① 2001 г.
I б.

1. $\dfrac{\left[\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{24}\right)\cdot 8 \overset{②}{-}\dfrac{1}{3}\right]}{1,85\left[-1,6\,2:0,9\right]}=0$

1) $\left(\dfrac{1}{4}^{\,16}-\dfrac{5}{24}\right)\cdot 8=\left(\dfrac{6}{24}-\dfrac{5}{24}\right)\cdot 8=\dfrac{1}{24}\cdot 8=\dfrac{8}{24}=\dfrac{1}{3}$

2) $\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}=0$

3) $-1,62:0,9=-162:90=-1,8$

4) $1,85-1,8=0,05$

5) $0:0,05=0$

2. $\dfrac{a^4+4}{(a+1)^2+1}=\dfrac{(a^2+2)(a^2+2)}{a^2+2a+2}=\dfrac{(a^2+2)^2-4a^2}{a^2+2a+2}=\dfrac{(a^2+2-2a)(a^2+2+2a)^1}{a^2+2a+2\,_1}=$

$=a^2+2-2a$

3. $\sqrt{28-10\sqrt3}+\sqrt{28+10\sqrt3}=5-\sqrt3+5+\sqrt3=10$

$\sqrt{28-10\sqrt3}$

1) т.к. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Сост. систему ур-й

$\begin{cases}2ab=10\sqrt3\\ a^2+b^2=28\end{cases}$

2) выразим b: $b=\dfrac{5\sqrt3}{a}$

3) подставим b

$a^2+\dfrac{25\cdot3}{a^2}=28\ |\cdot a^2$

$a^4 - 28a^2 + 75 = 0 \rightarrow a^2 = t \Rightarrow t^2 - 28t + 75 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-28)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 75 = 784 - 300 = 484$

$t_{1,2} = \dfrac{28 \pm 22}{2}$

$t_1 = 50, \quad t_2 = 3 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow b = \dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5$

4) $\sqrt{(\sqrt{3} - 5)^2} = |\sqrt{3} - 5| = 5 - \sqrt{3}$

$\sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$

1) т.к. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Сост. систему ур-ий

$\begin{cases} 2ab = 10 \cdot \sqrt{3} \\ a^2 + b^2 = 28 \end{cases}$

2) выразим b: $b = \dfrac{5\sqrt{3}}{a}$

3) подставим b^2

$a^2 + \dfrac{25 \cdot 3}{a^2} = 28 \quad |\cdot a^2$

$a^4 - 28a^2 + 75 = 0 \rightarrow a^2 = t \Rightarrow t^2 + 28t + 75 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-28)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 75 = 784 - 300 = 484$

$t_{1,2} = \dfrac{28 \pm 22}{2}$

$t_1 = 25, \quad t_2 = 3 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow b \dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

4) $\sqrt{(\sqrt{3}+5)^2} = |\sqrt{3}+5| = 5+\sqrt{3}$

4. $(x-1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$

$(x-1)^4 - x^2 + 2x - 1 - 72 = 0$

$(x-1)^4 - (x-1)^2 - 72 = 0$

$] (x-1)^2 = t$

$t^2 - t - 72 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72) = 1 + 288 = 289$

$t_{1,2} = \dfrac{1 \pm 17}{2}$

$t_1 = 9, \quad t_2 = -8 \qquad D(t_2) < 0 \Rightarrow$ корней нет

$(x-1)^2 = 9$

$x - 1 = 3$

$x = 4$

$(4-1)^4 - 4^2 + 2 \cdot 4 - 73 = 0$

$81 - 16 + 8 - 73 = 0$

$0 = 0$

5. $] x_1$ и x_2 - корни ур-ия $x^2 - 4x + d = 0$

Тогда по т. Виета $x_1 + x_2 = 4$

$\qquad\qquad\qquad\qquad x_1 \cdot x_2 = d$

По усл. задачи $x_1^2 + x_2^2 = 16$

Преобразуем выражение $x_1^2 + x_2^2$:

$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 - 2x_1 \cdot x_2 =$

$= (x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2) - 2x_1 \cdot x_2 = (x_1 + x_2)^2 -$

$- 2x_1 \cdot x_2$

Подставим соответствующие знач., найденные по т. Виета

$x_1^2 + x_2^2 = 4^2 - 2a = 16$

Выразим a

$2a = 16 - 16$

$2a = 0 \mid : 2$

$a = 0$

6. $|x - 1| + |x - 2| = 1$

При $x = 1$ выражение $x - 1 = 0$, при $x = 2$

выражение $x - 2 = 0$

$x < 1$	$1 \leq x \leq 2$	$x > 2$
$-(x-1) - (x-2) = 1$	$x - 1 - x + 2 = 1$	$x - 1 + x - 2 = 1$
$-x + 1 - x + 2 = 1$	$1 = 1$	$2x = 4$
$-2x = -2$	x - л. ч.	$x = 2$ - не под-ходит

$x = 1 -$ не подходит | $x \in [1; 2]$

Ответ: $x = [1; 2]$

7. $f(x) = \sqrt{\dfrac{|x-3|(x+4)(x^2+9x+20)}{x^2-x-6}}$

Условия:

1) $x^2 - x - 6 > 0$

2) $\dfrac{|x-3|(x+4)(x^2+9x+20)}{x^2-x-6} \geq 0$

или

1) $x^2 - x - 6 < 0$, тогда $|x-3| < 0$ или $(x+4) < 0$ или $(x^2+9x+20) < 0$
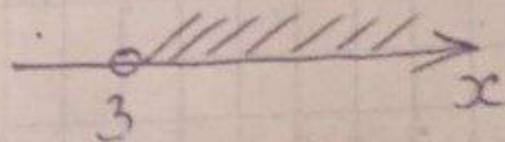
1. $x^2 - x - 6 > 0$

$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$

$x_1 = \dfrac{1+5}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$

$x_2 = \dfrac{1-5}{2} = -\dfrac{4}{2} = -2$

Т.к. $x^2 - x - 6 > 0$, то $x \neq -2 \Rightarrow x = 3$

$x \in (3; +\infty)$

2. $|x-3| \geq 0$

$x \geq 3$

$-|x-3| \geq 0$

$-x+3 \geq 0$

$-x \geq -3 \mid : (-1)$
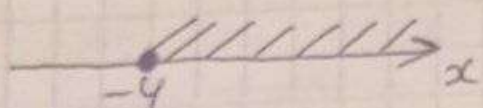
$x \leq 3$

$(-\infty; 3] \cup [3; +\infty)$

3. $x+4 \geq 0$

$x \geq -4$
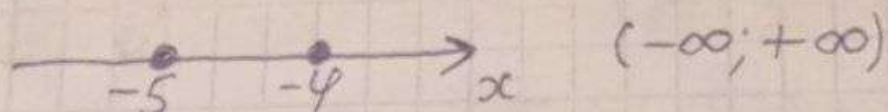

$[-4; +\infty)$

4. $x^2 + 9x + 20 \geq 0$

$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = 81 - 80 = 1$

$x_1 = \dfrac{-9+1}{2} = -\dfrac{8}{2} = -4$

$x_2 = \dfrac{-9-1}{2} = -\dfrac{10}{2} = -5$

$(-\infty; +\infty)$

Нет чисел, которые можно подставить вместо x, чтобы и числитель и знаменатель были отрицательны одновременно $\Rightarrow$

область определения данной функции

$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

8. □ 1-ый насос очистит пруд за x ч, тогда $(x+2)$ ч - потребуется 2-ому насосу.

1) Работая вместе насосы справятся за 2ч 55мин ⟹

$2\frac{55}{60} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}\right) = 1$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = 1 : 2\frac{11}{12}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35} \quad | \cdot 35x(x+2)$

$35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$

$35x + 70 + 35x = 12x^2 + 24x$

$12x^2 - 46x - 70 = 0 \quad |:2$

$6x^2 - 23x - 35 = 0$

$D = (-23)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-35) = 529 + 840 = 1369$

$x_1 = \frac{23+37}{2 \cdot 6} = \frac{60}{12} = 5$

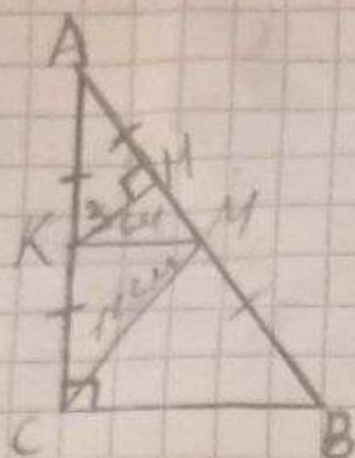$x_2 = \frac{23-37}{2 \cdot 6} = -\frac{14}{12} = -1\frac{2}{12}$

2) Т.к. время работы не может быть отрицательным ⟹ $x = 5$

$x + 2 = 5 + 2 = 7$

Ответ: 5ч; 7ч

9.

Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный, CM - медиана $= 12$ см,
$= 3$ см

Найти: $S_{ABC} - ?$

Решение:

1) Медиана проведённая в прямоугольном $\triangle$ из вершины прямого $\angle C = \frac{1}{2}$ гипотенузы, и-мо $CM = AM = MB = 12$ см, т.к. $AB = AM + MB = 24$ см

2) Середина $AC - (\cdot)K$. Тогда KM соед. середины 2-х сторон. KM - средняя линия $\triangle ABC$

3) Средняя линия $\triangle$ параллельна CB и делит $\triangle$ на подобные треугольники.

4) $KM \parallel CB$, $\angle AKM = 90° \Rightarrow \triangle AKM$ - прямоугольный

5) Расстояние от K до AB - перпендикуляр $KH \Rightarrow$ высота $\triangle AKM$

6) $\triangle AKM \sim \triangle ABC$ с коэффициентом подобия $AM : AB = K = \frac{1}{2}$

7) Площади подобных фигур относятся как квадрат их коэфф. подобия:

$$S_{AKM} : S_{ABC} = K^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{ABC} = 4 S_{AKM}$$

$$S_{AKM} = KH \cdot AM : 2 = 3 \cdot 12 : 2 = 18 \, cm^2$$

$$S_{ABC} = 18 \cdot 4 = 72 \, cm^2$$

Ответ: $S_{ABC} = 72 \, cm^2$

10. $\quad y = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{|x + 1|} = \dfrac{(x+1)^{2}\,^{x+1}}{|x+1|_1} = x + 1$

x	-1	0
y	0	1