



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

DIEF
DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
INDUSTRIALE

Corso di Tecnica del Freddo

Modellazione evaporatore

A.M. 20/3/2014

Gli stringenti vincoli di costo che caratterizzano la progettazione dei frigoriferi e congelatori domestici hanno favorito l'affermazione degli evaporatori “skin”, o **a superficie**, cioè costituiti da tubo avvolto intorno al rivestimento interno del frigorifero. Altre tipologie, come ad esempio gli evaporatori “roll bond”, sono meno utilizzati, pur offrendo ottime prestazioni.

Negli “skin evaporators” Il tubo è fissato al rivestimento tramite nastro adesivo e poi coperto dalla schiuma isolante di poliuretano, allorché questa è iniettata nell'intercapedine tra rivestimento interno ed esterno. Il buon contatto termico tra tubo e parete è chiaramente fondamentale.



Fig. 1 – Skin evaporator per congelatore orizzontale

Il tubo può presentare una forma leggermente schiacciata sul lato a contatto con la vasca, ma la letteratura sull'argomento è tipicamente riferita a tubi di forma circolare.

1 Fenomenologia e parametrizzazione del flusso bifase

Lo studio dell'evaporazione in un tubo orizzontale o sub-orizzontale è complicato dall'instaurarsi di diversi regimi di moto (Fig. 2). Infatti, partendo da liquido (titolo $x = 0$) si attraversa dapprima una zona in cui si formano le prime bolle, che successivamente si aggregano a formare dei “tappi”, cioè

bolle più grandi allungate nella direzione del moto. In seguito questi tappi si uniscono e lasciano una zona interna sostanzialmente priva di liquido circondata da un film aderente alla parete.

L'azione della gravità rende il campo di moto asimmetrico, con un film di liquido più spesso nella parte inferiore del tubo e alternanza di film sottile e zone asciutte sulla parete superiore. L'azione del vapore sullo strato di liquido, dato che il primo presenta un volume specifico molto superiore al secondo e quindi procede a velocità molto maggiore, strappa dallo strato di liquido minute goccioline, che possono formare una sorta di nebbia. Infine lo strato di liquido si asciuga completamente, prima sopra e poi sotto, portando ad avere $x = 1$ (vapore).

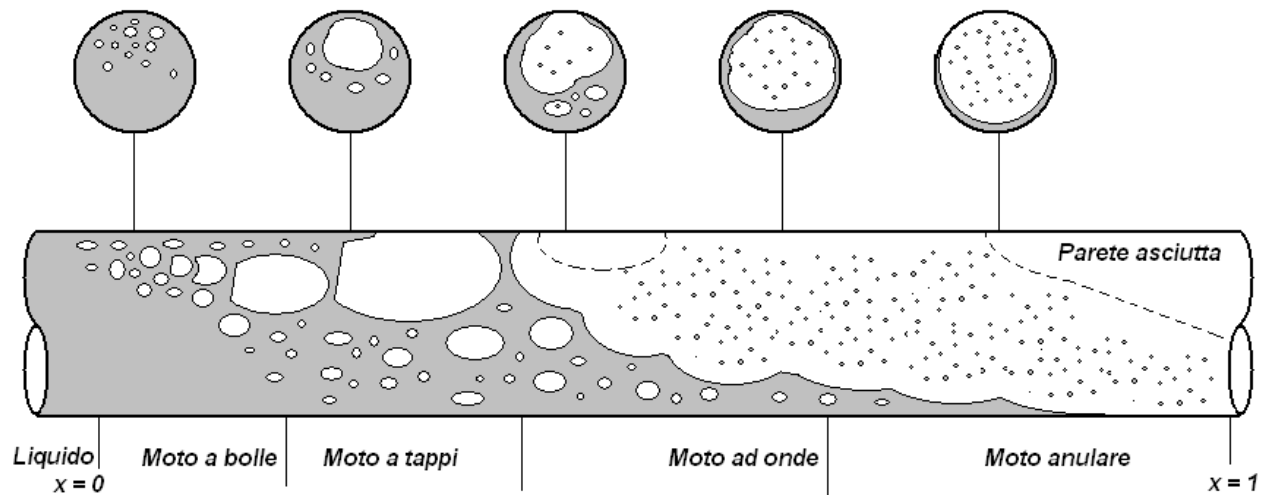


Fig. 2 – Regimi di moto nell'ebollizione entro tubo orizzontale

Riepilogando, le principali tipologie di flusso sono:

- **flusso a bolle.** Le bolle di gas sono spinte verso l'alto dal galleggiamento, mentre gli sforzi di taglio tendono ad uniformarne la distribuzione. Questo regime di flusso ha luogo solo per alte portate.
- **flusso stratificato.** A basse velocità di gas e liquido si ha la completa separazione delle due fasi, con il liquido in basso e superficie di separazione indisturbata.
- **flusso stratificato ondulato.** Aumentando la velocità del fluido in moto stratificato si formano onde sulla superficie di separazione, di ampiezza crescente al crescere della velocità relativa tra le due fasi. Le creste delle onde non toccano la sommità del tubo, ma lasciano un film di liquido sulla superficie laterale di questo dopo il loro passaggio.
- **flusso intermittente.** Aumentando ulteriormente la velocità del gas, le onde divengono così alte da lavare anche la sommità del tubo, che risulta di fatto continuamente bagnato dal passaggio delle onde e dal film da esse lasciato. All'interno delle onde possono esserci bolle. A sua volta il moto intermittente può essere a tappi o a proiettili, a seconda che le bolle allungate che separano le creste delle onde occupino solo la parte superiore o tutto il tubo.
- **flusso anulare.** A portate ancora maggiori, il liquido forma un film anulare continuo sul perimetro del tubo, che però è reso asimmetrico dalla gravità, essendo lo spessore maggiore sul fondo del tubo. L'interfaccia tra anulus liquido e nucleo centrale gassoso è disturbata da piccole onde, dalle quali possono staccarsi goccioline destinate a disperdersi nella corrente gassosa. Se la frazione gassosa è alta, la sommità del tubo si asciugherà prima, riportando il flusso al regime stratificato ondulato.

- **flusso a nebbia.** Per altissime velocità del gas, tutto il liquido viene strappato dalle pareti e disperso in goccioline nella fase gassosa.

Ovviamente lo scambio termico e le perdite di carico hanno andamenti diversi nelle varie zone e quindi occorrono correlazioni di calcolo differenziate per i vari campi di valori del titolo x .

Kattan, Thome e Favrat (1998) hanno proposto un metodo di calcolo che tiene conto delle varie strutture del moto bi-fase riconducendole a geometrie semplici. Il coefficiente di scambio termico tiene conto della superficie bagnata e delle variazioni di velocità.

La geometria semplificata utilizzata per descrivere il campo di moto bi-fase è mostrata in Fig. 3.

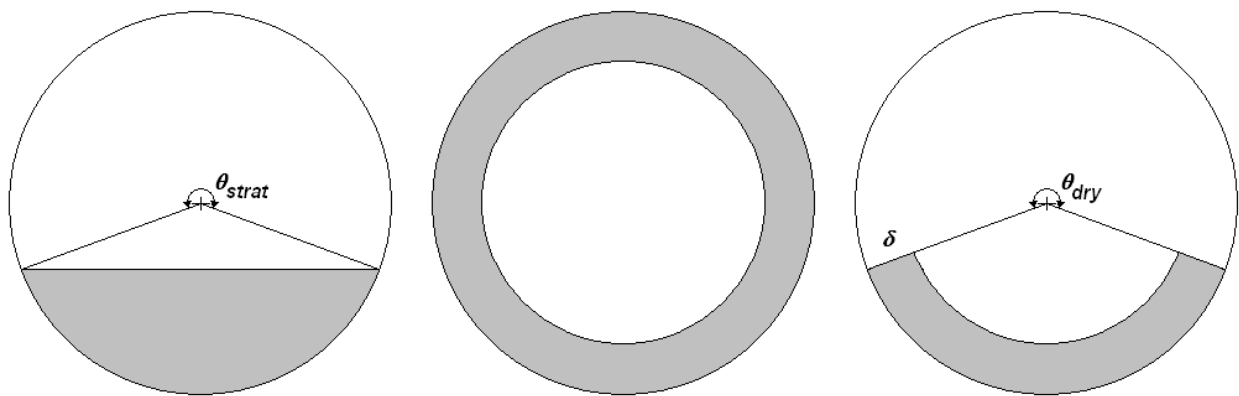


Fig. 3 – Schematizzazione semplificata del flusso

A partire dai casi limite di moto stratificato (a sinistra) e moto anulare (al centro), si può generalizzare riducendo la zona occupata dal liquido ad un settore di corona circolare individuato dall'angolo θ_{dry} che individua lo stesso perimetro bagnato e dallo spessore δ che individua la stessa area.

Oltre al titolo $x = m_G / (m_G + m_L)$ è usuale descrivere la distribuzione del fluido tra fase gassosa e fase liquida anche in termini di “void fraction” o frazione volumetrica di vapore. Facendo ad esempio riferimento ad una sezione normale all'asse del condotto, si può definire una frazione di vapore in termini di aree occupate dalle fasi: $\varepsilon = A_G / (A_G + A_L)$, essendo A_G l'area occupata dalla fase gassosa ed A_L quella occupata dal liquido. Si può anche definire ε in termini di volumi occupati dalle fasi, prendendo come riferimento un tratto di condotto; i valori che si ottengono sono di norma leggermente diversi. La definizione in termini di aree è la più usuale.

A meno che il moto non sia perfettamente stratificato, il valore di ε misurato in una sezione sarà evidentemente assai variabile nel tempo. Si farà quindi riferimento ad un valore opportunamente mediato su un periodo temporale adeguato.

Ovviamente, data la sostanziale differenza di densità tra la fase liquida e quella gassosa, x ed ε di norma hanno valori ben diversi. Per rendersene conto si può partire dal modello più semplice di moto bifase, che postula l'uguaglianza tra le velocità delle due fasi (modello omogeneo):

$$\begin{aligned}
u_G &= \frac{\dot{Q}_G}{A_G} = \frac{\dot{m}}{\rho_G} \frac{x}{\varepsilon} \\
u_L &= \frac{\dot{Q}_L}{A_L} = \frac{\dot{m}}{\rho_L} \frac{1-x}{1-\varepsilon}
\end{aligned}
\tag{1}$$

ove \dot{Q} è la portata in volume di ciascuna fase ed \dot{m} è la “mass velocity”, cioè la portata totale in massa divisa per la sezione totale del condotto. Ponendo $u_G = u_L$ e risolvendo si ha:

$$\varepsilon_H = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-x}{x} \right) \frac{\rho_G}{\rho_L}}
\tag{2}$$

Considerando ad esempio l’evaporazione di iso-butano a $250 \text{ K} = -23^\circ\text{C}$, essendo la densità del liquido $\rho_L = 606 \text{ kg/m}^3$ e quella del vapore $\rho_G = 1.83 \text{ kg/m}^3$, ad un titolo $x = 0.1$ corrisponde $\varepsilon_H = 0.974$, cioè la sezione del condotto è occupata quasi completamente dalla fase gassosa sin dall’inizio dell’evaporatore.

La schematizzazione di flusso omogeneo può essere una ragionevole approssimazione solo nel caso di una fase finemente dispersa nell’altra, come ad esempio all’inizio del moto a bolle oppure nel moto a nebbia. In tutti gli altri casi si hanno significative differenze tra le velocità delle due fasi, per cui è necessario considerare il fattore di scorrimento (“slip factor”) $S = u_G / u_L$.

Introducendo tale fattore, la frazione di vapore diviene;

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-x}{x} \right) \frac{\rho_G}{\rho_L} S}
\tag{3}$$

Data la minor densità del vapore, negli evaporatori a tubi orizzontali o verticali ascendenti è sempre $u_G > u_L$, per cui di norma si ha $\varepsilon \leq \varepsilon_H$. Per valutare ε occorre dunque un modello di flusso che fornisca un valore di S . In letteratura sono state presentate varie opzioni, basate su assunzioni più o meno arbitrarie o su dati sperimentali.

Un modello adatto a tubi orizzontali o sub-orizzontali è quello di Rouhani-Axelsson (1970) modificato da Steiner (1993), secondo il quale:

$$\varepsilon = \frac{x}{\rho_G} \left\{ \left[1 + 0.12(1-x) \left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right) + \frac{1.18}{\dot{m}} \left[\frac{g\sigma(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1-x) \right]^{-1} \right\}
\tag{4}$$

ove σ è la tensione superficiale. In tale modello, oltre al titolo e alle densità di liquido e vapore, compare esplicitamente anche la velocità di massa \dot{m} .

Gli andamenti ottenuti dalla relazione (4) sono mostrati in Fig. 4, riferita sempre all'iso-butano evaporante a 250 K, per il quale $\sigma = 0.015827$ N/m.

Sono mostrate 5 curve, relative a $\dot{m} = 100, 200, 500, 1000$ e 1500 kg m⁻² s⁻¹; le curve si posizionano più in alto al crescere di \dot{m} , ma le ultime due risultano di fatto indistinguibili.

Nota ε si può valutare ad esempio l'area della sezione di condotto occupata dal liquido. Nel caso più semplice di flusso stratificato ad esempio si ha:

$$A_L = \pi r_i^2 (1 - \varepsilon) = \frac{r_i^2}{2} [(2\pi - \theta_{strat}) - \sin(2\pi - \theta_{strat})] \quad (5)$$

nella quale r_i è il raggio interno del condotto. Dalla (5) si può ricavare l'angolo θ_{strat} definito a sinistra in Fig. 3. Negli altri casi si avrà un angolo θ_{dry} da valutare a seconda del regime di flusso. Si dovranno quindi esaminare i criteri che individuano il regime di flusso per la particolare condizione locale in esame.

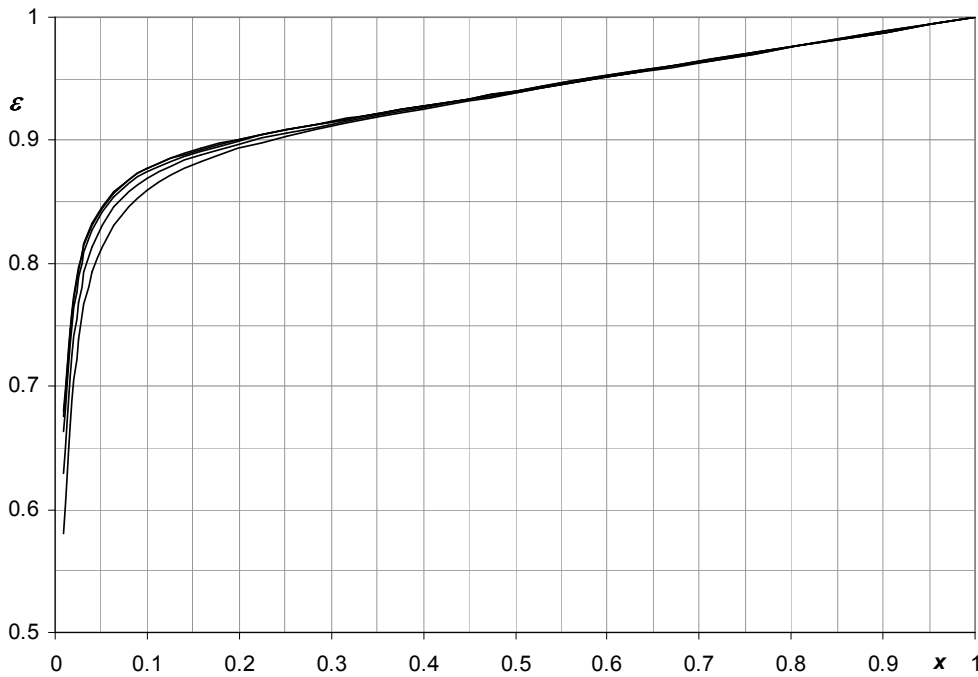


Fig. 4 – Porosità in funzione del titolo per $\dot{m} = 100, 200, 500, 1000$ e 1500 ; iso-butano a 250 K

In ogni caso conviene far riferimento alla configurazione stratificata per definire in modo semplice perimetri ed aree adimensionali; detto d_i il diametro interno del condotto, siano:

$$h_{Ld} = \frac{h}{d_i}; P_{Ld} = \frac{P_L}{d_i}; P_{Gd} = \frac{P_G}{d_i}; P_{id} = \frac{P_i}{d_i}; A_{Ld} = \frac{A_L}{d_i^2}; A_{Gd} = \frac{A_G}{d_i^2} \quad (6)$$

ove i simboli hanno il significato mostrato in Fig. 5.

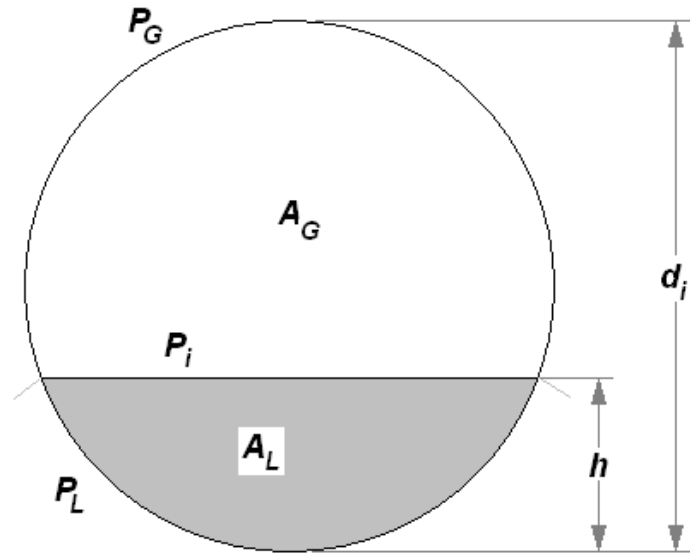


Fig. 5 – Perimetri ed aree nel flusso stratificato

2 Individuazione del regime di flusso

E' d'uso rappresentare le zone di pertinenza dei vari regimi di flusso in funzione dei due parametri fondamentali, cioè la velocità di massa \dot{m} ed il titolo, anche se altri parametri possono condizionare la transizione tra un regime e l'altro.

In funzione di \dot{m} crescente si hanno nell'ordine flusso, stratificato, stratificato ondulato, intermittente o anulare (a seconda del titolo) e a nebbia. Il regime a bolle è quasi sempre assente negli apparecchi di refrigerazione ad evaporazione diretta poiché richiede valori troppo elevati di velocità di massa.

Nella versione più recente di Wojtan-Ursenbacher-Thome (2005), la mappa si implementa come segue:

a) si calcolano i parametri geometrici a partire da ε calcolato secondo la (4). In particolare si può ricavare direttamente θ_{strat} dalla relazione approssimata:

$$\theta_{strat} = 2\pi - 2 \left\{ \begin{aligned} &\pi(1-\varepsilon) + \left(\frac{3\pi}{2}\right)^{1/3} \left[1 - 2(1-\varepsilon) + (1-\varepsilon)^{1/3} - \varepsilon^{1/3}\right] \\ &-\frac{\varepsilon}{200}(1-\varepsilon)[1-2(1-\varepsilon)][1+4((1-\varepsilon)^2 + \varepsilon^2)] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

b) si calcola il titolo corrispondente alla transizione tra flusso intermittente e flusso anulare con la relazione:

$$x_{IA} = \left[0.2914 \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{4/7} \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{1/7} + 1 \right]^{-1} \quad (8)$$

che deriva dalla condizione $X_{tt} = 0.34$, ove X_{tt} è il parametro di Martinelli:

$$X_{tt} = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{7/8} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{1/8} \quad (9)$$

c) per $x > x_{IA}$, ma inferiore al limite di dryout di cui ai punti successivi, si hanno i regimi stratificato, stratificato ondulato e anulare, separati dalle seguenti curve:

$$\dot{m}_{strat} = \left\{ \frac{(226.3)^2 A_{Ld} A_{Gd}^2 \rho_G (\rho_L - \rho_G) \mu_L g}{x_2 (1-x) \pi^3} \right\}^{1/3} \quad (10)$$

$$\dot{m}_{wavy} = \left\{ \frac{16 A_{Gd}^3 g d_i \rho_L \rho_G}{x^2 \pi^2 [1 - (2h_{Ld} - 1)^2]^{1/2}} \left[\frac{\pi^2}{25 h_{Ld}^2} \left(\frac{We_L}{Fr_L} \right)^{-1} + 1 \right] \right\}^{1/2} + 50 \quad (11)$$

Nella (11) compaiono i numeri di Weber $We_L = \frac{\dot{m}^2 d_i}{\rho_L \sigma}$ e di Froude $Fr_L = \frac{\dot{m}^2}{\rho_L^2 g d_i}$ riferiti al liquido.

d) per $x < x_{IA}$ il confine superiore del flusso stratificato diviene orizzontale ed è individuato da $\dot{m}_{strat}(x_{IA})$. Al di sopra si ha una condizione intermedia “Slug + stratificato ondulato” sino a $\dot{m}_{wavy}(x_{IA})$. Ancora sopra si ha il flusso “Slug”. Infine si incontra la prosecuzione della curva (11).

e) l’inizio del “dryout” che delimita a destra i regimi anulare e stratificato ondulato è dato dalla relazione:

$$\dot{m}_{dryout} = \left\{ \frac{1}{0.235} \left[\ln \left(\frac{0.58}{x} \right) + 0.52 \right] \left(\frac{\rho_G \sigma}{d_i} \right)^{0.17} [g d_i \rho_G (\rho_L - \rho_G)]^{0.37} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/4} \left(\frac{q_{DNB}}{q} \right)^{0.7} \right\}^{0.926} \quad (12)$$

ove il flusso termico q è adimensionalizzato rispetto al valore limite di ebollizione a nuclei q_{DNB} dato dalla relazione di Kutateladze (1948):

$$q_{DNB} = 0.131 \rho_G^{1/2} h_{LG} [g(\rho_L - \rho_G) \sigma]^{1/4} \quad (13)$$

nella quale h_{LG} è il calore latente di vaporizzazione. In corrispondenza a questo regime si ha un brusco calo del coefficiente di scambio termico, dovuto al progressivo asciugarsi della superficie del condotto a partire dalla zona superiore. In termini di titolo, la condizione è:

$$x_{di} = 0.58 \exp[0.52 - 0.235 We_G^{0.17} Fr_G^{0.37} (\rho_G / \rho_L)^{0.25} (q / q_{DNB})^{0.7}] \quad (14)$$

f) il dryout si completa e inizia il regime a nebbia in corrispondenza della velocità di massa:

$$\dot{m}_{mist} = \left\{ \frac{1}{0.0058} \left[\ln\left(\frac{0.61}{x}\right) + 0.57 \right] \left(\frac{\rho_G \sigma}{d_i} \right)^{0.38} [g d_i \rho_G (\rho_L - \rho_G)]^{0.15} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{-0.09} \left(\frac{q_{DNB}}{q} \right)^{0.27} \right\}^{0.943} \quad (15)$$

ovvero, in termini di titolo:

$$x_{de} = 0.61 \exp[0.57 - 0.0058 We_G^{0.38} Fr_G^{0.15} (\rho_G / \rho_L)^{-0.09} (q / q_{DNB})^{0.27}] \quad (16)$$

Le relazioni (14) e (16) possono dar luogo ad una intersezione e quindi ad una condizione $x_{de} < x_{di}$. In tal caso si considera solo il titolo di inizio del dryout x_{di} , poiché si è in una condizione di elevata portata in cui l'effetto della gravità è trascurabile e tutto il perimetro si asciuga simultaneamente.

La curva di inizio del dryout è limitata inferiormente dal regime stratificato.

A titolo di esempio si riporta in Fig. 5 la mappa dei regimi di flusso per butano evaporante in un tubo con $d_i = 2.46$ mm, ricavata per $\dot{m} = 350 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$, $q = 21 \text{ kW m}^{-2}$ e $T_{sat} = 6^\circ\text{C}$ (Thome et al. 2008). Gli stessi autori notano però che nel caso degli idrocarburi l'accordo tra i risultati del modello e quelli sperimentali non è ancora ottimale, per cui è opportuno un approfondimento dell'analisi della letteratura specifica su tale tipologia di fluidi.

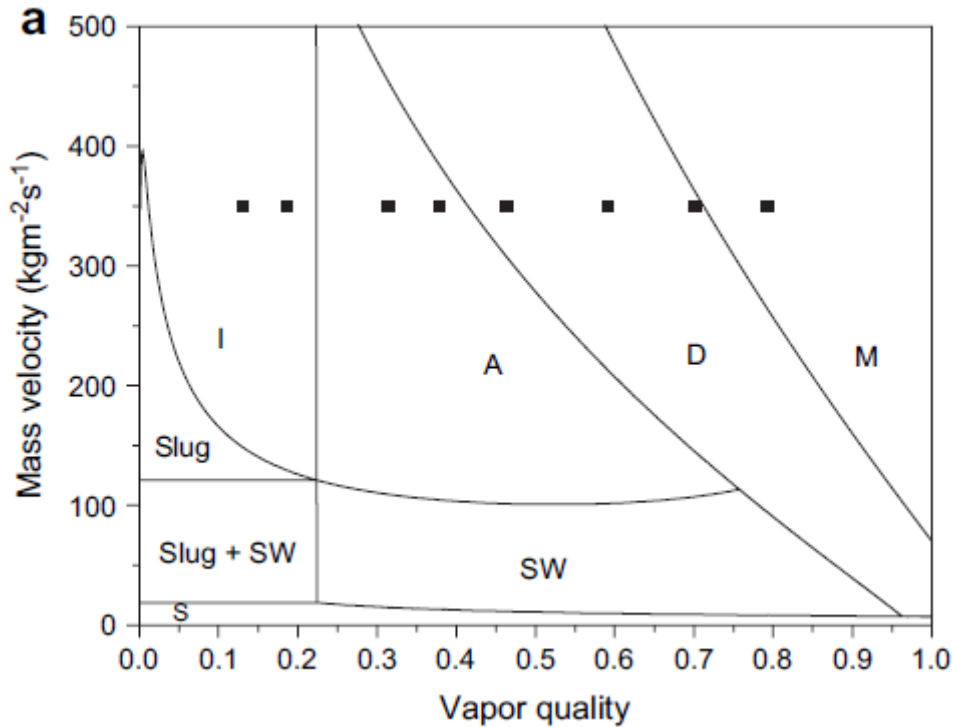


Fig. 5 – Mappa dei regimi di flusso per butano, da Thome et al. (2008)

3 Scambio termico

Il coefficiente di scambio termico globale per un flusso bifase evaporante in un tubo è definito da:

$$\alpha_p = \frac{q}{T_{wall} - T_{sat}} \quad (17)$$

ove q è il flusso termico locale tra parete del tubo e fluido, T_{sat} è la temperatura di saturazione corrispondente al valore locale di pressione e T_{wall} è la temperatura locale della parete, assunta uniforme su tutto il perimetro, alla posizione assiale considerata.

Normalmente i modelli di ebollizione si focalizzano su due meccanismi di scambio termico: ebollizione nucleata e convettiva. La prima è simile all'ebollizione nucleata di massa, tranne che per quanto riguarda l'effetto del moto del fluido sulla evoluzione delle bolle. La seconda è invece legata alla convezione tra parete e film liquido: ad esempio nel regime di flusso anulare senza ebollizione a nuclei si ha scambio termico convettivo tra parete e film liquido e evaporazione del liquido all'interfaccia tra questo ed il nucleo centrale di vapore.

L'ebollizione a nuclei domina a bassi titoli del vapore e ad alti flussi termici, essendo proporzionale al flusso elevato ad un esponente di poco inferiore ad 1. Invece l'ebollizione convettiva è proporzionale al titolo del vapore e alla velocità di massa; predomina ad alti titoli e alte velocità di massa, con bassi flussi termici.

Nel seguito si espone il modello di evaporazione di Kattan, Thome e Favrat (1998), che è basato sulla mappa di regimi di flusso degli stessi autori e copre il flusso stratificato, stratificato ondulato, intermittente, anulare ed anulare con dryout parziale. I flussi a tappi o "slug" sono classificati come

intermittenti e si assume che non lascino zone di tubo asciutte, data l'alta frequenza di passaggio del liquido; pertanto sono modellati come flussi anulari. Il flusso anulare con parziale dryout è geometricamente simile a quello stratificato ondulato ed è modellato come tale.

Facendo riferimento alla Fig. 2, il coefficiente globale di scambio per l'evaporazione in un tubo orizzontale liscio può essere espresso da:

$$\alpha_{tp} = \frac{\theta_{dry} \alpha_{vapor} + (2\pi - \theta_{dry}) \alpha_{wet}}{2\pi} \quad (18)$$

Sul perimetro bagnato si può ottenere il coefficiente di scambio termico tramite una espressione asintotica che combina i meccanismi di scambio per ebollizione a nuclei e convettiva:

$$\alpha_{wet} = (\alpha_{nb}^3 + \alpha_{cb}^3)^{1/3} \quad (19)$$

Il coefficiente di scambio per ebollizione a nuclei è calcolabile con l'espressione dimensionale di Cooper (1984):

$$\alpha_{nb} = 55 p_r^{0.12} (-\log_{10} p_r)^{-0.55} M^{-0.5} q^{0.67} \quad (20)$$

Questa espressione è valida per rugosità superficiale pari a 1 μm e fornisce α_{nb} in $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$. Oltre al flusso termico q in W/m^2 compaiono la pressione ridotta p_r e la massa molare del fluido M .

Il coefficiente di scambio convettivo è invece calcolabile come:

$$\alpha_{cb} = 0.0133 \left[\frac{4\dot{m}(1-x)\delta}{(1-\varepsilon)\mu_L} \right]^{0.69} Pr_L^{0.4} \frac{k_L}{\delta} \quad (4?) \quad (21)$$

ove si riconosce il numero di Reynolds del film, calcolato in base a suo spessore δ , mentre gli esponenti e la costante iniziale sono derivati da risultati sperimentali di Kattan, Thome e Favrat (1998) su 5 refrigeranti, ma sono usualmente applicabili con buona approssimazione ad altre sostanze. Lo spessore del film è calcolabile dall'angolo θ_{dry} in base alla geometria mostrata in Fig. 2, con la formula:

$$\delta = \frac{\pi d_i (1-\varepsilon)}{2(2\pi - \theta_{dry})} \quad (22)$$

Il coefficiente di scambio per il vapore, che si muove a contatto con il perimetro asciutto con velocità di massa $\dot{m}x$, è dato dalla relazione di Dittus Boelter (1930) per flusso turbolento:

$$\alpha_{vapor} = 0.023 \left[\frac{\dot{m} x d_i}{\varepsilon \mu_G} \right]^{0.69} Pr_G^{0.4} \frac{k_G}{d_i} \quad (23)$$

In tutte queste relazioni la frazione di vapore ε è calcolata con la (4), mentre l'angolo θ_{dry} varia tra 0 (flusso anulare) e θ_{strat} (flusso stratificato). Per avere una valutazione si ricorre alle mappe introdotte al paragrafo 2 impiegando una relazione del tipo:

$$\theta_{dry} = \theta_{strat} \frac{\dot{m}_{high} - \dot{m}}{\dot{m}_{high} - \dot{m}_{low}} \quad (24)$$

ove \dot{m}_{low} è il limite superiore del flusso stratificato e \dot{m}_{high} è il limite inferiore del flusso anulare.

Bibliografia

Steiner D., 1993, Heat transfer to boiling saturated liquids, in: VDI-Warmeatlas (VDI Heat Atlas), Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemie-Ingenieurwesen (GCV), Dusseldorf, (Translator: J.W. Fullarton).

Thome J.R., Cheng L., Ribatski G., Vales L.F., 2008, Flow boiling of ammonia and hydrocarbons: A state-of-the-art review, International Journal of refrigeration, 31, 603 – 620

Woitan L., Ursenbacher T., Thome J.R., 2005. Investigation of flow boiling in horizontal tubes: part 1 – a new diabatic two-phase flow pattern map, Int. J. Heat Mass Transfer, 2955-2969