen einzigen Träger modulieren. In diesem Fall setzt sich das resultierende Frequenzspektrum prinzipiell aus den Einzelspektren jedes Modulator-Träger-Paares zusammen. Interessant ist dabei, daß durch Seitenbandauslöschungen und Auslöschung des Grundtones häufig Spektren entstehen, deren tiefster zu hörender Ton im Spektrum nicht der Träger bzw. der Grundton ist.

Des Weiteren bietet die einfache FM, wie auch die komplexe FM (letztere aber ganz besonders) die Möglichkeit, disharmonische Obertonstrukturen zu erzeugen. Derartige Spektren entstehen einfach dadurch, daß ein Modulator kein gerades Vielfaches des Trägers darstellt (z.B. das 1,47fache des Trägers). Nach oben genannter Formel entstehen nun ebenfalls Seitenbänder, die ungerade Vielfache des Trägers darstellen.

Disharmonische Obertonstrukturen erzeugen quasiperiodische Schwingungen, harmonische Obertonstrukturen erzeugen streng periodische Schwingungen. Analog dazu gibt es Beispiele von Naturinstrumenten, z.B. Saiteninstrumente und Blasinstrumente; diese erzeugen mittels eindimensionaler Tongenerierung streng periodische Klänge. Klangschalen, Glocken, Ride-Becken vom Schlagzeug und ähnliche Instrumente mit dreidimensionaler Tongenerierung erzeugen quasiperiodische Klänge. Quasiperiodische Klänge haben Wellenformen, die keine Sequenz haben (sei sie auch noch so klein), die sich an einer weiteren Stelle wiederholt.