Векторная алгебра:

1.1.

а) $\bar a + 0 = \bar a$

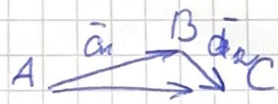
Пусть, $\bar a = \overline{AB}$, ~~тогда~~ и $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, тогда $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, а нулевой вектор равен $(0,0)$, следовательно

$\bar a + 0 = \overline{AB} + 0 = (x_2 - x_1, y_2 - y_1) + (0,0) =$

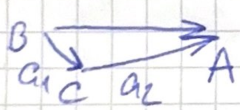
$= (x_2 - x_1 + 0, y_2 - y_1 + 0) = \overline{AB} = \bar a$

б) $\bar a_1 + \bar a_2 = \bar a_2 + \bar a_1$

Пусть $\bar a_1 = \overline{AB}$, $\bar a_2 = \overline{BC}$, тогда их $(\bar a_1 + \bar a_2)$ сумма равна $\overrightarrow{AC}$



Теперь построим для $a_2 + a_1$, и возьмем $a_1 = \overline{CA} = \overline{AB}$, в таком случае:



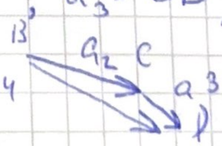
$\overline{AC} = \overline{BA}$,

следовательно выполняется условие.

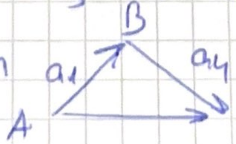
в) $\bar a_1 + (\bar a_2 + \bar a_3) = (\bar a_1 + \bar a_2) + a_3$

Пусть $\bar a_1 = \overline{AB}$, $a_2 = \overline{BC}$, $\bar a_3 = \overline{CD}$,

Тогда $\bar a_2 + \bar a_3 = \overline{BD} = a_4$



$\bar a_1 + \bar a_4$, равен



D, их сумма $= \overline{AD}$

Теперь построим

тогда $\bar a_4 + \bar a_3 =$

$\bar a_1 + (\bar a_2 + \bar a_3) =$

тельно они р

1.2.

а) $-\bar a = (-1) \cdot \bar a$

~~Допустим, что~~

~~и $-\bar a = \overline{AC} = (-a_x;$~~

~~тогда при ум~~

~~$-1 \cdot \bar c = (-1 \cdot c_x$~~

Допустим, что

и $\bar b = \overline{CD}\,(b_x$

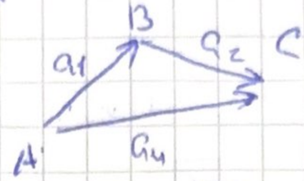
противонаправ

Возьмем

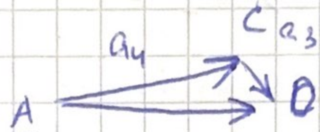
тогда $(-a_x$

$-1 \cdot \bar a + \bar a = ($

Теперь построим $\bar{a}_1 + \bar{a}_2 = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} = a_4$,



тогда $\bar{a}_4 + \bar{a}_3 = \overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AD}$, следовательно



$\bar{a}_1 + (\bar{a}_2 + \bar{a}_3) = \overline{AD}$ и $(\bar{a}_1 + \bar{a}_2) + a_3 = \overline{AD}$, следовательно они равны.

1.2.

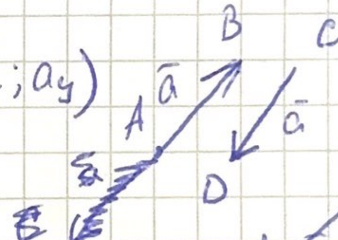
а) $-\bar{a} = (-1)\cdot\bar{a}$

~~Допустим, что $\bar{a} = \overline{AB} = (a_x; a_y)$~~

~~и $-\bar{a} = \overline{AC} = (-a_x; -a_y)$,~~

~~тогда при умножении по формуле $k\cdot a = \{k\cdot a_x; k\cdot a_y\} \Rightarrow$~~

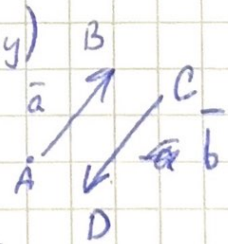
~~$-1\cdot\bar{a} = (-1\cdot a_x; -1\cdot a_y) =$~~



Допустим, что $\bar{a} = \overline{AB} = (a_x, a_y)$

и $\bar{b} = \overline{CD}\,(b_x, b_y)$, равный и

противонаправленный $\bar{a}$, тогда $\bar{a} + \bar{b} = 0$



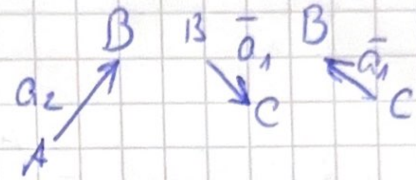
Возьмем $-1\cdot\bar{a} = (-1\cdot a_x, -1\cdot a_y) = -\bar{a}\,(-a_x, -a_y)$,

тогда $(-a_x; -a_y) + (a_x; a_y) = (a_x - a_x; a_y - a_y) = 0 \Rightarrow$

$-1\cdot\bar{a} + \bar{a} = 0 \Rightarrow -1\bar{a} = -\bar{a}$

б) $a_2 - a_1 = a_2 + (-a_1)$

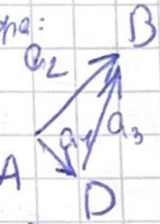
Возьмем $\bar{a}_2 = \overline{AB}$,



и возьмем $a_1 = \overline{BC}$,

тогда $\bar{a}_1 = \overline{CB}$ $\Rightarrow$ $\bar{a}_2 - \bar{a}_1 = \overline{AB} - \overline{BC}$, возьмем

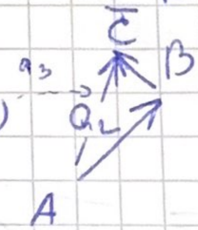
$\overline{AD} = \overline{BC} = \bar{a}_1$ $\Leftrightarrow$, построим вектора:



, следовательно

$\overline{AC} = \overline{DB}$, т.к. сонаправлены и имеют равную длину, т.к.

$a_2 - a_1 = \overline{AC}$, а $a_2 + (-a_1) = \overline{DB}$,



то выполняется $\bar{a}_2 - \bar{a}_1 = \bar{a}_2 + (-\bar{a}_1)$

в)