Домашняя работа

№1

А. 1) $4^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{-\frac{3}{4}} \cdot 32^{-\frac{4}{5}} \cdot 2^{3} = (2^{2})^{\frac{1}{2}} (2^{4})^{\frac{3}{4}} \cdot (2^{4})^{-\frac{3}{4}} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{-4} \cdot 2^{3} =$

$= 2 \cdot 2^{3} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{-4} \cdot 2^{3} = 2^{0} = 1$

2) $27^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} - \frac{2}{3} = (3^{3})^{\frac{1}{3}} (3^{4})^{\frac{3}{4}} \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3} = 3 \cdot 3^{3} \left(\frac{2^{3}}{3^{3}}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3} =$

$= \cancel{3} \cdot 27 \cdot \frac{2}{\cancel{3}} - \frac{2}{3} = 27 \cdot 2 - \frac{2}{3} = 54 - \frac{2}{3} = \frac{160}{3}$

Б. 1) $\overset{0,8^{2}}{(0,64)^{0,5}} \cdot \overset{1}{7^{0}} \overset{0,3^{3}}{(0,027)^{\frac{2}{3}}} : 9^{-0,5} \cdot \overset{1}{16^{0}} : \overset{0,5^{-2}}{(0,25)^{-1,5}} - \frac{192}{125} =$

$= 0,8 \cdot \cancel{1} \cdot 0,09 : 3^{-1} \cdot \cancel{1} : 8 - \frac{192}{125} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{100} : \frac{1}{3} : \frac{8}{1} - \frac{192}{125} =$

$= \frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{10} \cdot \frac{9}{100} \cdot 3 \cdot \frac{1}{\cancel{8}_{1}} - \frac{192}{125} = \frac{27}{1000} - \frac{192}{125}^{\backslash 8} = -\frac{1509}{1000}$

№2

А. 1) $a^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{17}{12}} x^{\frac{19}{15}} = \sqrt[12]{a^{17}} \sqrt[15]{x^{19}}$

2) $a^{\frac{7}{12}} \cdot x^{\frac{5}{6}} : a^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} \cdot 6^{0} = a^{-\frac{1}{12}} \cdot x^{\frac{19}{12}}$

Б. 1) $(a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{3}{2}}) : (a^{0,5} - x^{0,5})$

Контрольные вопросы

1. Какие числа называются иррациональными?

Бесконеч. десятичную непереодич дробь

2. Сущ. ли рац. ч., выр. длину диагонали квадрата со стороной =1?

Диагональ равна $a\sqrt{2}$ где a – сторона квадрата.

3. Может ли быть выр. рац. ч. отношение длины окружности к диаметру?

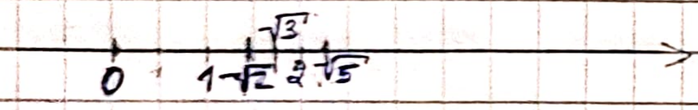
Ответ: ~~π~~ π

? 4. Докажите что нет такого рац. числа квадрат которого равнялся 2?

5. В чем заключается взаимнооднозначное соотв. между множеством действит. ч. и множ. Т координатной прямой?

Возможно потому что на коорд. прямой числа от $-\infty$ до $+\infty$

6. Изобразите на коорд. прямой т., которые соотв. ~~ч~~ ч. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$



7. Какие из множ. X, где $X = \{-50; -13{,}5; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{7}; \sqrt{5}; 10, 4^{0,5}; 11^{0,5}; 6,(6)\}$

а) натуральными: $10; 4^{0,5} = 2;$

б) целыми: $-50; 0; 10$

в) рациональными: $-13{,}5; -\frac{1}{3}; \frac{1}{7};$ ~~$11^{0,5} = 3{,}316...$~~

г) иррациональными: $\sqrt{5}; 11^{0,5}; 6,(6)$

д) действительными:

8. Может ли бесконеч. дробь быть числом рациональным; иррациональным?

Бесконечная дробь может быть иррац. ч., но не может быть рациональным числом.

9. Какие числа называют действительными?

Множество $\mathbb{R}$ ~~на~~ – объединение множ-ва рационал. ч. и множ. I ч.

10. С помощью знака $\subset$ запишите соответствие между множ. N, Z_0, Z, Q и R.

$N \subset Z_0$
$Z_0 \subset Z$
$Z \subset Q$
$Q \subset R$

11. Сравните числа 0,333 и $\frac{1}{3}$.

$0{,}333 = \frac{1}{3}$

12. Запишите в виде бесконечной десятич. дроби: $\frac{15}{8}$; $\frac{3}{7}$; 5; 2,7

$\frac{15}{8} = 1{,}(875000)\ldots$ $\frac{3}{7} = 0{,}(4285)$. $5 = 5{,}(0)$ $2{,}7 = 2{,}7(0)$

13. Дайте определение корня k-й степени и действ. числа "a".

$\sqrt[k]{a}$ – действит. число x, k-я степень которого = a

14. Сколько значений имеет $\sqrt[k]{a}$, если:

а) $k = 2n$, $n \in N$, $a > 0$

$\sqrt[2n]{a}$ = неотр. знач.

в) $k \in N$, $k \neq 1$, $a < 0$, $a = 0$

15. Какой корень наз-ся арифметическим? Верно ли, что $\sqrt{9} = \pm 3$?

Арифм. корень – неотр. число, квадрат которого равен данному числу.

$\sqrt{9} \neq \pm 3$, отрицательного числа быть не может

$\sqrt{9} = 3$ ✓

16. Сформулируйте правила:

а) извлечение корня из произведения и умножения корней: $\sqrt[k]{ab} = \sqrt[k]{a} \cdot \sqrt[k]{b}$, где $a \geq 0$, $b \geq 0$

б) извлечения корня из дроби и деления корней:
если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt[k]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[k]{a}}{\sqrt[k]{b}}$

в) извлечения корня из корня и основное свойство корня
если $a \geq 0$, $k, c \in N$, $k > 1$, $c > 1$, то $\sqrt[k]{\sqrt[c]{a}} = \sqrt[kc]{a}$

г) сравнения корней с одинаковыми показателями
если $a_1 > a_2 \geq 0$ то, $\sqrt[k]{a_1} > \sqrt[k]{a_2} \geq 0$

17. Внесите множ под знак корня:

а) $(1-x)\sqrt{\frac{x}{x-1}}$ если $x > 1$

$\sqrt{(1-x)^2}\sqrt{\frac{x}{x-1}} = \sqrt{\frac{(1-x)^2}{1}}\sqrt{\frac{x}{x-1}} = \sqrt{\frac{x(1-x)^2}{x-1}} = -\sqrt{\frac{x(1-x)(1-x)}{x+1}} =$

$= -\sqrt{\frac{x(1-x)\cancel{(1-x)}}{\cancel{1-x}}} = -\sqrt{x(1-x)}$

б) $(a-3)\sqrt{\frac{2a}{a^2-6a+9}} = \sqrt{(a-3)^2}\sqrt{\frac{2a}{a^2-6a+9}} = \sqrt{\frac{2a(a-3)^2}{(a-3)^2}} = \sqrt{2a}$

18. Вынесите множитель за знак корня

а) $\sqrt{(1-a)^3} = \sqrt{(1-a)^2(1-a)} = 1-a\sqrt{1-a}$

б) $\sqrt{a^3(a-3)^5} = \sqrt{a^2a^1(a-3)^2(a-3)^2(a-3)} = a(a-3)^2\sqrt{a-3}$

в) $\sqrt{x^5(x-7)^2} = x^2(x-7)\sqrt{x^6}$

Извлеките квадратный корень из числа:

19) $\cancel{\sqrt{32,45}}$

10 | $\sqrt{32,45} = 5$?

25

745

$\cancel{745}$

а) $\sqrt{32,45} = 5,69$

б) $\sqrt{249,5} = 15,79$

в) $\sqrt{0,9541} = 0,97$

20. Давайте опр. степени:

а) a^p, где $a \neq 0$ и $p \in Z$ – степень с целым показателем

б) $a^{\frac{p}{q}}$, где $a > 0$ и $p \in Z$, $q \in N$ – степень с дробным пок-лем

21. Сформулируйте правила действия над степенями с рац. показателем.

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$; $0^q = 0$

№1

Б. 1) $\left(a^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}\right) : \left(a^{0,5} - x^{0,5}\right) = \dfrac{a^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}{a^{0,5} - x^{0,5}} = \dfrac{a\sqrt{a} - x\sqrt{x}}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} =$

$= \dfrac{(a\sqrt{a} - x\sqrt{x})(\sqrt{a} + \sqrt{x})}{(\sqrt{a} - \sqrt{x})(\sqrt{a} + \sqrt{x})} = \dfrac{a\sqrt{a^2} - x\sqrt{ax} + a\sqrt{ax} - x\sqrt{x \cdot x}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{x})^2} =$

$= \dfrac{a^2 - x\sqrt{ax} + a\sqrt{ax} - x^2}{a - x} = \dfrac{a^2 - x^2}{a - x} + \dfrac{a\sqrt{ax} - x\sqrt{ax}}{a - x} = \dfrac{\cancel{(a-x)}(a+x)}{\cancel{a-x}} + \dfrac{\sqrt{ax}\cancel{(a-x)}}{\cancel{a-x}}$

$= a + x + \sqrt{ax}$

2) $\left(a^{0,5} + (ax)^{0,25} + x^{0,5}\right)\left(a^{0,5} - (ax)^{0,25} + x^{0,5}\right) = \left(\sqrt{a} + \sqrt[4]{ax} + \sqrt{x}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt[4]{ax} + \sqrt{x}\right) =$

$= \left(\sqrt{a} + \sqrt{x}\right)^2 - \sqrt{ax} = a + 2\sqrt{ax} + x - \sqrt{ax} = a + \sqrt{ax} + x$

3) $\dfrac{a^{\frac{4}{3}}x + ax^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{x}} = \dfrac{\sqrt[3]{a^4}\,x + a\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{x}} = \dfrac{ax\sqrt[3]{a} + ax\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{x}} = \dfrac{ax\left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{x}\right)}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{x}} = ax$

4) $\dfrac{y - 16y^{0,5}}{5y^{0,5} + 20} = \dfrac{y - 16\sqrt{y}}{5\sqrt{y} + 20}$

B. 1) $\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} : \frac{1}{x^2-\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}+1)(x^2-\sqrt{x})}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} =$

$= \frac{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}(x\sqrt{x}-1)}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)\cancel{(x+\sqrt{x}+1)}}{\cancel{x+\sqrt{x}+1}} =$

$= (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) = x-1$

2) $\frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-3x^{-\frac{1}{3}}} + \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}}-x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} - \frac{2}{x-1} =$

$= \frac{2}{\left(x^{\frac{2}{3}}-3\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}\right)x^{\frac{1}{3}}} + \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}(x-1)} - \frac{x+1}{x^2-x-3x+3} - \frac{2}{x-1} =$

$\frac{2}{\left(x^{\frac{3}{3}}-\cancel{\frac{3}{x^{\frac{1}{3}}}}\right)\cancel{x^{\frac{1}{3}}}} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x(x-1)-3(x-1)} - \frac{2}{x-1} = \frac{2}{x-3} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{(x-1)(x-3)} -$

$- \frac{2}{x-1} = \frac{2(x-1)+x-3-(x+1)-2(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{\cancel{2x}-2+\cancel{x}-3-\cancel{x}-1-\cancel{2x}+6}{(x-1)(x-3)} =$

$= \frac{-2-3-1+6}{(x-1)(x-3)} = \frac{0}{(x-1)(x-3)} = 0$

3) $\frac{x-1}{x+x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+1}{x^{1,5}-1} + \frac{2}{x^{-0,5}} = \frac{x-1}{x+x^{\frac{1}{2}}+1} : \frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x^{\frac{3}{2}}-1} + \frac{2}{x^{-\frac{1}{2}}} =$

$= \frac{x-1}{x+x^{\frac{1}{2}}+1} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}-1}{x^{\frac{1}{2}}+1} + 2x^{\frac{1}{2}} = \frac{(x-1)(x^{\frac{3}{2}}-1)}{(x+x^{\frac{1}{2}}+1)(x^{\frac{1}{2}}+1)} + 2\sqrt{x} =$

$\sqrt{x^5}$ $\sqrt{x^3}$

$= \frac{x^{\frac{5}{2}}-x-x^{\frac{3}{2}}+1}{(x+\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)} + 2\sqrt{x} = \frac{x^2\sqrt{x}-x-x\sqrt{x}+1}{(x+\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)} + 2\sqrt{x} =$

$= \frac{x(x\sqrt{x}-1)-(x\sqrt{x}-1)}{(x+\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)} + 2\sqrt{x} = \frac{(x\sqrt{x}-1)(x-1)}{(x+\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)} + 2\sqrt{x} =$

$= \frac{(\sqrt{x}-1)\cancel{(x+\sqrt{x}+1)}(\sqrt{x}-1)\cancel{(\sqrt{x}+1)}}{\cancel{(x+\sqrt{x}+1)}\cancel{(\sqrt{x}+1)}} + 2\sqrt{x} = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)+2\sqrt{x} =$

$= x-\cancel{2\sqrt{x}}+1+\cancel{2\sqrt{x}} = x-1$

$$4)\ \left(\frac{a\cdot a^{0,5}+x\cdot x^{0,5}}{a^{0,5}+x^{0,5}}-(ax)^{0,5}\right)\left(\frac{a^{0,5}+x^{0,5}}{a-x}\right)^2=$$

$$=\left(\frac{a^{1,5}+x^{1,5}}{a^{\frac12}+x^{\frac12}}-(ax)^{\frac12}\right)\left(\frac{a^{\frac12}+x^{\frac12}}{a-x}\right)^2=\left(\frac{a^{\frac32}+x^{\frac32}}{a^{\frac12}+x^{\frac12}}-a^{\frac12}x^{\frac12}\right)\left(\frac{a^{\frac12}+x^{\frac12}}{a-x}\right)^2=$$

$$=\frac{a^{\frac32}+x^{\frac32}-a^{\frac12}x^{\frac12}\left(a^{\frac12}+x^{\frac12}\right)}{a^{\frac12}+x^{\frac12}}\cdot\frac{a^{\frac12}+x^{\frac12}}{a-x}=\left(a^{\frac32}+x^{\frac32}-ax^{\frac12}-a^{\frac12}x\right)\cdot\frac{1}{a-x}=$$

$$=\left(a^{\frac12}(a-x)-x^{\frac12}(-x+a)\right)\frac{1}{a-x}=(a-x)\left(a^{\frac12}-x^{\frac12}\right)\frac{1}{a-x}=a^{\frac12}-x^{\frac12}=\sqrt{a}-\sqrt{x}$$

$$5)\ \left(\frac{|x-1|}{x}+x|x-1|+2-\frac{2}{x}\right):\left(x-2+x^{-1}\right)^{0,5}=\left(\frac{|x-1|-2}{x}+x|x-1|+2\right)\frac{1}{\left(x-2+x^{-1}\right)^{\frac12}}$$

$$=\frac{|x-1|-2+x^2|x-1|+2x}{x}\cdot\frac{1}{\left(x-2+\frac{1}{x}\right)^{\frac12}}=\frac{|x-1|-2+x^2|x-1|+2x}{x}\cdot\frac{1}{\frac{(x^2-2x+1)^{\frac12}}{x^{\frac12}}}=$$

$$=\frac{|x-1|-2+x^2|x-1|+2x}{x}\cdot\frac{x^{\frac12}}{(x^2-2x+1)^{\frac12}}=\frac{|x-1|-2+x^2|x-1|+2x}{x^{\frac12}(x^2-2x+1)^{\frac12}}=$$

$$=\frac{|x-1|-2+x^2|x-1|+2x}{(x^3-2x^2+x)^{\frac12}}$$