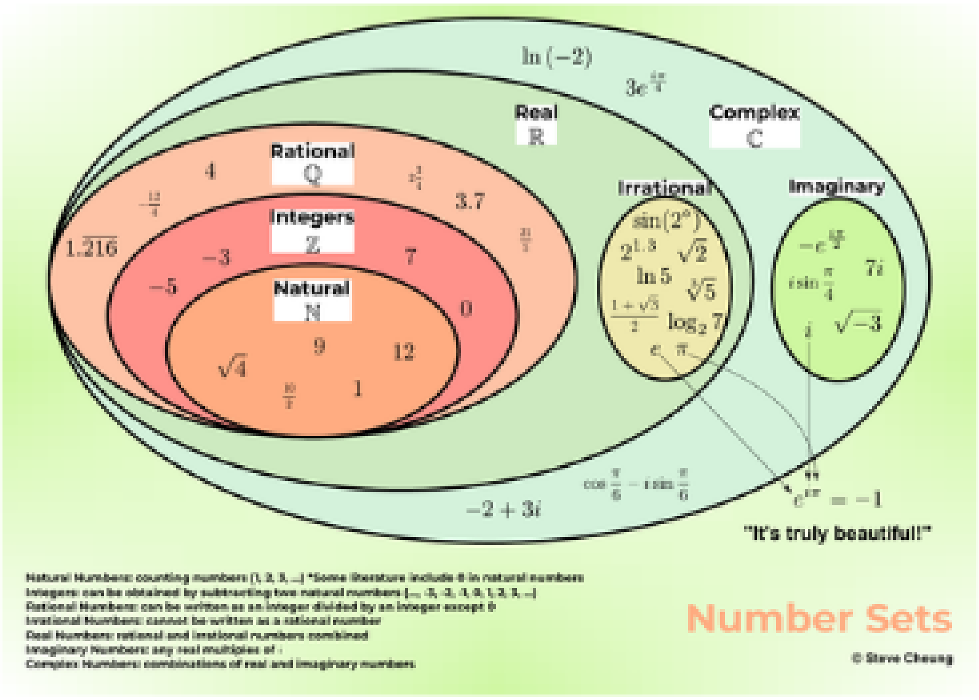


диаграмма Венна или круги Эйлера-Венна

$N = \{1, 2, 3 \dots\}$

$N_+ / Z_+ = \{0, 1, 2, 3 \dots\}$

$Z = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$

$Q = \{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \dots\}$

$I = \{\pi, e, \sqrt{4}, \}$

$R = \{\pi, e, \sqrt{4}, -\frac{1}{2}\}$

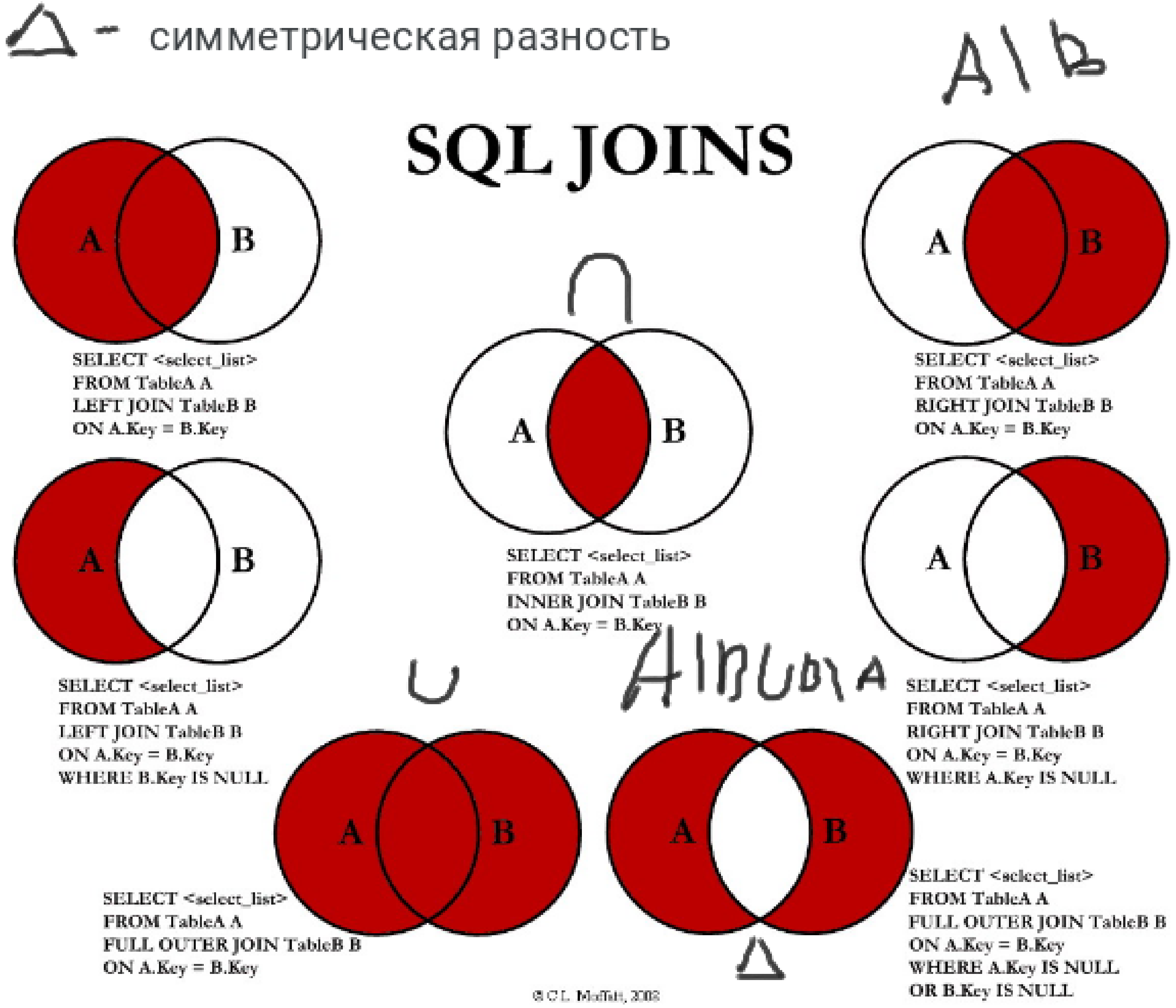
$C = \{-1, \sqrt{-3}\}$

$$i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$$

imaginary numbers

мнимая единица(отрицательные под корнем)

Δ - симметрическая разность



Основные понятия

Если каждому натуральному числу n поставлено в соответствие определенное действительное
число x_n , то говорят, что задана числовая
последовательность

$$x1, x2, . . . , xn, . . .$$

Числа x1, x2, . . . называются элементами или членами последовательности, символ xn – общий элемент (или общий член) последовательности, n – номер этого элемента.

Сокращенно последовательность будем обозначать символом {xn} .
Последовательность считается заданной, если указан способ получения любого ее элемента.
Последовательность может быть задана формулой ее общего члена, эта формула позволяет вычислить любой член последовательности по номеру n.

Последовательность может быть задана формулой ее общего члена, эта формула позволяет вычислить любой член последовательности
по номеру n.

Например, равенство xn =1/n задает последовательность

$$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}$$

Для задания последовательностей также используется рекуррентный способ, когда задается первый член последовательности x_1 и правило определения n-го члена по $(n - 1)$-му:
$x_n = f(x_{n-1})$.

При таком
способе задания последовательности для определения n-го члена надо сначала посчитать все $(n - 1)$ предыдущих членов.

Например, соотношения $x_1 = 1$, $x_n = nx_{n-1}$ определяют последовательность

$x_1 = 1,$

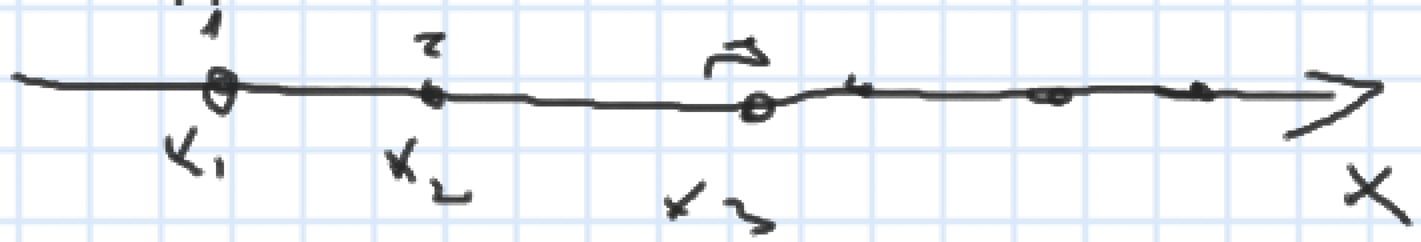
$x_2 = 2 \cdot x_1 = 2 \cdot 1 = 2$

$x_3 = 3x_2 = 3 \times 2 = 6$

$= nx_{n-1} = n!, \ldots$

Из определения последовательности следует, что последовательность
содержит бесконечное число элементов: любые два ее элемента отличаются, по крайней мере, своими номерами.

Геометрически последовательность изображается на координатной прямой в виде последовательности точек, координаты которых равны соответствующим элементам последовательности.



Если все элементы последовательности {xn} равны одному и тому же числу C , то ее называют постоянной.

Последовательность {xn} называется ограниченной, если существует число M > 0 такое, что для любого n ∈ N выполняется неравенство
|xn| ≤ M .

1/n $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000000}, 0{,}00001, 0{,}000000001$

$\{4, 4, 4, 4, \}$

Последовательность {xn} называется неограниченной, если для любого положительного числа M существует элемент xn этой последовательности, удовлетворяющий неравенству |xn| > M .

$2^n \qquad 2^1, 2^2, 2^3 \qquad 2, 4, 8, \infty$

Последовательности {xn + yn} , {xn − yn} , {xnyn} xn/yn, yn != 0 ,

называются соответственно суммой, разностью, произведением, частным двух последовательностей {xn} и {yn} .
Последовательность {mxn} называется произведением последовательности {xn} на число m.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности

символ ε (эпсилон) в математике обозначает малое положительное число, близкое к нулю

Последовательность {α_n} называется бесконечно малой, если для любого положительного числа ε существует номер N такой, что при n > N выполняется неравенство |α_n| < ε

$\frac{1}{x_n}$ 0,001 ...

Последовательность {xn} называется бесконечно большой, если для любого положительного числа A существует номер N такой, что при n > N выполняется неравенство |xn| > A.

2^n 1, 2, 3, ... ∞

Теорема 1 (о связи бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей).

Если {xn} – бесконечно большая последовательность и x_n != 0 ∀ n, то последовательность 1/xn– бесконечно малая, и, обратно, если если {αn} – бесконечно малая последовательность
и αn 6= 0 ∀ n, то последовательность 1/α_n – бесконечно большая.

∀ — для любого, для каждого (квантор всеобщности)

∃ – квантор существования, читается как существует

! – единственный (квантор единственности)

∃! существует единственный

Свойства бесконечно малых последовательностей

1. Сумма и разность двух бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

Следствие. Алгебраическая сумма любого конечного числа бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

2. Произведение двух бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

Следствие. Произведение любого конечного числа бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

3. Произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность есть бесконечно малая последовательность.

Следствие. Произведение бесконечно малой последовательности на число есть бесконечно малая последовательность.

Предел числовой последовательности

Определение. Число *a* называется пределом числовой последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, если все элементы, начиная с некоторого, по модулю меньше любого заранее заданного числа.

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a \;\Leftrightarrow\; \forall\varepsilon > 0\; \exists N(\varepsilon) \in \mathbb{N}\colon\; n \geqslant N \;\Rightarrow |x_n - a| < \varepsilon$$