

第六章 系统校正方法

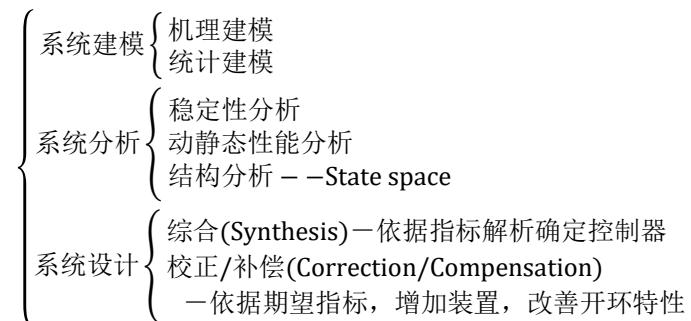
参考书: 《自动控制原理(田玉平教授版)》第六章
《自动控制原理(胡寿松教授版)》第六章

第六章 系统校正方法

- 引言
- 系统校正的根轨迹法
- 系统校正的频率特性法
- 基本控制规律分析
- 局部反馈校正
- 离散系统的数字校正

6.1 引言

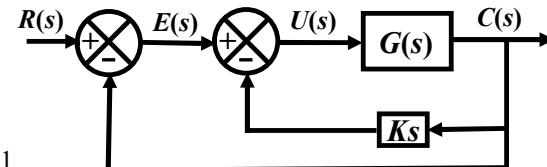
控制理论的三部分内容:



1. 综合(Synthesis)方法的特点

- (1) 对于一个给定的控制系统(包括校正装置)，首先找到一个能够满足给定指标的系统，然后计算所需的校正装置或控制器
- (2) 对于结构不变的给定控制系统，可以将性能指标转换成某个函数的优化问题，通过优化求解，得到参数最优化控制系统

2. 综合方法示例



$$G(s) = \frac{100}{s^2}$$

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$J_{\min} = \min_K \{J_{ISE}\} = \min_K \left\{ \int_0^\infty e^2(t) dt \right\}$$

$$J_{ISE} = \int_0^\infty e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s)E(-s) ds = \frac{1+100K^2}{200K} \quad K = 0.1 \quad J_{\min} = 0.1$$

$$E(s) = \frac{s+100K}{s^2 + 100Ks + 100}$$

3. 校正

控制系统一般设计过程：

- (1) 被控对象的机理建模(时域、频域)或统计建模
- (2) 根据工艺上对被控对象的参数及控制系统的任务和要求，确定控制系统的设计方案和结构，合理选择执行机构、功率放大器、检测元件等组成控制系统

经过安装调试和运行，分析系统稳定性和各项动态、稳态性能指标

若系统不满足要求，可以通过调整系统的参数或增加新的环节(校正)以改变系统传递函数使性能得到改善

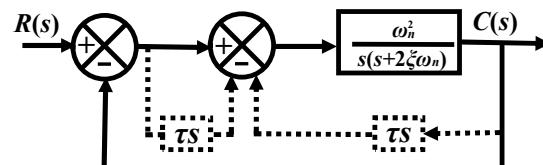
4. 校正的意义

作用一：使闭环系统稳定

作用二：改善系统性能

1) 仅靠调整系统参数使系统满足工程要求是困难的

例：改善二阶系统阻尼

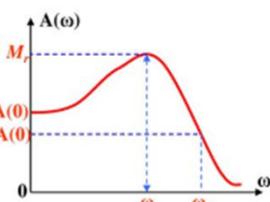


2) 增加新的装置/环节，从而改变系统原有结构(传函)，是改善系统性能的主要手段

(1) 性能指标

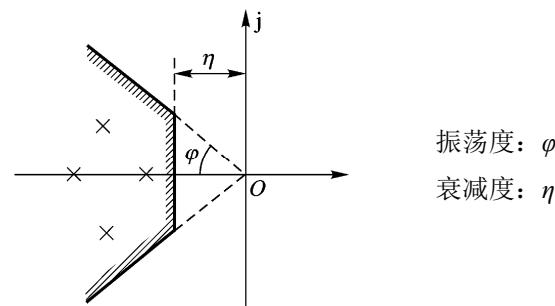
- 不同控制系统对性能指标的要求应有不同侧重
如调速系统—平稳性和稳态精度；随动系统—快速性
- 性能指标的提出，符合实际系统的需要和可能(代价)
- 性能指标

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{时域指标(根轨迹法)} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{静态指标} \\ \text{动态指标} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{频域指标(频域法)} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{开环频域指标} \\ \text{闭环频域指标} \end{array} \right. \end{array} \right.$$



复数域指标

以系统闭环极点在复平面上分布区域定义



二阶系统性能指标

类 别	性能指标	计算公式
时域指标	超调量	$\delta\% = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\%$
	调节时间 ($\Delta=5$)	$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n}$
频域指标	谐振峰值	$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \zeta \leq 0.707 \quad \Leftarrow M(\omega_r)$
	谐振频率	$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}, \zeta \leq 0.707 \quad \Leftarrow \frac{dM(\omega)}{d\omega} = 0$
	带宽频率	$\omega_b = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}} \quad \Leftarrow M(\omega_b) = 0.707M(0)$
	截止频率	$\omega_c = \omega_n\sqrt{1+4\zeta^2-2\zeta^2} \quad \Leftarrow M(\omega_c) = 1$
	相角裕度	$\gamma = \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{1+4\zeta^2-2\zeta^2}} \quad \Leftarrow 180^\circ + \angle G_0(j\omega_c)$
		$t_s = \frac{6}{\omega_c \tan \gamma}$
		$\delta\% = e^{-\pi[M_r - \sqrt{M_r^2 - 1}]}, M_r \geq 1$

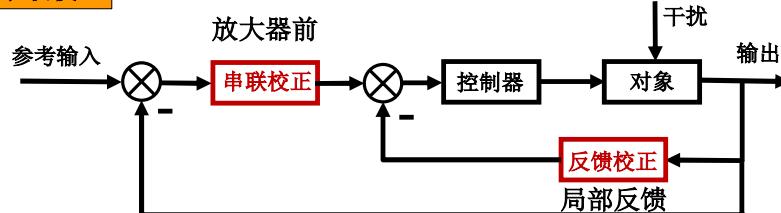
高阶系统性能指标的经验公式

性能指标	经验公式
谐振峰值	$M_r = \frac{1}{\sin \gamma}$
超调量	$\delta\% = 0.16 + 0.4(M_r - 1), 1 \leq M_r \leq 1.8$
调节时间	$t_s = \frac{k\pi}{\omega_c}, k = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2, 1 \leq M_r \leq 1.8$

(2) 校正方式

串联校正, 反馈校正, 前馈校正, 复合校正

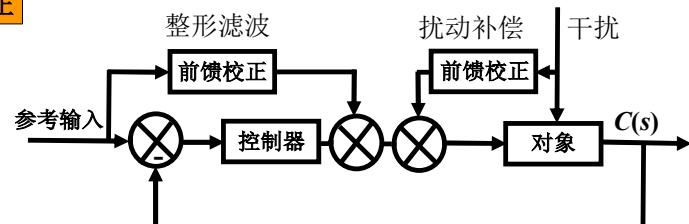
串联校正



反馈校正

(2) 校正方式

前馈校正



复合校正

串联（反馈）校正+前馈校正

(3) 校正的特点和难点

校正设计的非惟一性

(不同校正方法, 同一种方法的多种实现)

校正装置实现的非惟一性

(机电、液压、气动、有源、无源等)

校正设计的试凑, 经验性

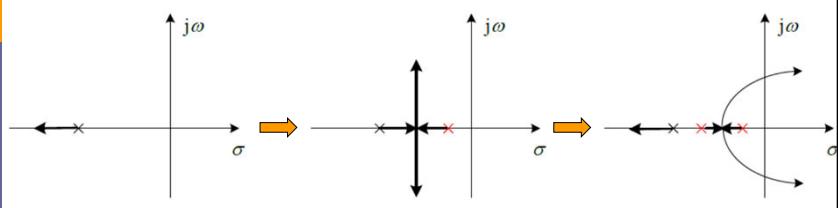
6.2 基于根轨迹法的串联校正

6.2.1 增加零极点对根轨迹的影响

不改变结构，仅调节增益，调节系统性能的作用有限

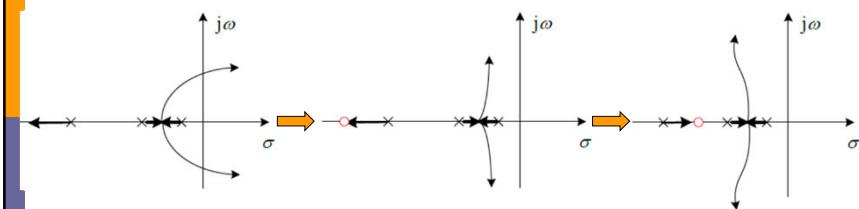
1. 增加极点的影响

在开环系统中增加极点，可以使根轨迹向右方移动，从而降低了系统的相对稳定性，增加了系统响应的调节时间。



2. 增加零点的影响

在开环系统中增加零点，可以使根轨迹向左方移动，从而增加系统的相对稳定性，减小系统响应的调节时间。(时域解释：PD控制)



3. 增加原点附近开环偶极子对根轨迹的影响

开环偶极子：相距很近(和其它零极点相比)的一对极点和零点

对根轨迹的影响：几乎不改变根轨迹的形状

偶极子对系统的稳定性和动态性能几乎没有影响

$$\left| \frac{s+z_c}{s+p_c} \right| = \left| \frac{|z_c|}{|p_c|} \right| \left| \frac{\tau_c s + 1}{T_c s + 1} \right|$$

$$G_0(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)}$$

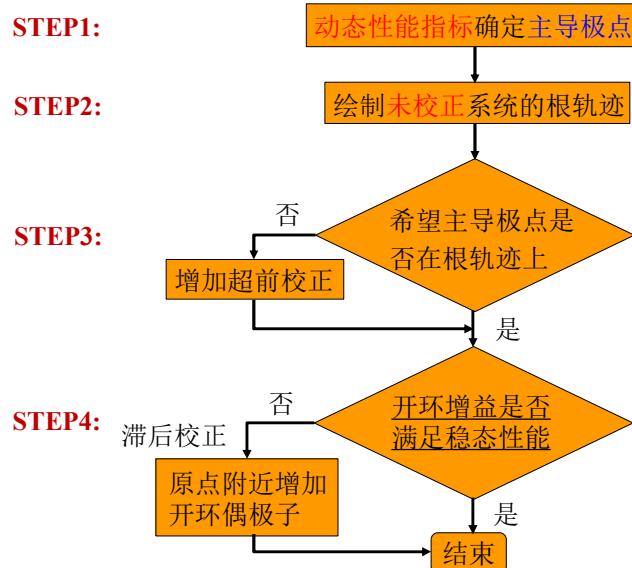
$$G'_0(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} \frac{s+z_c}{s+p_c}$$

特殊性：如开环偶极子靠近原点且 $|z_c| > |p_c|$ ，则提高系统的开环增益，改善静态特性

3. 增加原点附近开环偶极子对根轨迹的影响

$$K = \frac{K_g \prod_{i=1}^m z_i}{\prod_{j=1}^n p_j} \quad -z_c = -0.01 \text{ and } -p_c = -0.001 \quad K' = 10K \quad K' = \frac{K_g \prod_{i=1}^m z_i}{\prod_{j=1}^n p_j} \frac{z_c}{p_c}$$

基于根轨迹校正的一般步骤



6.2.2 根轨迹校正举例

1. 超前校正

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad 0 < z_c < p_c$$

效果: 加入一个零点

目的: 改善系统动态性能, 使根轨迹左移

常用于系统稳态特性已经满足, 而动态性能差的场合

[例6.1]

设计串联校正环节, 使校正后 $\delta\% \leq 30\%$, $t_s \leq 2s$, 开环增益 $K_0 \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

STEP2: 画根轨迹

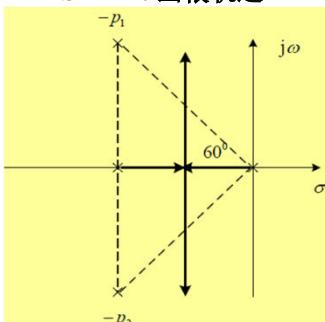
STEP1: 确定闭环主导极点

$$\delta\% = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \leq 30\%$$

Select $\zeta = 0.5$ $\phi = 60^\circ$

$t_s = 3/\zeta\omega_n \leq 2$ Select $\omega_n = 4$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2 \pm j2\sqrt{3}$$



[例6.1]

设计串联校正环节, 使校正后 $\delta\% \leq 30\%$, $t_s \leq 2s$, 开环增益 $K_0 \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

STEP3: 设计超前环节

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad |z_c| < |p_c|$$

校正后系统的开环传函

$$G_0(s) = \frac{K_g(s + z_c)}{s(s+2)(s+p_c)}$$

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 30\%$, $t_s \leq 2s$, 开环增益 $K_0 \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

由幅角条件

$$\angle(-p_1 + z_c) - \angle(-p_1) - \angle(-p_1 + 2) - \angle(-p_1 + p_c) = (2k+1)\pi$$

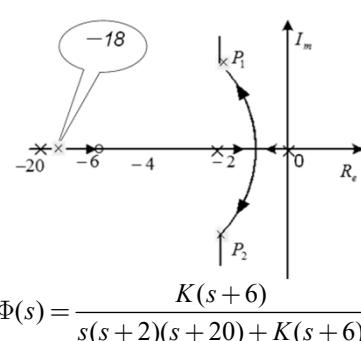
$$\arg(p_1 + z_c) - \arg(p_1 + p_c) = \alpha = 30^\circ > 0^\circ$$

$$G(s) = \frac{s+2.9}{s+5.4} \quad K_g = 18.7 \quad K_0 = 5.02$$

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 30\%$, $t_s \leq 2s$, 开环增益 $K_0 \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$



选择应远离闭环主导极点

$$G(s) = \frac{s+6}{s+20}$$

STEP4: 检验稳态指标

$$K_g \frac{|-p_1 + z_c|}{|-p_1||-p_1 + 2||-p_1 + p_c|} = 1$$

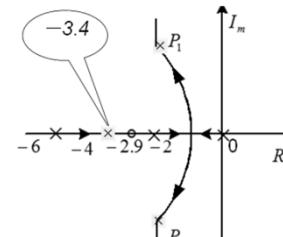
$$\Rightarrow K_g = 48 \Rightarrow K = \frac{48 * 6}{2 * 20} = 7.2 > 5$$

零点最远配置在何处?

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 30\%$, $t_s \leq 2s$, 开环增益 $K_0 \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$



不满足主导极点条件?
(P.240)

30度超前角条件解不唯一，可以使增加的零点和极点离虚轴足够远

$$\Phi(s) = \frac{K(s+2.9)}{s(s+2)(s+5.4)+K(s+2.9)}$$

2. 滞后校正-开环偶极子

$$C(s) = \frac{s+z_c}{s+p_c}, \quad z_c > p_c > 0$$

$$\left| \frac{s_d + z_c}{s_d + p_c} \right| \approx 1 \quad \arg \left(\frac{s_d + z_c}{s_d + p_c} \right) < 5^\circ$$

常用于系统已具有满意的动态性能指标，但其稳态性能不符合要求的场合

[例6.2]

设计串联校正环节，使闭环主导极点 $\zeta=0.5$, $\omega_n \geq 0.6$, $K_v \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

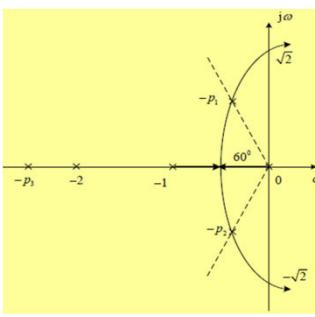
STEP1-2: 画出根轨迹，确定主导极点

$\zeta = 0.5$ 主导极点 $-p_1$ 的-实部/虚部 $= 1/\sqrt{3}$

特征方程得到实部为 $\alpha = -1/3$ (也可以由精确图得到)

$$-\zeta\omega_n = \alpha \Rightarrow \omega_n = 2/3$$

由模条件，得到 $K_g = 1.04$



$$\text{静态误差系数 } K_v = K = \frac{K_g}{1*2} = 0.52 < 5$$

STEP3: 滞后校正环节

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, |z_c| > |p_c|$$

由系统静态误差系数 $|z_c| = 10|p_c|$

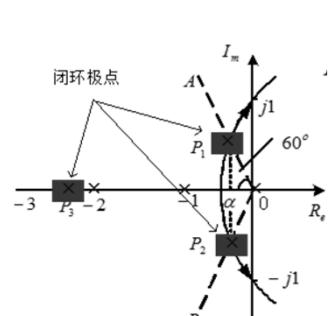
$$\text{Select } C(s) = \frac{s + 0.05}{s + 0.005}$$

$$\text{校正后 } G_0(s) = \frac{1.04(s + 0.05)}{s(s+1)(s+2)(s+0.005)}$$

[例6.2]

设计串联校正环节，使闭环主导极点 $\zeta=0.5$, $\omega_n \geq 0.6$, $K_v \geq 5$,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$



$$\zeta = 0.5 \quad \varphi = \arccos \zeta = 60^\circ$$

$$\omega_n = 0.33 / 0.5 = 0.66$$

$$K_g = 1.04 \quad K_v = 0.52 < 5$$

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, |z_c| > |p_c|$$

$$C(s) = \frac{s + 0.05}{s + 0.005}$$

$$G_0(s) = \frac{1.04(s + 0.05)}{s(s+1)(s+2)(s+0.005)}$$

超前校正可以改善系统的**动态性能**，提高系统的**相对稳定性**；
滞后校正可以改善系统的**静态性能**，增大系统的**开环比例**系数

3. 滞后-超前校正

$$C(s) = K_c \frac{(s + z_{c1})(s + z_{c2})}{(s + p_{c1})(s + p_{c2})} \quad \begin{cases} |z_{c1}| < |p_{c1}| \\ |z_{c2}| > |p_{c2}| \end{cases}$$

常用于对系统的动态特性和稳态特性都有较高要求的场合

滞后-超前校正设计步骤

STEP1: 由动态性能指标, 确定希望的主导极点 s_d 位置

STEP2: 由相角条件计算相角缺额 φ

$$\sum_{i=1}^m \arg(s_d + z_i) - \sum_{j=1}^n \arg(s_d + p_j) + \varphi = (2k+1)\pi, \quad k = 0, \pm 1, \dots$$

STEP3: 相角缺额确定超前环节

$$\arg\left(\frac{s_d + z_{c1}}{s_d + p_{c1}}\right) \geq \varphi$$

STEP4: 由模条件确定校正环节增益

$$\left| K_c \frac{s_d + z_{c1}}{s_d + p_{c1}} P(s_d) \right| = 1$$

滞后-超前校正设计步骤

STEP5: 由稳态性能指标确定滞后环节的零极点关系

$$K_0 = K_c \frac{(z_{c1})(z_{c2})}{(p_{c1})(p_{c2})} P(0)$$

$$\beta = |z_{c2} / p_{c2}|$$

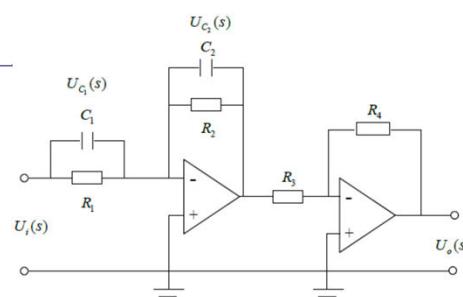
STEP6: 由 β 在原点附近选择开环偶极子

$$\left| \frac{s_d + z_{c2}}{s_d + p_{c2}} \right| \approx 1 \quad \arg\left(\frac{s_d + z_{c2}}{s_d + p_{c2}}\right) < 5^\circ$$

6.2.3 校正装置的实现

1. 超前校正装置

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad |z_c| < |p_c|$$

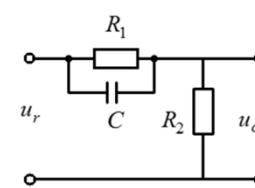


$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_2 R_4 (R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_3 (R_2 C_2 s + 1)} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad \alpha = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} > 1$$

$$T = R_1 C_1, \quad \alpha T = R_2 C_2, \quad K_c = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2}$$

1. 超前校正装置

无源网络的实现和应用限制

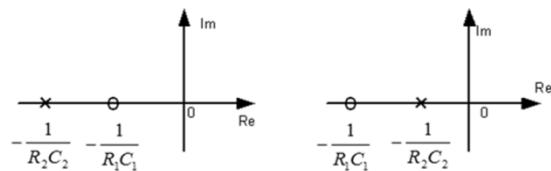


$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \alpha \frac{R_1 C s + 1}{\alpha R_1 C s + 1} = \frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{1}{\alpha R_1 C}}, \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$$

2. 滞后校正装置

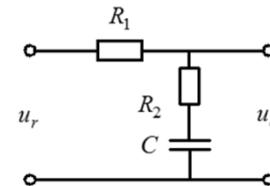
$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, |z_c| > |p_c|$$

$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_2 R_4 (R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_3 (R_2 C_2 s + 1)} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad \alpha = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} > 1$$



2. 滞后校正装置

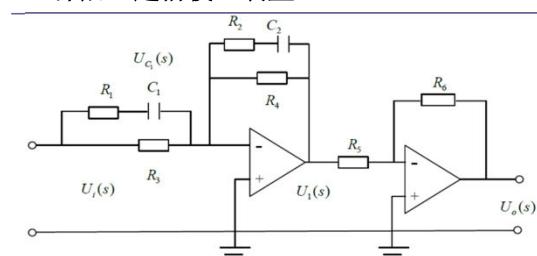
无源网络的实现



$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1, \quad T = R_2 C$$

3. 滞后—超前校正装置



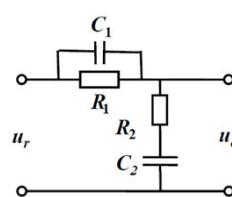
$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_4 R_6}{R_3 R_5} \left[\frac{(R_1 + R_3) C_1 s + 1}{R_1 C_1 s + 1} \right] \left[\frac{R_2 C_2 s + 1}{(R_2 + R_4) C_2 s + 1} \right]$$

$$\gamma = \frac{R_1 + R_2}{R_1} > 1, \quad \beta = \frac{R_2 + R_4}{R_2} > 1$$

$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = K_c \frac{\left(s + \frac{1}{T_1} \right) \left(s + \frac{1}{T_2} \right)}{\left(s + \frac{\gamma}{T_1} \right) \left(s + \frac{1}{\beta T_2} \right)}$$

3. 滞后—超前校正装置

无源网络的实现



$$G_c(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{((T_1 / \alpha)s + 1)(\alpha T_2 s + 1)}$$

$$R_1 C_1 = T_1 \quad R_2 C_2 = T_2$$

$$R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_2 = T_1 / \alpha + \alpha T_2$$

$$\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

$$\frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{R_2 + \frac{1}{C_2 s} + R_1 / \frac{1}{C_1 s}} = \frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1) + R_1 C_2 s}$$

6.3 系统校正的频率响应法

6.3.1 开环频率特性与时域性能指标间的关系

频率特性**低频段**表征系统**稳态性能**($s=j\omega \rightarrow 0$)

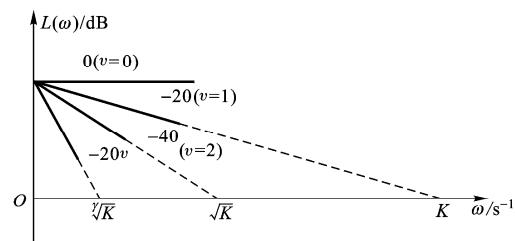
中频段表征系统**动态性能**

高频段反映系统**抗高频噪声能力**

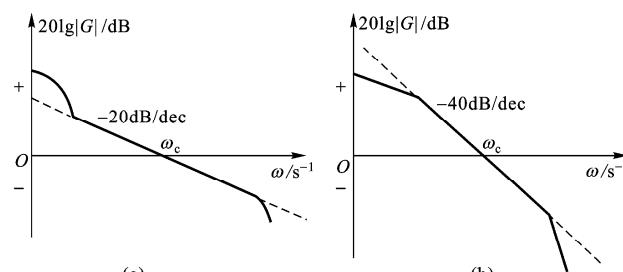
□ **低频段** 通常是指 $20\lg|G(j\omega)|$ 的渐近曲线在第一个转折频率以前的区段，这一段的特性完全由积分环节和开环增益决定

$$\text{低频段 } (\omega \rightarrow 0) \quad G_0(j\omega) \approx \frac{K}{(j\omega)^v} \quad L(\omega) = 20\lg K - v20\lg\omega$$

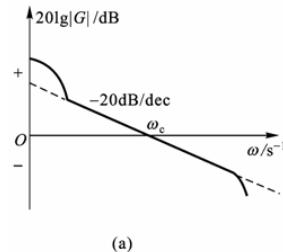
低频段渐近线集中反映系统跟踪控制信号的**稳态精度**信息
静态误差系数法可以确定系统在给定输入下的**稳态误差**



□ **中频段** 特性集中反映系统的平稳性和快速性



□ 中频段 特性集中反映系统的平稳性和快速性



(a)

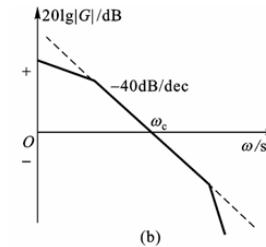
$$G(s) \approx \frac{K}{s} = \frac{\omega_c}{s}$$

$$\varphi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{\omega_c}{s}}{1+\frac{\omega_c}{s}} = \frac{1}{\frac{s}{\omega_c} + 1}$$

系统具有较好的平稳性, $t_s = 3/\omega_c$, $\omega_c \uparrow \rightarrow t_s \downarrow$

配置较宽的-20dB/dec斜率线, ω_c 高一些

□ 中频段 特性集中反映系统的平稳性和快速性



(b)

$$G(s) \approx \frac{K}{s^2} = \frac{\omega_c^2}{s^2}$$

$$\varphi(s) \approx \frac{G(s)}{1+G(s)} \approx \frac{\frac{\omega_c^2}{s^2}}{1+\frac{\omega_c^2}{s^2}} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2}$$

$\zeta = 0$, 系统临界稳定, 动态过程持续振荡

中频段-40dB/dec斜率线不宜过宽, 否则 $\sigma\%$, t_s 显著增大

□ 中频段 特性集中反映了系统的平稳性和快速性

1. 中频段幅频的斜率 好性能: -20dB/dec过截止频率

2. 截止频率与通频带宽

截止频率 ω_c 越大, 通频带宽 ω_b 越大, 复现输入程度高

$$t_s = \frac{6}{\omega_c \tan \gamma} \quad (\text{二阶系统}) \quad t_s = \frac{k\pi}{\omega_c} \quad (\text{高阶系统})$$

When ω_c 过大, 高频噪声也被放大

3. 相角裕度与动态性能 相角裕度很小, 易产生谐振

$$H(j\omega) = \frac{G_0(j\omega)}{1+G_0(j\omega)} \quad M_r = \frac{1}{\sin \gamma}$$

□ 高频段 离截止频率较远($\omega > 10\omega_c$)频段

对于单位反馈系统

$$\Phi(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1+G(j\omega)}$$

在高频段, 一般有 $20\lg|G(j\omega)| \ll 0$, 即 $|G(j\omega)| \ll 1$

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1+G(j\omega)|} \approx |G(j\omega)|$$

系统开环对数幅频在 **高频段** 的幅值, 直接反映系统对输入高频干扰信号的抑制能力。高频特性的分贝值越低, 系统抗干扰能力越强

三个频段的划分并没有严格的规定，但是三频段的概念，为直接运用开环特性判别稳定闭环系统的动态性能指出原则和方向。

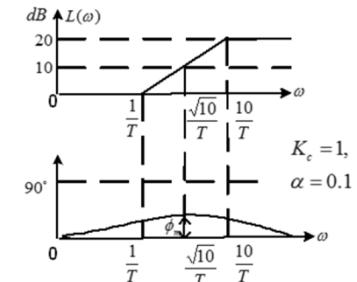
6.3.2 超前校正

$$\text{传递函数 } C(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}, \quad 0 < \alpha < 1$$

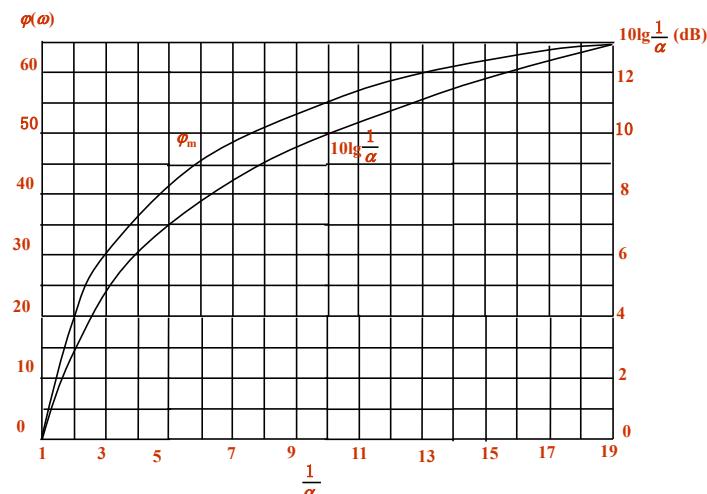
$$A(\omega) = K_c \sqrt{\frac{(\omega T)^2 + 1}{(\alpha \omega T)^2 + 1}} > K_c,$$

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \omega T - \tan^{-1} \alpha \omega T \geq 0$$

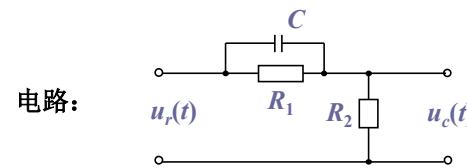
$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T} \quad \varphi_m = \sin^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$



通常取 $\alpha \geq 0.05 \rightarrow$ 最大相位超前大约为65度



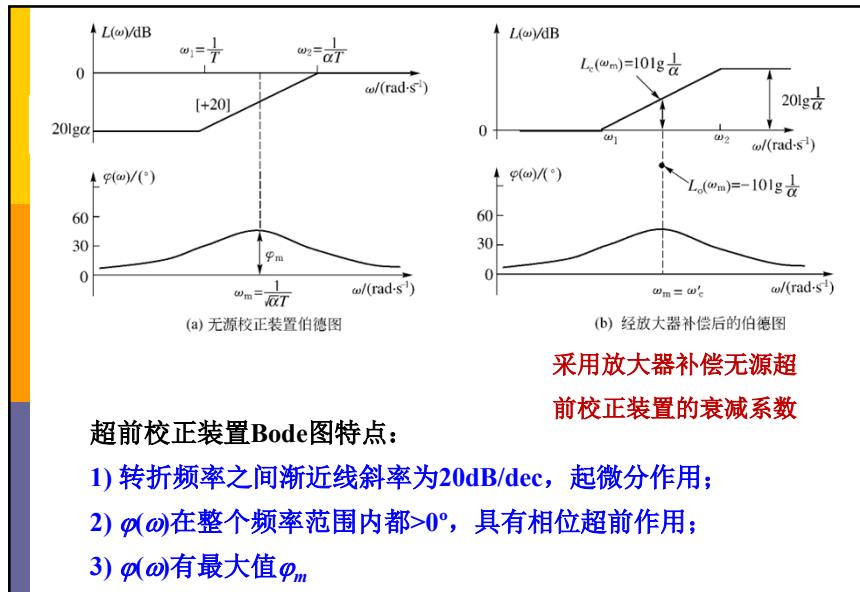
1. 无源超前校正装置



$$\text{传递函数: } G_c(s) = \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad T = R_1 C$$

$$\text{频率特性表达式: } G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1}$$

$$\text{相角位移: } \varphi(\omega) = \arctan \omega T - \arctan (\alpha \omega T) > 0^\circ$$



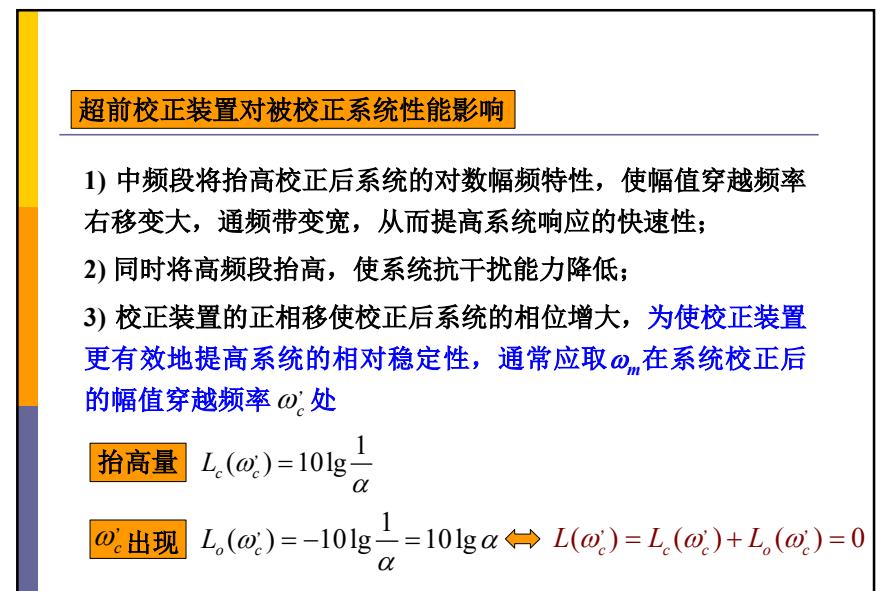
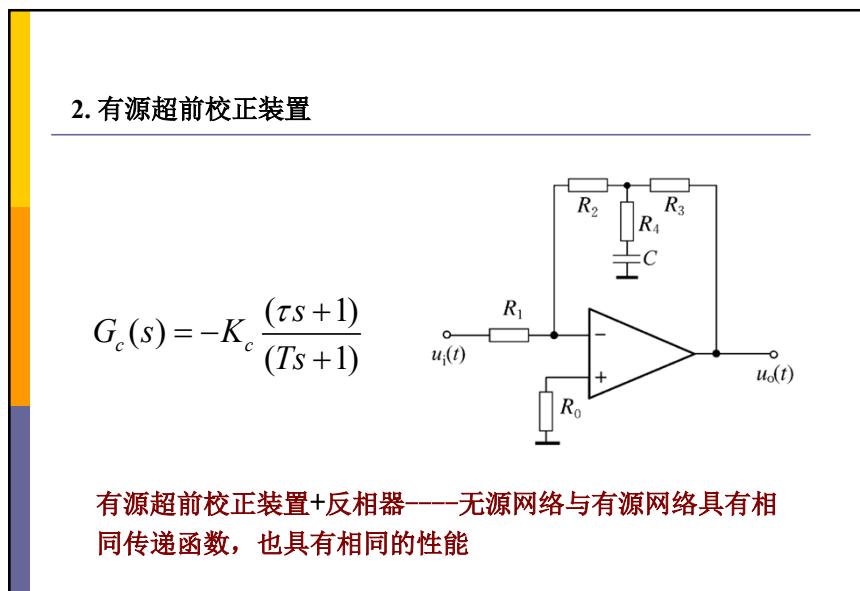
ω_m 为校正装置出现最大超前相角的频率, 它位于两个转折频率的几何中点, φ_m 为最大超前相角

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

$$\varphi_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

$$\alpha = \frac{1-\sin \varphi_m}{1+\sin \varphi_m}$$

- φ_m 与 α 一一对应, $\alpha \downarrow \rightarrow \varphi_m \uparrow$;
- 但 $\alpha \downarrow \rightarrow$ 高频段对数幅值↑, 对抗干扰性能不利。为保持较高的信噪比, 一般 $0.05 \leq \alpha < 1$;
- 充分利用校正网络, 将校正后的幅值穿越频率 ω'_c 取为 ω_m

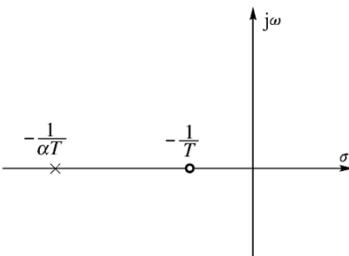


根轨迹的角度：

$$\text{校正装置传递函数 } G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{s + z}{s + p}$$

零极点分布(如图)---系统增加一个开环零点与开环极点

开环零点较开环极点更接
近原点，使原系统根轨迹
向左偏移，改善系统动态
性能



如果 αT 特别小，则近似有

$$G_c(s) \approx \alpha(Ts + 1)$$

----理想PD校正装置，改善系统的动态性能[PD校正又称超前校正(微分校正)]

频率特性设计超前校正的步骤

STEP1：根据稳态精度确定系统型别与开环放大系数 K ；

STEP2：在此 K 值下绘制未校正系统的对数频率特性，并确定未校正系统的开环频域指标：相位裕量与幅值穿越频率等；

STEP3：确定校正网络的 α 值和 ω'_c ；

i) 如果事先对校正后的 ω'_c 提出要求，则根据

$$L_o(\omega'_c) = -10 \lg \frac{1}{\alpha} < 0$$

可直接确定 α

ii) 如果事先对校正后的 ω'_c 无要求，则根据给定相位裕量 γ' ，
估计需要超前校正装置提供的附加相位超前量 φ_m

$$\varphi_m = \gamma' - \gamma + \Delta \quad \Delta = 5^\circ \sim 20^\circ$$

式中 γ 为未校正系统的相位裕量

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$

确定校正后的幅值穿越频率 ω'_c

使校正装置最大移相角 φ_m 出现在校正后幅值穿越频率位置。校正装置在 $\omega'_c = \omega_m$ 处幅值 $L_c(\omega'_c)$ 与未校正系统在 ω_m 处幅值 $L_o(\omega'_c)$ 之和 $L(\omega'_c) = L_c(\omega'_c) + L_o(\omega'_c) = 0$ ，其中 $L_c(\omega'_c) = 10 \lg \frac{1}{\alpha}$

STEP4: 确定超前校正装置转折频率

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{\alpha} \\ \omega_2 = \frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}} \end{cases}$$

STEP5: 画出校正后系统Bode图，验算相位裕量，如不满足要求，可增大 Δ 从STEP3重新计算，直到满足要求；

STEP6: 校验校正后系统性能指标，直到全部满足，最后用网络实现校正装置，计算校正装置参数

$$G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$

校正实例

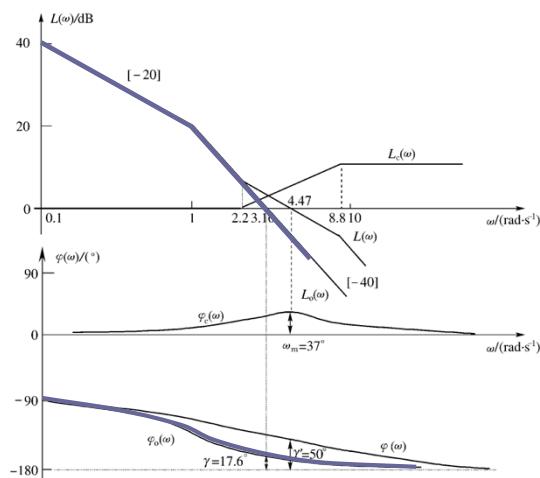
[例6-3] 已知I型单位反馈系统开环传递函数，

$$G_o(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

要求设计串联校正装置，使系统跟踪单位斜坡信号的稳态误差 $e_{ss} \leq 0.1$ ，相位裕量 $\gamma' \geq 45^\circ$

解：

SETP1: 首先根据稳态性能的要求确定开环传递系数 $K=10$



SETP2: 画出未校正系统的Bode图曲线 $L_o(\omega)$

未校正系统
穿越频率 ω_{c1} $\frac{0 - 20 \lg K}{\lg \omega_{c1} - \lg 1} = -40 \rightarrow \omega_{c1} = 3.16 \text{ rad/s}$

未校正系统
相角裕度 γ $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_{c1} = 17.6^\circ < 45^\circ$

不满足设计要求，由于校正前系统已经有了一定的相角裕量，因此可以考虑引入串联超前校正装置以满足相位裕量的要求

STEP3: 求超前环节参数 α 和 ω'_c

所需相角超前量为 $\varphi_m = 45^\circ - 17.6^\circ + 9.6^\circ = 37^\circ$

校正装置
参数 α

$$\alpha = \frac{1 - \sin 37^\circ}{1 + \sin 37^\circ} = 0.25$$

校正后幅值
穿越频率 ω'_c

$$\frac{L_o(\omega'_c) - 20 \lg K}{\lg \omega'_c - \lg 1} = \frac{-10 \lg \frac{1}{\alpha} - 20}{\lg \omega'_c - 0} = \frac{-6 - 20}{\lg \omega'_c - 0} = -40$$

$$\Rightarrow \omega'_c = \omega_m = 4.47 \text{ rad/s}$$

STEP4: 确定校正网络的两个转折频率

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = 0.45(s)$$

$$\omega_1 = 1/T = 2.2 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 1/\alpha T = 8.8 \text{ rad/s}$$

校正装置传递函数:

$$G_c(s) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = \frac{0.45s+1}{0.11s+1}$$

STEP5: 验证

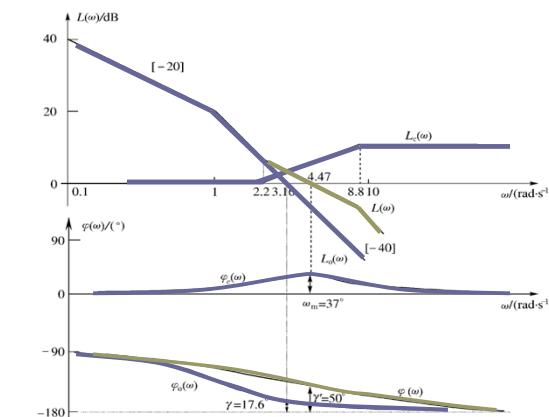
超前校正后，系统开环传递函数为

$$G(s) = G_c(s)G_o(s) = \frac{10(0.45s+1)}{s(s+1)(0.11s+1)}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ + [-90^\circ + \arctan(0.45 \times 4.47) - \arctan 4.47 - \arctan(0.11 \times 4.47)] \\ &= 50^\circ > 45^\circ, \text{ 符合要求。} \end{aligned}$$

该系统校正前后的幅值裕量均为无穷大。

将校正装置的对数频率特性绘制在同一Bode图上，并与原系统的对数频率特性代数相加，即得到校正后系统开环对数幅频特性曲线和相频特性曲线。



校正前后系统性能比较

系统串联超前校正装置后，在保证
稳态性能前提下，改善动态性能

- 1) 超前校正装置的正斜率段抬高系统开环对数幅频特性的中频段，使穿越频率由-40 dB/dec变为-20 dB/dec，并利用超前校正装置提供的最大相角超前量 ϕ_m 使系统的相位裕量由17.6°增加到50°，改善系统稳定裕量，使系统最大超调量减小，**系统平稳性改善**；
- 2) 系统的幅值穿越频率 ω_c 由3.16rad/s右移到4.47rad/s，系统带宽增加，**快速性改善**；
- 3) 采用放大器补偿无源超前校正装置的衰减系数，不改变系统的稳态精度；
- 4) 高频段对数幅值↑，抗干扰性能↓

SETP6：确定校正装置元件参数

选用无源超前校正装置实现。由于 $T=0.45s$, $\alpha=0.25$,

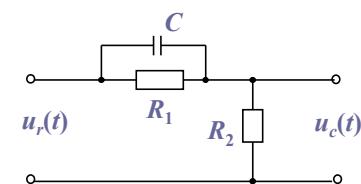
$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.25; \quad T = R_1 C = 0.45$$

预选电容 $C=1\mu F$ ，则

$$R_1 = T/C = 450\text{k}\Omega$$

$$R_2 = \alpha R_1 / (1 - \alpha) = 150\text{k}\Omega$$

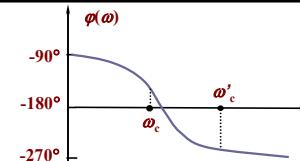
放大器补偿放大系数为 $1/\alpha=4$ 倍



小结：

超前校正优点：

- 1) 超前校正装置可以抬高系统中频段，并提供超前相角增加系统的相位裕量，改善系统稳定性；
- 2) 使系统的幅值穿越频率右移，改善响应快速性；
- 3) 超前校正装置所要求的时间常数容易满足



串联超前校正一般用于系统
稳态性能已满足要求，但动态性能较差的系统

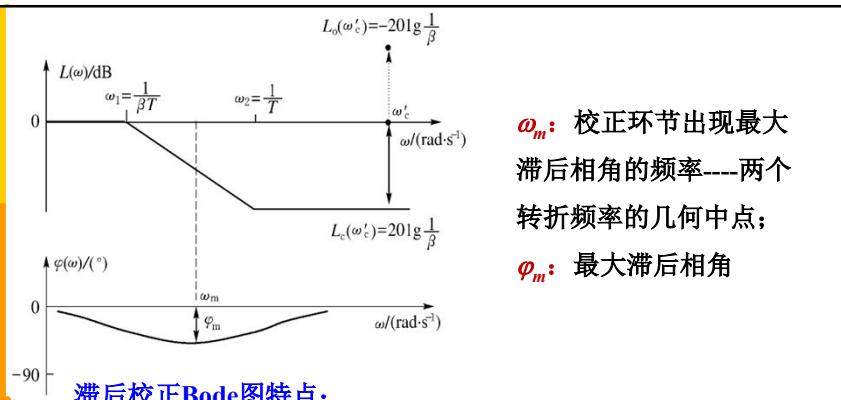
缺点：

- 1) 由于带宽↑，高频段对数幅值↑，为抑制高频噪声，对放大器/电路等组成部分提出更高要求；
- 2) 常常需要补偿放大系数；
- 3) IF被校正系统 $\varphi(\omega)$ 在 ω_c 附近过小或有急速下降趋势(如图)，则若 ω_c 右移，将导致被校正系统的 γ 急剧下降，使得校正装置所需提供的超前角大于65°，则校正装置难于物理实现；
- 4) 串联超前校正抬高系统高频段影响抗干扰性能，以及使 ω_c 右移导致系统相位滞后加大，客观上限制系统开环放大系数增加

6.3.3 滞后校正

当反馈控制系统动态性能已经满足，单纯提高放大系数以提高其稳态精度，则导致幅值穿越频率右移，影响动态性能。

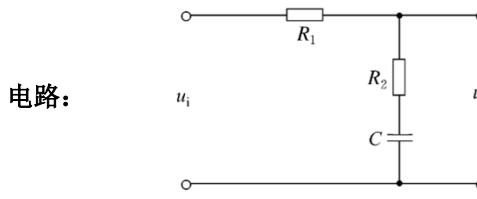
改善系统稳态性能(不影响系统动态性能): 对系统开环对数频率特性来说，就要求在低频段抬高，以提高其放大系数，而中频段则基本不上升，以使幅值穿越频率保持原值，原相位基本不变---滞后校正。



滞后校正Bode图特点：

- 1) 转折频率之间渐近线斜率为-20dB/dec，起积分作用；
- 2) $\varphi(\omega)$ 在整个频率范围内都<0，具有相位滞后作用；
- 3) $\varphi(\omega)$ 有滞后最大值 φ_m ；
- 4) 此环节对输入信号有低通滤波作用

1. 无源滞后校正装置



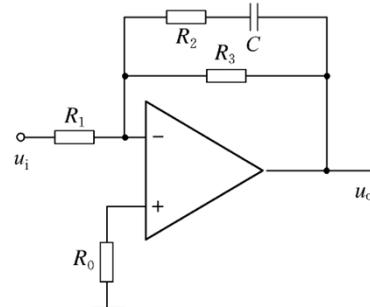
电路： u_i u_o

$$\text{传递函数: } G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \frac{(s + \frac{1}{T})}{(s + \frac{1}{\beta T})} \quad \beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1; \quad T = R_2 C$$

频率特性表达式: $G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\beta T\omega + 1}$

相角位移: $\varphi(\omega) = \arctan \omega T - \arctan(\beta \omega T) < 0$

2. 有源滞后校正装置



$$G_c(s) = -K_c \frac{(\tau s + 1)}{(Ts + 1)}$$

滞后校正对原系统性能影响

- 1) 系统的中频段与高频段被压缩，校正后幅值穿越频率 ω'_c 左移、减小；
- 2) 由于系统相位在频率较低时相位滞后相对较小，故相位裕量增大，改善系统的相对稳定性；
- 3) 高频段的衰减使系统抗高频扰动能力增强；
- 4) 频带宽度变窄，快速性受影响

为避免对系统相位裕量产生不良影响，应尽量使 φ_m 远离校正后系统新的幅值穿越频率 ω'_c ，一般 ω'_c 远大于第二个转折频率 ω_2 ，即

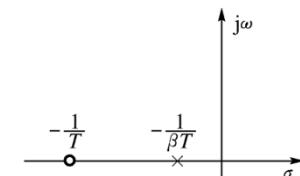
$$\omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{\omega'_c}{10} \sim \frac{\omega'_c}{5}$$

根轨迹的角度：

$$\text{校正装置传递函数 } G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \frac{(s + \frac{1}{T})}{(s + \frac{1}{\beta T})}$$

零极点分布(如图)-----系统增加一对开环零点与开环极点

开环极点较开环零点更接近原点，对输入有明显的积分作用。IF T 值较大，相当于系统提供一对靠近原点的开环偶极子，改善系统稳态性能



如果 βT 特别大，则近似有

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts}$$

-----理想PI调节器，能够在对系统动态性能影响不大的前提下，改善稳态性能[PI校正又称滞后校正(积分校正)]

频率特性设计滞后校正的步骤

STEP1：按稳态性能要求确定系统的型别与开环放大系数 K ；

STEP2：在此 K 值下绘制未校正系统 Bode 图，并求开环频域指标：相位裕量与幅值穿越频率等；

STEP3：确定校正后的幅值穿越频率 ω'_c 和 β 值

根据相角裕度 γ 要求选择新的穿越频率 ω'_c

$$\angle KP(j\omega'_c) = -180^\circ + \gamma + (5^\circ \sim 15^\circ)$$

计算系统 $\angle KP(j\omega'_c)$ 在 ω'_c 处的幅值 $L_o(\omega'_c)$ ，该幅值即为滞后环节应衰减幅值，求 β

$$L_o(\omega'_c) - 20\lg(\beta T \omega'_c) + 20\lg(T \omega'_c) = 0 \Rightarrow 20\lg \beta = L_o(\omega'_c) \Rightarrow \beta$$

STEP4: 确定滞后校正网络转折频率

为防止滞后环节相位滞后对系统影响, 选择 $\omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_c'}{10} \sim \frac{\omega_c'}{5}$

滞后环节为: $G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$

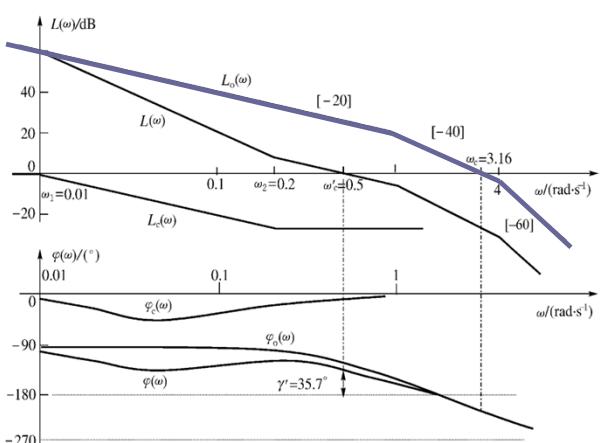
STEP5: 校验校正后系统相位裕量和其余性能指标。如不满足要求, 可增大 Δ 从STEP3重新计算, 直到满足要求;

STEP6: 校验性能指标, 直到满足全部性能指标, 最后用物理网络实现校正装置, 计算校正装置参数

相角裕量

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 3.16 - \arctan(3.16 \times 0.25) \\ &= -20.7^\circ < 0\end{aligned}$$

开环对数频率特性不满足稳定性要求



校正实例

[例6-4]已知单位负反馈系统的开环传递函数,

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.25s+1)}$$

试设计串联校正装置, 使系统满足性能指标:

$$K \geq 10, \quad \gamma \geq 35^\circ, \quad \omega_c \geq 0.5 \text{ rad/s}, \quad L_g \geq 8 \text{ dB}$$

解:

STEP1: 取开环增益 $K=10$

STEP2: 画 $K=10$ 时未校正系统的Bode曲线 $L_o(\omega)$ 。低频段过点 $L_o(1) = 20\lg K = 20 \text{ dB}$, 且中频段穿越斜率-40 dB/dec,

穿越频率 $\omega_{c1} = 3.16 \text{ rad/s} > 0.5 \text{ rad/s}$

若采用超前校正, 需要校正装置提供相位超前量为

$$\phi_m = \gamma' - \gamma + \Delta = 35^\circ - (-20.7)^\circ + 15^\circ = 70.7^\circ$$

1) 校正装置需提供相角超前量过大, 对抗干扰有不利影响, 且物理实现困难。

2) 同时由于采用超前校正幅值穿越频率会右移, 从原系统相频特性可见, 系统在原 ω_c 处相位急速下降, 需要校正装置提供的相角超前量可能更大, 不宜采用超前校正。

由于原 $\omega_c > 0.5 \text{ rad/s}$, 考虑采用串联滞后校正装置

STEP3: 确定校正后的幅值穿越频率 ω'_c 和 β 值

选择未校正系统Bode图上相角裕度

$$\gamma_o = \gamma' + \Delta = 35^\circ + 15^\circ = 50^\circ$$

时的频率作为校正后的幅值穿越频率 ω'_c ，根据

$$\gamma = 180^\circ + [-90^\circ - \arctan \omega'_c - \arctan 0.25\omega'_c] > 50^\circ$$

将 $\omega'_c = 0.5 \text{ rad/s}$ 代入上式，

$$\gamma(\omega'_c = 0.5) = 56.3^\circ > 50^\circ$$

选定穿越频率 $\omega'_c = 0.5 \text{ rad/s}$

校正环节 β 值

未校正系统在 ω'_c 处对数幅值 $L_o(\omega'_c) = 20 \lg \beta$

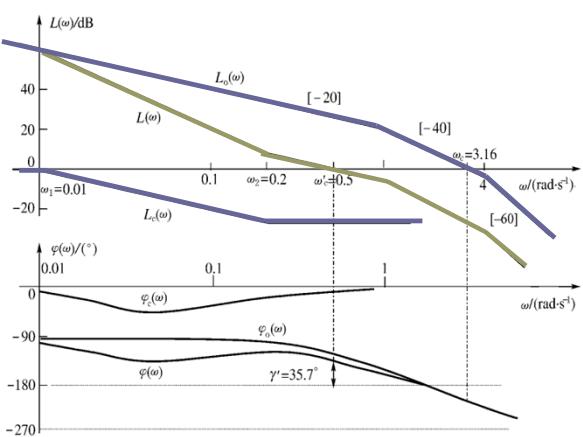
$$\text{根据 } \frac{L_o(\omega'_c) - 20 \lg K}{\lg \omega'_c - \lg 1} = \frac{20 \lg \beta - 20 \lg 10}{\lg 0.5 - \lg 1} = -20 \Rightarrow \beta = 20$$

STEP4: 确定滞后校正环节转折频率

$$\text{选 } \omega_2 = \frac{1}{T} = 0.4\omega'_c = 0.2 \text{ rad/s}$$

$$\text{则 } T = 1/\omega_2 = 5 \text{ s}, \quad \omega_1 = 1/\beta T = 0.01 \text{ rad/s}$$

$$\text{滞后校正装置传递函数: } G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} = \frac{5s+1}{100s+1}$$



STEP5: 验证

校正后系统开环传递函数:

$$G(s) = G_c(s)G_o(s) = \frac{10(5s+1)}{s(100s+1)(s+1)(0.25s+1)}$$

校验校正后系统相角稳定裕度

$$\gamma = 35.7^\circ > 35^\circ$$

由Bode图, $L_g \geq 10 \text{ dB}$

校正满足要求

比较校正前后系统性能

- 1) 滞后校正装置的负斜率段压缩了系统开环对数幅频特性的中频段，使穿越频率由 -40 dB/dec 变为 -20 dB/dec ，系统的幅值穿越频率 ω_c 由 3.16rad/s 左移到 0.5rad/s ，利用系统本身的相频特性使系统稳定，并具有 35.7° 的相位裕量；
- 2) 不影响系统的低频段，不改变系统的稳态精度；
- 3) 高频段对数幅值下降，抗干扰性能有所提高

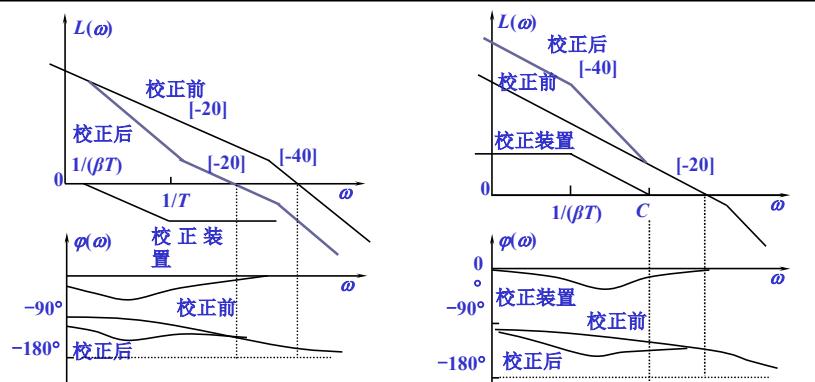
系统串联滞后校正后，在保证稳态性能前提下，改善动态性能

滞后校正优点：

- 1) 滞后校正实质上是一种低通滤波器。由于滞后校正的衰减作用，压缩系统中频段，使幅值穿越频率左移到较低频率上，使中频段穿越斜率为 -20 dB/dec ，从而满足相位裕量 γ 要求；
- 2) 能够在保持系统动态性能不变的前提下，通过提高系统开环放大系数来提高稳态精度；
- 3) 压缩系统高频段，对抑制高频噪声有利

缺点：

- 1) 幅值穿越频率 \downarrow ，使系统频带宽 \downarrow ，影响系统响应快速性；
- 2) 滞后校正装置对时间常数有一定限制，过大则难物理实现



采用滞后校正装置从两个角度考虑：

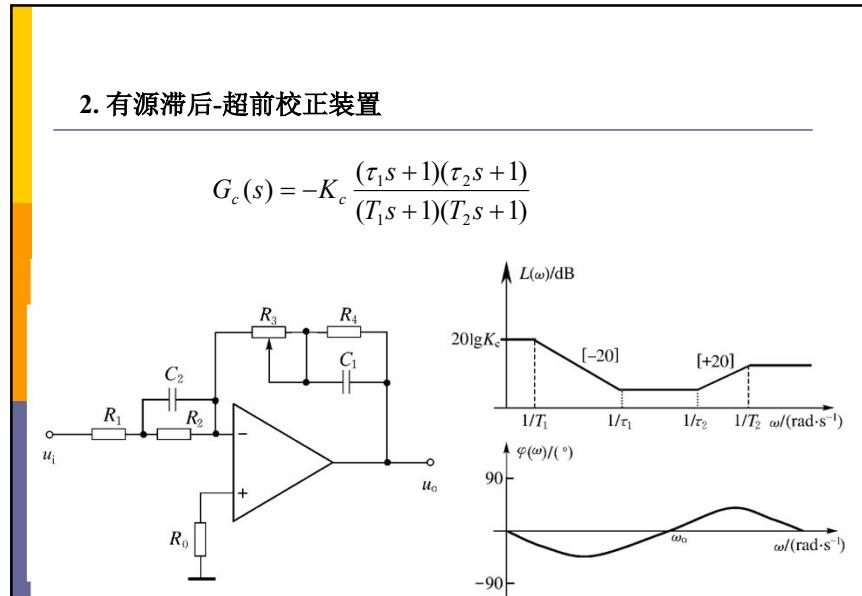
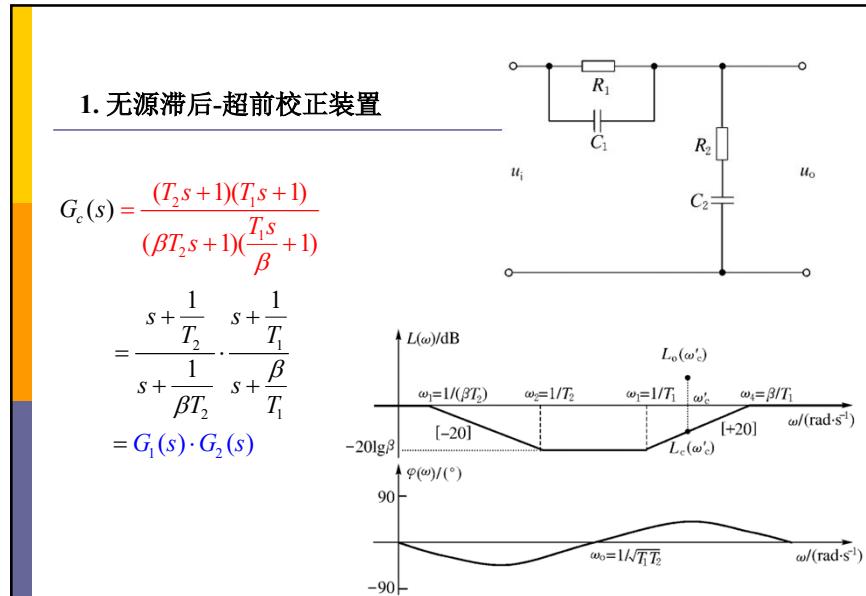
- 用于动态性能已满足，但稳态性能较差的系统；
- 用于需要提高系统的相角裕量 γ ，改善稳定性，但又无法采用超前校正的系统

6.3.4 滞后-超前校正

超前校正：提供额外的正值相角，增大系统的相位裕量，并使幅值穿越频率右移（变大），主要用于改善系统**动态性能**；

滞后校正：在保证足够动态性能前提下，增加开环传递系数，**改善稳态性能**。但由于幅值穿越频率会左移，在一定程度上影响快速性。

如果对校正后系统有较高的要求，需要同时改善系统的**动态与稳态性能**，就综合二者优点的**滞后-超前校正装置**



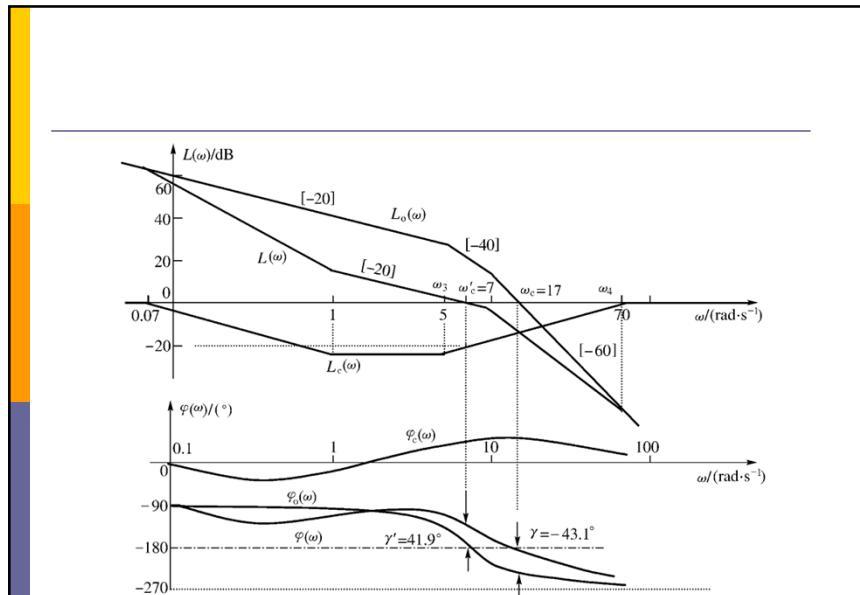
滞后-超前校正装置Bode图特点：

- 1) 在 $0 < \omega < \omega_0$ 的频率范围内都有 $\varphi(\omega) < 0$ ，具有相位滞后作用；在 $\omega_0 < \omega < \infty$ 的频率范围内都有 $\varphi(\omega) > 0$ ，具有相位超前作用；
- 2) 低频段与高频段斜率为0，由于滞后部分与超前部分转折频率之比均为 β ，即 $\beta \cdot \alpha = 1$ ，故低频段与高频段对数幅值相等，均为零分贝；
- 3) 转折频率 $1/\beta T_2$ 与 $1/T_2$ 之间渐近线斜率为 -20dB/dec ，起积分作用；转折频率 $1/T_1$ 与 $1/\beta T_1$ 之间渐近线斜率为 $+20\text{dB/dec}$ ，起微分作用

如果 β 较大，则近似有

$$G_c(s) \approx \frac{(T_2 s + 1)(T_1 s + 1)}{\beta T_2 s}$$

即滞后-超前校正装置近似于PID调节器，全面改善系统的动态与稳态性能。故PID校正又称滞后-超前校正(积分-微分校正)



频率特性设计超前-滞后校正步骤

STEP1: 按稳态性能要求确定系统的型别与开环放大系数 K ;

STEP2: 在此 K 值下绘制未校正 $\angle KP(j\omega)$ Bode图，并求开环频域指标：相位裕量与幅值穿越频率等，判断采用何种校正环节；

STEP3: 确定超前环节参数

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} \quad T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_m} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c}$$

STEP4: 确定滞后环节参数

$$\Delta L = L(\omega_c) + 10 \lg \alpha^{-1} \quad \frac{1}{T_2} = \left(\frac{1}{10} \sim \frac{1}{5} \right) \omega_c \\ 20 \lg \beta = \Delta L$$

滞后-超前校正设计时注意

滞后-超前校正可以充分发挥滞后校正和超前校正各自优点，全面提高系统动、静态性能：

- (1) 滞后特性应设置在较低的频段，用以提高系统放大系数；
- (2) 超前特性应设置在中频段，用来增大相位裕量及幅值穿越频率；

以确保滞后校正与超前校正优势的共同发挥

Assignment

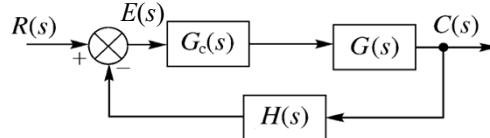
单位反馈系统的开环传递函数： $P(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}$ 。

设计要求：(1) $K_v = 5$ ；(2) 相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ ；(3) $L_g \geq 10 \text{ dB}$

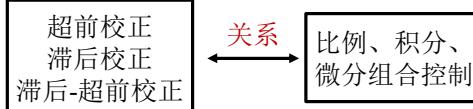
6.4 基本控制规律分析

6.4.1 基本控制规律

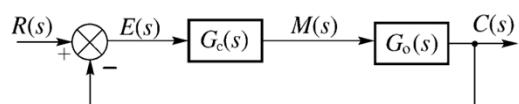
根据负反馈理论所构成的典型控制系统结构图



控制器 $G_c(s)$ 常采用比例、积分、微分等基本控制规律，对偏差信号整形，产生合适的控制信号，对被控对象有效控制



1. 比例控制(P调节器)



1. 时域方程: $m(t) = K_p e(t)$

2. 传递函数: $G_c(s) = K_p$ 相当于一个可调的比例放大器

$K_p \uparrow$, $e_{ss} \downarrow$, 稳态精度 \uparrow

但 K_p 过大, 导致系统相对稳定性 $\downarrow \rightarrow$ 不稳定

2. 微分控制 (D调节器)

传递函数 $G_c(s) = \tau_d s$

时域方程 $u(t) = \tau_d \frac{d}{dt} e(t)$

微分: 输出信号与输入偏差的变化率成正比 \rightarrow 微分调节器能够根据偏差变化趋势产生相应的控制作用;

频率法角度: 微分环节有高通滤波作用, 微分调节器只在偏差的变化过程中起作用, 当偏差恒定或变化缓慢时失去作用, 调节器无输出 \rightarrow 微分调节器**绝对不能**单独使用;

➤ 微分校正常用来提高系统动态性能, 对稳态精度不起作用;

➤ 微分调节器有放大输入端高频干扰信号的缺点

3. 积分控制(I调节器)

传递函数 $G_c(s) = \frac{1}{T_i s}$

时域方程 $u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt$

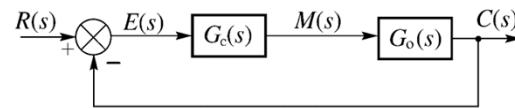
时域分析: 系统型别提高, 跟踪输入信号的能力更强;

物理意义: 积分控制器的输出是偏差的累加, 当偏差为0后, 积分调节器就提供一个恒定的输出以驱动后面的执行机构;

- 积分控制器只能逐渐跟踪输入信号, 影响系统响应快速性;
- 型别的提高使系统的相位滞后增加, 积分控制器的加入会降低系统的稳定性 → 单纯的积分控制器将降低系统的动态性能

单独采用P、I、D调节器一般不能实现系统满意性能—三种基本调节方式结合

6.4.2 比例-微分控制(PD控制器)



1. 时域方程: $m(t) = K_p [e(t) + \tau_d \frac{d}{dt} e(t)]$

2. 传递函数: $G_c(s) = K_p (1 + \tau_d s)$

若偏差正处于下降状态, 则 $\tau_d \frac{d}{dt} e(t) < 0$

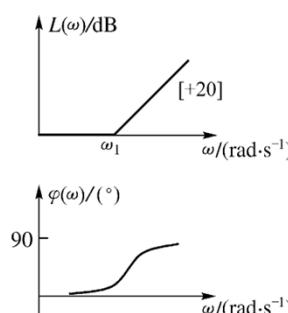
比例微分控制器预见到偏差在减小, 将产生一个适当的控制信号, 在振荡相对较小的情况下将系统输出调整到期望值

微分(D)控制: 反映信号的变化率(即变化趋势)的“预报”作用, 在偏差信号变化前给出校正信号, 防止系统过大偏离期望值和出现剧烈振荡的倾向, 增强系统的相对稳定性;

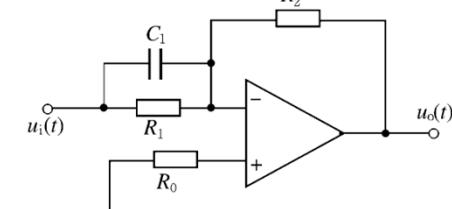
比例(P)部分: 保证在偏差恒定时的控制作用;

P-D控制: 具有比例控制和微分控制的优点, 可以根据偏差的实际大小与变化趋势给出恰当的控制作用;

P-D调节器: 在基本不影响系统稳态精度的前提下提高系统的相对稳定性, 改善系统的动态性能

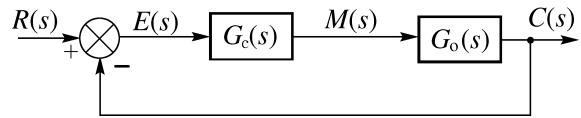


(a) 伯德图



(b) 电路图

6.4.3 比例-积分控制(PI控制器)



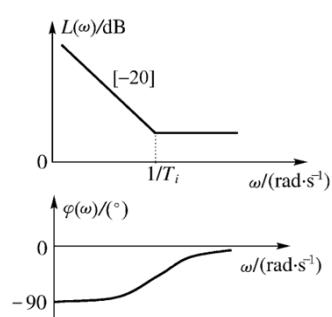
1. 时域方程: $m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$

2. 传递函数: $G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = K_p \cdot \frac{T_i s + 1}{T_i s}$

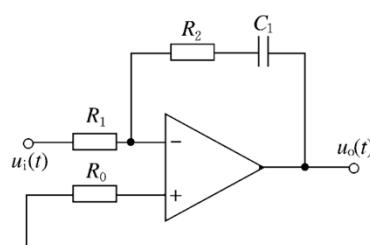
PI调节器: 积分调节器与PD调节器的串联，兼具二者优点。

- 利用积分部分提高系统的无差度，改善系统的稳态性能；
- 利用PD调节器改善动态性能，以抵消积分部分对动态的不利影响；

PI调节器: 在基本保证闭环系统稳定性前提下改善系统的稳态性能。

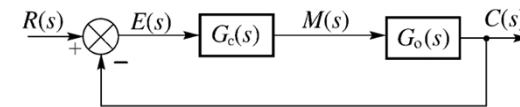


(a) Bode图



(b) 电路图

6.4.4 比例-积分-微分控制(PID控制器)



1. 时域方程: $m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \tau_d \frac{d}{dt} e(t)$

2. 传递函数: $G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \tau_d s \right)$

3. 离散形式: $m(k) = K_p \left(e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{j=0}^k e(j) + \frac{\tau_d}{T} [e(k) - e(k-1)] \right)$

当 τ_d 、 T_i 取适当数值时，控制器传递函数具有两个实数零点，传递函数：

$$G_c(s) = K_p \left(\frac{T_i \tau_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \right) = K_p \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{T_i s}$$

PID提供一个积分环节与两个一阶微分环节

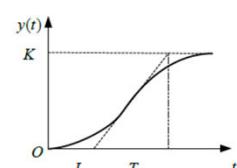
- 积分环节改善稳态性能；
- 两个一阶微分环节大大改善动态性能
- 全面改善系统性能

6.4.5 PID控制器的参数调整

阶跃响应或脉冲响应曲线 → 调整参数 → 超调量为25%

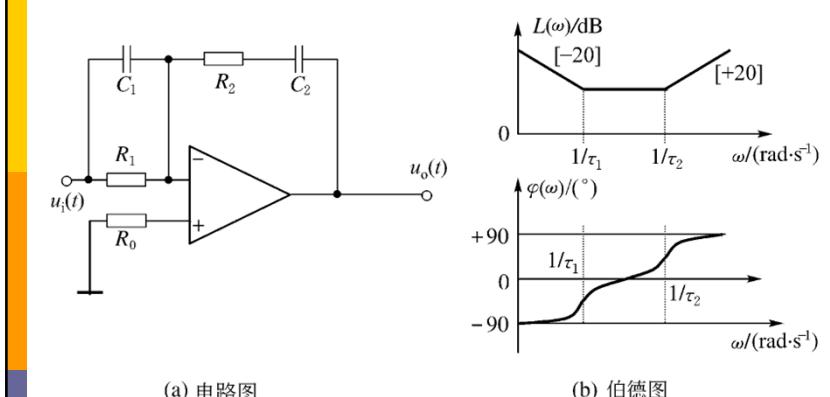
方法一：S曲线法

对象不包含积分器，又没主导共轭复极点
单位阶跃响应曲线看起来像一条S曲线



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1}$$

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = 0.6T \frac{(s + 1/L)^2}{s}$$



6.4.5 PID控制器的参数调整

理论：齐格勒—尼柯尔斯(Z-N,1942)方法

步骤：

- (1) 开环，得到系统阶跃响应曲线
- (2) 若单位阶跃响应曲线是一条S曲线，方法可用
- (3) S形曲线的转折点画切线，确定延时时间L和时间常数T
- (4) 查表得参数设定值

6.4.5 PID控制器的参数调整

方法二：稳定边界法

系统无持续振荡不可用



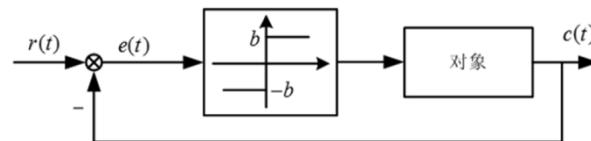
步骤：

- (1) 闭环，控制器(比例控制)
- (2) 从小到大增加比例增益直到临界增益 K_r (使系统首次出现持续振荡时的增益值)，测出振荡周期 P_r
- (3) 查表得参数设定值

参数调整的振荡法			
控制器类别	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_r$	∞	0
PI	$0.45K_r$	$\frac{1}{1.2}P_r$	0
PID	$0.6K_r$	$0.5P_r$	$0.125P_r$

6.4.5 PID控制器的参数调整

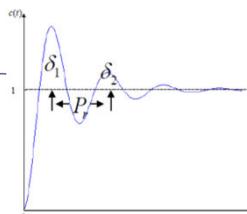
方法三：继电器振荡法



优点：较为简便地得到系统在临界振荡时增益和振荡周期，保证较为稳定的闭环振荡响应

6.4.5 PID控制器的参数调整

方法二、三均需要系统出现振荡现象，不适合对被控对象输出量有严格限制的场合



方法四：衰减曲线法



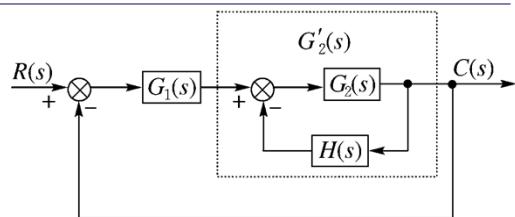
参数调整的振荡法

控制器类别	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_r$	∞	0
PI	$0.45K_r$	$\frac{1}{1.2}P_r$	0
PID	$0.6K_r$	$0.5P_r$	$0.125P_r$

$$\begin{aligned}
 C(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= 1.25 K_r \frac{0.03 P_r s^2 + 0.3 P_r s + 1}{0.3 P_r s}
 \end{aligned}$$

6.5 局部反馈校正

6.5.1 反馈校正对系统性能的影响



反馈补偿特点：

- 1) 在局部反馈校正中，信号从高能级被引向低能级，因此不需要经过放大；
- 2) 反馈补偿通常提供更大的抗负载干扰能力；
- 3) 非电系统串联装置不易实现

[例6-5] 位置伺服系统的开环传递函数为: $G_f(s) = \frac{K}{s^2(s+10)}$

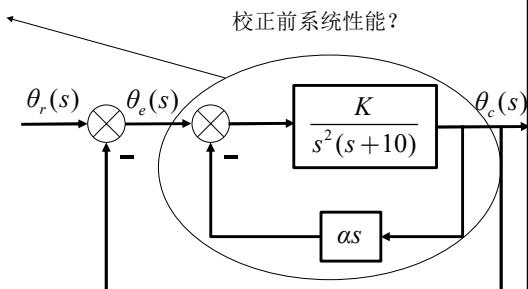
设计校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 10\%$, $t_s \leq 4$ 秒

$$G_k(s) = \frac{K}{s^3 + 10s^2 + Kas}$$

$$s^3 + 10s^2 + Kas + K = 0$$

广义根轨迹

$$1 + \frac{Ka(s+1/\alpha)}{s^2(s+10)} = 0$$



6.5.1 反馈校正对系统性能的影响

设计校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 10\%$, $t_s \leq 4$ 秒 $1 + \frac{Ka(s+1/\alpha)}{s^2(s+10)} = 0$

主导极点的位置？

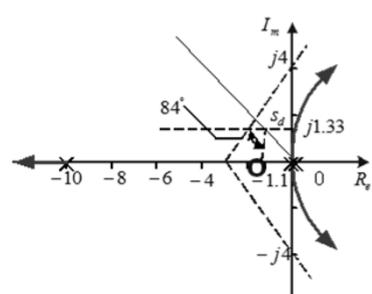
$$t_s = 3/\zeta\omega_n \leq 4 \quad \zeta\omega_n = 1 \quad \delta\% \leq 10\% \quad \zeta = 0.6 > 0.56, \quad \omega_n = 5/3$$

$$s_d = -1 \pm j1.33$$

$$-2 * 128^\circ - 8^\circ = -264^\circ$$

$$\phi = 180^\circ - (-264^\circ) = 84^\circ$$

$$G(s)H(s) = \frac{K'(s+1.1)}{s^2(s+10)}$$

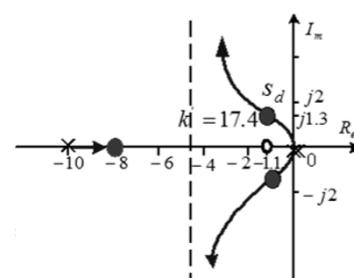


$$1 + \frac{Ka(s+1/\alpha)}{s^2(s+10)} = 0$$

$$G(s)H(s) = \frac{K'(s+1.1)}{s^2(s+10)}$$

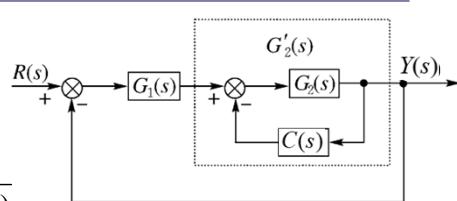
$$K' = 17.4$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \times \frac{K}{s(s^2 + 10s + Ka)} \right] = 1/\alpha = 1.1$$



局部闭环传递函数:

$$G'_2(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)C(s)}$$



局部闭环频率特性:

$$G'_2(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)}$$

校正后整个闭环系统开环频率特性:

$$G_k(j\omega) = G_1(j\omega)G'_2(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)} = \frac{G_o(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)}$$

$G_2(j\omega)C(j\omega)$: 局部闭环开环频率特性

$G_o(j\omega)$: 校正前开环频率特性

1. 当 $|G_2(j\omega)C(j\omega)| < 1$ 时, 则有

$$G'_2(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)} \approx G_2(j\omega)$$

局部闭环频率特性与被包围部分 $G_2(j\omega)$ 的特性相同, 与 $C(j\omega)$ 无关, 校正装置不起作用

2. 当 $|G_2(j\omega)C(j\omega)| > 1$ 时, 则有

$$G'_2(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)} \approx \frac{1}{C(j\omega)} \quad G_k(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)}{C(j\omega)}$$

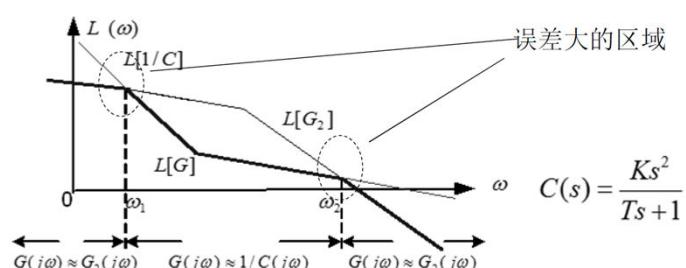
即局部闭环频率特性为 $C(j\omega)$ 的倒数。校正装置起主要作用

6.5.1 反馈校正对系统性能的影响

频率校正方法-局部反馈

$$\text{近似处理: } G(j\omega) \approx \frac{1}{C(j\omega)} \quad |G_2(j\omega)C(j\omega)| \geq 1$$

$$G(j\omega) \approx G_2(j\omega) \quad |G_2(j\omega)C(j\omega)| \leq 1$$



局部反馈校正设计步骤

STEP1: 确定在系统固有部分中打算加以局部反馈校正的部分 $G_2(s)$ 。画出 $G_2(s)$ 的对数频率特性;

STEP2: 设计出经过局部反馈校正后预期的内环回路传递函数, 记作 $G(s)$ 。画出 $G(s)$ 的对数频率特性;

STEP3: 把 $G(s)$ 的对数频率特性反号, 即得 $1/G(s)$ 的频率特性。于是得到局部反馈校正装置的传递函数 $C(s) = 1/G(s)$ 。为了使 $C(s)$ 在物理上可实现, 通常需要修改它的高频段;

STEP4: 校验内环是否稳定，要求内环稳定是为了便于外环调整和设计，如果内环回路不稳定，必须修改所设计的 $G(s)$ ；

STEP5: 校核 $|G_2(j\omega)C(j\omega)|>>1$ 在主要频段（中频段）是否成立。若不成立，则需重新设计 $G(s)$ 。

局部反馈缺点：局部反馈实现成本较高；分析设计复杂

6.5.2 反馈(并联)校正的本质

以反馈通道传递函数的倒数特性代替原系统 $G_2(s)$ 中不希望的特性，抑制被包围环节中参数变化与各种干扰给系统带来的不利影响，以期达到改善控制性能的目的。

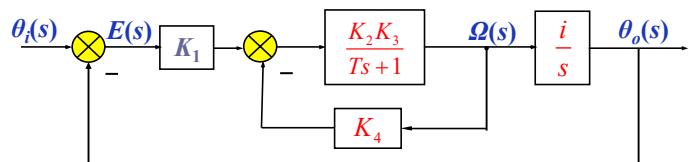
适当地选择校正装置的形式和参数，可以改变校正后系统的频率特性，使系统满足所要求的性能指标。

注意：

① **局部闭环的稳定性问题：**如果局部闭环不稳定，虽然整个系统仍可能稳定，但这种系统往往性能不理想，或无法进行开环系统的调试。

② **局部反馈对稳态性能的影响：**反馈信号与输出信号成正比的反馈(通常称为硬反馈)将降低系统的放大倍数，此时必须通过提高放大环节的放大倍数得到补偿。在控制系统中，为不影响稳态误差，一般可采用输出信号的微分成正比的反馈(通常称为软反馈或微分反馈)。

反馈(并联)校正实例



速度反馈控制系统

$$\Phi(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{1}{\frac{T}{K_1 K_2 K_3 i} s^2 + \frac{(K_2 K_3 K_4 + 1)}{K_1 K_2 K_3 i} s + 1}$$

引入速度反馈控制，即增加附加项，同样使系统时间常数 T 不变、等效阻尼比增大，因而缩短调节时间，减小超调量，系统的动态性能得到改善。但系统没有附加闭环零点

6.6 前馈/顺馈校正

前馈校正/复合控制

• 基于误差反馈控制的一些问题

控制作用的滞后性，尤其是大时间常数系统，带延时环节系统，在快速跟随要求下的局限性

• 改进措施：

加入前馈开环环节，使输入立即影响输出，与反馈环节复合控制

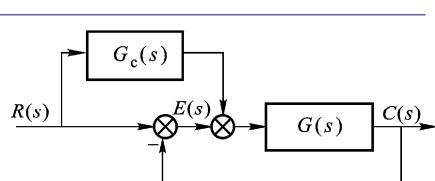
前馈控制特点：

- 一般不影响系统稳定性
- 可以消除包括干扰在内引起的系统误差
- 实现较为简单
- 复合控制

1. 对控制作用的附加前置校正

系统闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = (1 + G_c(s)) \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$



希望系统输出完全复现控制输入，即

$$\text{令 } E(s) = R(s) - C(s) = 0$$

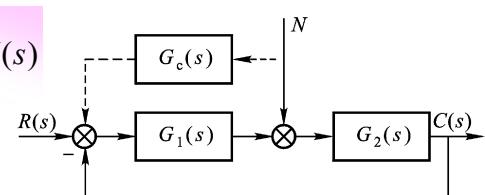
$$E(s) = R(s) - C(s) = \frac{1 - G(s)G_c(s)}{1 + G(s)} R(s) = 0$$

$$G_c(s) = G^{-1}(s)$$

2. 对干扰的附加补偿校正

$$C(s) = \frac{G_2(1 + G_1 G_c)}{1 + G_1 G_2} N(s)$$

$$G_c(s) = -G_1^{-1}(s)$$



- 单纯依靠回路的设计来达到干扰抑制，有一定的困难与不便
- 利用附加的干扰补偿装置，实现干扰对系统输出的不变性，是一种非常有效的方法

6.7 离散时间系统的校正

离散系统的数字校正

- 连续域设计-离散化方法
- 离散域设计方法

$\left\{ \begin{array}{l} \text{根轨迹法} \\ \text{频域法} \\ \text{最少拍校正法} \end{array} \right.$

根轨迹法

连续系统中共轭复数极点:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, \quad 0 \leq \zeta < 1$$

连续系统极点与离散系统极点映射关系:

$$z = e^{sT}$$

离散系统共轭复数极点:

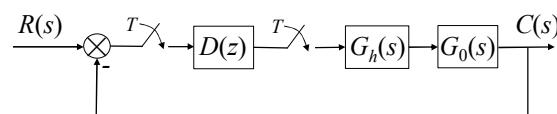
$$z_{1,2} = e^{-\zeta\omega_n T} e^{\pm j\omega_n T \sqrt{1-\zeta^2}}, \quad 0 \leq \zeta < 1$$

校正举例

线性离散系统如图, 其中

$$G_h(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}, \quad G_0(s) = \frac{K}{s(0.05s+1)(0.1s+1)}$$

采样周期 $T = 0.1s$, 试用根轨迹法确定串联校正装置 $D(z)$, 使系统满足性能指标: 阻尼比 $\zeta = 0.7$, 静态速度误差系数 $K_v \geq 0.4$



开环脉冲传递函数 $G(z)$

$$G(s) = G_h(s)G_0(s) = \frac{K(1 - e^{-Ts})}{s^2(0.05s + 1)(0.1s + 1)}$$

相应的 z 变换为

$$G(z) = \frac{0.0164K(z + 0.12)(z + 1.93)}{(z - 1)(z - 0.368)(z - 0.135)}$$

在 z 平面上作出相应的根轨迹，离散系统根轨迹画法与连续系统类似，在 z 平面上作出阻尼比 $\zeta = 0.7$ 的等阻尼比线

根轨迹与单位圆交点处的临界开环增益为 13.3，而与 $\zeta = 0.7$ 等阻尼比线交点的增益为 $K=2.5$ ，速度误差系数 $K_v=0.25$ 不满足要求

选取串联校正 $D(z) = \frac{z + z_c}{z + p_c}$

本章小结

1. 在控制系统中，采用增加附加环节来改善系统品质指标的方法，叫做系统的校正。校正装置的引入，常常是解决静态指标和动态指标互相矛盾的有效方法。根据校正装置在系统中的位置不同，校正分为串联校正和并联校正两大类；
2. 串联校正分为超前(微分)校正，滞后(积分)校正和滞后-超前(积分-微分)校正等三种。串联校正装置既可用无源网络来实现，又可用运算放大器组成的有源网络来实现。前者称为无源校正网络，后者称为有源校正网络；

3. 超前校正的优点是引进一个较大的相角，从而提高相角裕度。超前校正使截止频率增大，提高系统快速性，但伴随相余量稍有下降的缺点。设计时应扬长避短，以获得最好的效果。超前校正主要缺点是高频噪声干扰严重，系统抗干扰能力下降，设计时务必注意；
4. 滞后校正的优点是中、高幅值衰减，使截止频率下降，从而获得足够的相角裕度。缺点是相角滞后的性质，它可能对新的截止频率处的相余量有不良影响。为了把这种不良影响减至最小，常要求滞后网络的第一个转折频率应足够小。但可能会使时间常数大到难以实现的程度