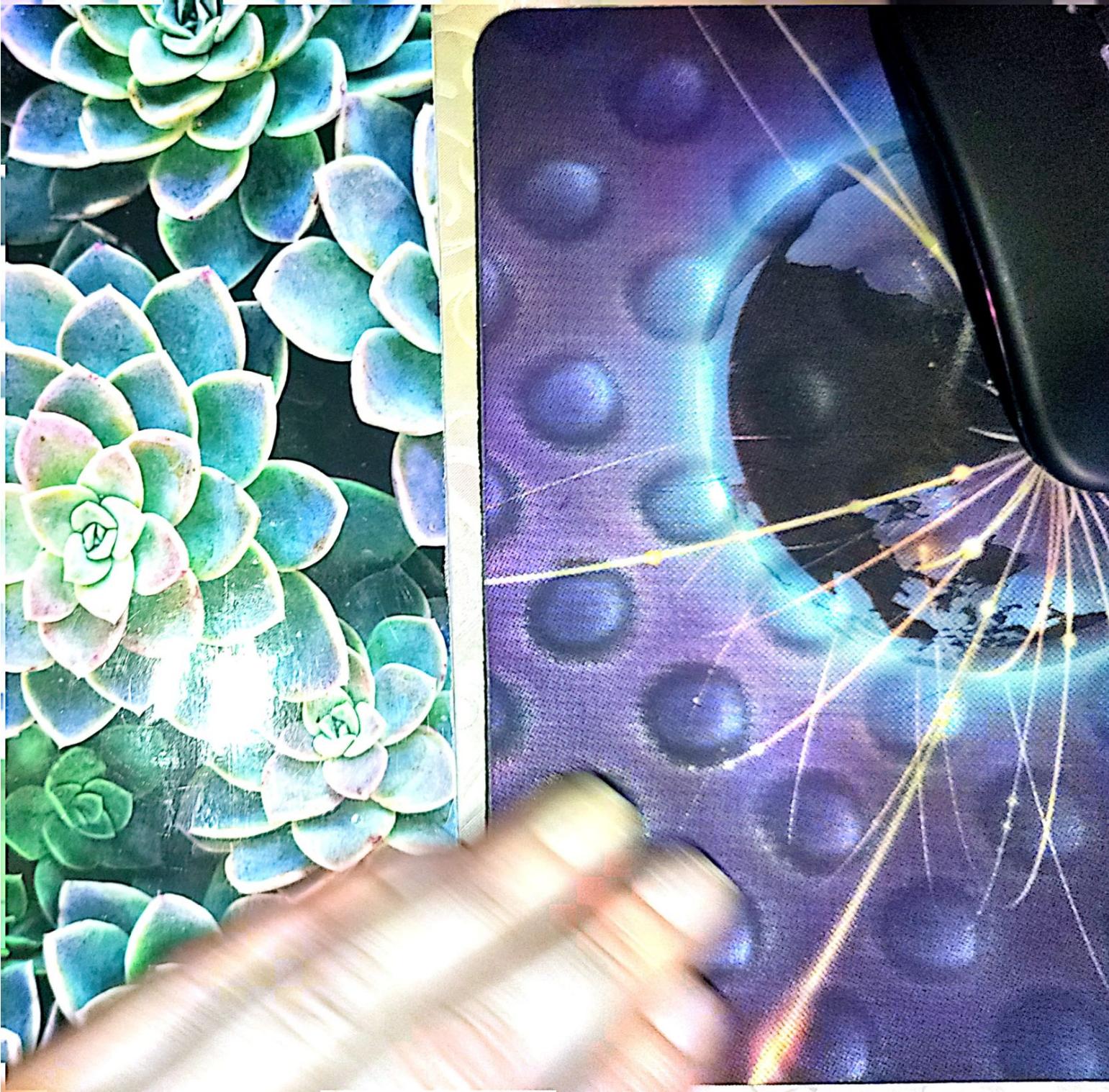


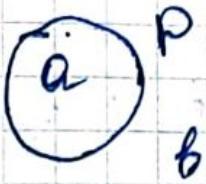
Сканировано с CamScanner



Сканировано с CamScanner

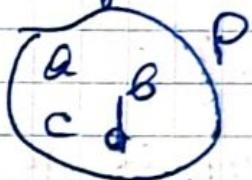
## Многоточие

$a \in P$  - "элемент  $a$  принадлежит множеству  $P$ "



$b \notin P$  - "элемент  $b$  не принадлежит множеству  $P$ "

$$P = \{a, b, c, d\}$$



$\wedge$  - конъюнкция = И = Истина = ;

$\vee$  - дизъюнкция = Или

! = ;

$$P = \{x \mid 0 \leq x \leq 9, x \text{-целое}\}$$

$$P = \{x : 0^{\underline{1}} \leq x \leq 9 \wedge x \text{-целое}\}$$

$\{a, b, c\} = \{c, a, b\}$  - равносимен  $\Leftrightarrow$  т.к.  
сост. из одних  $\rightarrow$  и-б.

Порядок не имеет знач-я!

$$P = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\} \neq Q = \{\sqrt{1}, \sqrt{16}, \sqrt{81}, \sqrt{256}\}$$

т.к. не совп. со способом представления эл-в.

Кардинальное число = множества.

- К-во эл-в, ком-е сог-т. либо.

$$P = \{a, b, c\}$$

$$|P| = |\{a, b, c\}| = 3 \text{ - кардинальное число}$$

$$|B| = |\{a, x, z\}| = 3$$

$$|D| = |\{y, w, m\}| = 3$$

$B = D$  - мн-во  $B \neq D$  - несравненное,

$$P = \{1, 1, 2, 2\}$$

$$|P| = 2 \text{ - к.к. к-во неповторных эл-в} = 2$$

$$\{x \mid 0 \leq x \leq 1\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

... мн-во, состоящее из 0, 1, 2, ...

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = \{n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

... мн-во, состоящее из 0, 1, 2, ...

Итак, это то, что

$\emptyset$  - не сущ-е и не однозначно!

$\emptyset$  - это единственный (единственный) пустой множества

множество и единственный пустой множества.

$\emptyset$  - единственное пустое множество. Т.е.  $|\emptyset| = 0$

$\emptyset = \emptyset =$  пустое множество (само по себе)

- являющееся пустым самим по себе и

имеющим единственный пустой множества.

Обозначение пуст. множ.:  $\emptyset; \emptyset; \{\}; \Lambda; 0$

Свойства  $\emptyset$ :

1)  $\forall a (\emptyset \notin \emptyset)$  и, в частности,  $\emptyset \in \emptyset$ : Ни одно эл-во не

является пустым.

2)  $\forall a (\emptyset \subseteq a)$  и, в частности,  $\emptyset \subseteq \emptyset$ :  $\emptyset$  является подмножеством

3)  $\forall a (\emptyset \cup a = a)$  и  $\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$ : Объединение пустого множества с любым эл-вом = пустое множество.

4)  $\forall a (a \cap \emptyset = \emptyset)$ : Пересечение пустого множества с любым эл-вом = пустое множество.

5)  $\forall a (a \setminus \emptyset = a)$ . Или  $\emptyset \setminus \emptyset = \emptyset$ : Удаление пустого множества из любого множества

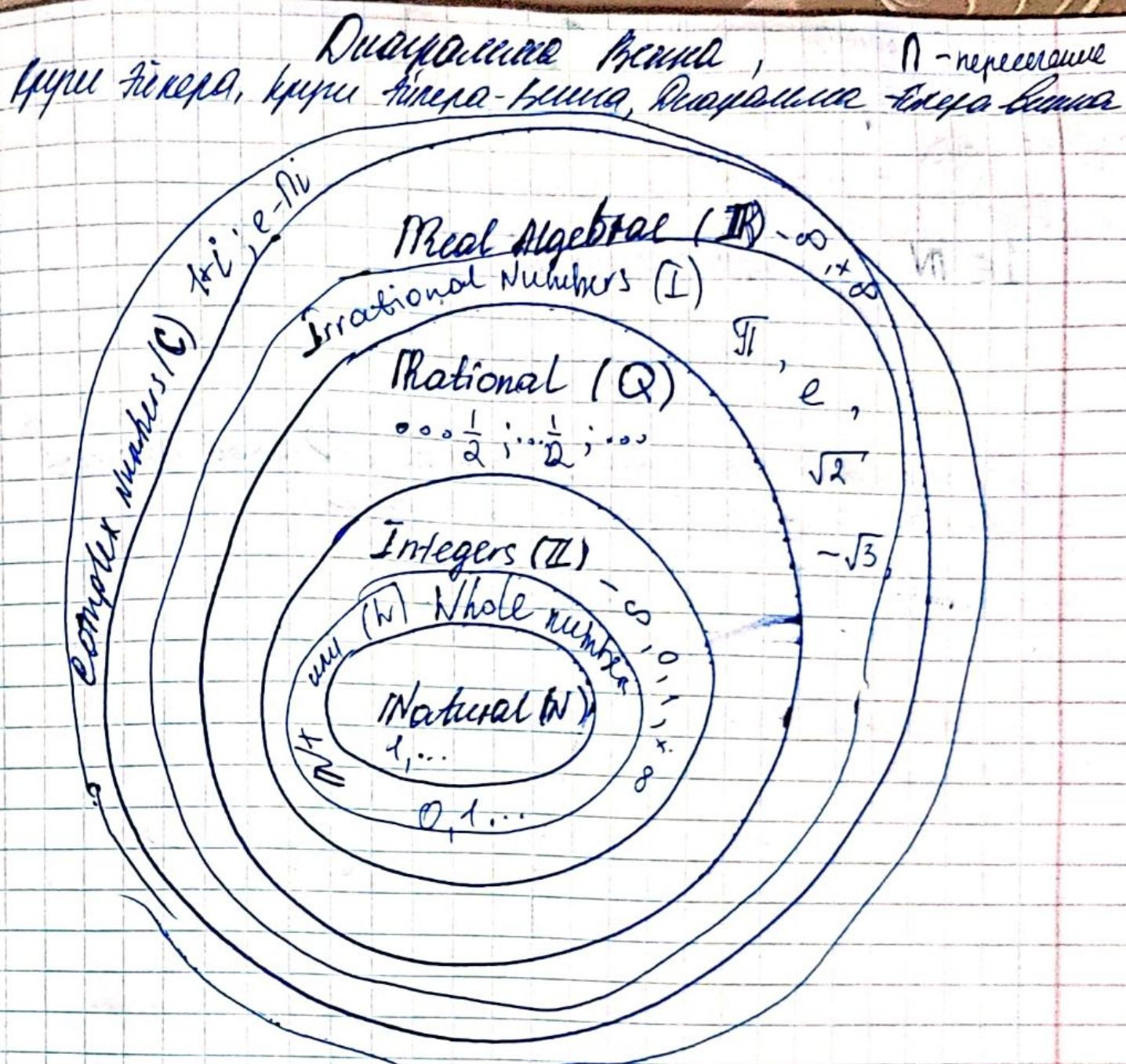
6)  $\forall a (\emptyset \setminus a = \emptyset)$  Или  $\emptyset \setminus \emptyset = \emptyset$ : Удаление пустого множества из пустого множества

7)  $\forall a (\emptyset \Delta a = a \wedge a \Delta \emptyset = a)$ , Или  $\emptyset \Delta \emptyset = \emptyset$ :

симметрическая разность  $\emptyset$  с любым множеством = пустое множество

8)  $\forall a (\emptyset \times a = \emptyset \wedge a \times \emptyset = \emptyset)$  Или  $\emptyset \times \emptyset = \emptyset$

Результатом умножения  $\emptyset$  на любое множ. =  $\emptyset$



$$N = \{1, 2, \dots, +\infty\}; W = \{0, 1, \dots\}; Z = \{-\infty; +\infty\}$$

Integer ( $\mathbb{Z}$ ) - целые  $\in (-\infty; +\infty)$

~~целые~~ - геометрическое представление

Rational numbers ( $\mathbb{Q}$ ) =  $\{\dots, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots\}$  - дроби

Irrational numbers ( $\mathbb{I}$ ) =  $\{\dots, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, e, \pi, \dots\}$  - иррациональные

Real numbers ( $\mathbb{R}$ ) - числа с точностью до десятичных знаков

Complex numbers ( $C$ ) =  $\{1+i; e^{-\pi i}\}$

нан. в  $\mathbb{N}$  ~~доказать~~  
аналогично  $- N \subset W/N^+$ ) "  $N$ " входит в  $"W"$

т.е. на  $N$  доказано

$\bigcap_{n=1}^{\infty} N^n = \emptyset$  - члены, которые записаны  
 $1 \in N$  - 1<sup>st</sup> принадлежит  $N^1$

множество - это собор булыжек (множество, у которых в массе, но, не сидят)

Бесконечное - бесконечное множество /  $\mathbb{C}$  - множество

Симметричное  
число/функция

$$1 \frac{1}{2}$$

нурчи

Обобщенное

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{6}, \frac{6}{3}$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \text{правильн.} \\ \text{др.} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \text{неправильн.} \\ \text{др.} \end{matrix}$$

Редукция

$$1,28$$

$$3:4 = 0,75 - \text{коэф.} = \text{нормированная др.}$$

Бесконечная

$$1:3 = 0,33 - \text{нормированная}$$

$$0,63 - 0 \text{ чеки, } 63 \text{ в периоде}$$



- отрезок



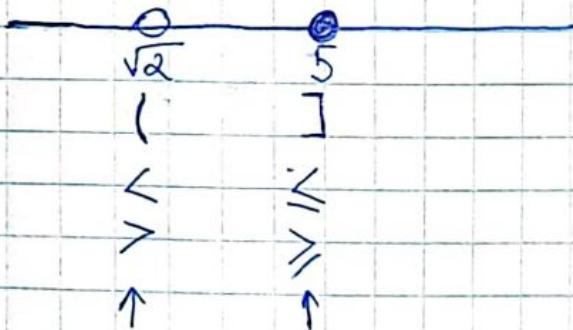
- промежуток



- луч

0 - это нулевой

номер и соответствует



[ ) - полуинтервал

[ ] - отрезок

( ) - интервал

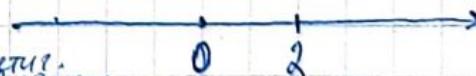
Сирое  
включение

Нестроеное  
включение

Модуль числа: - абсолютная величина ; - это расстояние

$$|-4| = 4 - \text{абсолютн. расстояние}$$

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$



Модуль - это расстояние

каждой точки. Всегда одинаково

Приведем систему ур-ий к виду линейн.

$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ x - 6y = 0 \end{array} \right.$  Since = numbers are balanced.  
separate equations.  
-coefficients.

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}$   $\leftarrow$  a linear system in matrix

Augmented

$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & -6 & 0 \end{bmatrix}$  - augmented matrix

$\begin{bmatrix} 3 & 2 & | 7 \\ 1 & -6 & | 0 \end{bmatrix}$

$-2x + y - t = 7$

$-x - y + 2 + 4t = 0$

$\begin{bmatrix} -2 & 1 & | & 0 \\ -1 & -1 & | & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{I}, \text{II} \rightarrow \text{I} - 2 \cdot \text{II}, \text{III}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & | & 7 \\ 1 & 4 & | & 0 \end{bmatrix}$  т.к.  $60 \bar{1} - \bar{1} \bar{2} - \bar{1} \bar{1}$ , но  
 $\bar{1} \bar{1} - \bar{1} \bar{0}$  не сущест.

Linking up the variables.

Ex:

$$2x + 3y - z = 11$$

$$7y = 6 - x - 4z$$

$$-8z + 3 = y$$

Приводим к одному порядку ур-я.

уравнение  
одинак.

уравнение  
одинак. порядок

$$\underbrace{\text{зависящее}}_{\text{перв.}} \quad \underbrace{\text{перв.}}_{\text{втор.}} \quad \underbrace{\text{втор.}}$$
$$2x + 3y - z = 11$$

$$\cancel{x + 4z - 6} = -7y$$

$$\cancel{-8z + 3} = y$$

$$x + 4z + 7y = 6$$

$$-8z - y = -3$$

$$2x + 3y - z = 11$$

$$x + 7y + 4z = 6$$

$$-y - 8z = -3$$

0 - заполняющие 2 значения  
filler

$$2x + 3y - z = 11$$

$$x + 7y + 4z = 6$$

$$0x + 0y - 8z = -3$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & | & 1 \\ 1 & 7 & 4 & | & 6 \\ 0 & 0 & -8 & | & -3 \end{bmatrix}$$

Simple row operations.

Row operations to simplify matrices:

1. switch rows in the matrix
2. multiply (or divide)

1) switching two rows - Перемещение строк между собой

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & -6 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -6 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

все-но менять строки местами.

$$\begin{array}{l} 1 \begin{bmatrix} 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad R_2 \rightarrow R_3 \\ 2 \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \\ 3 \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Матрица - это представление системы линейных уравнений. (и-то второго)

Multiplying a row by a constant  $\lambda$ .  
 $2R_1 \rightarrow R_1$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & -6 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{---}} \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 & 2 \cdot 2 & 1 \cdot 2 \cdot 7 \\ 1 & -6 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{---}} \begin{bmatrix} 6 & 4 & 14 \\ 1 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

Строка 6 матрице - это разн. -е упр-е.

$$6x + 4y = 14$$

$$x - 6y = 0$$

Let's divide by 2 of the equation

$$3x + 2y = 7$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 & 14 \\ 1 & -6 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{---}} \begin{bmatrix} 6 \cdot \frac{1}{2} & 4 \cdot \frac{1}{2} & 14 \cdot \frac{1}{2} \\ 1 & -6 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{---}} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_1 + 4R_3 \rightleftharpoons R_1$$

2 3

## Pivot entries

Pivot entries - единичные элементы в строке

"leading entry" = pivot - 1-й элемент  
единичный в каждой строке.

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 0 & 17 \\ 0 & 2 & 5 & 10 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{array} \right]$$

Pivots: 4, 2, -3

0-му отбрасываем - и  
начинаем с чистого!

## Row-echelon forms

- A matrix is in row-echelon form (ref) if:

# Vectors

## Представление вектора.

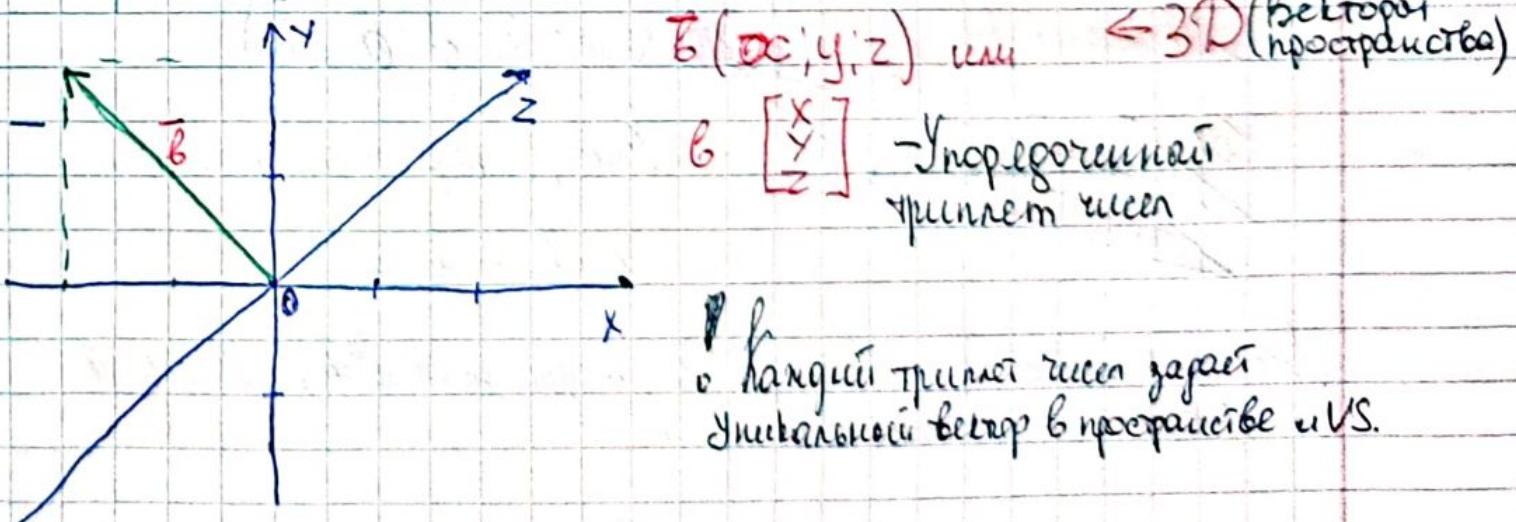
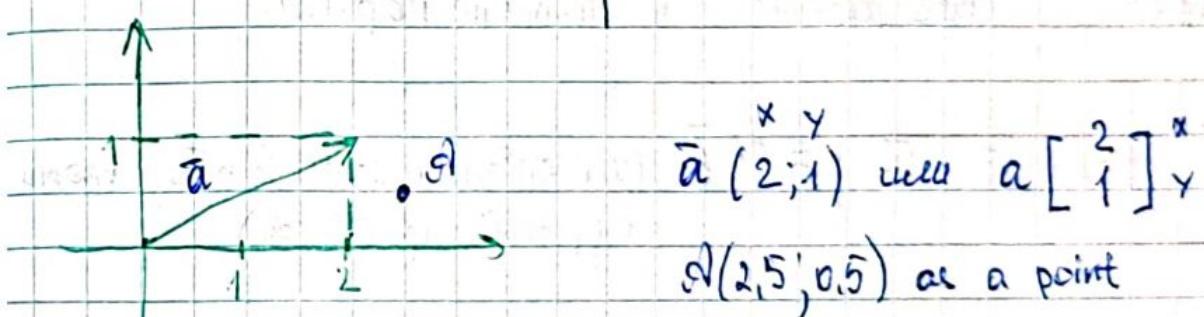
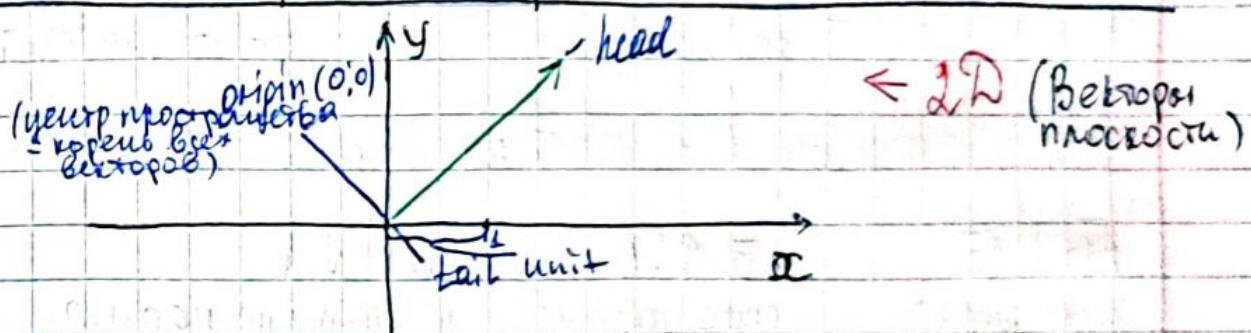
|           |                    |  |
|-----------|--------------------|--|
|           | - свободный вектор | $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ |
| (physics) | матем.             | computer science (CS)                  |

свободный вектор. Видите  
уб-ра есть длина, направл.  
может передвиг-ся в  
пространстві как угодно.  
Пример в-ра:  $\vec{AB}$ ;  $\vec{BD}$

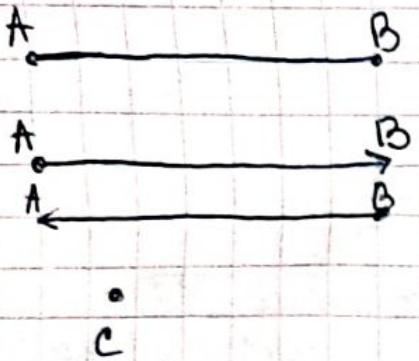
б-р чи то то. б-р. это можно в оцелу разен.  
или разній. Давно да..

надіє слоги

1)  $\vec{U} + \vec{W}$   
2)  $2\vec{V}$



Обозначение:



$\overline{AB}$  - отрезок

$\overrightarrow{AB}$  - вектор.

или  $\overrightarrow{AB}$

$\overleftarrow{BA}$  - вектор

или  $\overleftarrow{BA}$  или  $\overleftarrow{B\bar{A}}$

$|\overline{AB}|$

$||\overrightarrow{AB}||$

$|\overleftarrow{BA}|$

-точка С или  $\bar{O}$  - конечный вектор:

1) tail = head (обрат.)

2) направл. не определено!

3)  $|\bar{O}| = 0$

Свободный вектор - мн.-бо сопаралельных отрезков равной длины.

Вектор равнинный - движущийся стоящий вт. плоскости Т-ки курс-ва.

Компланарные вектора - лежат на 1 плоск. или на ||-х плоскх!

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

компланарн.

$\overline{a} \uparrow \uparrow \overline{b}$

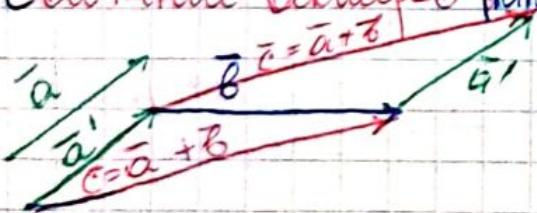
сопаралл.

$\overline{a} \uparrow \downarrow \overline{b}$

противопол. нар-ни.

$\overline{a} = \overline{b}$  если  $|\overline{a}| = |\overline{b}|$ ;  $\overline{a} \parallel \overline{b}$  (т.к.  $\overline{a}$  и  $\overline{b}$  лежат на 1 плоск., отлич. в гг. тоже пласк-ва)

Сложение векторов (linear combination of  $\overline{a}$  &  $\overline{b}$ )



Векторы перестановки!

$$\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} + \overline{a}$$

Линейная обработка (Span) векторов  $\overline{a}$  &  $\overline{b}$  это набор ~~из~~ линейных комбинаций векторов  $\overline{a}$  &  $\overline{b}$ . (set of linear combinations).

$B = |\bar{a}| \cdot |\sqrt{t}|$  (если  $t \geq 0$ ,  $\bar{a} \uparrow \uparrow \bar{B}$ )  
 $t < 0$ ,  $\bar{a} \uparrow \downarrow \bar{B}$

$$\begin{array}{c} \bar{a} \\ \longrightarrow \end{array}$$

$$\bar{B} = 2\bar{a}$$

$$d = -2\bar{a}$$

$|t| = |2| (> 0) \Rightarrow |\bar{a}| \text{ для } B$

$$\longrightarrow \longleftarrow$$

$$\bar{c} = \frac{1}{2}\bar{a}$$

$$e = -\frac{1}{2}\bar{a}$$

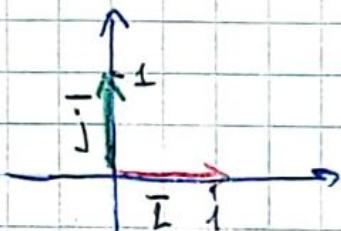
$|\eta| = \left| \pm \frac{1}{2} \right| (< 0) \Rightarrow |\bar{a}| \text{ уменьш.}$

$B \text{ в } p.$

$$g \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

I **Линейно выражите вектор = выражите в виде произведения константы ( $\lambda$ )**

$\bar{e} = \sqrt{3}\bar{a}$  - Всегда линейно выражение в виде вектора  $\bar{a}$



$i$  и  $j$  - ортогональны ( $i \perp j$ )

- орты

- координатные векторы

- базис (на плоскости)

- создают координатную сетку

-  $|i| = |j| = 1$

$(i; j)$  - неподвижное базиса страго (ox;oy)

IV)

Любой вектор можно разложить по базису  $(i; j)$ .  $v_1, v_2$  - координаты вектора в базисе  $(i; j)$

$\bar{b} = 2\bar{i}$  - умножение вектора на число

$\bar{c} = -5\bar{i}$  - умножение вектора на число

$\bar{b} = 2\bar{i}$  - единичный вектор с базисом  $\bar{i}$

$\bar{c} = -5\bar{i}$  - противоположный вектор к  $\bar{i}$

Разложение в орт-ной форме (под базису)

$$\boxed{V = v_1 \cdot \bar{i} + v_2 \cdot \bar{j}}$$

$$\bar{i} = 1 \cdot \bar{i} + 0 \cdot \bar{j} \Rightarrow \bar{i} (1; 0)$$

$$\bar{j} = 0 \cdot \bar{i} + 1 \cdot \bar{j} \Rightarrow \bar{j} (0; 1)$$

$i$  и  $j$  are the basis vectors of the xy coordinate system.

Ортонормированной базис  $(\bar{i}; \bar{j}; \bar{k}) \{ \bar{i}(1;0); \bar{j}(0;1;0); \bar{k}(0;0;1) \}$

$$\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k} \Leftrightarrow \bar{a}(2;3;4) \Leftrightarrow \bar{a} = (2;3;4)$$

$$\bar{b} = -\bar{i} + 3\bar{k} \Leftrightarrow \bar{b} = -1\cdot\bar{i} + 0\cdot\bar{j} + 3\bar{k} \Leftrightarrow \bar{b}(-1;0;3)$$

$$\bar{d} = 3\bar{k} \Leftrightarrow \bar{d} = 0\cdot\bar{i} + \bar{j}\cdot0 + 3\bar{k} \Leftrightarrow \bar{d} (0;0;3)$$

Задача 2.

$$1) A(-4; 5) \cup B(1; -3)$$

$$AB(1 - (-4); (-3 - 5)) =$$

$$\text{на} (-4 - 1; 5 - (-3))$$

$$2) A(2; 0); B(-7; 1) \cup C(4; 1)$$

$$\overline{AB} = (-9; 1)$$

$$\overline{AC} = (2; 1)$$

$$\overline{BC} = (11; 0)$$

$$3) F(-2; -1; 0) \cup E(0; -1; 2)$$

$$\overline{FE} = (2; 0; -2) ; EF = (-2; 0; 2)$$

$$4) A_1(10, 5, -4); A_2(-8, 6, 3) A_3(1, 1, -1) A_4(0, 0, 1)$$

$$\overline{A_1 A_2} = (-18; 1; 7)$$

$$\overline{A_1 A_3} = (-9; -4; 3)$$

$$\overline{A_1 A_4} = (-10; -5; 5)$$

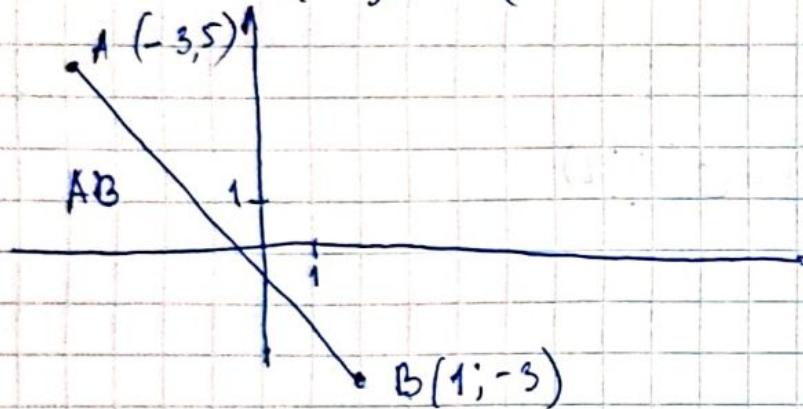
Доказательство

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Пример 1:

$$A(-3; 5) \text{ и } B(1; -3)$$

$$|AB| = \sqrt{(1 - (-3))^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$



Пример 4:

$$A(2; 3; -1) \text{ и } B(-5, 3; 0)$$

$$|AB| = \sqrt{(-5 - 2)^2 + (3 - 3)^2 + (0 - (-1))^2} = \sqrt{7^2 + 0 + 1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

## Прямоугольник

$$\bar{V}(V_1; V_2) \Rightarrow |\bar{V}| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

$$\bar{V}(V_1; V_2; V_3) \Rightarrow |\bar{V}| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}$$

•  $A(-3; 5); B(1; -3)$  -  $|\bar{AB}|$  - ?

$$AB = (1 - (-3); -3 - 5) = (4; -8)$$

$$|\bar{AB}| = \sqrt{4^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 2} = 4\sqrt{5} \text{ ед.} \approx 8,94 \text{ ед.}$$

$$|AB| = |\bar{AB}| = |\bar{BA}|$$

## Пример 6:

•  $|\bar{BA}|^2$ , где  $A(0; 2; 5)$  и  $B(-4; 4; 15)$

$$\bar{BA} = (4; -5; -10) =$$

$$|\bar{BA}| = \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-10)^2} = \sqrt{16 + 25 + 100} = \sqrt{141}$$

•  $\bar{a}(-2; 6), \bar{b}(-4\sqrt{2}; 2; 0); \bar{c} = 4\bar{i} + \sqrt{2}\bar{j}$  и  $\bar{d} = 4\bar{j} - 3\bar{k}$

Найти:  $|\bar{a}|, |\bar{b}|, |\bar{c}|, |\bar{d}|$

$$|\bar{a}| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$|\bar{b}| = \sqrt{(-4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{16 \cdot 2 + 4} = \sqrt{36} = 6$$

$$\bar{c} = (4; \sqrt{2}) \Rightarrow |\bar{c}| = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 + 2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\bar{d} = (0; -3) \Rightarrow |\bar{d}| = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Доказательство сложения векторов

$$\bar{V} = (V_1; V_2) \quad \bar{W} = (W_1; W_2); \quad \bar{S} = (S_1; S_2)$$

$$\bar{V} + \bar{W} + \bar{S} = (V_1 + W_1 + S_1; V_2 + W_2 + S_2)$$

Доказательство умножения векторов

$$\bar{v} (V_1, V_2) \text{ и } \lambda \Rightarrow \lambda \bar{v} = (\lambda V_1; \lambda V_2)$$

Пример 4

$$\bar{a}(1; -2); \bar{b}(2; 3); \text{ Наимн: } 2\bar{a}; \bar{a} + \bar{b}, \bar{a} - \bar{b}$$

$$2\bar{a} = 2(-1; -4)$$

$$\bar{a} + \bar{b} = (3; 1) ; \bar{a} - \bar{b} = (-1; -5)$$

Пример 8.

$$\bar{a}(0; 4; -7), \bar{b}(-7; -9; 1) \text{ Найти}$$

$$3\bar{a} - 2\bar{b} = (0 - 14; 12 - (-18); -21 - 2) = (-14; 30; -23)$$

$$-\bar{a} + 4\bar{b} = (0 \cdot (-1) + 4 \cdot (-4); -4 + (-9) \cdot 4; 7 + 1 \cdot 4) = (28; -40; 11)$$

Пример 9

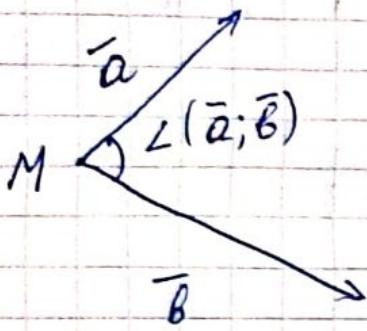
$$\bar{a}(1; -2); \bar{b}(2; 0); \bar{c}(-4; 2)$$

$$3\bar{a} - 5\bar{b} + \frac{1}{2}\bar{c} = (3 - 10 + \frac{1}{2}(-4)); ((-2) \cdot 3 - 5 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 2) = (-9; -5)$$

$$-2(\bar{a} - 2\bar{c}) + 4\bar{b} = (18 + 8; 12 + 0) = (10; 12)$$

$$-2\bar{a} - 2\bar{c} = (1 - 8; -2 - (-4)) = (-9; -6) \Rightarrow -2\bar{a} = (-18; -12)$$

самиими чиудожим.



Градиент между векторами  
 $\angle(\vec{a}, \vec{b})$  от  $0^\circ$  до  $180^\circ$   
( $0 \text{ до } \pi$ )

$0^\circ \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$  или  $0 \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq \pi$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

Специальное  
изложение  
 $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Пример 1:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} - ?$$

$$|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 5; \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 5 \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } \vec{a} \cdot \vec{b} = 5\sqrt{3}$$

Пример 2:  $\vec{c} \cdot \vec{d} - ?$

$$|\vec{c}| = 3; |\vec{d}| = \sqrt{2}; \angle(\vec{c}, \vec{d}) = 135^\circ$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \frac{3\pi}{2} = 3 \cdot \sqrt{2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -3$$

## Операторы векторов (vectors vs Points)

Операторы на единицах, вектора представляют группу  
из конечных векторов например векторы представляют  
некоторое множество векторов. A single vector imagine as an arrow. A set of  
vectors imagine as points. График векторов например - это деко-  
нечная плоскость 2D проекционного, то если вектора направлены в одну сторону,  
их график - линия!

linear transformations  
functions  $f(x)$

|  |        |   |
|--|--------|---|
| $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ | $L(v)$ | $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ |
| Vector                                 |        | Vector                                  |
| Input                                  |        | Output                                  |

# Решение линейных уравнений.

$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$  — линейно-алгебраическая ур.

$0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + \dots + 0 \cdot x_n = 0$  — тривиальное лин. е. ур.  
(решение: произволь. вектор из  $n$ )

+ л. л. н.-модел

Система линейных ур-ий (СЛАУ):

$\begin{matrix} \text{составляющая} \\ \text{1-я} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{1-я ур-} \\ \text{базовая} = \text{1-я переменной} \end{matrix}$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad \begin{matrix} \text{свободный член.} \\ \text{1-й} \end{matrix}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

корни

$X = (x_1; x_2; \dots; x_n)$  — алгебра. запись решения СЛАУ

СЛАУ

Совместная  
(есть решение)  
(хотят одно)

однородная  
(всё свободные  
члены = 0)  
 $b_1 = b_2 = b_n = 0$ .

Несовместная  
(нет решений)

$$0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + \dots + 0 \cdot x_n = b \neq 0$$

неоднородная

(своб.-е члены ≠ 0)  
 $b_1 = b_2 = b_n \neq 0$

→ привильные

длительное СЛАУ  
2-с-ми, которые имеют  
один и то же либо реш-й

ногривильные

Преобразование ГАУССА ОЛАУ (без использования квадратных корней):

- 1) \* одно из ур-й не число  $\neq 0$
  - 2) перестановка ( $2 \times$  ур.
  - 3) замена 1-го ур-я на сумму ур-я с другими.
  - 4) + или - тригонометрическое ур-е.

## Kauai Creckan Cray:

стимулирующая зарядка стимул упр-кций.

# Пример 4.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases} \quad | + -2$$

$$2x - 5y = -1$$

$$\begin{cases} -2x - 6y = -10 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0x - 11y = -11 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

$$y = 1$$

$$2x - 5 \cdot 1 = -1$$

$$2x = -1 + 5$$

$$x = 2$$

$$1 + 3 \cdot 1 = 5$$

$$x = 5 - 3 = 2$$

$$2x - 5y = -1$$

$$2x = -1 + 5$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$