Projet Crowdsourcing

CÔME, SENE

Présentation de projet de Master 2

3 Janvier 2023

STATISTIQUE
SCIENCE DES DONNÉES
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Introduction

Contexte

- Utilisation de l'Algorithme EM pour connaitre le vrai label d'une image donnée ou déterminer la véritable pathologie d'un patient.
- Type de données : 60000 images 32×32 séparées en 10 classes
- Problématique : La labélisation d'une image donnée ou le diagnostic d'un patient.
- Approche classique : affichage de la matrice de confusion à l'aide de l'algorithme EM.

Notations

Notations

On note $\forall i \in \{1, 2, \ldots, I\}$, $\forall j, l \in \{1, 2, \ldots, J\}$,
$\forall k \in \{1, 2, \ldots, K\}$:

- π_{lj}^{k} : la probabilité que le médecin k donne la réponse j sachant que la vraie réponse est l.
- T_{ij} : une variable de réponse associée au patient i définie par $T_{iq} = 1$ si q est la vraie réponse et $T_{iq} = 0$ si $j \neq q$.
- p_j : la prévalence de la classe j ou la fréquence empirique.

STATISTIQUE
SCIENCE DES DONNÉES
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Cas 1

1 medecin 1 patient

Soit X à valeur dans $\{1, 2, \ldots, M\}$, une variable aléatoire indiquant la maladie du patient.
Soit Y à valeur dans $\{1, 2, \ldots, J\}$, une variable aléatoire correspondant à la maladie du patient indiquée par le médecin.

$$Y|X = x \sim \textit{Multinomiale}\left[(\pi_{xl}^{Y})_l, n\right], \textit{avec } \; l \in \{1, 2, \ldots, J\}.$$

Cas 1

1 médecin 1 patient

Sa fonction de masse est donnée par :

$$\mathbb{P}\left(n_{i1}^k, \ldots, n_{iJ}^k\right) = \frac{\left[\sum_{j=1}^J n_{ij}^k\right]!}{\prod_{j=1}^J n_{ij}^k!} \prod_{j=1}^J \left(\pi_{lj}^k\right)^{{n_{ij}}^k} \propto \prod_{j=1}^J \left(\pi_{lj}^k\right)^{{n_{ij}}^k}.$$

Ainsi la vraisemblance est :

$$\propto \prod_{j=1}^J \left(\pi_{lj}^k\right)^{{n_{ij}}^k}$$

Cas 2

K medecins et I patients

Soit $X = (X_1, \ldots, X_I)$ le vecteur aléatoire indiquant la maladie des I patients.
Soit $Y = (Y_1, \ldots, Y_K)$ le vecteur aléatoire indiquant la maladie des K patients.
Si le médecin répond une fois à la question du patient, on a :

$$Y_i^k | X_i = x_i \sim \textit{Multinomiale}\left[(\pi_{x_i j}^k), 1\right],$$

avec $j \in \{1, 2, \ldots, J\}$ *et* $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$

Cas 2

K medecins et I patients

Étant donné que les (Y_i^k) sont indépendants
$\forall\ k \in \{1, 2, \ldots, K\}\ \ et\ \ i \in \{1, 2, \ldots, I\}$, Donc :

$$\mathbb{P}\left(n_{i1}^k, \ldots, n_{iJ}^k\right) = \frac{\left[\sum_{j=1}^J n_{ij}^k\right]!}{\prod_{j=1}^J n_{ij}^k!} \prod_{j=1}^J \left(\pi_{x_i j}^k\right)^{n_{ij}{}^k} \propto \prod_{k=1}^K \prod_{j=1}^J \left(\pi_{x_i j}^k\right)^{n_{ij}{}^k}.$$

Par conséquent la vraisemblance est :

$$\propto \prod_{k=1}^K \prod_{j=1}^J \left(\pi_{x_i j}^k\right)^{n_{ij}{}^k}$$

Cas 2

Toutes les données

Si on se base sur toutes les données c'est-à-dire les réponses de tous les médecins et les questions de tous les patients, on a :

$$\mathbb{P}\left((\cap\cap Y_i^k)|\cap(X_i = x_i)\right)\mathbb{P}\left(\cap(X_i = x_i)\right)$$

$$=$$

$$\mathbb{P}\left((\cap\cap Y_i^k)\cap(\cap(X_i = x_i))\right).$$

Par indépendance des (Y_i^k) et (X_i),

Cas 2

Toutes les données

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\left((\cap\cap Y_i^k)\cap(\cap(X_i=x_i))\right) &= \prod_{i=1}^{I}\mathbb{P}\left(\cap Y_i^k|\cap(X_i=x_i)\right)\mathbb{P}(X_i=x_i)\\
&= \prod_{i=1}^{I}\left(\mathbb{P}(X_i=x_i)\prod_{k=1}^{K}\mathbb{P}\left(Y_i^k|\cap(X_i=x_i)\right)\right)\\
&= \prod_{i=1}^{I}\left(p_{x_i}\prod_{k=1}^{K}\mathbb{P}\left(Y_i^k|(X_i=x_i)\right)\right)
\end{aligned}$$

Cas 2

Toutes les données

D'où

$$\mathbb{P}\left((\cap\cap Y_i^k)\cap(\cap(X_i=x_i))\right)\propto\prod_{i=1}^{I}\prod_{l=1}^{J}\left[p_{x_i}\prod_{k=1}^{K}\prod_{j=1}^{J}\left(\pi_{ij}^k\right)^{{n_{ij}}^k}\right]^{T_{ij}}.$$

Par conséquent la vraisemblance de toutes les données est :

$$\propto\prod_{i=1}^{I}\prod_{l=1}^{J}\left[p_{x_i}\prod_{k=1}^{K}\prod_{j=1}^{J}\left(\pi_{ij}^k\right)^{{n_{ij}}^k}\right]^{T_{ij}}$$

STATISTIQUE
SCIENCE DES DONNÉES
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Les estimateurs

Expressions

Si on suppose que les T_{ij} sont connus et que en pratique nous avons les ${n_{ij}}^k$, on a les estimateurs du maximum de vraisemblance suivants :

$$\hat{\pi}_{jl}^k = \frac{\sum_{i=1}^{I} T_{ij} {n_{il}}^k}{\sum_{l=1}^{J}\sum_{i=1}^{I} T_{ij} {n_{il}}^k}.$$

$$\hat{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^{I} T_{ij}}{I}.$$

STATISTIQUE
SCIENCE DES DONNÉES
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

cifar10h

Base de données composée de 10 classes d'images :

- classe 0 : airplane
- classe 1 : automobile
- classe 2 : bird
- classe 3 : cat
- classe 4 deer
- classe 5 : dog
- classe 6 : frog
- classe 7 : horse
- classe 8 : ship
- classe 9 : truck

cifar10h

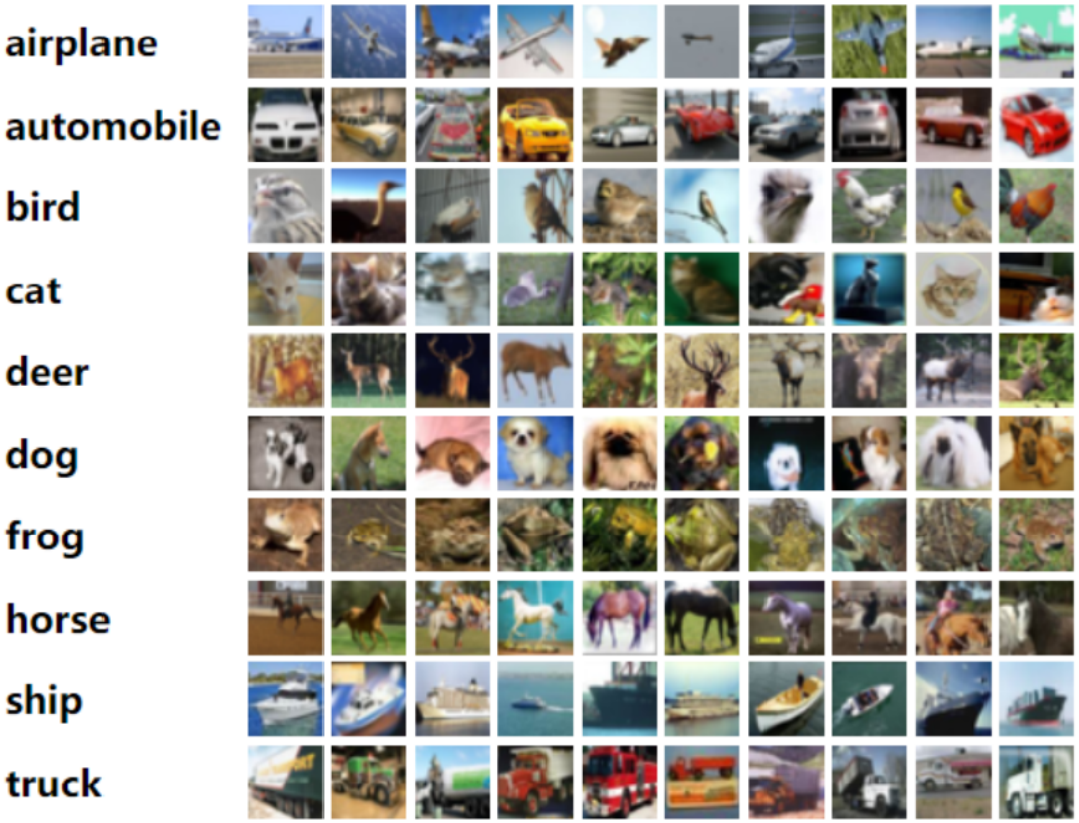


Figure – Un extrait de la base de données

La fonction *CreateSubDf*

Son objectif

Créer un sous dataframe dans lequel seront stockées uniquement les données utiles :

Ses arguments

- ***df :*** le dataframe des données (Il s'agit du dataframe d'origine)
- ***an_id :*** entier (compris entre 0 et 2570) désignant l'identifiant de l'annotateur

Ce qu'elle retourne

Un sous dataframe composé de deux colonnes :

- ***La colonne 1 :*** contient les labels choisis par un annotateur spécifique
- ***La colonne 2 :*** contient les vrais labels associés aux images

La fonction *custom_confusion_matrix*

Son objectif

Améliorer l'esthétique de la représentation graphique de la matrice de confusion

Ses arguments

- ***cm :*** un 2D numpy array jouant le rôle de la matrice de confusion
- ***classes :*** la liste stockant les noms de chaque classe
- ***normalize :*** (Booléen) : si True la matrice sera normalisée, et si False elle ne le sera pas
- ***title :*** le titre du graphique
- ***cmap :*** la palette de couleur du graphique

STATISTIQUE
SCIENCE DES DONNÉES
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

La fonction *plot_confusion_matrix*

Son objectif

Calculer la matrice de confusion et afficher sa représentation graphique

Ses arguments

- ***y_true :*** un numpy array dans lequel sont stockés les vrais labels
- ***y_predict :*** un numpy array dans lequel sont stockés les labels choisis par l'annotateur
- ***normalize(Booléen) :*** si True la matrice sera normalisée, et si False elle ne le sera pas
- ***class_names :*** la liste stockant les noms de chaque classe

Ce qu'elle retourne

retourne le graphique de la matrice de confusion

La fonction *DawidSkeneIID*

Son objectif

Permet d'initialiser le modèle de David Skene

Ses arguments

- ***ydims :*** un couple sous la forme (nombre de classes, nombre d'annotateurs)
- ***max_iter :*** Le nombre d'iterations souhaité de l'algorithme EM
- ***predict_tol :*** un seuil de tolérance pour la prédiction

Ce qu'elle retourne

retourne le graphique de la matrice de confusion

La fonction *fit*

Son objectif

Permet d'alimenter le modèle

Ses arguments

- ***U :*** les données de dim = (N,K) avec N lignes et K annotateurs (dans notre cas k = 1)
- ***priors :*** les probabilités du prior pour π_z et $\psi^k_{u,z} = p(u_k = u|Z = z)$
- ***starts :*** tuple contenant les matrices (π et ψ) des paramètres initiaux de l'algorithme EM

La fonction *plot_cm_d*

Son objectif

afficher la représentation graphique de la matrice de confusion

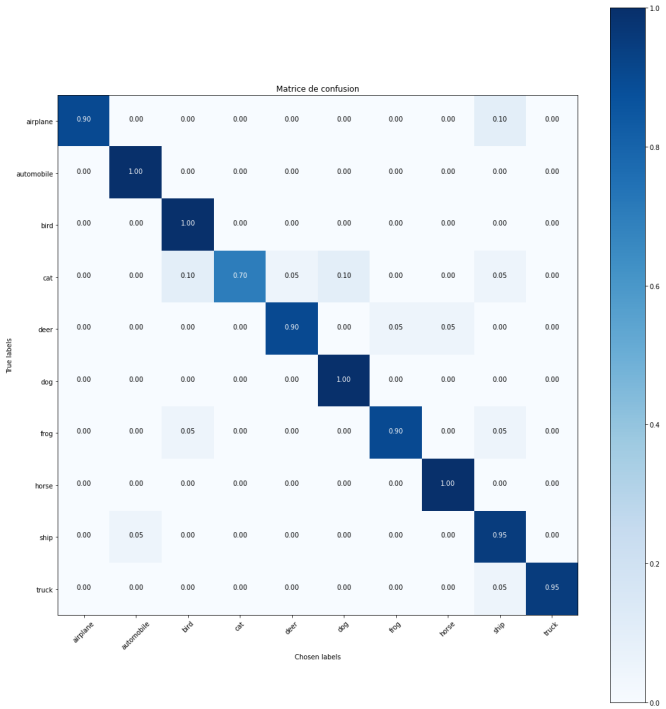
Ses arguments

- ***U :*** les données de dim = (N,K) avec N lignes et K annotateur (dans notre cas k = 1)
- ***priors :*** les probabilités du prior pour π_z et $\psi^k_{u,z} = p\Big(u_k = u | Z = z\Big)$
- ***starts :*** tuple contenant les matrices (π et ψ) des paramètres initiaux de l'algorithme EM

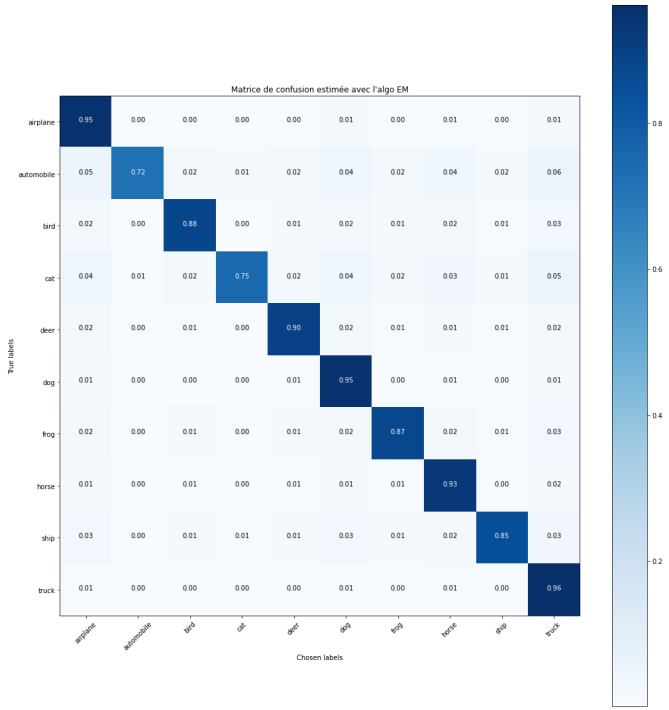
Ce qu'elle retourne

le graphique de la matrice de confusion estimée à l'aide de l'algorithme EM

Expériences numériques



(a) Matrice de confusion associée aux labels prédits par un annotateur



(b) Matrice de confusion estimée à partir de l'algorithme EM

STATISTIQUE
SCIENCE DES DONNÉES
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Conclusion

Conclusion

D'après nos expériences numériques, nous constatons que :

- l'algorithme EM prédit bien nos images c'est-à-dire qu'il fait une bonne labélisation. En revanche, sa matrice de confusion n'est pas forcément meilleure que celle des annotateurs.
- Cependant, malgré que la matrice de confusion des annotateurs ne montre pas beaucoup d'erreurs (presque diagonale), elle reste tout de même proche à celle de l'algorithme EM en terme de prédiction.