

# 面向移动信号源追踪的高斯过程时空建模与无人机在线飞行规划算法

单 冯<sup>1)</sup> 张雅芬<sup>2)</sup> 陈慈媛<sup>1)</sup> 程玉莹<sup>1)</sup> 熊润群<sup>1)</sup> 凌 振<sup>1)</sup> 罗军舟<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(东南大学计算机科学与工程学院 南京 211189)

<sup>2)</sup>(东南大学网络空间安全学院 南京 211189)

**摘要** 随着物联网与智能移动设备的普及,对移动设备定位与追踪的需求日益增加。然而,现有研究大多集中于静态信号源场景,定位方法依赖一个或者多个专用设备来测量到达时间(ToA)、到达角度(AoA)等指示源方向的信息,存在体积、重量和功耗方面的限制,难以直接应用于无人机移动信号源追踪场景。为此,本文提出利用无人机且仅依赖信号强度信息进行移动信号源追踪。针对信号源移动导致的信号强度分布与信号源位置的关系未知、受到噪声影响且没有源方向信息的挑战,本文设计了一种面向移动信号源追踪的高斯过程时空建模与无人机在线飞行规划算法。该方法将高斯过程扩展到时空高维场景,通过引入时间维度实现对移动信号源时空分布的准确建模。具体而言,无人机首先通过自身搭载的传感器获取信号源的强度信息,并实时建模该移动信号的强度分布,以准确预测信号源的位置变化。进一步地,设计了多阶段自适应在线飞行规划算法,将追踪任务分为探索阶段和追踪阶段,该算法通过IVR和LW评估函数的动态切换机制,有效解决了充分探索与尽早追踪的平衡问题。该方法通过反复迭代时空建模与路径规划两个步骤,系统地优化飞行路径,使得无人机能够在预定步数内追踪至信号源,完成追踪任务。最后,本文构建递进式验证框架,通过大量仿真实验和真机实验证了提出的无人机移动信号源追踪算法的有效性。

**关键词** 移动信号源追踪;无人机;在线飞行规划;高斯过程;信号强度

中图法分类号 TP393

DOI号 10.11897/SP.J.1016.2025.02695

## Gaussian Process Spatiotemporal Modeling and Online UAV Flight Planning Algorithm for Mobile Signal Source Tracking

SHAN Feng<sup>1)</sup> ZHANG Ya-Fen<sup>2)</sup> CHEN Ci-Yuan<sup>1)</sup> CHENG Yu-Ying<sup>1)</sup> XIONG Run-Qun<sup>1)</sup>  
LING Zhen<sup>1)</sup> LUO Jun-Zhou<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(School of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 211189)

<sup>2)</sup>(School of Cyber Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 211189)

**Abstract** With the widespread adoption of Internet of Things (IoT) and intelligent mobile devices, the demand for mobile device positioning and tracking has been growing significantly, particularly in critical application domains such as search and rescue, environmental monitoring, and security surveillance. However, existing research predominantly focuses on static signal source scenarios, where positioning methods typically rely on one or multiple dedicated devices to measure directional indicators such as Time of Arrival (ToA) and Angle of Arrival (AoA). These de-

收稿日期:2024-11-08;在线发布日期:2025-07-29。本课题得到国家自然科学基金重点项目(62232004)、国家自然科学基金重大研究计划项目(92467205)、国家自然科学基金面上项目(62472090,62172091)资助。单冯(通信作者),博士,副教授,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究方向为无线通信、无人机集群协作和算法设计。E-mail:shanfeng@seu.edu.cn。张雅芬,硕士研究生,主要研究方向为移动信号源追踪和无人机应用算法。陈慈媛,博士研究生,主要研究方向为无人机飞行规划、信号处理和优化算法。程玉莹,硕士,主要研究方向为移动信号源追踪和算法设计。熊润群,博士,副教授,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究方向为物联网、云计算。凌振,博士,教授,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究方向为匿名网络、物联网与网络安全。罗军舟,博士,教授,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究方向为计算机网络、物联网和云计算。

vices present significant limitations in terms of size, weight, and power consumption, making them difficult to directly apply to mobile signal source tracking scenarios. To address these limitations, this paper proposes a novel approach that utilizes unmanned aerial vehicles (UAVs) relying solely on Received Signal Strength Indicator (RSSI) for mobile signal source tracking. Given the challenges posed by mobile signal sources—including the unknown relationship between signal strength distribution and signal source position due to source mobility, measurement noise interference, and the absence of directional information, this paper designs a comprehensive solution comprising two key components: a Gaussian process spatiotemporal modeling framework and an online flight planning algorithm specifically tailored for mobile signal source tracking. The proposed method represents a significant innovation by extending Gaussian process applications to spatiotemporal high-dimensional scenarios. This extension is achieved by introducing the temporal dimension, which enables accurate modeling of the spatiotemporal distribution of mobile signal sources. The method operates through a systematic process. Initially, the UAV utilizes onboard sensors to acquire signal strength information in real-time. Subsequently, the system establishes the spatiotemporal distribution of signal strength based on an improved Gaussian process regression model. This approach enables accurate prediction of changes in signal source position over time. Furthermore, building upon this foundation, the paper presents a multi-stage adaptive online flight planning strategy, which divides the tracking task into two distinct phases: exploration and tracking phases. This strategy incorporates a dynamic switching mechanism between two evaluation functions: Integrated Variance Reduction (IVR) and Likelihood Weighted (LW). Through this mechanism, the system effectively achieves an optimal balance between global exploration and local precise positioning. This design effectively addresses the fundamental trade-off between sufficient exploration and timely tracking convergence. Subsequently, the system operates through iterative execution of spatiotemporal modeling and path planning steps, systematically optimizing the flight path at each iteration. This iterative approach ensures that the UAV can successfully track and reach the mobile signal source within a predetermined number of steps. To validate the proposed approach, this paper establishes a comprehensive progressive validation framework. The framework encompasses three distinct levels: theoretical validation, parameter optimization, and practical application. The first level involves extensive simulation experiments that verify the effectiveness of each algorithmic module individually. The second level focuses on optimizing system parameters for enhanced performance. Finally, the third level convincingly demonstrates practical viability through real-world experiments using actual UAV platforms. Through extensive simulation experiments, the effectiveness of each algorithmic module is verified, and the effectiveness of the proposed UAV-based mobile signal source tracking algorithm is validated through real-world experiments.

**Keywords** mobile source tracking; UAV; online flight planning; Gaussian process; received signal strength indicator

## 1 引言

源追踪通常是指通过感知源的信息来估计源的位置,进而跟踪、监视、捕获不同类型的源,包括放射性源、气体源、射频源、声源、光源等。传统的源追踪

方法包括生物搜寻法<sup>[1]</sup>、地面机器人搜寻法<sup>[2]</sup>、无线传感器网络法<sup>[3]</sup>等,但这些方法往往受限于生物能力、危险环境、复杂地形等因素,或存在灵活性差、部署成本高等问题。近年来随着无人机技术的飞速发展其应用领域越来越广泛,研究人员开始利用无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)搭载不同的传感器

进行源追踪。相比传统地面平台,无人机中具有不可替代的优势:机动能力强,可以在复杂地形上方飞行,不受地面障碍限制;快速部署能力,机动灵活,可根据实时信息调整路径;信息获取优势,高度优势有利于信号接收,减少地面遮挡。然而现有研究<sup>[4-7]</sup>主要针对静态信号源进行定位,也没有考虑无人机的负载能力,难以直接应用于移动信号源追踪。

针对不同类型源的特征差异,需要采用相应的追踪方法,本文的研究主要聚焦于移动信号源的追踪问题。移动信号源指位置随时间变化的信号源,如蓝牙、Wi-Fi 源,其典型载体包括手机、信号发射设备等。目前针对信号源的定位已有许多研究,包括可以利用相应的传感器获取信号源的到达时间(Time of Arrival, ToA)、到达角度(Angle-of-Arrival, AoA)、接收信号强度指示(Received Signal Strength Indicator, RSSI)等信息,前两者依赖一个或者多个专用设备,具有一定的体积、重量和功耗,无法直接部署在无人机上,因此无法直接获取 ToA 或者 AoA 等指示源的方向信息。本文仅利用最容易获取的 RSSI 信息进行移动信号源的追踪。由于 RSSI 信息是一个接收信号强度的标量值,不包含源的方向信息,而且信号源具有移动性,同一位置的接收信号强度值会随时间变化,另外传感器感知到的信号强度值具有随机噪声,因此解决此问题具有较大的挑战。

具体而言,无人机移动源追踪的挑战可以总结为:移动未知源与无向有噪感知。(1)移动未知源:移动信号源会在平面上的每个位置产生一定的信号强度,并且信号强度值随时间变化;且源在某一位置产生的信号强度值与源和该点的相对位置之间的映射关系未知。如何准确实时地建模信号强度的空间与时间分布?(2)无向有噪感知:受到无人机载重限制和动态环境影响,无人机携带的传感器只能感知到带有噪声的信号强度值,即没有源的方向信息,也没有信号强度的真实值。如何在充分探索和尽早追踪间做好平衡:先在更多位置充分采集数据以更准确估计源位置后追踪,还是尽早开始朝源的估计位置移动并持续采集实时更新位置估计?

针对以上研究挑战,本文基于信号强度测量噪声服从高斯分布的假设,提出了一种基于高斯过程(Gaussian Process)<sup>[8]</sup> RSSI 时空分布建模的无人机飞行规划源追踪算法,利用高斯过程根据历史时刻感知到的信号强度值及其对应的位置和时间信息,实时建模该源的信号强度分布,预测信号源的位置

变化。进一步地,设计在线飞行规划算法动态计算无人机下一步位置,完成移动信号源的追踪。本研究的一个应用场景如图 1 所示,主要涉及森林搜索与救援环境下的目标搜寻任务。此类场景中目标个体通常携带便携式信号发射设备,而无人机则需要基于实时接收的信号强度信息,配合路径规划算法,自适应地调整飞行路径,以逐步向目标靠近,提升搜索和救援的效率。



图 1 本文方法的一个应用场景图:  
森林环境下移动信号源的搜寻与追踪

本文的创新与贡献如下:(1)由于源移动且未知,在进行 RSSI 分布建模时将高斯过程的应用由普遍的空间低维场景扩展到时空高维场景,通过增加时间维度实现对未来时刻空间上信号强度分布的预测;(2)由于感知无向且有噪,摒弃传统的离线阶段,首次将贝叶斯优化思想引入移动信号源追踪场景,并设计了多阶段自适应飞行规划策略,通过 IVR 和 LW 评估函数的动态切换实现全局探索与局部精确定位的动态平衡,解决了充分探索还是尽早追踪的问题;(3)构建递进式验证方法,设计仿真实验和基于 Crazyflie 2.1 微型无人机的真机实验,结果表明算法追踪成功率达 100%,与传统直接追踪方法相比,平均飞行步数减少 12.5%。

## 2 相关工作

本文聚焦的源追踪问题本质是移动标量场峰值搜寻问题,以信号源为例进行研究。标量场源指的是信号源的强度会随着与源距离变远而发生衰减,但不一定是成对称或者是同心圆模式。而在追踪设备上携带相应的传感器只能获得所在位置上带随机噪声的信号强度,而无法获得其位置及方向信息。与矢量场相比,标量场源追踪问题因为对传感器性能要求更低而具有更广泛的应用场景。

本文所提出的移动信号源追踪算法基于源位置估计实现,目前已经有许多研究人员针对信号源位置估计提出了不同的方法,其中包括基于指纹的方法、数学或概率方法、基于滤波的方法和机器学习方法等。然而,现有成熟方法大多针对静态源场景设计,未考虑源的移动性,例如文献[9]中提出了一种模糊聚类 KNN 位置指纹定位算法进行源定位。近年来,移动源的追踪问题逐渐受到学者关注。有些研究人员以基于指纹的定位方法为基础,将其扩展为移动源的追踪方法:Ding 等人<sup>[10]</sup>设计了一种基于粒子群算法的指纹定位系统,在数据库中搜索最匹配的指纹模式,并通过理论分析表明,该系统可以降低计算复杂度,提高实时性;SWiBluX 系统<sup>[11]</sup>依赖于从可用数据源中提取相关特征,使用多阶段统计指纹和深度学习破坏性方法来估计用户/目标室内位置,并对位置估计模型输出进行高斯离群值滤波,进一步减小估计误差。此外,周等人<sup>[12]</sup>利用基于网格的传感器网络进行源追踪,通过最小二乘法

对追踪目标定位,并对目标下一时刻的位置做出预测。Lu 等人<sup>[13]</sup>将 RFID、相机和无源传感器三种类型的传感器节点相结合,实现异构节点数据的融合,并提出了一种异构节点目标跟踪算法,通过粒子滤波构建节点感知效能函数。DeTrack 系统<sup>[14]</sup>采用定制的粒子滤波器利用 WiFi 信号和 AOA 估计的几何特性来适当地更新位置状态和粒子权重,并采用基于奇异值分解的多包融合提高跟踪效率。在安全领域,文献[15]提出了一种非短视规划方法,利用双天线信号强度对比对危险目标定位,相比于传统的贪心方法,该方法能够考虑更长时间的未来路径,在仿真与飞行测试中显著降低了追踪误差与碰撞风险,提升了无人机在复杂环境下的目标追踪能力。此外,在放射性源追踪领域,文献[16]提出了一种基于二次规划(QP)和导航函数的飞行器运动规划方法实现快速目标跟踪,Hu 等人<sup>[17]</sup>则采用深度强化学习分层控制策略实现了 85%以上的检测成功率,但上述方法均依赖大量训练数据且计算复杂度高。

表 1 各类源追踪技术相关工作对比

相关工作	源类型	源状态	研究目标	传感器类型	主要算法	算法特点	无人机适用性
文献[4]	光源	静态	基于深度强化学习的寻源和避障	定制光传感器	深度强化学习(Deep-RL)	轻量化,低功耗,处理噪声	高
文献[5]	热源	静态	无风的室内环境下热源定位	热阵列传感器	改进的“run and tumble”算法	低成本,便携,适用于室内	高
文献[6]	气味源	静态源,动态气流	独立于气流信息的多机器人气味源定位	气体传感器	改进的粒子群优化(IPSO)算法	适合机器人集群,计算资源需求高,鲁棒性强	低
文献[7]	气体源	静态源,动态羽流	基于贝叶斯协调多机器人的源搜索	湿度传感器	基于贝叶斯的源估计(STE)和寻源(SS)算法	计算资源要求高,多机器人协调,源搜索过程快速和稳健	低
文献[18]	声源	移动源	基于神经网络的移动机器人声源定位	对称麦克风	神经网络	无需视觉,简单	低
本文	信号源	移动源	动态环境中实时追踪移动信号源	Wi-Fi 模组	高斯过程时空建模和在线飞行规划算法	多阶段自适应飞行规划,仅需信号强度标量信息,轻量化在线计算	高

上述关于移动源追踪问题的很多算法依赖一个或者多个专用设备,如文献[18]中基于神经网络的声源定位系统需要对称麦克风阵列,在体积、重量和功耗方面存在限制;或需要采集大量数据构成数据库进行大规模计算,成本相对更高,难以应用于无人机的移动源追踪任务。为了更好地对比静态和移动源场景下现有研究成果的差异,本文通过表 1 对各类源追踪技术相关工作进行了系统的分析和对比,涵盖源类型、研究目标、传感器类型、主要算法及算法特点等方面。通过对表 1 的分析发现,静态源追踪算法复杂度相对较低,通常无需实时动态调整路

径规划,适用于低成本、低功耗的无人机平台。相比之下,在移动源追踪场景下,如基于神经网络的声源定位系统,计算资源需求较高,对硬件性能提出更高的要求,在无人机上的适用性受限。与现有研究相比,本文所采用的方法所需传感器简单,能够在无人机上实现动态环境中实时追踪移动信号源,具备成本更低,实时性强的优点,且源追踪的过程中考虑采用自适应路径规划策略优化飞行路径,有效提升追踪效率并降低成本。

无人机飞行规划算法主要可以分为以下三类:传统路径规划算法、人工智能算法和群体智能优化

算法。传统的路径规划算法包括人工势场法<sup>[19]</sup>、A\*算法<sup>[20]</sup>等,这些算法在静态环境中具有较高的计算效率与路径生成能力,但在高维空间或动态环境中,其计算复杂度显著增加,且容易陷入局部最优解。人工智能算法主要利用神经网络、强化学习和其他机器学习方法解决无人机飞行路径规划问题<sup>[21-23]</sup>。例如,深度强化学习(DRL)端到端训练实现动态环境中的实时路径优化,显著提升了复杂场景下的规划效率与适应性。然而,这类算法对计算资源的需求较高,且依赖于大量训练数据。群体智能优化算法包括蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)<sup>[24]</sup>、遗传算法( Genetic Algorithm, GA)<sup>[25]</sup>和粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)<sup>[26]</sup>等。与传统路径规划算法相比,群体智能算法具有全局搜索能力,能够有效避免局部最优解,在多目标优化与复杂环境路径规划中表现出显著优势,但对硬件的性能要求更高。本文提出的飞行路径算法相比于传统方法能够有效应对环境中的移动信号源追踪任务,通过合理规划飞行路径,最大化信息采集,减少不必要的飞行,确保无人机高效完成源追踪任务。

### 3 系统建模与问题定义

#### 3.1 运动模型

本文利用无人机进行移动源的追踪,追踪无人机和移动信号源均在 $(x, y, z)$ 的空间内运动。与现有多数工作的重点关切不同,本文主要关注信号源的移动,因此引入时间维度,构建时空高维模型,能够建模移动信号源的变化。为专注于分析和建模信号源的时空特性,我们假设 $z$ 始终保持固定。由于高斯过程技术具有可拓展至多维度的特性,本文提出的方法可以推广到更高维度的空间上。对于追踪无人机,其运动方式为分步匀速直线运动,实验中需要多次向指定方向移动固定步长 $l$ ,假设其速度为 $v_{track}$ ,其移动设置好的步长 $l$ 所花的时间为

$$t = l / v_{track} \quad (1)$$

本文假设信号源的运动呈现一定的规律,如匀速直线或匀加速直线运动,从而使得信号源可被较好地建模和分析,以便专注于验证本文提出的算法有效性。尽管实际环境中源的运动过程可能更加复杂,但是在许多情况下,能将其划分为若干阶段,每个阶段内可以近似为规律的运动。这里选择匀速直线运动的场景为例,假设源的初始位置为 $(x_0, y_0)$ ,

经过时间 $t$ 后源的位置为 $(x_t, y_t)$ ,则有

$$\begin{cases} x_t = x_0 + v_x \cdot t \\ y_t = y_0 + v_y \cdot t \end{cases} \quad (2)$$

其中,信号源在 $x$ 轴、 $y$ 轴方向的速度 $v_x, v_y$ 均为固定常数,以保证源做匀速直线运动。

#### 3.2 移动信号源的噪声模型

真实场景中信号强度值的测量噪声通常服从高斯分布,也叫作高斯噪声。高斯过程在之前的许多研究中已成功应用于信号强度建模,文献[27-28]都应用了该方法。对于本文研究的问题,由于信号源的移动性增加了时间的维度,与上述文献有所不同,可以将相应的 RSSI 和其对应的位置及时刻写成如下高斯模型:

$$y(\mathbf{Z}, t) = f(\mathbf{Z}, t) + \epsilon \quad (3)$$

其中,位置 $\mathbf{Z}$ 表示二维坐标 $(z_1, z_2)$ , $y(\mathbf{Z}, t)$ 表示 $t$ 时刻在位置 $\mathbf{Z}$ 处测得的 RSSI 值,即测量值; $f(\mathbf{Z}, t)$ 表示 $t$ 时刻位置 $\mathbf{Z}$ 处的实际 RSSI 值,即真实值; $\epsilon$ 表示观测噪声,该噪声无法通过现有手段消除,它服从一个独立同分布的均值为 0,方差为 $\sigma^2$ 的高斯分布,在该模型中,方差 $\sigma^2$ 是一个与样本数和位置无关的常量。高斯噪声模型能够有效地简化建模过程,并在许多相关研究中得到了广泛应用<sup>[27-32]</sup>。

#### 3.3 问题定义

上面给出了本文研究问题涉及的运动模型和移动信号源的噪声模型,下面给出研究问题的完整定义。

在一个二维平面内,待追踪的信号源处于匀速直线运动状态,但其信号强度与位置的关系式未知,追踪无人机通过自身搭载的传感器感知移动信号源的信号强度值,如果感知到可测量范围内有信号源的存在,执行移动信号源追踪任务,且在某一时刻某位置观测到的信号强度值与其所处位置的函数关系式未知,可以表示为

$$y(\mathbf{Z}, t) = f(\mathbf{Z}, t) + \epsilon \quad (4)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (5)$$

其中, $y(\mathbf{Z}, t)$ 为时刻 $t$ 位置 $\mathbf{Z}$ 处的信号强度测量值, $f(\mathbf{Z}, t)$ 为时刻 $t$ 位置 $\mathbf{Z}$ 处的真实信号强度值, $\epsilon$ 为高斯噪声。

本问题的难点在于:(1)移动未知源:如何准确实时地建模信号强度的空间与时间分布?(2)无向有噪感知:如何在充分探索和尽早追踪间做好平衡;先在更多位置充分采集数据以更准确估计源位置后追踪,还是尽早开始朝源估计位置移动并持续采集数据更新源位置的估计?

## 4 移动信号源追踪算法

在 3.3 小节中已经对问题进行了完整的定义并指出了问题的难点所在,针对前文指出的两个难点,本文在算法层面上将问题分解为两个部分解决,首先建立信号强度时空分布模型进行源位置估计,其次设计无人机飞行规划算法在线自适应规划采样路径,快速估计平面上的信号强度分布情况和信号源的位置,两个部分依次循环进行,在实验层面,还需考虑数据采集问题,整个系统的流程图如图 2 所示。

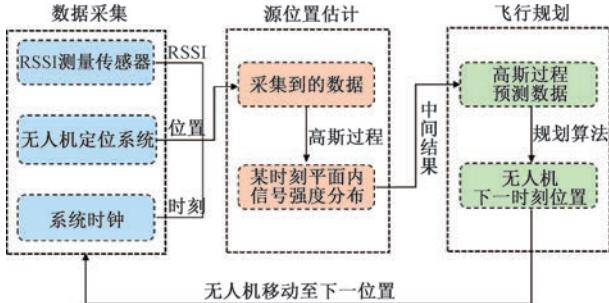


图 2 无人机信号源追踪算法流程图

本文提出的无人机信号源追踪算法主要分成数据采集、RSSI 分布建模和飞行规划三个部分。数据采集部分即通过相应的传感器感知带噪声的信号强度值,并记录相应的位置和时间信息;RSSI 分布建模部分根据现有数据利用高斯过程建立信号强度时空分布模型,预测某时刻平面上的信号强度分布;飞行规划部分是基于评估函数的在线自适应飞行规划策略,根据综合高斯过程预测结果和飞行规划算法,动态计算无人机下一时刻所要到达的位置,实现探索与追踪阶段的平衡。本节后续部分详细介绍了 RSSI 分布建模算法和无人机在线飞行规划算法两个部分的内容,数据采集部分由于涉及具体的实验场景,将在实验验证部分进行介绍。

### 4.1 利用高斯过程建立 RSSI 时空分布模型

本论文采用基于贝叶斯框架的高斯过程解决 RSSI 时空分布建模的问题,高斯过程回归是一种概率模型,有了训练好的模型,不仅可以预测某个位置  $\mathbf{X}$  的  $y(\mathbf{X}, t)$  的值,还可以得到整个函数的分布,且高斯过程为非参数回归方法,不需要大量的时间进行计算,可以满足实时计算的需要,与本文的应用场景和需求相契合。

#### 4.1.1 高斯过程简介

高斯过程可以被看成一系列随机变量的集合,其中任意有限个随机变量均服从高斯分布。一个高

斯过程由一个均值函数和一个协方差函数唯一确定。均值函数描述的是函数的整体趋势,即

$$m(x) = E[f(x)] \quad (6)$$

而协方差函数描述的是两个自变量所对应函数值之间的相关性,可以写成

$$k(x, x') = E[(f(x) - m(x))(f(x') - m(x'))] \quad (7)$$

因此,高斯过程可以被写成如下的形式:

$$f(x) \sim GP(m(x), k(x, x')) \quad (8)$$

如果考虑噪声的影响,高斯过程可以表示成:

$$y = f(x) + \varepsilon \quad (9)$$

$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  独立同分布高斯噪声。

#### 4.1.2 基于高斯过程的 RSSI 分布预测

本论文研究的问题中,信号源处于移动状态,其位置会随时间发生变化,针对这一特点,本文在现有高斯过程的应用上进行改进,在二维训练数据的基础上加入了时间的维度,即将时间信息作为输入的一部分,高斯过程的输入为  $\mathbf{x} = [z_1, z_2, t]^T \in R^3$ ,其中前两个分量是指  $t$  时刻所对应的追踪无人机所处的位置的二维坐标,第三个分量指时刻  $t$ 。在高斯过程的框架下,通过训练数据建立一个适应性强的模型,该模型能够动态估计移动信号源的时空分布,并预测未来时刻和位置的信号强度分布。

为了更好地估计平面上的信号强度值分布情况,在均值函数中引入超参数,且已有文献[33]验证,在均值函数中引入信号衰减模型,可以使高斯过程预测准确性得到提升,因此,本论文高斯过程使用的均值函数形式如下:

$$m(\mathbf{x}) = a - b * \log \| (z_1, z_2) - (x_1 + v_1 \Delta t, x_2 + v_2 \Delta t) \| \quad (10)$$

式(10)中,  $a, b, x_1, x_2, v_1, v_2$  均为超参数,其中  $a, b$  为信号衰减模型引入的超参数,  $x_1, x_2$  为信号源在  $t=0$  时刻的位置,即初始位置,  $z_1, z_2$  为当前计算位置。令

$$\rho = [a, b, x_1, x_2, v_1, v_2] \in R^6 \quad (11)$$

为均值函数超参数集合。

本文中协方差函数采用最常用的高斯核函数,已有文献[29]验证该核函数可以有效地建模空间相关性,其基本形式为

$$k(x_i, x_j) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|x_i - x_j|^2}{2l^2}\right) \quad (12)$$

式中  $\sigma, l$  为超参数,令  $\lambda = [\sigma, l]^T \in R^2$  为协方差函数超参数集合。令  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T \in R^{3n}$  表

示某一时刻的输入中的坐标和时刻信息,该时刻共有  $n$  个输入,  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T \in R^n$  表示与输入对应的信号强度值,对于上述给定的数据集,似然函数满足

$$p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \rho, \lambda) \sim N(U(\mathbf{X}, \rho), K(\mathbf{X}, \lambda) + \sigma^2 I) \quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned} U(\mathbf{X}, \rho) &= [\mu(x_1, \rho), \mu(x_2, \rho), \dots, \\ &\quad \mu(x_n, \rho)]^T \in R^n \end{aligned} \quad (14)$$

而协方差函数  $K(\mathbf{X}, \lambda) \in R^{n \times n}$  中第  $i$  行第  $j$  列的元素为  $k(x_i, x_j, \lambda)$ 。本文通过极大化似然对数的方法计算超参数的值,首先对似然函数取对数,得到

$$\begin{aligned} \log(p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \rho, \lambda)) &= \\ -\frac{1}{2} &[U(\mathbf{X}, \rho) - \mathbf{Y}]^T [K(\mathbf{X}, \lambda) + \sigma^2 I]^{-1} \\ [U(\mathbf{X}, \rho) - \mathbf{Y}] &- \frac{1}{2} \log |K(\mathbf{X}, \lambda) + \sigma^2 I| - \frac{n}{2} \log 2\pi \end{aligned} \quad (15)$$

采用极大化边缘似然对数的方法计算超参数  $\rho, \lambda$ ,有

$$\rho, \lambda = \operatorname{argmax}_{\rho, \lambda} \log(p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \rho, \lambda)) \quad (16)$$

上式等价于

$$\rho, \lambda = \operatorname{argmin}_{\rho, \lambda} -\log(p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \rho, \lambda)) \quad (17)$$

求解该问题可采用基于梯度下降的方法,例如 L-BFGS-B ( Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno with Bounds) 算法,进而计算超参数的值,完成高斯过程回归模型的预测。

上面的介绍中,高斯过程的均值函数和协方差函数均已确定,因此高斯过程被唯一确定。可以根据该确定的高斯过程预测某一位置某一时刻的信号强度值。另外本论文中的方法将拟预测的平面进行栅格化。

对于测试输入  $\mathbf{x}^* = [z_1^*, z_2^*, t^*]$ , 预测的信号强度分布

$$\begin{aligned} y^* &\sim N(U^*, \Sigma^*) \quad (18) \\ U^* &= K(\mathbf{x}^*, \mathbf{X}) [K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma^2 I]^{-1} \\ &[\mathbf{Y} - U(\mathbf{X})] + \mu(\mathbf{x}^*) \\ \Sigma^* &= K(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}^*) - K(\mathbf{x}^*, \mathbf{X})^T \\ &[K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma^2 I]^{-1} K(\mathbf{x}^*, \mathbf{X}) \end{aligned}$$

在利用高斯过程进行预测时,只预测某一时刻平面内 RSSI 的分布情况,需要特别说明的是,所要预测的时刻  $t^*$  对应未来的某一时刻,并不是现在所处的时刻,这样做的原因是数据的采集、算法的执行

和追踪无人机的飞行均需要耗费一定的时间,假设最近一次数据采集完成的时间为  $t_n$ ,追踪无人机的移动步长为  $l$ ,速度为  $v_{\text{track}}$ , 算法执行时间为  $\Delta t$ ,那么  $t^*$  应为

$$t^* = t_n + l/v_{\text{track}} + \Delta t \quad (19)$$

根据上面的公式,即可计算出在每个位置每个时刻的信号强度值,在某个固定的时刻  $t$ , 取平面上信号强度值均值最大的位置作为该时刻源的预测位置。

## 4.2 无人机飞行规划算法

基于上一小节 RSSI 时空分布建模,下一个关键问题是设计高效的飞行规划策略,我们面临充分探索还是尽早追踪间的平衡问题。虽然高斯过程能够预测信号强度分布,但真实场景中测量值不可避免地存在噪声干扰,导致预测结果存在误差。特别是在采集位置有限,数据量不足的初始阶段,预测结果的准确性难以保证。在这种情况下,贸然进入追踪阶段依赖预测结果进行飞行规划可能导致效率低下,追踪时间过长。另一方面,为了实现对源位置的准确估计,虽然可以通过在更多位置采集更多数据参与高斯过程训练与预测,提高位置估计精度,但是探索阶段耗时较长,同样会影响总完成时间。

为了实现探索与追踪阶段的平衡,需要设计一种能够主动优化数据采集、逐步提升模型精度的自适应飞行规划算法。本文提出的多阶段自适应飞行规划策略完全基于在线数据采集和实时决策,区别于已有工作需要离线预处理。本文采用了一种逐步更新模型的方法,无人机执行飞行任务的过程中,每次采集的信号数据都会被实时加入训练集中,动态更新高斯过程模型的预测结果。这种数据驱动的在线更新策略,能够在任务执行过程中逐步提升信号源位置预测的准确性,有效降低初始数据量不足带来的偏差。

本文的研究场景中,无人机在规划自身移动时,需要在探索(exploration)和利用(exploitation)之间进行权衡,在时空分布模型较为准确的基础上尽快完成寻源任务。本文首次将贝叶斯优化思想引入移动信号源追踪场景,采用基于贝叶斯优化采集函数(acquisition function)的方法进行飞行规划,利用贝叶斯优化中的采集函数作为评估函数来决定无人机下一时刻测量的位置。通过 IVR 和 LW 评估函数的动态切换机制,实现探索和利用(追踪)阶段的动态平衡。具体而言,将整个信号源追踪任务划分成

探索和追踪阶段,前期为探索阶段,无人机通过飞行规划首先对平面上的信号强度值有一个比较整体的评估,大致确定极值(信号源)所在的区域,并开始对极值所在的区域进行重点评估,更加准确的估计极值的位置;在追踪阶段,无人机利用探索阶段感知到的数据进行计算,根据高斯过程预测出的极值位置向信号源飞行,进而完成信号源追踪任务。下面详细介绍本文所采用的飞行规划算法。

#### 4.2.1 参考点和候选点的选取

本文的方法将平面进行栅格化之后进行离散位置的计算,参考点和候选点的选择也基于这一前提进行,在平面上离散地选择位置点。参考点即事先设置好的平面上的一组位置,用于作为信号采集计算的基准;而候选点为无人机下一步飞行可选位置的集合。评估函数进行计算时,对于每个候选点,遍历计算各参考点处的函数评估值并进行求和,再比较各候选点上计算出的该值,选择收益最高的点作为下一步的实际位置。

本文实验设置的区域为一个二维平面,并将平面划分成小的栅格,前期根据平面大小在二维平面上以适当的间隔均匀设置参考点,保证运算速度并尽可能精确地计算平面的预测情况,后期在对极值附近的区域进行重点评估时,可以考虑在预测出的极值附近选择更多的参考点。

候选点也采用离散的方式进行设置,由于无人机每一步的移动步长事先确定,候选点在以无人机移动步长  $l$  为半径的圆弧上选取,每两个候选点之间间隔圆心角  $\theta$ ,出于计算复杂度和准确度上进行平衡的考虑,本文实验中设置  $\theta = \pi/6$ , 每一步选取分号 12 个候选点。该值可以根据实际情况进行调整;另外为避免无人机对同一位置数据的多次采集,在选取候选点时并不是从固定角度 0 开始,而是加入了一个  $(0, \pi/6)$  区间生成的随机角度作为起始角,接着在间隔圆心角  $\theta$  的圆弧上均匀选取,这一做法可以采集平面内更多位置的数据,提升算法效率。

另外,为了保证无人机在探索阶段不会一直向信号源反方向飞行,致使利用阶段由于追踪无人机和信号源之间的初始距离过大而追踪失败,本文算法结合高斯过程预测出的信号源的位置优化候选点的设置,只在朝向信号源所在方向的半圆弧上进行选取,这样既减少了计算量,又提高了后续信号源追踪任务完成的速度。参考点和候选点示意图如图 3 所示。

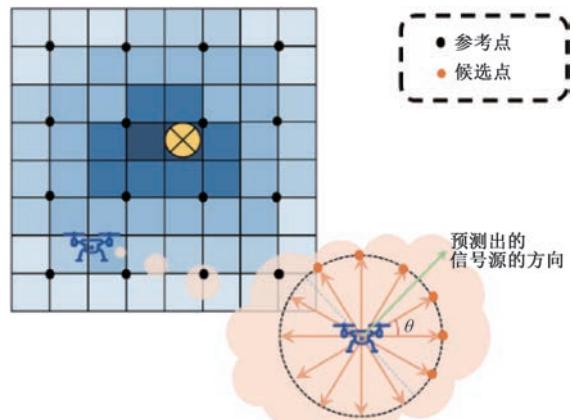


图 3 参考点及候选点示意图

#### 4.2.2 探索阶段评估函数的设置

本文采用高斯过程回归计算信号强度分布,通常情况下,回归学习假设训练数据提前给定,但本文所研究的场景中,无人机的移动性使得高斯过程回归可以进行主动数据选择(Active data selection),高斯过程可以根据已有的训练数据查询数据点,以便获得更多信息,探索阶段的评估函数就基于这一思想进行设置。

按照前文的陈述,在探索阶段根据评估函数规划无人机的飞行路径,在探索阶段前期,无人机偏向于探索整个平面,对平面上的 RSSI 分布做出整体估计,根据这一特性,本文在调研了多种方法的基础上,采用 Cohn 提出的 IVR(Integrated Variance Reduction, 总体方差缩减)<sup>[34]</sup> 方法作为候选点评估函数,该评估函数的计算公式如下:

$$a_{IVR}(x) = \int [\sigma^2(x') - \sigma^2(x'; x)] dx' \quad (20)$$

式中,  $x'$  为设置的参考点,  $\sigma^2(x')$  为选择候选点  $x$  前参考点的方差,  $\sigma^2(x'; x)$  为选择候选点之后参考点的方差,该方法计算的就是选择该候选点前后参考点处预测方差的变化量。该函数具体的计算方法在参考文献[35]中给出,由于篇幅限制,本文不再赘述。在本文所采用的离散场景中,式中的积分即表示对所有参考点求和,根据评估函数  $a_{IVR}(x)$  的实际意义,飞行规划的目标是选择使评估函数值最大的候选点即收益最高的候选点作为下一步无人机的位置,即

$$x = \operatorname{argmax}_x a_{IVR}(x) \quad (21)$$

进入探索阶段后期,无人机已经多次利用式(20)展示的公式规划飞行路径对平面上的 RSSI 时空分布有了整体的评估,为了更准确地找到信号源的位置,即极值的位置,现在使用另外一种评估函数

对极值附近的区域进行估计。本文采用在普通评估函数中加入似然比的形式作为该阶段的评估函数,这种方法称为 IVR-LW(likelihood-weighted)方法,简称 LW 方法,其计算方法为:

$$a_{LW}(x) = \int [\sigma^2(x') - \sigma^2(x'; x)] w(x') dx' \quad (22)$$

$$w(x') = \frac{p_x(x')}{p_\mu(\mu(x'))} \quad (23)$$

从式中可以看出,上式中同样包含了方差的减小量,这一部分与 IVR 方法完全相同,区别之处在于在 IVR 函数的基础上加入了  $w(x')$  作为采样权值,本文称为似然比,其中  $p_x(x')$  表示在  $x'$  处的概率密度函数,  $\mu(x')$  表示高斯过程中  $x'$  处的预测均值,本阶段的算法希望对极值附近的区域进行进一步探索,这时将该似然比作为一个抽样权重为每个候选点分配一个相关性度量,使得评估函数倾向于选择输出值异常大的点,即极值附近的点。因为是离散的情况,积分同样表示求和。文献[36]通过数值实验证了加入类似似然比权重的评估函数更偏向于预测极值附近的数据,与本阶段的目标相符。该函数的具体计算方法可以在文献[37]中找到。

同样地,为了最快地减小方差,需要选择使  $a_{LW}(x)$  最大的候选点作为下一步的飞行目的地。

图 4 给出了探索阶段的形象描述。探索阶段前期使用式(20)进行飞行规划,倾向于探索整个平面;后期使用在式(20)加上采样权重后的式(22)进行飞行规划,更倾向于探索极值附近的区域。图中的信号源位置、追踪无人机位置、信号强度位置均为示意位置,真实实验中的情况可能与此不同。

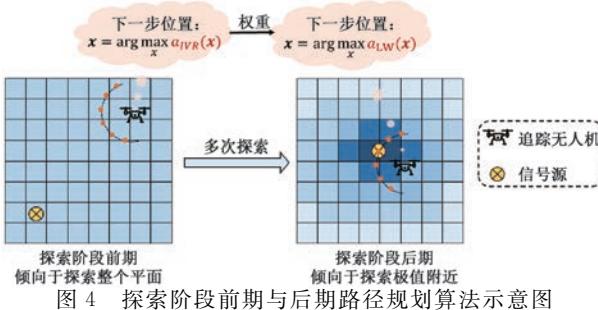


图 4 探索阶段前期与后期路径规划算法示意图

#### 4.2.3 追踪阶段飞行规划

在探索阶段中,无人机已经利用合适的飞行路径规划算法对平面内的信号强度时空分布有了较为准确的估计;在追踪阶段中,无人机侧重于利用现有的时空分布模型进行信号源的追踪,因此本阶段无人机直接向计算出的追踪无人机移动到下一步的时

刻,即要预测的时刻  $t^*$  对应的信号源的位置飞行,单次飞行距离为设置好的步长  $l$ 。

对于实验过程中追踪无人机的移动步长,不同阶段设置不同的数值,为实现更全面的探索和更准确的追踪,探索阶段的步长高于追踪阶段,具体的数值可以根据无人机的飞行速度和场地的大小进行调整。

另外关于探索阶段和追踪阶段的划分,以及探索阶段中两个子阶段的划分,可以通过仿真实验寻找合适的划分阈值。

#### 4.2.4 飞行规划算法流程

基于上述对飞行规划算法中各个阶段的详细介绍,算法 1 提供了飞行规划算法的清晰流程,概述了整个信号源追踪任务中的飞行规划过程,涵盖了探索阶段前期,探索阶段后期和追踪阶段的关键操作。

#### 算法 1. 信号源追踪无人机飞行规划核心迭代算法

**输入:** 无人机当前位置  $[z_1, z_2]$ , 预测出的源位置  $[x_1, x_2]$ , 当前迭代次数  $index$ , 判断完成源追踪的信号强度阈值  $threshold\_rss$ , 探索和追踪阶段划分的阈值  $th\_1$ , 探索前期和后期的划分阈值  $th\_2$

**输出:** 无人机下一时刻位置  $[z_1', z_2']$ , 完成追踪所用的迭代次数  $index$  和时间  $t$

1. 测量信号强度值  $rss$  并记录当前时间  $t$  和位置  $(x_1, y_1)$
2. IF 连续两次  $rss > threshold\_rss$  THEN
3. RETURN  $index, t$
4. END IF
5. IF  $t >$  任务最长执行时间 THEN
6. RETURN  $-1, t$
7. END IF
8. IF  $index < th\_1$  THEN
9.   探索阶段前期, 根据公式(21)计算无人机下一时刻位置  $[z_1', z_2']$
10. ELSE IF  $index < th\_2$  THEN
11.   探索阶段后期, 根据公式(22)计算无人机下一时刻位置  $[z_1', z_2']$
12. ELSE
13.   利用高斯过程预测信号源位置  $[x_1, x_2]$
14.   计算  $[x_1, x_2]$  与当前位置  $[z_1, z_2]$  的方位角  $angle$
15.   根据  $angle$  和移动步长计算下一步位置  $[z_1', z_2']$
16. END IF
17. 更新无人机位置  $[z_1, z_2] \leftarrow [z_1', z_2']$
18.  $t \leftarrow t + 步长 / 飞行速度$
19. 更新信号源位置  $[x_1, x_2]$
20.  $index = index + 1$

算法 1 通过无人机实时测量信号强度并记录位

置数据,结合高斯过程预测信号源位置,动态规划飞行路径。首先无人机随机飞行 3 次,采集 3 组数据便于后续的计算和预测。第 8~11 行是探索前期(全局探索)和探索后期(局部优化)阶段,分别采用不同的路径规划策略,第 12~15 行是追踪阶段。算法通过迭代优化,逐步缩小信号源位置的不确定性,最终在信号强度连续两次超过阈值时(第 2~4 行)完成追踪。若超时则返回失败标志(第 5~7 行)。该算法在探索效率和追踪精度之间做权衡,适用于移动信号源的高效追踪任务。同时本文的无人机追踪信号源算法是实现无人机集群协作追踪信号源的基础。

## 5 实验验证

为全面验证本文提出的单无人机移动信号源追踪与飞行规划算法的有效性,本节实验遵循“理论验证—参数优化—实际应用”的递进式验证策略,通过仿真实验和真机实验相结合的方式,从多个维度验证算法的有效性。本文首先通过仿真实验模拟信号源的分布和噪声,验证所提算法的有效性,并通过参数敏感性分析实验确定最优参数配置,为真机实验提供基础。随后,在真实环境中进行无人机追踪信号源实验,以验证算法在存在噪声的真实信号源场景下的性能。

### 5.1 仿真实验

本文首先采用仿真实验模拟真实场景下信号源的移动和追踪无人机的追踪过程,下面给出仿真实验的基本设置见表 2。

表 2 仿真实验设置基本信息表

参数	参数值
信号源移动速度	$x, y$ 轴方向均 $0.1 \text{ m/s}$
追踪无人机飞行速度	$0.5 \text{ m/s}$
追踪无人机随机移动步长	$1.0 \text{ m}$
追踪无人机探索阶段步长	$0.3 \text{ m}$
追踪无人机利用阶段步长	$0.2 \text{ m}$
参考点数量	25 个
候选点数量	12 个
信号源初始位置	$(-2.5, -2.5)$
追踪无人机初始位置	$(0, 0)$
信号源与追踪无人机平面范围	$5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$

实验中假设信号源和追踪无人机位于同一平面内,不考虑信号源和追踪无人机的高度。为获取初始数据,实验开始后追踪无人机首先随机移动 3 次,获取 3 组数据,以便后续计算和预测。实验中需要

对信号源所产生的信号分布进行模拟,根据前期真实实验中采集到的部分数据模拟进行计算预测进而得到整个平面上数据分布。实验过程中,若追踪无人机与信号源之间的距离  $\Delta d$  连续两次满足  $\Delta d < 0.1 \text{ m}$ ,则认为追踪成功。根据真实场景中测得的数据将此距离转换为对应的信号强度阈值  $threshold_{rss} = -20$ ,若信号源移动出实验区域时追踪无人机仍未满足上述条件,视为追踪任务失败。

为了验证本文所提出的基于高斯过程的 RSSI 时空分布模型方法以及基于贝叶斯优化采集函数设计的评估函数在追踪过程中对无人机飞行规划效率的提升,设计了多组对比实验,分别证实了信号源位置估计方法的有效性、路径规划算法的有效性、路径规划算法中探索阶段中 IVR 和 LW 两个评估函数的必要性和速度对算法有效性的影响,以及探索与追踪阶段步长划分的依据,不同候选点个数对计算时间和追踪成功率的影响。下面分别进行介绍。

本文采用统计的方法进行不同实验对比,每组实验分别随机进行 100 次信号源追踪,统计追踪失败次数、平均完成步数等关键指标,根据不同的实验设置与目的,选择不同的评价指标来验证。

#### (1) 信号源未来时刻位置估计算法的有效性

为验证本文提出的基于信号强度时空分布建模的信号源未来时刻位置估计方法的有效性,本文首先实现基于高斯过程的算法,该实验的结果如表 3 所示。100 次实验中能够在规定的时间内使用该方法完成源追踪任务的成功率为 97%,另外三次实验中由于随机移动的不确定性、信号强度感知噪声等原因未在规定时间内达到距离阈值要求,但是观察追踪无人机的飞行轨迹与高斯过程预测结果可知,高斯过程预测出的信号源位置与真实位置接近,且无人机在任务后期朝信号源方向飞行。该实验证实了本章第三节提出的信号源位置估计算法的有效性。

表 3 信号源未来时刻位置估计算法的有效性的实验结果

平均完成步数	未完成次数	最大完成步数	最小完成步数
29.68	3	—	4

#### (2) 本文提出的路径规划算法有效性

为验证本文在源追踪算法中加入路径规划算法对实验效果的提升,首先对比不使用路径规划算法和使用完整路径规划算法,即在实验中使用本章介绍的全部策略的实验效果。图 5 给出了两组 100 次实验中完成追踪任务所用飞行步数的统计直方图,

其中,相邻的橙色和绿色直方条分别表示两组实验中相同步数区间所对应的频数。图 5 中横坐标为完成任务所需移动步数,纵坐标均为频数,这两张图中频数越集中在移动步数少(X 轴左侧)处表示性能越好。首先可以直观地看到优化后的算法在大部分情况下显著减少了完成任务所需的飞行步数。通过计算对比均值,不使用路径规划算法完成任务所需飞行步数的均值为 29.68,完整路径规划算法完成任务所需飞行步数的均值为 25.97,这表明完整路径规划算法能够减少不必要的路径探测。同时使用完整路径规划算法完成追踪任务所需的最大步数为 64,未出现在规定时间内完成追踪任务的情况。因此可以得出,本文所提出的移动信号源追踪无人机飞行规划方法,在追踪效率、路径优化和稳定性方面均有较大提升。

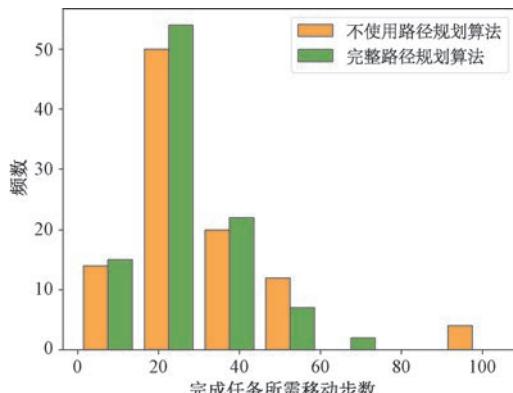


图 5 是否使用路径规划算法完成任务移动步数频数直方图

### (3) 优化评估函数计算后的路径规划算法与优化前对比

本文的算法在计算评估函数的过程中进行了优化,加入了随机角度和 180 度角度的约束,为验证该优化的有效性,对优化前和优化后的方法实验效果

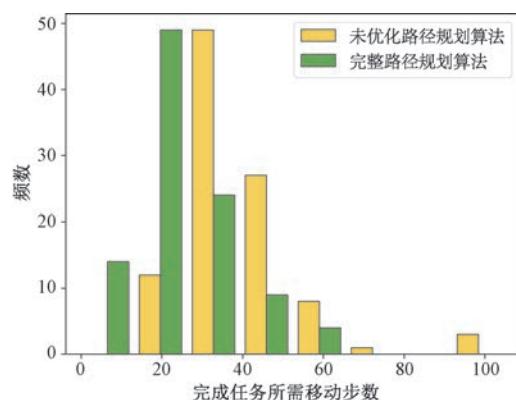


图 6 是否优化路径规划算法完成任务移动步数频数直方图

进行对比。图 6 给出了两组 100 次实验中完成追踪任务所需移动步数的统计直方图。未优化路径规划算法完成任务所需飞行步数的均值为 39.62,完整路径规划算法完成任务所需飞行步数的均值为 25.97,通过对比均值得出,优化后的算法在飞行步数上明显优于优化前的算法,验证了该优化的必要性。同时优化算法的“最大完成步数”依然表现出一定的波动。这是因为优化算法在信号源分布复杂或干扰较大的情况下,可能需要多次路径调整才能达到最优解,导致偶尔出现较高的飞行步数。

### (4) 两种不同评估函数设置的必要性

本文的算法在探索阶段采用的两种不同的评估函数,分别有不同的侧重点,为验证将探索划分为两阶段采用不同评估函数的必要性,本实验分别对比只选择某一种评估函数与选择两种评估函数的实验效果,100 次实验中完成步数如图 7 所示。从图中可以看出,采用两种评估函数的方法性能更好,效率更高,这是由于两种评估函数分别对应不同的功能,适用于不同的场景,需要按需使用,不能混淆,否则可能会带来反作用。

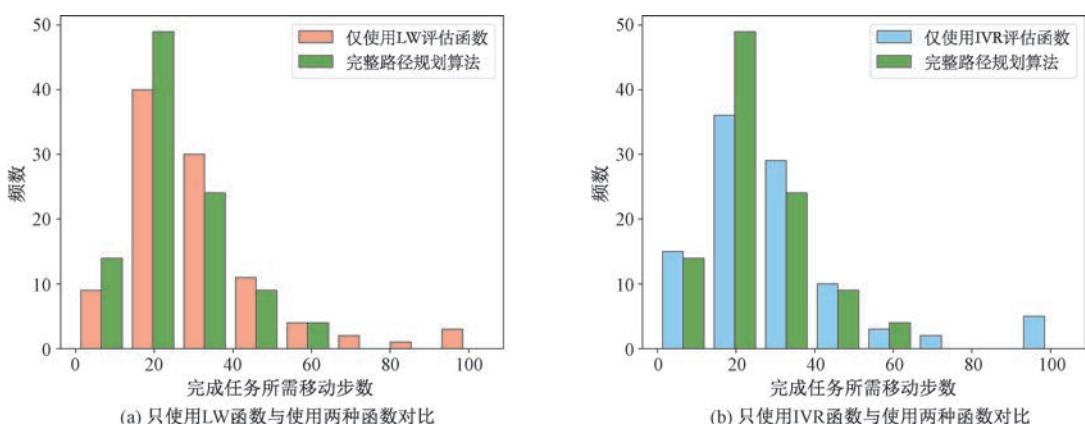


图 7 使用一种和两种评估函数执行追踪移动步数频数统计直方图

表 4 仿真实验结果对比表

实验设置	平均完成步数	未完成次数	最大完成步数	最小完成步数
不使用路径规划算法	29.68	3	—	4
只使用 LW 评估函数	31.95	2	—	7
只使用 IVR 评估函数	31.49	5	—	7
不优化的路径规划算法	39.62	1	—	22
完整路径规划算法	25.97	0	64	5

上面四组实验分别验证了本文提出的算法的各个部分的有效性,其中涉及五种不同的实验设置,具体设置如下:

(1) 不使用路径规划算法实验:不使用候选点评估函数,除 3 次随机飞行外,追踪无人机直接向计算出的信号源的位置飞行固定步长。

(2) 只使用 LW 评估函数实验:只使用 LW 函数,不使用 IVR 函数。

(3) 只使用 IVR 评估函数实验:只使用 IVR 函数,不使用 LW 函数。

(4) 不优化的路径规划算法实验:使用 IVR 函数和 LW 函数,但不加 180 度方向和随机角度限制。

(5) 完整路径规划算法实验:使用 IVR 函数和 LW 函数,且加上 180 度方向和随机角度限制,即本文提出的算法。

表 4 中列出了上述五组实验的实验结果,表中最大完成步数列的横线含义为 100 次实验中出现在规定的时间以及迭代次数内未完成实验的情况。

从对比实验结果可以看出,本文提出的算法在平均完成步数和最大完成步数上均有较大优势,进行的 100 次随机实验中实验五的算法追踪任务完成率为 100%,平均完成步数也最少。与不使用候选点评估函数相比,算法的平均完成步数减少 12.5%。另外本文所应用的两个候选点评估函数均对实验效率的提升具有较好效果。通过前面几组仿真实验结果对比,可以验证本文算法的正确性和高效性。

#### (5) 速度对路径规划算法有效性的影响

为了探究速度对路径规划算法有效性的影响,设计了两类对比实验:固定追踪速度,改变信号源速度和固定信号源速度,改变追踪速度。

首先探究信号源速度的影响,设置追踪速度为 0.5 m/s 时,对比信号源移动速度分别为 0.1 m/s~0.5 m/s 的实验效果,图 8 展示了 5 组 100 次实验中信号源不同移动速度下对追踪成功率的影响。图 8 显示,当追踪速度为 0.5 m/s,随着信号源速度增

加,追踪成功率单调递减,说明追踪难度随着信号源速度的增加而增加。在源移动速度较低(0.1 m/s)时,追踪无人机能够更快收敛到移动信号源位置;源速度较高时,无人机在两次测量之间源已移动较远距离,增加了预测信号源位置的难度,导致路径规划算法需要更长时间追踪,造成规定时间内未完成源追踪任务的情况。

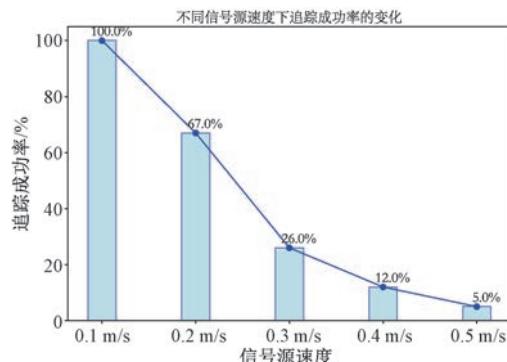


图 8 信号源不同速度下追踪成功率的影响

其次,为了探究固定信号源速度,追踪速度对路径规划算法的影响,设置信号源速度为 0.1 m/s 时,对比追踪的移动速度在 0.2 m/s~0.6 m/s 的实验效果,5 组 100 次实验中在不同追踪速度下对完成任务成功率的影响如图 9。当信号源的速度恒定为 0.1 m/s 时,追踪速度为 0.5 m/s 时表现最优。因此,选择了追踪速度为 0.5 m/s 进行后续的真机实验。

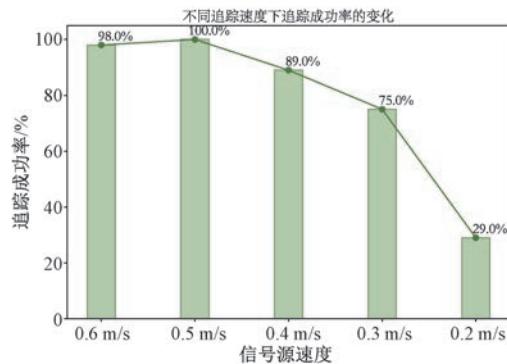


图 9 不同追踪速度下追踪成功率的影响

将以上速度分类实验的结果进行了一个总结,追踪速度和信号移动速度之间具有适当的差值,且信号源移动速度比追踪方慢,有助于提高追踪成功率。验证了速度参数对路径规划算法的影响,同时为真机实验的速度设置提供了有效参考。

#### (6) 探索阶段和追踪阶段移动步长设置的影响

为了研究探索阶段和追踪阶段步长的大小设置,我们进行了对比实验,对探索阶段和追踪阶段的移动

步长进行了系统性的分析,并针对其影响进行了对比研究。另外设计了对比实验:(1)固定追踪步长,调整探索步长;(2)固定探索步长,调整追踪步长。

在研究探索阶段步长对执行源追踪效率的影响时,我们调整探索阶段的步长分别为0.3 m,0.2 m,0.1 m,分析其对完成任务所需移动步数和完成时间的影响。

首先,探索阶段对移动步数的影响如图10(a),当探索阶段步长为0.3 m时,移动步数分布相对集

中,整体移动次数少。随着步长减小,移动步数的分布明显变宽并出现了极端值,表明探索步长过小导致路径搜索过于细化,增加不必要的移动,降低任务执行效率。图10(b)是探索阶段的步长变化对完成时间的影响,对比分析得出,步长是0.3 m时,完成时间分布紧凑且相对较短,而0.1 m步长组的极端情况最明显,完成时间上界明显高于其他组,执行任务时间大幅度增加。因此,探索阶段步长为0.3 m时表现最稳定,能够提高任务执行效率。

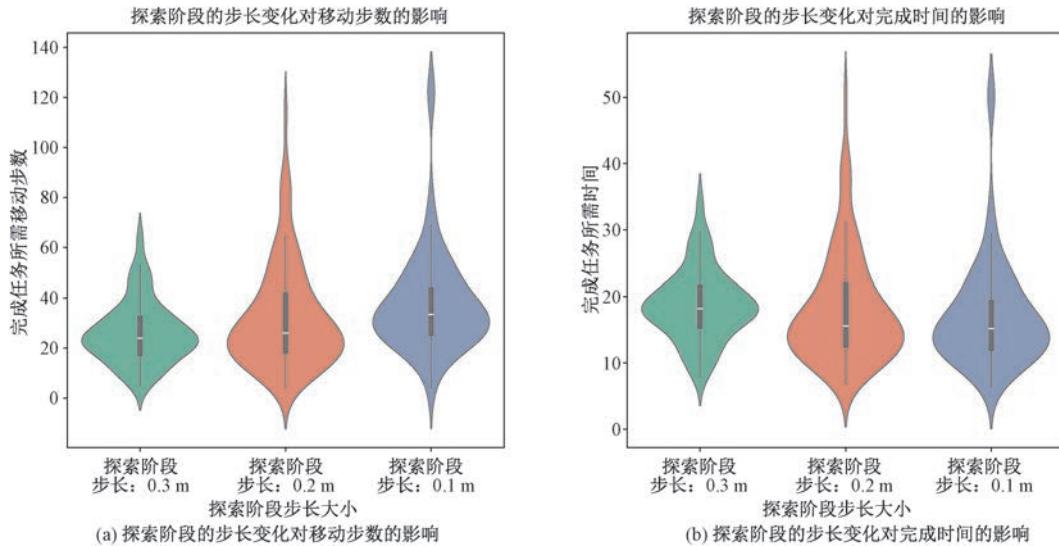


图10 探索阶段步长参数对源追踪任务性能的影响

在研究追踪阶段步长对执行源追踪效率的影响时,设置追踪阶段的步长分别为0.3 m,0.2 m,0.1 m进行实验,分析其对完成任务所需移动步数和完成时间的影响,绘制的实验结果如图11。

首先追踪步长为0.2 m时,根据图11均可以看出数据分布相对稳定,波动较小。步长为0.3 m

时,虽然平均完成任务所需时间较短,但是部分实验出现了极值,可能是由于大步长导致调整目标不精确,产生额外调整的情况。0.1 m步长时移动步数分布和任务完成时间分布较宽,说明步长过小会导致任务执行缓慢,完成时间普遍较长。因此,追踪阶段步长为0.2 m时表现最优,既能保证较短任务时

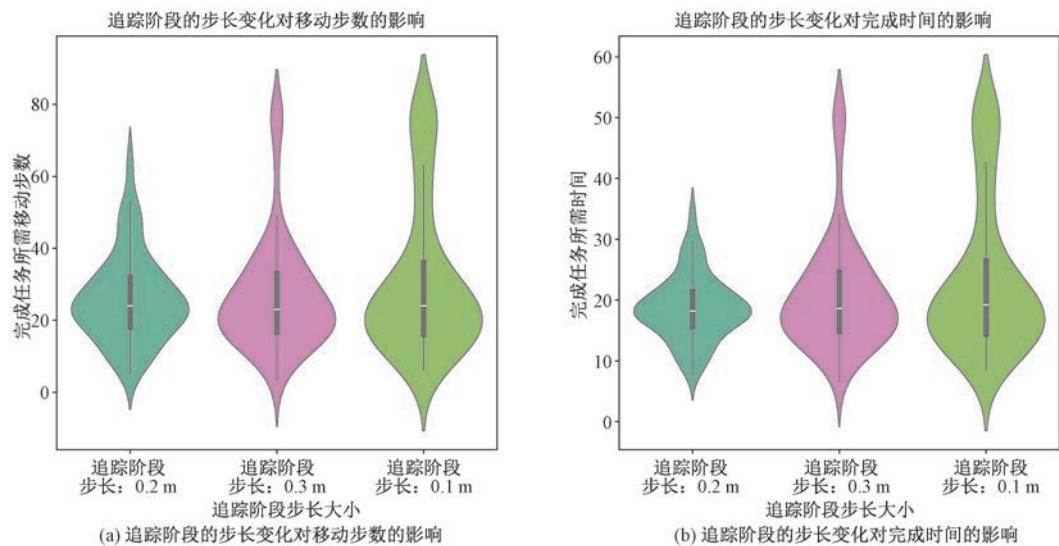


图11 追踪阶段步长参数对源追踪任务性能的影响

间,还能减少路径极端情况。

根据实验数据结果分析,得到的最优组合是:探索阶段步长为 0.3 m,追踪阶段步长为 0.2 m。结合本文路径规划算法中不同阶段的目标进一步解释,探索阶段的目标是无人机在未知环境中进行搜索,快速覆盖大范围区域,加快环境数据采集的速度;追踪阶段的目标是对已知目标进行精确追踪,由于目标位置已经大致确定,进行稳定的目标跟踪即可。

### (7) 候选点个数对飞行规划算法的影响

为了评估候选点个数对飞行规划算法的影响,设计了消融实验评估,使用不同的  $\theta$  值,分别为  $\pi/2, \pi/4, \pi/6, \pi/8, \pi/10, \pi/12$ ,以此评估两个候选点之间的间隔角对路径规划算法性能的影响。

图 12 展示了 100 次仿真实验结果,分析了不同候选点个数对计算时间和追踪成功率的影响。此处的计算时间是路径规划过程候选点筛选和优化等计算步骤的总时间消耗。结果表明,随着候选点个数的增加,计算时间呈线性增长,但追踪成功率呈现非单调变化趋势。候选点个数较少时,计算时间较短但成功率低;候选点个数增加时成功率提高,但超过某一阈值(如 16 个以上)后,计算时间急剧上升,成功率反而下降。这表明过多的候选点导致计算负担过重,无法线性提升追踪效果。虽然 16 个候选点的追踪成功率最高,但相比 12 个候选点,计算时间增加约 48.34%,综合考虑实时性要求,选择 12 个候选点作为最优配置。该设置下,计算时间与追踪成功率达到最佳平衡,无人机能够在合理时间内有效覆盖搜索区域,同时避免过多计算开销,满足移动信号源追踪的实时性要求。

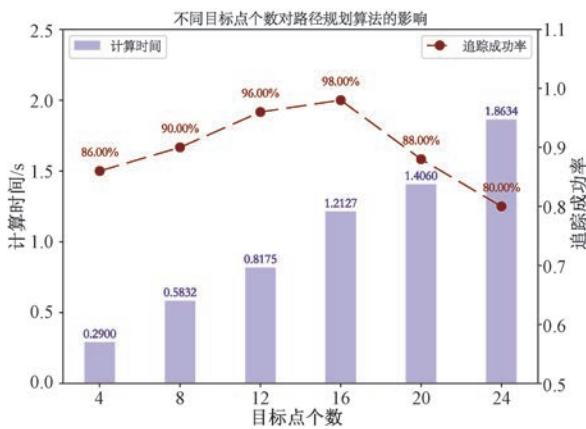


图 12 不同候选点个数对路径规划算法的影响

基于这一递进式验证策略,仿真实验(1)(2)(3)(4)属于理论验证,(5)(6)(7)属于参数优化,这些为

5.2 小节的实际应用奠定了基础。

## 5.2 真机实验

5.1 小节通过仿真实验对本文提出的算法各个模块分别进行了验证,本小节采用真机实验进一步验证算法在真实环境中的有效性。

本文移动信号源追踪真机实验采用 Bitcraze 公司设计的 Crazyflie 2.1<sup>[38]</sup>微型室内无人机作为实验平台,详细技术参数见表 5,并利用 Lighthouse 定位系统实现无人机的精确定位,AI-Deck 扩展板用于信号源模拟和信号强度数据采集。实验场景如图 13 所示。

表 5 Crazyflie 2.1 技术指标

平台	Bitcraze
无人机	Crazyflie 2.1
飞行重量	27 g
最大载重	15 g
电池容量	250 mAh
尺寸	92 mm×92 mm×29 mm
处理器 MCU	Cortex-M4(168 MHz, 192 kb SRAM, 1 Mb flash)

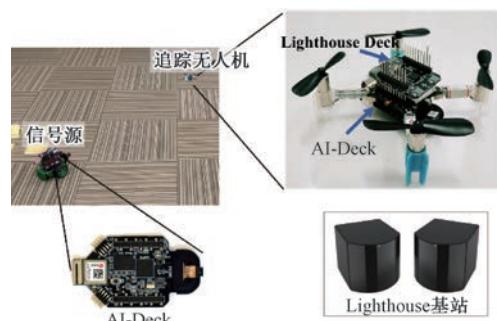


图 13 真机实验场景图

### 5.2.1 信号强度值的获取

本实验利用无人机上搭载的 AI-Deck 扩展板的 NINA 模块模拟信号源和获取信号强度值。NINA 模块实际是一块 ESP32 开发板,支持 2.4 GHz Wi-Fi 功能,可以配置成 AP 或 Station 模式。

实验过程中,通过将数据采集和计算过程分开的方式减轻无人机的计算负担。追踪无人机上搭载的 AI-Deck 扩展板设置成 Station 模式,编写实验代码修改 ESP32 固件并通过扫描的方式获取 RSSI 信息,信号源所用的 AI-Deck 扩展板设置成 AP 模式。追踪无人机将 RSSI 信息通过日志的方式传递给计算机,由计算机利用 Python 代码进行解析获取信号强度数值。

### 5.2.2 飞行实验

配置好无人机开发环境并做好实验准备工作,进行 Lighthouse 坐标校准,将信号强度测量代码烧

录至无人机之后,编写真机实验代码通过飞行实验验证本文提出算法的有效性。

根据前期真实实验数据设置真机实验中动态 Wi-Fi 信号源追踪成功的标志为连续两次追踪无人机感知到的 RSSI 数值高于 -20, 实验中采用前文提出的移动信号源追踪算法, 实验设置与仿真实验完整路径规划算法实验一致。追踪实验过程中, 信号源保持匀速直线运动, 追踪无人机首先随机飞行 3 次, 之后按照 4.2.4 小节中的算法控制无人机飞行, 并且每移动到一个新位置之后记录位置、时间、信号强度值数据, 用于高斯过程的预测和无人机飞行规划。

追踪实验过程中, 可以观察到无人机起飞后先随机飞行, 之后按照飞行规划算法的规划探索整个平面, 对平面上的信号强度分布做出比较准确的建模, 移动设置好的步数之后, 开始向信号源飞行。图 14 给出了实验过程中信号源和无人机相对位置处于不同状态的 4 张场景截图, 以便展示整个真机实验过程。图中红色圆圈内为追踪无人机, 小车模拟信号源在地面做匀速直线运动。

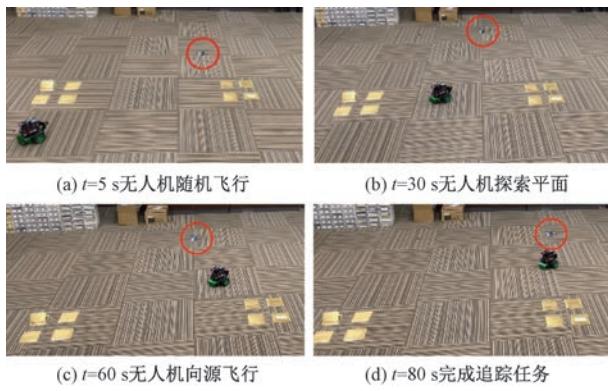


图 14 真机实验过程图

从图 14 中可以看出, 追踪无人机最终完成动态 Wi-Fi 源追踪任务, 整个实验过程中追踪无人机共移动了 24 步, 用时 80 s。为了更好地展示实验过程中追踪无人机和信号源的相对位置, 实验中记录了中间数据, 并在图 15 中给出了实验过程中追踪无人机和信号源的在平面内的相对位置图。需特别说明的是图中给出的信号源位置点是追踪无人机刚到达某位置时信号源所处的位置, 由于追踪无人机需要在移动到一个新的位置后停留片刻通过扫描的方式测量信号强度值并计算下一步的目的坐标, 扫描间隔设置为 2 s, 但无人机飞到目的地的时刻可能处于此时间间隔中的任意时刻, 因此停留时间不固定, 信号源每两个相邻位置点之间的间隔也不固定, 导致

图中信号源相邻位置点之间的距离长短不一。为更好地展示无人机和信号源的移动过程, 图 15 中用颜色的渐变表示时间的推移, 颜色淡的点所在位置所对应的时刻先于颜色深的点, 橘色系的点表示追踪无人机的位置, 绿色系的点表示信号源的位置。可以看出实验后期追踪无人机与信号源的距离较近, 移动路径相似度很高, 追踪无人机成功进行信号源的追踪。

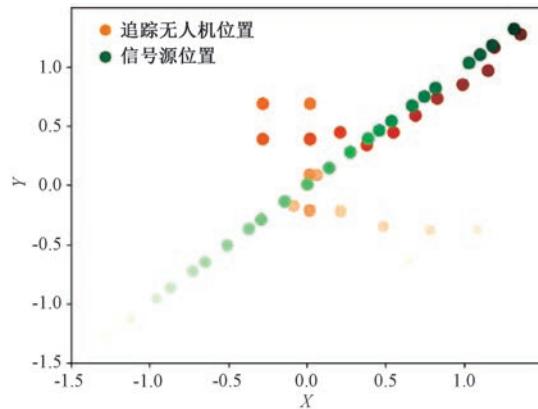


图 15 真机实验追踪无人机与信号源位置散点图

图 16 给出了实验过程中不同时刻高斯过程预测出的信号源的位置与信号源真实位置之间的差值, 在探索阶段, 高斯过程的输入数据量较少, 预测值不准确, 预测值和真实值之间的差值较大, 且呈现不稳定的波动状态, 利用阶段, 随着无人机实时数据采集, 高斯过程输入数据量增大, 预测值与真实值之间的差值逐渐减小, 并最终稳定在 0.1 m 附近, 满足追踪实验精度的要求。

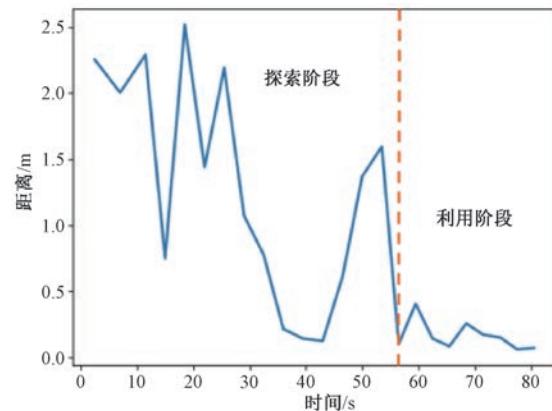


图 16 不同时刻高斯过程预测位置与信号源真实位置之间的差值随时间变化折线图

为了更好地说明本文提出的基于高斯过程的 RSSI 时空分布建模方法的有效性, 图 17 给出了高斯过程利用现有数据预测出的不同时刻下 RSSI 空

间分布图。

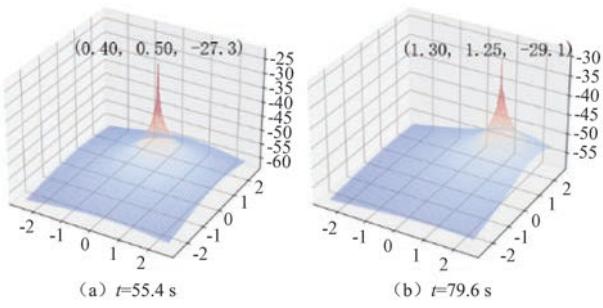


图 17 真机实验不同时刻高斯过程计算出的平面上信号强度分布图

图 17 中高斯过程预测出的 RSSI 分布较为平滑,且有明显的峰值,与预期相符,从另一个方面验证了本文所提出的基于高斯过程的移动信号源追踪方法的正确性。

## 6 总结与未来工作

针对移动信号源追踪问题,本文提出了一种基于高斯过程 RSSI 时空分布建模的无人机在线飞行规划源追踪算法。该方法的算法部分分为建立信号强度时空分布模型进行源位置估计和设计无人机飞行规划算法在线规划采样路径快速估计平面上的信号强度分布情况和信号源的位置两个部分,实验过程中,两个部分依次循环进行,最终完成对移动信号源的追踪。本文采用仿真实验和真机实验分别进行算法验证,首先通过仿真实验验证了算法的正确性和高效性,之后进行真机实验证实了真实场景下算法的有效性。未来工作中,我们将利用多架无人机完成对于移动信号源的追踪任务,以便提高系统效率和容错性,并探索根据高斯过程拟合结果动态调整追踪无人机的速度提高追踪效率。同时,我们将进一步增加对大区域、复杂环境的考虑,探讨其他(如马特恩核)协方差函数,噪声模型在复杂环境中的表现,扩展信号源的运动模式,使其更加贴近实际场景中的动力学特性,并优化路径规划算法,以增强系统在非理想环境下的适应能力。此外,还计划研究多普勒频移对信号建模的影响和频移补偿算法,优化适用于高速场景的源追踪任务场景。

## 参 考 文 献

- [1] Xu Y, Zhao X, Chen Y, et al. Research on a mixed gas recognition and concentration detection algorithm based on a metal oxide semiconductor olfactory system sensor array. *Sensors*, 2018, 18(10): 3264

- [2] Chen X, Huang J. Odor source localization algorithms on mobile robots: A review and future outlook. *Robotics and Autonomous Systems*, 2019, 112: 123-136
- [3] Zou H, Jin M, Jiang H, et al. WinIPS: WiFi-based non-intrusive indoor positioning system with online radio map construction and adaptation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2017, 16(12): 8118-8130
- [4] Duisterhof B P, Krishnan S, Cruz J J, et al. Tiny robot learning (tinyrl) for source seeking on a nano quadcopter//Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Xi'an, China, 2021: 7242-7248
- [5] Pambudi E, Babgei A F, Hady M A, et al. Nano quadcopter for autonomous heat source detection//Proceedings of the 24th International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA). Surabaya, Indonesia, 2023: 180-185
- [6] Feng Q, Cai H, Yang Y, et al. An experimental and numerical study on a multi-robot source localization method independent of airflow information in dynamic indoor environments. *Sustainable Cities and Society*, 2020, 53: 101897
- [7] Bourne J R, Pardyjak E R, Leang K K. Coordinated Bayesian-based bioinspired plume source term estimation and source seeking for mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 2019, 35(4): 967-986
- [8] Williams C K I, Rasmussen C E. Gaussian processes for machine learning. Cambridge, MIT Press, 2006
- [9] Wu Yanbo, Meng Guangshi. Fuzzy clustering KNN localization algorithm based on WiFi network. *Communications World*, 2018 (6): 95-96 (in Chinese)  
(吴彦波, 孟广仕. 基于 WiFi 网络的模糊聚类 KNN 位置指纹定位算法. 通讯世界, 2018 (6): 95-96)
- [10] Ding G, Tan Z, Wu J, et al. Indoor fingerprinting localization and tracking system using particle swarm optimization and Kalman filter. *IEICE Transactions on Communications*, 2015, 98(3): 502-514
- [11] Belmonte-Hernández A, Hernández-Péñaloza G, Gutiérrez D M, et al. SWiBluX: Multi-sensor deep learning fingerprint for precise real-time indoor tracking. *IEEE Sensors Journal*, 2019, 19(9): 3473-3486
- [12] Zhou Dongqing, Yuan Yanzhao. Research on target tracking in sensor networks based on grid. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(8): 135-138 (in Chinese)  
(周东清, 袁延召. 基于网格的传感器网络目标追踪研究. 计算机工程与应用, 2008, 44(8): 135-138)
- [13] Lu X, Liu J, Zhao H. Collaborative target tracking of IoT heterogeneous nodes. *Measurement*, 2019, 147: 106872
- [14] Yang Z, Gong W. Decimeter-level WiFi tracking in real-

- time//Proceedings of the 2020 IEEE/ACM 28th International Symposium on Quality of Service (IWQoS). Hangzhou, China, 2020: 1-10
- [15] Dressel L, Kochenderfer M J. Hunting drones with other drones: Tracking a moving radio target//Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montreal, Canada, 2019: 1905-1912
- [16] Yadav I, Tanner H G. Mobile radiation source interception by aerial robot swarms//Proceedings of the 2019 International Symposium on Multi-Robot and Multi-Agent Systems (MRS). New Brunswick, USA, 2019: 63-69
- [17] Hu H, Wang J, Chen A, et al. An autonomous radiation source detection policy based on deep reinforcement learning with generalized ability in unknown environments. Nuclear Engineering and Technology, 2023, 55(1): 285-294
- [18] Geng Y, Jung J, Seol D. Sound-source localization system based on neural network for mobile robots//Proceedings of the 2008 IEEE International Joint Conference on Neural Networks (IEEE World Congress on Computational Intelligence). Hong Kong, China, 2008: 3126-3130
- [19] Hua D, He T, Li T, et al. Path planning for autonomous vehicles based on improved artificial potential field//Proceedings of the 2024 8th International Conference on Electrical, Mechanical and Computer Engineering (ICEMCE). Xi'an, China, 2024: 1733-1736
- [20] Changxin Z, Ligang W, Yiding W, et al. UAV electric patrol path planning based on improved ant colony optimization-A\* algorithm//Proceedings of the 2022 IEEE International Conference on Electrical Engineering, Big Data and Algorithms (EEBDA). Changchun, China, 2022: 1374-1380
- [21] Zhang Z, Wang S, Chen J, et al. A bionic dynamic path planning algorithm of the micro UAV based on the fusion of deep neural network optimization/filtering and hawk-eye vision. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(6): 3728-3740
- [22] Wu J, Sun Y, Li D, et al. An adaptive conversion speed Q-learning algorithm for search and rescue UAV path planning in unknown environments. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(12): 15391-15404
- [23] Pu X, Zhang C, Zhang J. Multitarget real-time path planning using double adaptive A\* algorithm. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(4): 4301-4312
- [24] Li D, Wang L, Cai J, et al. Research on terminal distance index-based multi-step ant colony optimization for mobile robot path planning. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2022, 20(4): 2321-2337
- [25] Zheng J, Ding M, Sun L, et al. Distributed stochastic algorithm based on enhanced genetic algorithm for path planning of multi-UAV cooperative area search. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(8): 8290-8303
- [26] Bin W. A novel supply chain multi-level inventory model based on improved PSO algorithm//Proceedings of the 2023 8th International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES). Coimbatore, India, 2023: 1733-1737
- [27] Wang X, Wang X, Mao S, et al. Indoor radio map construction and localization with deep Gaussian processes. IEEE Internet of Things Journal, 2020, 7(11): 11238-11249
- [28] Tao Y, Zhao L. A novel system for WiFi radio map automatic adaptation and indoor positioning. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(11): 10683-10692
- [29] Hähnel B F D, Fox D. Gaussian processes for signal strength-based location estimation//Proceedings of Robotics: Science and Systems. Pennsylvania, USA, 2006
- [30] Singh A, Ramos F, Whyte H D, et al. Modeling and decision making in spatio-temporal processes for environmental surveillance//Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Anchorage, USA, 2010: 5490-5497
- [31] He Z, Li Y, Pei L, et al. Enhanced Gaussian process-based localization using a low power wide area network. IEEE Communications Letters, 2018, 23(1): 164-167
- [32] Sun Z, Zhong L, Chen X, et al. Application of gaussian process regression model in industry//Proceedings of the 2022 2nd International Conference on Robotics, Automation and Artificial Intelligence (RAAI). Singapore, 2022: 221-225
- [33] He S, Chan S H G. Towards crowdsourced signal map construction via implicit interaction of IoT devices//Proceedings of 2017 14th Annual IEEE International Conference on Sensing, Communication, and Networking (SECON). San Diego, USA, 2017: 1-9
- [34] Cohn D A. Neural network exploration using optimal experiment design. Neural Networks, 1996, 9(6): 1071-1083
- [35] Ristic B, Angley D, Moran B, et al. Autonomous multi-robot search for a hazardous source in a turbulent environment. Sensors, 2017, 17(4): 918
- [36] Blanchard A, Sapsis T. Informative path planning for anomaly detection in environment exploration and monitoring. Ocean Engineering, 2022, 243: 110242
- [37] Blanchard A, Sapsis T. Output-weighted optimal sampling for Bayesian experimental design and uncertainty quantification. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, 2021, 9(2): 564-592
- [38] <https://bitcraze.io/>. 2024/8/17



**SHAN Feng**, Ph. D., associate professor. His main research interests include wireless communication, UAV swarm cooperation, and algorithm design.

**ZHANG Ya-Fen**, M. S. candidate. Her main research interests include mobile signal source tracking and UAV application algorithms.

**CHEN Ci-Yuan**, Ph. D. candidate. Her main research interests include UAV flight planning, signal processing, and optimization algorithms.

## Background

UAV-based signal source tracking is a key research direction that integrates autonomous sensing and mobile target localization. With the widespread adoption of IoT and intelligent mobile devices, the demand for real-time localization and tracking of mobile devices is increasing. This technology utilizes UAVs equipped with signal receiving equipment to achieve localization and tracking of mobile signal sources through aerial movement and real-time sensing. Compared to traditional static sensor networks or ground platforms, UAVs can overcome terrain obstacles, enable rapid deployment, and perform flexible maneuvers in three-dimensional space, significantly enhancing tracking efficiency and reliability in complex environments.

UAVs possess unique technical advantages: altitude benefits reduce ground obstruction effects, rapid deployment and strong maneuverability support dynamic path adjustment, and close-proximity sensing achieves stronger signals and higher accuracy. They demonstrate significant application value in multiple fields: rapidly locating distressed personnel in search and rescue missions, tracking illegal signal sources in spectrum monitoring, and monitoring mobile sensor nodes in environmental applications.

Despite obvious advantages, mobile signal source tracking still faces major challenges. The limitations of mobile platforms in payload, power consumption, and computational resources require designing efficient algorithms that rely solely on easily obtainable signal measurements.

**CHENG Yu-Ying**, M. S. Her main research interests include mobile signal source tracking and algorithm design.

**XIONG Run-Qun**, Ph. D., associate professor. His main research interests include Internet of Things and cloud computing.

**LING Zhen**, Ph. D., professor. His main research interests include anonymous networks, Internet of Things (IoT), and network security.

**LUO Jun-Zhou**, Ph. D., professor. His main research interests include computer networks, Internet of Things, and cloud computing.

Existing methods primarily target static scenarios, assuming fixed signal source positions and relying on pre-established fingerprint databases or known propagation models. When extended to mobile tracking, they require multiple sensors to obtain directional information such as Time of Arrival (ToA) and Angle of Arrival (AoA). The dynamic characteristics of mobile signal sources present fundamental challenges: signal source movement causes time-varying and unknown mapping relationships between signal strength and position, pure signal strength measurements cannot provide directional information, and sensor noise increases localization uncertainty. Existing methods have high computational complexity, depend on extensive offline training, and lack real-time adaptability.

This paper proposes a Gaussian process spatiotemporal modeling approach combined with online flight planning, using only RSSI measurements to solve mobile signal source tracking problems. By introducing the time dimension and extending Gaussian processes to high-dimensional spatiotemporal scenarios, the method effectively models the spatiotemporal distribution of mobile signal sources and accurately predicts position changes. A multi-stage adaptive online flight planning algorithm divides tasks into exploration and tracking phases, with dynamic switching between evaluation functions to balance thorough exploration and early tracking. Through iterative optimization of spatiotemporal modeling and flight planning, the system optimizes flight paths, enabling UAVs to complete tracking tasks within predetermined steps.