

~~10000~~
5.73

$$X = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$$

Наименьший элемент:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

Наибольший элемент: 1

$$\sup X = 1$$

$$\inf X = 0$$

5.74

$$X = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$X_{\max} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$X_{\min} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} \Rightarrow \text{не существует}$$

$$\sup X = \frac{1}{2}, \quad \inf X = 0$$

$$X = [-1; 1]$$

(5.75)

$$\begin{aligned} \max X &= 1, & \min X &= -1 \\ \sup X &= 1, & \inf X &= -1 \end{aligned}$$

(5.76)

$$X = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 0\}$$

$$\begin{aligned} \max X &= -1, & \min X &= -5 \\ \sup X &= -1, & \inf X &= -5 \end{aligned}$$

(5.77)

$$X = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$$

$$\begin{aligned} \max X & \text{ - не существует} \\ \min X & \text{ - не существует} \\ \sup X &= 0 \\ \inf X &= -\infty \end{aligned}$$

5.133

$$X = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{N}, m < n \right\}$$

$\max X$ - не существует

$\min X$ - не существует

$$\sup X = 1$$

$$\inf X = 0$$

5.134

четная функция $f(-x) = f(x)$

нечетная $f(-x) = -f(x)$

$$f(-x) = (-x)^4 + 5(-x)^2 = x^4 + 5x^2 = f(x)$$

\Rightarrow четная функция

5.135

$$f(x) = x^2 + x$$

$$f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x \Rightarrow$$

ни нечетная, ни четная

5.136

$$f(x) = \frac{x}{2^x - 1}$$

$$f(-x) = \frac{(-x)}{2^{(-x)} - 1}$$

\Rightarrow ни четна
ни нечетна

5.137

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

$$f(-x) = \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x} - 1} = -\frac{e^x + 1}{e^x - 1} = -f(x)$$

\Rightarrow нечетна

5.138

$$f(x) = \sin x - \cos x$$

$$f(-x) = \sin(-x) - \cos(-x) = -\sin x - \cos x$$

\Rightarrow ни четна, ни нечетна

6.139

$$f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$$

$$f(-x) = \lg \frac{1-x}{1+x} = -\lg \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = -f(x)$$

⇒ нечетная функция

6.141

$$f(x) = 5 \cos 7x$$

период $\cos x = 2\pi$, т.е. $7x$

для $f(x) = 5 \cos 7x$ наименьший

период равен $\frac{2\pi}{7}$

6.142

$$f(x) = \cos^2 2x$$

период $\cos x = 2\pi$

$$\text{период } \cos^2 2x = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(5.147)

найти обратную функцию
 $D(f^{-1}(x))$

$$y = ax + b$$

$$x = \frac{y - b}{a} = f^{-1}(x)$$

$$D(f^{-1}(x)) \quad \cancel{\mathbb{R}} \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

(5.148)

$$y = (x-1)^3 \quad \leftarrow \quad \cancel{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

$$\sqrt[3]{y} = x - 1$$

$$x = \sqrt[3]{y} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{y} + 1$$

$$D(f^{-1}(x)) \quad \cancel{\mathbb{R}} \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

функции,
 $f^{-1}(x)$

§. 149

$y = \cos 2x$
применяя

- нет обратной, т.к.

§. 150

$$y = \ln 2x$$

$$\text{или } 2x = e^y$$

$$x = \frac{e^y}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{e^y}{2}$$

$$\text{и } (f^{-1}(x)) = (0; +\infty)$$

§. 151

$$y = 2^{x/2}$$

$$\log_2 y = \log_2 (2^{x/2})$$

$$x = 2 \log_2 y$$

$$\log_2 y = \frac{x}{2}$$

$$f^{-1}(y) = x = 2 \log_2 (y)$$

$$f^{-1}(y) \in (0; +\infty)$$

(5.152)

$$y = \frac{1-x}{1+x}$$

$$(1+x)y = 1-x$$

~~$$xy + y = 1 - x$$~~

$$y + xy = 1 - x$$

$$xy + x = 1 - y$$

$$x(y+1) = 1-y$$

$$x = \frac{1-y}{y+1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1-y}{y+1}$$

$$\mathcal{D}(f^{-1}(x)) = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; +\infty)$$

5.153

$$y = x^2 + 1$$

$$x^2 = 1 - y$$

$$x = \pm \sqrt{1-y}$$

т.к. x^2 — функция
не является однозначной

5.154

$$y = x^2 - 1$$

$$\text{при } x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$$

$$x^2 = y + 1$$

$$\text{при } x \in [\frac{1}{2}; +\infty)$$

$$x = \sqrt{y+1} = f^{-1}(x)$$

$$D(f^{-1}(x)) = (-\infty; -\frac{1}{2})$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{при } x \in [\frac{1}{2}; +\infty)$$

$$D(f^{-1}(x)) = [\frac{1}{4}; +\infty)$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{y+1}$$

$$x = \sqrt{y+1} = f^{-1}(x)$$

$$y \in [-\frac{3}{4}; +\infty)$$

$$y \in [-\frac{3}{4}; +\infty)$$

Найти:

$$f \circ g$$

$$g \circ f$$

(5.159)

$$f(x) = 1 - x, \quad g(x) = x^2$$

$$f \circ g = 1 - (x^2)$$

$$g \circ f = (1 - x)^2$$

(5.160)

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = \ln x$$

$$f \circ g = e^{\ln x} = x$$

$$g \circ f = \ln e^x = x$$

5.169

$f(x) = |x|$ Записать в виде
композиции основных элементар-
ных функций

Реш $a(x) = x^2$

$b(x) = \sqrt{x}$

~~$a \circ b = (\sqrt{x})^2 = f(x) = |x|$~~

$b \circ a = \sqrt{x^2} = f(x) = |x|$