6.1 $G(s)=\dfrac{k}{s^2}, t_s \le 4\mathrm{s}, \delta\% \le 30\%$，串联超前校正

（1） $t_s=\dfrac{3}{\xi\omega_n}$，取 $\xi\omega_n=1, t_s=3\le 4$

$\delta\% \le 30\% \Rightarrow \xi \ge 0.36$ 即可，取 $\xi=0.5 \Rightarrow \omega_n=2$

主导极点 $p_{1,2}=-\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}=-1\pm j\sqrt{3}$ 或 $(-2\pm j2\sqrt{3})$

（2）加入串联超前校正环节 $\dfrac{s+z_c}{s+p_c}$

$\arg(p_1+z_c)-\arg(p_1+p_c)-2(180^0-60^0)=180^0(2k+1)$

得 $\arg(p_1+z_c)-\arg(p_1+p_c)=60^0$

$\arg(-1+j\sqrt{3}+z_c)-\arg(-1+j\sqrt{3}+p_c)=arctg\dfrac{\sqrt{3}}{-1+z_c}-arctg\dfrac{\sqrt{3}}{-1+p_c}=60^0$

取 $z_c=1.5$ 得 $p_c=8$ 或 $(z_c=1.6, p_c=10; z_c=1.8, p_c=20)$

（3）此时，$k\dfrac{|p_1+z_c|}{|p_1|^2|p_1+p_c|}=1\Rightarrow k=16$

$G_k(s)=\dfrac{16(s+1.5)}{s^2(s+8)}$ 此时，另一闭环极点为 $p_3=-6$

法二（书上方法）$z_c=-1, p_c=-4$ $\quad k\dfrac{\sqrt{3}}{2^2\cdot 2\sqrt{3}}=1\Rightarrow k=8$ $\qquad G_k(s)=\dfrac{8(s+1)}{s^2(s+4)}$

此时另一闭环极点 $s=-2$（距离偏近，可能不符合要求）

注：只用微分环节 s+2，提供相角$+60^0$，$\dfrac{4(s+2)}{s^2}$

6.2 $G(s)=\dfrac{K}{s(s+2)}, t_s\le 4\mathrm{s}, \zeta=0.45, K_v\ge 10$，串联校正

（1）$\xi=\cos\theta=0.45$，得 $\theta=63.26^\circ$，作正负 63.26 射线与根轨迹相交，求出主导极点为：

$p_{1,2}=-1\pm j1.985$，$\xi\omega_n=1\Rightarrow,\omega_n=\dfrac{20}{9}$ $\quad t_s=\dfrac{3}{\xi\omega_n}=3<4s$ 满足

此时根轨迹增益 K=4.94，$K_v=2.47$

（2）加入串联滞后校正环节 $\dfrac{s+0.05}{s+0.01}$，放大 5 倍即可。

6.3 $p(s)=\dfrac{k}{s(s+1)(s+4)}, \xi=0.5, \omega_n=2, k_v=5$

解：校正前，与 $\xi=0.5$ 交于 $-0.4\pm j0.4\sqrt{3}$ ，此时 $k=2.7, k_v=\dfrac{2.7}{4}<5$

（1） 主导极点为 $p_{1,2}=-1\pm j\sqrt{3}$ 引入超前装置 $\dfrac{s+z_c}{s+p_c}$

$\arg(p_1+z_c)-\arg(p_1+p_c)-2(180^0-60^0)=180^0(2k+1)$

$\arg(p_1+z_c)-\arg(p_1+p_c)=60^0$ 取 $z_c=1.5$ 得 $p_c=8$ 则 $c_1(s)=\dfrac{s+1.5}{s+8}$

注：或者 $(z_c=1.6, p_c=10; z_c=1.8, p_c=20; z_c=2, p_c=\infty)$

此时 $k\dfrac{|p_1+z_c|}{|p_1||p_1+1||p_1+4||p_1+p_c|}=1\Rightarrow k=48$， $k_v=\dfrac{48\times1.5}{4\times8}=2.25<5$

（2） 引入滞后装置（提高三倍）

$c_2(s)=\dfrac{s+0.006}{s+0.002}$ $k_v=6.75>5$ $c(s)=\dfrac{s+1.5}{s+8}\bullet\dfrac{s+0.006}{s+0.002}$

6.6 $p(s)=\dfrac{200}{s(0.1s+1)}, \gamma\ge45^0, \omega_c\ge50$

（1）$20\lg200-20\lg10=40\lg\dfrac{\omega_c'}{10}$ 得 $\omega'=20\sqrt{5}=44.6$ $\gamma=12.6^0$

（2）$\omega_c=50$

$L'(\omega_c)+20\lg\dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}=0$ $L'(\omega_c)=-40\lg\dfrac{50}{44.6}$ $\alpha=0.633$ $T=\dfrac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_c}=0.025$

$c(s)=\dfrac{0.025s+1}{0.016s+1}$ 验证 $\gamma=24^0$ 不满足

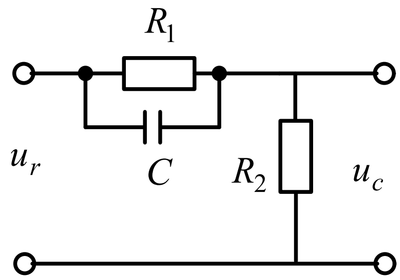
$\omega_c=50$， $\varphi_m=45^0-L(50)\Rightarrow\alpha=0.286, T=0.037, c'(s)=\dfrac{0.037s+1}{0.011s+1}$

$\omega_c=50$ 处 $L'(\omega_c)+20\lg\dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}=-1.94+5.44>0, \Delta k_c=0.67, c(s)=0.67\dfrac{0.037s+1}{0.011s+1}$

即：要降低 0.67 倍的开环增益！

验证：$\gamma=45^0, \omega_c=50$；加比例环节 $k=\dfrac{0.67}{0.286}, \alpha=0.286=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$

注：串入后，系统开环增益下降 α 倍，因此需要提高放大增益 $k\to\dfrac{1}{\alpha}$，否则不能完成系统校正目标。



法二：取 $\varphi_m = 45^0, \alpha == 0.172 \Rightarrow \omega_c = 69, T = 0.035$

$c(s) = \dfrac{0.035s+1}{0.006s+1}$　　验证 $\gamma = 53.2$

$\alpha = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} < 1$ 取 $R_1 c = 0.035, \dfrac{R_2}{R_1+R_2} = 0.172$ 得 $c = 1\mu F, R_1 = 35K\Omega, R_2 = 7.3K\Omega$

6.7　$G(s) = \dfrac{4}{s(2s+1)}$

不牺牲精度 k_c 取 1

ω_c'：$20 + 20\lg 4 - 20\lg 5 = 40\lg \dfrac{\omega_c'}{0.5}$ 得 $\omega_c' = \sqrt{2}$，$\gamma = 19.5^0$

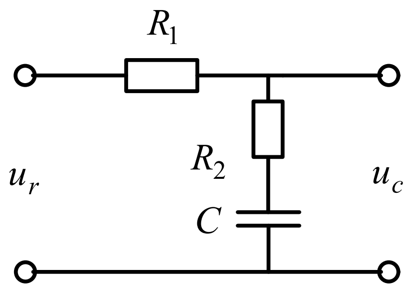
$\varphi(\omega_c) = -128^0 = -90^0 - arctg 2\omega_c \Rightarrow \omega_c = 0.39$ (或者只留 5 度滞后角，此时截止频率 0.5)

$20\lg\beta = L(\omega_c) = 20 + 20\lg 4 - 20\lg \dfrac{0.39}{0.1} \Rightarrow \beta = 10.3$ (或只留 5 度滞后角，此时 beta=8)

$\dfrac{1}{T} = 0.1\omega_c = 0.039$ 或 $(0.2\omega_c)$

$c(s) = \dfrac{25.64s+1}{264.1s+1} = \dfrac{Ts+1}{\beta Ts+1}$

$\beta = \dfrac{R_1+R_2}{R_2} = 10.3, T = R_2 c = 25.64 \Rightarrow c = 1000\mu F, R_2 = 25.64K\Omega, R_1 = 238K\Omega$



6.8　$p(s) = \dfrac{k}{s(s+1)}, \xi = 0.7$

$$t_s=\frac{3}{\xi\omega_n}\Rightarrow\omega_n=3\qquad s_{1,2}=-2.1\pm2.1j$$

$$a\tan\frac{2.1}{z_c-2.1}-a\tan\frac{2.1}{p_c-2.1}-(180^0-a\tan\frac{2.1}{1.1})-(180^0-45^0)=-180^0(2k+1)$$

$$k\frac{|-2.1+2.1j+z_c|}{|-2.1+2.1j||-2.1+2.1j+1||-2.1+2.1j+p_c|}=1$$

$$k\frac{z_c}{p_c}=2$$

$$a\tan\frac{2.1}{z_c-2.1}-a\tan\frac{2.1}{p_c-2.1}=72.6^0$$

$z_c=2.5,p_c=20.2$ 或 $(z_c=2.4,p_c=15;z_c=2.2,p_c=12;z_c=2.1,p_c=8.8)$

例取 $(z_c=2.1,p_c=8.8)$ 时，得 $K_v=20.8*\frac{2.1}{8.8}\approx5>2$

法二：频域指标做 $\omega_c=2rad/s,\gamma=65^0$

$$20\lg2=40\lg\omega_c',\omega_c'=1.4rad/s,\gamma'=35.5^0<65^0$$

$$\omega_c=2,L'(2)=20\lg2-40\lg2=-6$$

$$20\lg\frac{1}{\sqrt{\alpha}}=-L'(2)=6\Rightarrow\alpha=0.25,T=1\qquad c(s)=2\frac{s+1}{0.25s+1}\qquad G_k(s)=\frac{2}{s(0.25s+1)}$$

$$\varphi(s)=\frac{2}{0.25s^2+s+2}\Rightarrow\omega_n=2\sqrt{2},\xi=\frac{\sqrt{2}}{2},t_s=1.5s$$

频域验证：$\omega_c=2$，$\varphi(\omega_c)=180^0-90^0-arctg0.25\omega_c=63.4^0$ 近似成立，完成设计。

法三：考虑校正之后仍然是二阶典型环节 $G_k(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}$

$\xi=0.7$，$t_s=1.4=-\frac{1}{\xi\omega_n}\ln(0.02\sqrt{1-\xi^2})\Rightarrow\omega_n=4.34$

即对应 $K=3.11,T=0.165$ 情况

校正装置：$C(s)=\frac{3.11}{K}\frac{s+1}{0.165s+1},D(s)C(s)=\frac{3.11}{s(0.165s+1)}$