

## 第六章 系统校正方法

参考书：《自动控制原理(田玉平教授版)》第六章  
《自动控制原理(胡寿松教授版)》第六章

## 第六章 系统校正方法

- 引言
- 系统校正的根轨迹法
- 系统校正的频率特性法
- 基本控制规律分析
- 局部反馈校正
- 离散系统的数字校正

### 6.1 引言

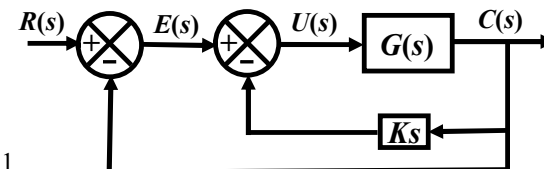
控制理论的三部分内容：

- 系统建模 { 机理建模  
统计建模
- 系统分析 { 稳定性分析  
动静态性能分析  
结构分析 —— State space
- 系统设计 { 综合(Synthesis) — 依据指标解析确定控制器  
校正/补偿(Correction/Compensation)  
— 依据期望指标，增加装置，改善开环特性

### 1. 综合(Synthesis)方法的特点

- (1) 对于一个给定的控制系统(包括校正装置), 首先找到一个能够满足给定指标的系统, 然后计算所需的校正装置或控制器
- (2) 对于结构不变的给定控制系统, 可以将性能指标转换成某个函数的优化问题, 通过优化求解, 得到参数最优控制系统

### 2. 综合方法示例



$$G(s) = \frac{100}{s^2} \quad R(s) = \frac{1}{s}$$

$$J_{\min} = \min_K \{J_{ISE}\} = \min_K \left\{ \int_0^{\infty} e^2(t) dt \right\}$$

$$J_{ISE} = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s)E(-s)ds = \frac{1+100K^2}{200K} \quad K = 0.1 \quad J_{\min} = 0.1$$

$$E(s) = \frac{s+100K}{s^2+100Ks+100}$$

### 3. 校正

控制系统一般设计过程:

- (1) 被控对象的机理建模(时域、频域)或统计建模
- (2) 根据工艺上对被控对象的参数及控制系统的任务和要求, 确定控制系统的设计方案和结构, 合理选择执行机构、功率放大器、检测元件等组成控制系统

经过安装调试和运行, 分析系统稳定性和各项动态、稳态性能指标

若系统不满足要求, 可以通过调整系统的参数或增加新的环节(校正)以改变系统传递函数使性能得到改善

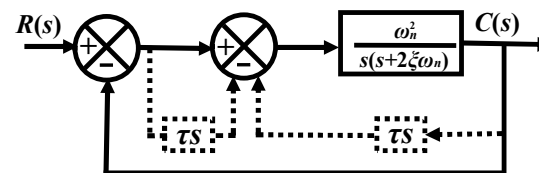
### 4. 校正的意义

作用一: 使闭环系统稳定

作用二: 改善系统性能

- 1) 仅靠**调整系统参数**使系统满足工程要求是困难的

例: 改善二阶系统阻尼



- 2) 增加新的装置/环节, 从而改变系统原有结构(传函), 是改善系统性能的主要手段

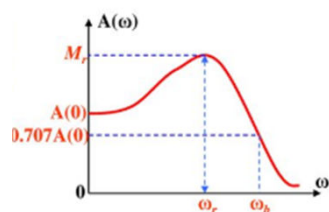
## (1) 性能指标

- 不同控制系统对性能指标的要求应有不同侧重  
如调速系统—平稳性和稳态精度；随动系统—快速性
- 性能指标的提出，符合实际系统的需要和可能(代价)

### 性能指标

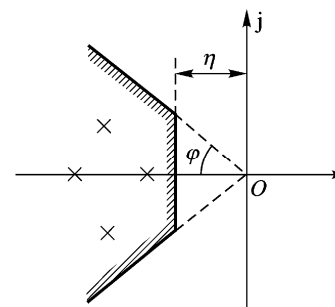
$\left\{ \begin{array}{l} \text{时域指标(根轨迹法)} \\ \text{频域指标(频域法)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{静态指标} \\ \text{动态指标} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{开环频域指标} \\ \text{闭环频域指标} \end{array} \right.$



## 复数域指标

以系统闭环极点在复平面上分布区域定义



振荡度:  $\varphi$   
衰减度:  $\eta$

## 二阶系统性能指标

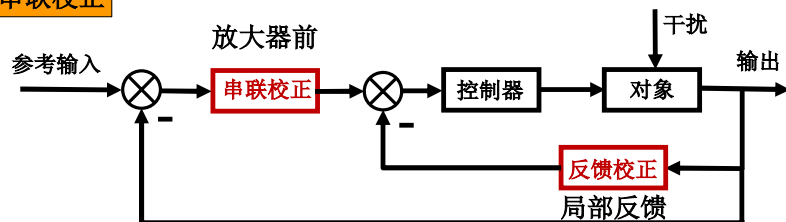
类别	性能指标	计算公式
时域指标	超调量	$\delta\% = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$
	调节时间 ( $\Delta=5$ )	$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n}$
频域指标	谐振峰值	$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \zeta \leq 0.707 \quad \Leftarrow M(\omega_r)$
	谐振频率	$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}, \zeta \leq 0.707 \quad \Leftarrow \frac{dM(\omega)}{d\omega} = 0$
	带宽频率	$\omega_b = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2 + 4\zeta^4}} \quad \Leftarrow M(\omega_b) = 0.707M(0)$
	截止频率	$\omega_c = \omega_n \sqrt{1+4\zeta^2-2\zeta^2} \quad \Leftarrow M(\omega_c) = 1$
	相角裕度	$\gamma = \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{1+4\zeta^2-2\zeta^2}} \quad \Leftarrow 180^\circ + \angle G(j\omega_c)$
时频转换		$t_s = \frac{6}{\omega_c \tan \gamma}$
		$\delta\% = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, M_r \geq 1$

## 高阶系统性能指标的经验公式

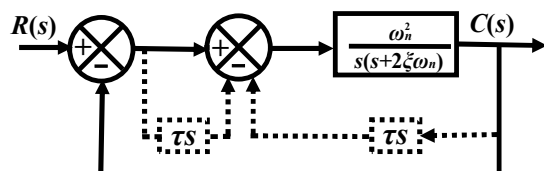
性能指标	经验公式
谐振峰值	$M_r = \frac{1}{\sin \gamma}$
超调量	$\delta\% = 0.16 + 0.4(M_r - 1), 1 \leq M_r \leq 1.8$
调节时间	$t_s = \frac{k\pi}{\omega_c}, k = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2, 1 \leq M_r \leq 1.8$

## (2) 校正方式 串联校正, 反馈校正, 前馈校正, 复合校正

### 串联校正

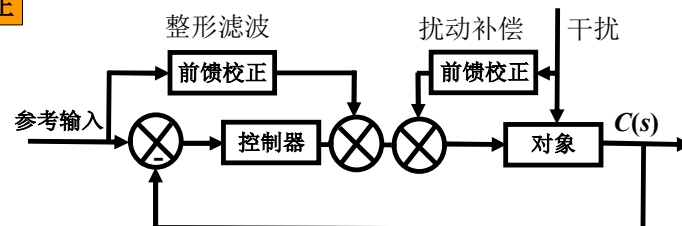


### 反馈校正



## (2) 校正方式

### 前馈校正



### 复合校正

串联（反馈）校正+前馈校正

## (3) 校正的特点和难点

校正设计的非唯一性

(不同校正方法, 同一种方法的多种实现)

校正装置实现的非唯一性

(机电、液压、气动、有源、无源等)

校正设计的试凑, 经验性

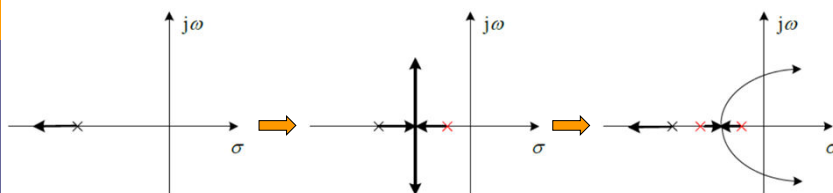
## 6.2 基于根轨迹法的串联校正

### 6.2.1 增加零极点对根轨迹的影响

不改变结构，仅调节增益，调节系统性能的作用有限

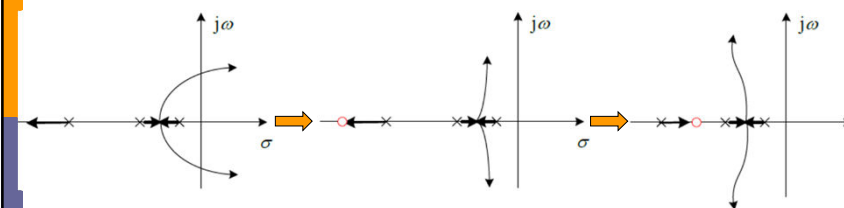
#### 1. 增加极点的影响

在开环系统中**增加极点**，可以使**根轨迹向右方移动**，从而降低了系统的相对稳定性，增加了系统响应的调节时间。



#### 2. 增加零点的影响

在开环系统中**增加零点**，可以使根轨迹向**左方移动**，从而增加系统的相对稳定性，减小系统响应的调节时间。(时域解释：PD控制)



#### 3. 增加原点附近开环偶极子对根轨迹的影响

**开环偶极子**：相距很近(和其它零极点相比)的一对极点和零点

**对根轨迹的影响**：几乎不改变根轨迹的形状

偶极子对系统的稳定性和动态性能几乎没有影响

$$\left| \frac{s+z_c}{s+p_c} \right| = \frac{|z_c|}{|p_c|} \left| \frac{\tau_c s + 1}{T_c s + 1} \right|$$

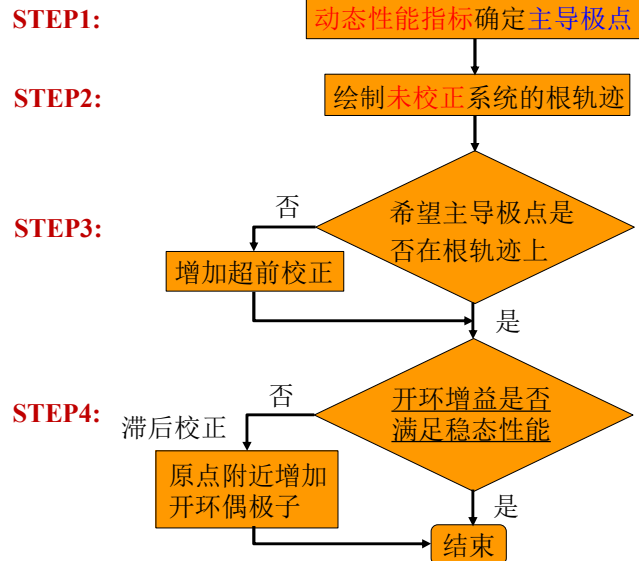
$$G_0(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} \quad G'_0(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} \frac{s+z_c}{s+p_c}$$

**特殊性**：如开环偶极子靠近原点且 $|z_c| > |p_c|$ ，则提高系统的开环增益，改善静态特性

#### 3. 增加原点附近开环偶极子对根轨迹的影响

$$K = \frac{K_g \prod_{i=1}^m z_i}{\prod_{j=1}^n p_j} \quad -z_c = -0.01 \text{ and } -p_c = -0.001 \quad K' = 10K \quad K' = \frac{K_g \prod_{i=1}^m z_i}{\prod_{j=1}^n p_j} \frac{z_c}{p_c}$$

# 基于根轨迹校正的一般步骤



## 6.2.2 根轨迹校正举例

### 1. 超前校正

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad 0 < z_c < p_c$$

效果：加入一个零点

目的：改善系统动态性能，使根轨迹左移

常用于系统稳态特性已经满足，而动态性能差的场合

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后  $\delta\% \leq 30\%$ ,  $t_s \leq 2s$ , 开环增益  $K_0 \geq 5$ ,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

**STEP1:** 确定闭环主导极点

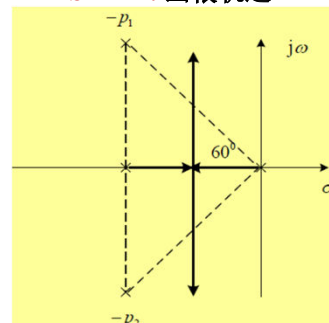
$$\delta\% = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \leq 30\%$$

Select  $\zeta = 0.5$   $\varphi = 60^\circ$

$t_s = 3/\zeta\omega_n \leq 2$  Select  $\omega_n = 4$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2 \pm j2\sqrt{3}$$

**STEP2:** 画根轨迹



[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后  $\delta\% \leq 30\%$ ,  $t_s \leq 2s$ , 开环增益  $K_0 \geq 5$ ,

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

**STEP3:** 设计超前环节

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad |z_c| < |p_c|$$

校正后系统的开环传函

$$G_0(s) = \frac{K_g(s + z_c)}{s(s+2)(s + p_c)}$$

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 30\%$ ， $t_s \leq 2s$ ，开环增益 $K_0 \geq 5$ ，

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

由幅角条件

$$\angle(-p_1 + z_c) - \angle(-p_1) - \angle(-p_1 + 2) - \angle(-p_1 + p_c) = (2k+1)\pi$$

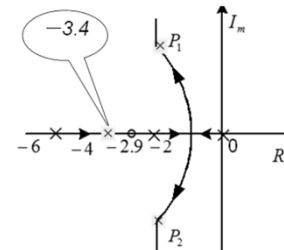
$$\arg(p_1 + z_c) - \arg(p_1 + p_c) = \alpha = 30^\circ > 0^\circ$$

$$G(s) = \frac{s+2.9}{s+5.4} \quad K_g = 18.7 \quad K_0 = 5.02$$

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 30\%$ ， $t_s \leq 2s$ ，开环增益 $K_0 \geq 5$ ，

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$



不满足主导极点条件？

(P.240)

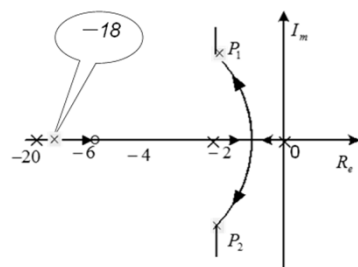
30度超前角条件解不惟一，可以使增加的零点和极点离虚轴足够远

$$\Phi(s) = \frac{K(s+2.9)}{s(s+2)(s+5.4) + K(s+2.9)}$$

[例6.1]

设计串联校正环节，使校正后 $\delta\% \leq 30\%$ ， $t_s \leq 2s$ ，开环增益 $K_0 \geq 5$ ，

$$P(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$



选择应远离闭环主导极点

$$G(s) = \frac{s+6}{s+20}$$

**STEP4:** 检验稳态指标

$$K_g \frac{|-p_1 + z_c|}{|-p_1||-p_1 + 2||-p_1 + p_c|} = 1$$

$$\Rightarrow K_g = 48 \Rightarrow K = \frac{48 * 6}{2 * 20} = 7.2 > 5$$

$$\Phi(s) = \frac{K(s+6)}{s(s+2)(s+20) + K(s+6)}$$

零点最远配置在何处？

2. 滞后校正-开环偶极子

$$C(s) = \frac{s+z_c}{s+p_c}, \quad z_c > p_c > 0$$

$$\left| \frac{s_d + z_c}{s_d + p_c} \right| \approx 1 \quad \arg \left( \frac{s_d + z_c}{s_d + p_c} \right) < 5^\circ$$

常用于系统已具有满意的动态性能指标，但其稳态性能不符合要求的场合

[例6.2]

设计串联校正环节，使闭环主导极点 $\zeta=0.5$ ， $\omega_n \geq 0.6$ ， $K_v \geq 5$ ，

$$P(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

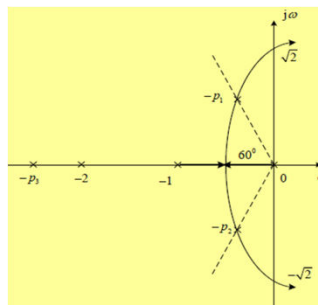
**STEP1-2:** 画出根轨迹，确定主导极点

$\zeta = 0.5$  主导极点 $-p_1$ 的-实部/虚部 $=1/\sqrt{3}$

特征方程得到实部为 $\alpha=-1/3$ （也可以由精确图得到）

$$-\zeta\omega_n = \alpha \Rightarrow \omega_n = 2/3$$

由模条件，得到 $K_g = 1.04$



$$\text{静态误差系数 } K_v = K = \frac{K_g}{1*2} = 0.52 < 5$$

**STEP3:** 滞后校正环节

$$C(s) = \frac{s+z_c}{s+p_c}, |z_c| > |p_c|$$

由系统静态误差系数  $|z_c| = 10|p_c|$

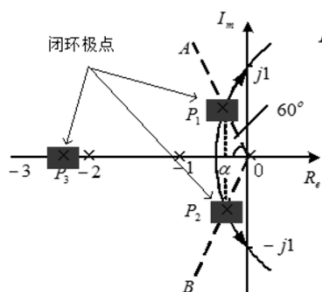
$$\text{Select } C(s) = \frac{s+0.05}{s+0.005}$$

$$\text{校正后 } G_0(s) = \frac{1.04(s+0.05)}{s(s+1)(s+2)(s+0.005)}$$

[例6.2]

设计串联校正环节，使闭环主导极点 $\zeta=0.5$ ， $\omega_n \geq 0.6$ ， $K_v \geq 5$ ，

$$P(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$



$$\zeta = 0.5 \quad \varphi = \arccos \zeta = 60^\circ$$

$$\omega_n = 0.33/0.5 = 0.66$$

$$K_g = 1.04 \quad K_v = 0.52 < 5$$

$$C(s) = \frac{s+z_c}{s+p_c}, |z_c| > |p_c|$$

$$C(s) = \frac{s+0.05}{s+0.005}$$

$$G_0(s) = \frac{1.04(s+0.05)}{s(s+1)(s+2)(s+0.005)}$$

**超前校正**可以改善系统的**动态性能**，提高系统的**相对稳定性**；  
**滞后校正**可以改善系统的**静态性能**，增大系统的**开环比例**系数

3. 滞后-超前校正

$$C(s) = K_c \frac{(s+z_{c1})(s+z_{c2})}{(s+p_{c1})(s+p_{c2})} \quad \begin{matrix} |z_{c1}| < |p_{c1}| \\ |z_{c2}| > |p_{c2}| \end{matrix}$$

常用于对系统的动态特性和稳态特性都有较高要求的场合

### 滞后-超前校正设计步骤

**STEP1:** 由动态性能指标, 确定希望的主导极点 $s_d$ 位置

**STEP2:** 由相角条件计算相角缺额 $\varphi$

$$\sum_{i=1}^m \arg(s_d + z_i) - \sum_{j=1}^n \arg(s_d + p_j) + \varphi = (2k+1)\pi, \quad k = 0, \pm 1, \dots$$

**STEP3:** 相角缺额确定超前环节

$$\arg\left(\frac{s_d + z_{c1}}{s_d + p_{c1}}\right) \geq \varphi$$

**STEP4:** 由模条件确定校正环节增益

$$\left| K_c \frac{s_d + z_{c1}}{s_d + p_{c1}} P(s_d) \right| = 1$$

### 滞后-超前校正设计步骤

**STEP5:** 由稳态性能指标确定滞后环节的零极点关系

$$K_0 = K_c \frac{(z_{c1})(z_{c2})}{(p_{c1})(p_{c2})} P(0)$$

$$\beta = |z_{c2} / p_{c2}|$$

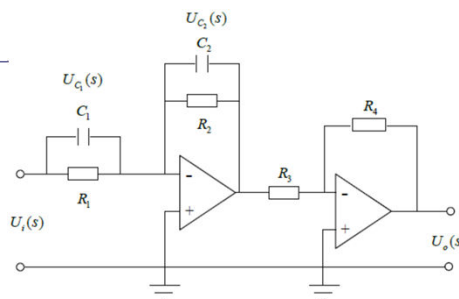
**STEP6:** 由 $\beta$ 在 origin 附近选择开环偶极子

$$\left| \frac{s_d + z_{c2}}{s_d + p_{c2}} \right| \approx 1 \quad \arg\left(\frac{s_d + z_{c2}}{s_d + p_{c2}}\right) < 5^\circ$$

## 6.2.3 校正装置的实现

### 1. 超前校正装置

$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad |z_c| < |p_c|$$

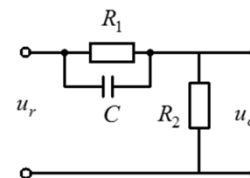


$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_2 R_4 (R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_3 (R_2 C_2 s + 1)} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad \alpha = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} > 1$$

$$T = R_1 C_1, \quad \alpha T = R_2 C_2, \quad K_c = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2}$$

### 1. 超前校正装置

无源网络的实现和应用限制

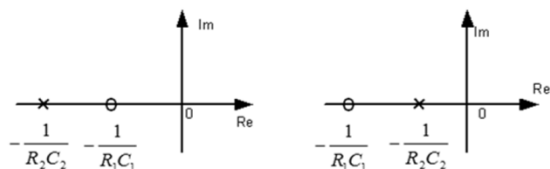


$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \alpha \frac{R_1 C s + 1}{\alpha R_1 C s + 1} = \frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{1}{\alpha R_1 C}}, \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$$

## 2. 滞后校正装置

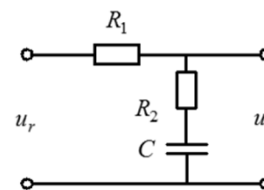
$$C(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}, |z_c| > |p_c|$$

$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_2 R_4 (R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_3 (R_2 C_2 s + 1)} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad \alpha = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} > 1$$



## 2. 滞后校正装置

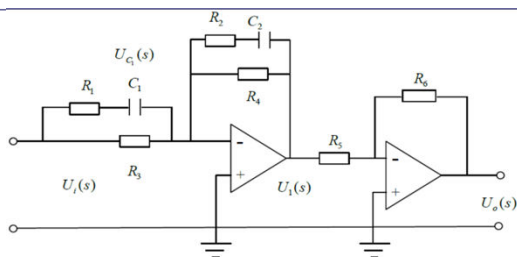
无源网络的实现



$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1, \quad T = R_2 C$$

## 3. 滞后—超前校正装置

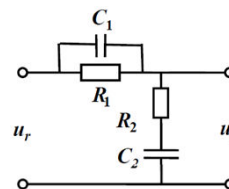


$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_4 R_6}{R_3 R_5} \left[ \frac{(R_1 + R_3) C_1 s + 1}{R_1 C_1 s + 1} \right] \left[ \frac{R_2 C_2 s + 1}{(R_2 + R_4) C_2 s + 1} \right]$$

$$\gamma = \frac{R_1 + R_2}{R_1} > 1, \quad \beta = \frac{R_2 + R_4}{R_2} > 1 \quad \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = K_c \left( \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \right) \left( \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right)$$

## 3. 滞后—超前校正装置

无源网络的实现



$$G_c(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{((T_1 / \alpha) s + 1)(\alpha T_2 s + 1)}$$

$$R_1 C_1 = T_1 \quad R_2 C_2 = T_2$$

$$R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = T_1 / \alpha + \alpha T_2$$

$$\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

$$\frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{R_2 + \frac{1}{C_2 s} + R_1 // \frac{1}{C_1 s}} = \frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1) + R_1 C_2 s}$$

## 6.3 系统校正的频率响应法

### 6.3.1 开环频率特性与时域性能指标间的关系

频率特性**低频段**表征系统**稳态性能**( $s=j\omega \rightarrow 0$ )

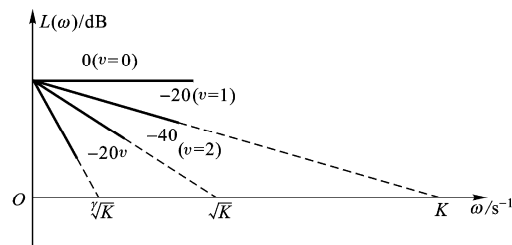
**中频段**表征系统**动态性能**

**高频段**反映系统**抗高频噪声**能力

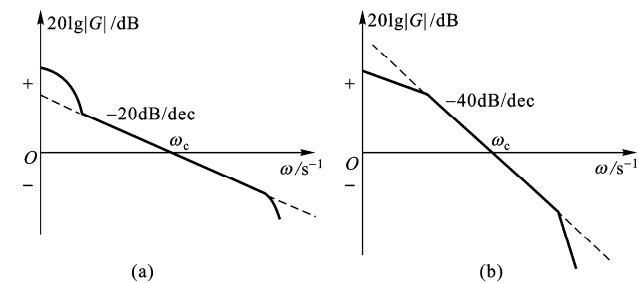
- **低频段** 通常是指  $20\lg|G(j\omega)|$  的渐近曲线在第一个转折频率以前的区段，这一段的特性完全由积分环节和开环增益决定

**低频段** ( $\omega \rightarrow 0$ )  $G_0(j\omega) \approx \frac{K}{(j\omega)^v}$   $L(\omega) = 20\lg K - v20\lg \omega$

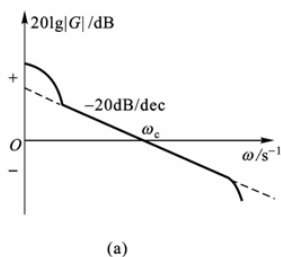
**低频段**渐近线集中反映系统跟踪控制信号的**稳态精度**信息  
静态误差系数法可以确定系统在给定输入下的**稳态误差**



- **中频段** 特性集中反映系统的平稳性和快速性



□ **中频段** 特性集中反映系统的平稳性和快速性



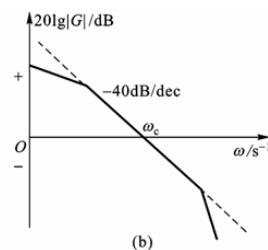
$$G(s) \approx \frac{K}{s} = \frac{\omega_c}{s}$$

$$\varphi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{\omega_c}{s}}{1+\frac{\omega_c}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_c}s+1}$$

系统具有较好的平稳性,  $t_s = 3/\omega_c$ ,  $\omega_c \uparrow \rightarrow t_s \downarrow$

配置较宽的  $-20\text{dB/dec}$  斜率线,  $\omega_c$  高一些

□ **中频段** 特性集中反映系统的平稳性和快速性



$$G(s) \approx \frac{K}{s^2} = \frac{\omega_c^2}{s^2}$$

$$\varphi(s) \approx \frac{G(s)}{1+G(s)} \approx \frac{\frac{\omega_c^2}{s^2}}{1+\frac{\omega_c^2}{s^2}} = \frac{\omega_c^2}{s^2+\omega_c^2}$$

$\zeta = 0$ , 系统临界稳定, 动态过程持续振荡

中频段  $-40\text{dB/dec}$  斜率线不宜过宽, 否则  $\sigma\%$ ,  $t_s$  显著增大

□ **中频段** 特性集中反映了系统的平稳性和快速性

1. 中频段幅频的斜率      好性能:  $-20\text{dB/dec}$  过截止频率

2. 截止频率与通频带宽

截止频率  $\omega_c$  越大, 通频带宽  $\omega_b$  越大, 复现输入程度高

$$t_s = \frac{6}{\omega_c \tan \gamma} \quad (\text{二阶系统}) \quad t_s = \frac{k\pi}{\omega_c} \quad (\text{高阶系统})$$

When  $\omega_c$  过大, 高频噪声也被放大

3. 相角裕度与动态性能      相角裕度很小, 易产生谐振

$$H(j\omega) = \frac{G_0(j\omega)}{1+G_0(j\omega)} \quad M_r = \frac{1}{\sin \gamma}$$

□ **高频段** 离截止频率较远 ( $\omega > 10\omega_c$ ) 频段

对于单位反馈系统

$$\Phi(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1+G(j\omega)}$$

在高频段, 一般有  $20\lg|G(j\omega)| \ll 0$ , 即  $|G(j\omega)| \ll 1$

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1+G(j\omega)|} \approx |G(j\omega)|$$

系统开环对数幅频在 **高频段** 的幅值, 直接反映系统对输入高频干扰信号的抑制能力。高频特性的分贝值越低, 系统抗干扰能力越强

三个频段的划分并没有严格的确定准则，但是三频段的概念，为直接运用开环特性判别稳定闭环系统的动态性能指出原则和方向。

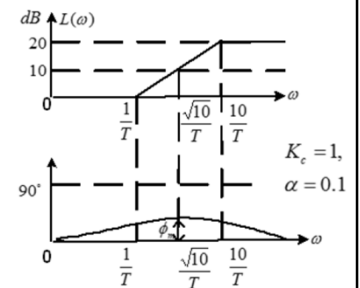
### 6.3.2 超前校正

传递函数  $C(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$ ,  $0 < \alpha < 1$

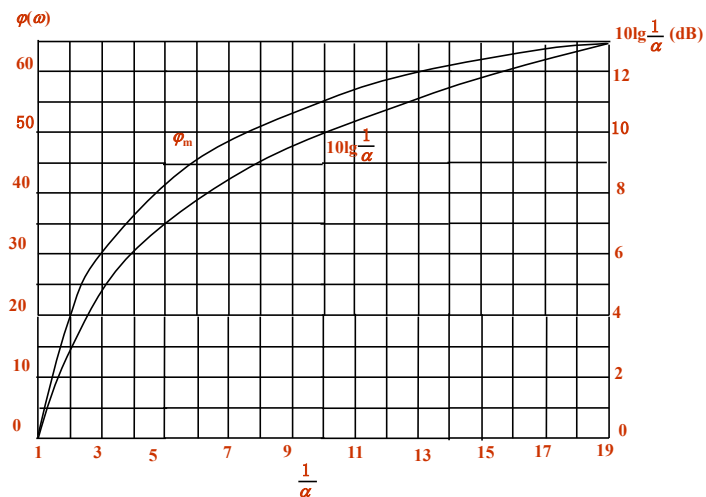
$$A(\omega) = K_c \sqrt{\frac{(\omega T)^2 + 1}{(\alpha \omega T)^2 + 1}} > K_c,$$

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \omega T - \tan^{-1} \alpha \omega T \geq 0$$

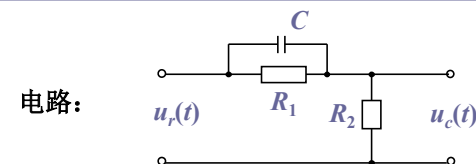
$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T} \quad \varphi_m = \sin^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$



通常取  $\alpha \geq 0.05 \rightarrow$  最大相位超前大约为65度



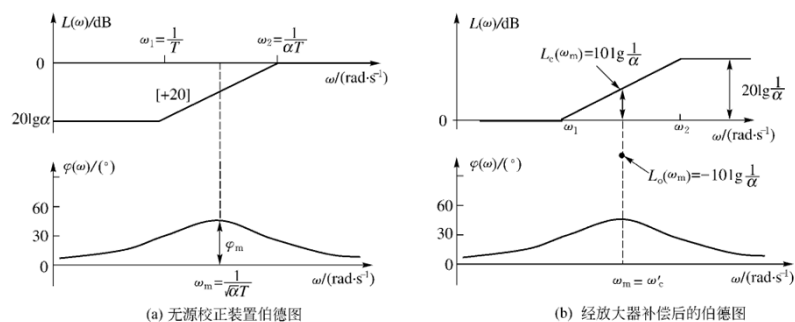
#### 1. 无源超前校正装置



传递函数:  $G_c(s) = \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$   $\alpha = \frac{R_2}{R_1+R_2} < 1$   $T = R_1 C$

频率特性表达式:  $G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega+1}{j\alpha T\omega+1}$

相角位移:  $\varphi(\omega) = \arctan \omega T - \arctan(\alpha \omega T) > 0^\circ$



超前校正装置Bode图特点:

- 1) 转折频率之间渐近线斜率为20dB/dec, 起微分作用;
- 2)  $\varphi(\omega)$ 在整个频率范围内都 $>0^\circ$ , 具有相位超前作用;
- 3)  $\varphi(\omega)$ 有最大值 $\varphi_m$

采用放大器补偿无源超前校正装置的衰减系数

$\omega_m$ 为校正装置出现最大超前相角的频率, 它位于两个转折频率的几何中点,  $\varphi_m$ 为最大超前相角

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

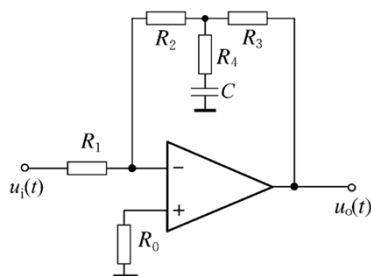
$$\varphi_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m}$$

- $\varphi_m$ 与 $\alpha$ 一一对应,  $\alpha \downarrow \rightarrow \varphi_m \uparrow$ ;
- 但 $\alpha \downarrow \rightarrow$ 高频段对数幅值 $\uparrow$ , 对抗干扰性能不利。为保持较高的信噪比, 一般 $0.05 \leq \alpha < 1$ ;
- 充分利用校正网络, 将校正后的幅值穿越频率 $\omega'_c$ 取为 $\omega_m$

## 2. 有源超前校正装置

$$G_c(s) = -K_c \frac{(\tau s + 1)}{(Ts + 1)}$$



有源超前校正装置+反相器——无源网络与有源网络具有相同传递函数, 也具有相同的性能

## 超前校正装置对被校正系统性能影响

- 1) 中频段将抬高校正后系统的对数幅频特性, 使幅值穿越频率右移变大, 通频带变宽, 从而提高系统响应的快速性;
- 2) 同时将高频段抬高, 使系统抗干扰能力降低;
- 3) 校正装置的正相移使校正后系统的相位增大, 为使校正装置更有效地提高系统的相对稳定性, 通常应取 $\omega_m$ 在系统校正后的幅值穿越频率 $\omega'_c$ 处

抬高量  $L_c(\omega'_c) = 10 \lg \frac{1}{\alpha}$

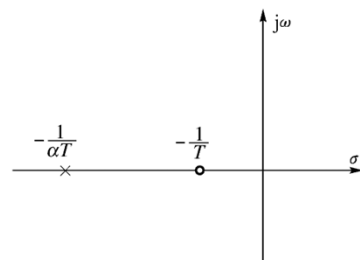
$\omega'_c$  出现  $L_o(\omega'_c) = -10 \lg \frac{1}{\alpha} = 10 \lg \alpha \iff L(\omega'_c) = L_c(\omega'_c) + L_o(\omega'_c) = 0$

根轨迹的角度:

$$\text{校正装置传递函数 } G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{s + z}{s + p}$$

零极点分布(如图)----系统增加一个开环零点与开环极点

开环零点较开环极点更接近原点, 使原系统根轨迹向左偏移, 改善系统动态性能



如果  $\alpha T$  特别小, 则近似有

$$G_c(s) \approx \alpha(Ts + 1)$$

----理想PD校正装置, 改善系统的动态性能[PD校正又称超前校正(微分校正)]

### 频率特性设计超前校正的步骤

**STEP1:** 根据稳态精度确定系统型别与开环放大系数  $K$ ;

**STEP2:** 在此  $K$  值下绘制未校正系统的对数频率特性, 并确定未校正系统的开环频域指标: 相位裕量与幅值穿越频率等;

**STEP3:** 确定校正网络的  $\alpha$  值和  $\omega_c'$ ;

i) 如果事先对校正后的  $\omega_c'$  提出要求, 则根据

$$L_o(\omega_c') = -10 \lg \frac{1}{\alpha} < 0$$

可直接确定  $\alpha$

ii) 如果事先对校正后的  $\omega_c'$  无要求, 则根据给定相位裕量  $\gamma'$ , 估计需要超前校正装置提供的附加相位超前量  $\varphi_m$

$$\varphi_m = \gamma' - \gamma + \Delta \quad \Delta = 5^\circ \sim 20^\circ$$

式中  $\gamma$  为未校正系统的相位裕量

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$

确定校正后的幅值穿越频率  $\omega_c'$

使校正装置最大移相角  $\varphi_m$  出现在校正后幅值穿越频率位置。校正装置在  $\omega_c' = \omega_m$  处幅值  $L_c(\omega_c')$  与未校正系统在  $\omega_m$  处幅值  $L_o(\omega_c')$  之和  $L(\omega_c') = L_c(\omega_c') + L_o(\omega_c') = 0$ , 其中  $L_c(\omega_c') = 10 \lg \frac{1}{\alpha}$

**STEP4:** 确定超前校正装置转折频率

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{\alpha} \\ \omega_2 = \frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}} \end{cases}$$

**STEP5:** 画出校正后系统Bode图，验算相位裕量，如不满足要求，可增大 $\Delta$ 从STEP3重新计算，直到满足要求；

**STEP6:** 校验校正后系统性能指标，直到全部满足，最后用网络实现校正装置，计算校正装置参数

$$G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$

**校正实例**

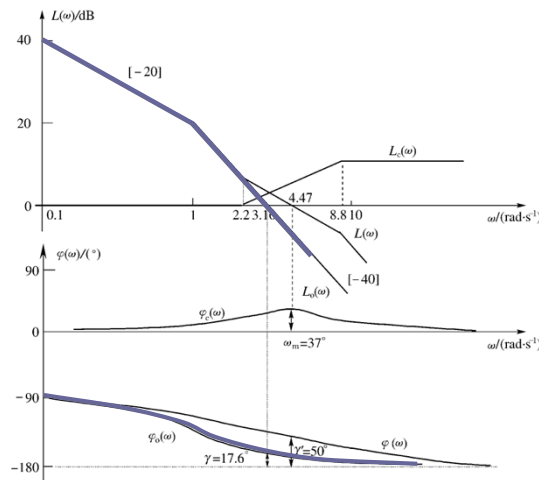
[例6-3] 已知I型单位反馈系统开环传递函数，

$$G_o(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

要求设计串联校正装置，使系统跟踪单位斜坡信号的稳态误差 $e_{ss} \leq 0.1$ ，相位裕量 $\gamma' \geq 45^\circ$

解：

**SETP1:** 首先根据稳态性能的要求确定开环传递系数 $K=10$



**SETP2:** 画出未校正系统的Bode图曲线 $L_o(\omega)$

未校正系统  
穿越频率 $\omega_{c1}$

$$\frac{0 - 20 \lg K}{\lg \omega_{c1} - \lg 1} = -40 \rightarrow \omega_{c1} = 3.16 \text{ rad/s}$$

未校正系统  
相角裕度 $\gamma$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_{c1} = 17.6^\circ < 45^\circ$$

不满足设计要求，由于校正前系统已经有一定的相角裕量，因此可以考虑引入串联超前校正装置以满足相位裕量的要求

### SETP3: 求超前环节参数 $\alpha$ 和 $\omega'_c$

所需相角超前量为 $\varphi_m = 45^\circ - 17.6^\circ + 9.6^\circ = 37^\circ$

校正装置  
参数 $\alpha$

$$\alpha = \frac{1 - \sin 37^\circ}{1 + \sin 37^\circ} = 0.25$$

校正后幅值  
穿越频率 $\omega'_c$

$$\frac{L_o(\omega'_c) - 20 \lg K}{\lg \omega'_c - \lg 1} = \frac{-10 \lg \frac{1}{\alpha} - 20}{\lg \omega'_c - 0} = \frac{-6 - 20}{\lg \omega'_c - 0} = -40$$

$$\Rightarrow \omega'_c = \omega_m = 4.47 \text{ rad/s}$$

### SETP4: 确定校正网络的两个转折频率

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = 0.45(s)$$

$$\omega_1 = 1/T = 2.2 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 1/\alpha T = 8.8 \text{ rad/s}$$

校正装置传递函数:

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{0.45s + 1}{0.11s + 1}$$

### SETP5: 验证

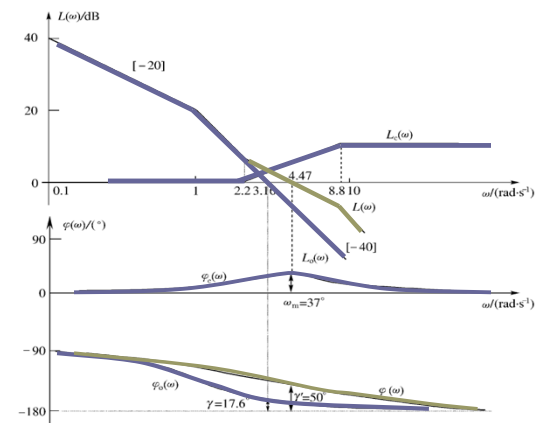
超前校正后, 系统开环传递函数为

$$G(s) = G_c(s)G_o(s) = \frac{10(0.45s + 1)}{s(s + 1)(0.11s + 1)}$$

$$\gamma = 180^\circ + [-90^\circ + \arctan(0.45 \times 4.47) - \arctan 4.47 - \arctan(0.11 \times 4.47)] \\ = 50^\circ > 45^\circ, \text{ 符合要求。}$$

该系统校正前后的幅值裕量均为无穷大。

将校正装置的对数频率特性绘制在同一Bode图上, 并与原系统的对数频率特性代数相加, 即得到校正后系统开环对数幅频特性曲线和相频特性曲线。



### 校正前后系统性能比较

系统串联超前校正装置后，在保证稳态性能前提下，改善动态性能

- 1) 超前校正装置的正斜率段抬高系统开环对数幅频特性的中频段，使穿越频率由-40 dB/dec变为-20 dB/dec，并利用超前校正装置提供的最大相角超前量 $\varphi_m$ 使系统的相位裕量由17.6°增加到50°，改善系统稳定裕量，使系统最大超调量减小，系统平稳性改善；
- 2) 系统的幅值穿越频率 $\omega_c$ 由3.16rad/s右移到4.47rad/s，系统带宽增加，快速性改善；
- 3) 采用放大器补偿无源超前校正装置的衰减系数，不改变系统的稳态精度；
- 4) 高频段对数幅值↑，抗干扰性能↓

### SETP6: 确定校正装置元件参数

选用无源超前校正装置实现。由于 $T=0.45\text{s}$ ， $\alpha=0.25$ ，

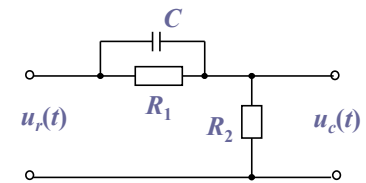
$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.25; \quad T = R_1 C = 0.45$$

预选电容 $C=1\mu\text{F}$ ，则

$$R_1 = T/C = 450\text{k}\Omega$$

$$R_2 = \alpha R_1 / (1 - \alpha) = 150\text{k}\Omega$$

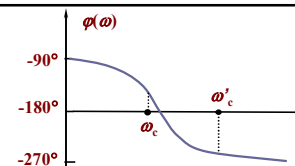
放大器补偿放大系数为 $1/\alpha=4$ 倍



### 小结:

超前校正优点:

- 1) 超前校正装置可以抬高系统中频段，并提供超前相角增加系统的相位裕量，改善系统稳定性；
- 2) 使系统的幅值穿越频率右移，改善响应快速性；
- 3) 超前校正装置所要求的时间常数容易满足



串联超前校正一般用于系统稳态性能已满足要求，但动态性能较差的系统

### 缺点:

- 1) 由于带宽↑，高频段对数幅值↑，为抑制高频噪声，对放大器/电路等组成部分提出更高要求；
- 2) 常常需要补偿放大系数；
- 3) 若被校正系统 $\varphi(\omega)$ 在 $\omega_c$ 附近过小或有急速下降趋势(如图)，则若 $\omega_c$ 右移，将导致被校正系统的 $\gamma$ 急剧下降，使得校正装置所提供的超前角大于65°，则校正装置难于物理实现；
- 4) 串联超前校正抬高系统高频段影响抗干扰性能，以及使 $\omega_c$ 右移导致系统相位滞后加大，客观上限制系统开环放大系数增加

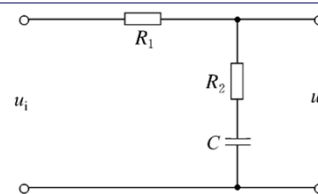
### 6.3.3 滞后校正

当反馈控制系统动态性能已经满足，单纯提高放大系数以提高其稳态精度，则导致幅值穿越频率右移，影响动态性能。

**改善系统稳态性能(不影响系统动态性能):** 对系统开环对数频率特性来说，就要求在低频段抬高，以提高其放大系数，而中频段则基本不上升，以使幅值穿越频率保持原值，原相位基本不变——滞后校正。

#### 1. 无源滞后校正装置

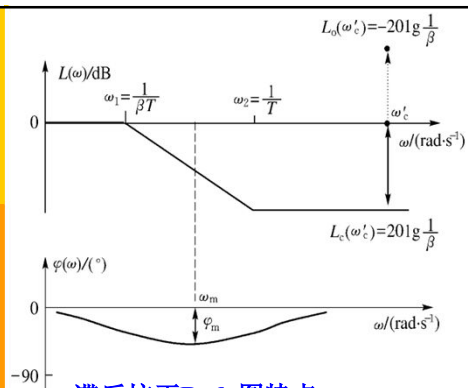
电路:



$$\text{传递函数: } G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \frac{(s + \frac{1}{T})}{(s + \frac{1}{\beta T})} \quad \beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1; \quad T = R_2 C$$

$$\text{频率特性表达式: } G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\beta T\omega + 1}$$

$$\text{相角位移: } \varphi(\omega) = \arctan \omega T - \arctan(\beta \omega T) < 0$$



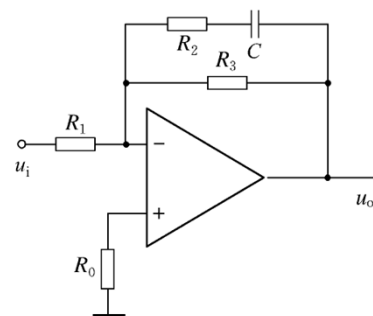
$\omega_m$ : 校正环节出现最大滞后相角的频率——两个转折频率的几何中点;

$\varphi_m$ : 最大滞后相角

**滞后校正Bode图特点:**

- 1) 转折频率之间渐近线斜率为-20dB/dec，起积分作用；
- 2)  $\varphi(\omega)$ 在整个频率范围内都<0，具有相位滞后作用；
- 3)  $\varphi(\omega)$ 有滞后最大值 $\varphi_m$ ；
- 4) 此环节对输入信号有低通滤波作用

#### 2. 有源滞后校正装置



$$G_c(s) = -K_c \frac{(\tau s + 1)}{(Ts + 1)}$$

### 滞后校正对原系统性能影响

- 1) 系统的中频段与高频段被压缩, 校正后幅值穿越频率  $\omega'_c$  左移、减小;
- 2) 由于系统相位在频率较低时相位滞后相对较小, 故相位裕量增大, 改善系统的相对稳定性;
- 3) 高频段的衰减使系统抗高频扰动能力增强;
- 4) 频带宽度变窄, 快速性受影响

为避免对系统相位裕量产生不良影响, 应尽量使  $\varphi_m$  远离校正后系统新的幅值穿越频率  $\omega'_c$ , 一般  $\omega'_c$  远大于第二个转折频率  $\omega_2$ , 即

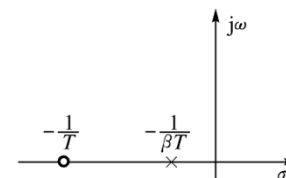
$$\omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{\omega'_c}{10} \sim \frac{\omega'_c}{5}$$

### 根轨迹的角度:

$$\text{校正装置传递函数 } G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} = \frac{1}{\beta} \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})}$$

零点分布(如图)-----系统增加一对开环零点与开环极点

开环极点较开环零点更接近原点, 对输入有明显的积分作用。IF  $T$  值较大, 相当于系统提供一对靠近原点的开环偶极子, 改善系统稳态性能



如果  $\beta T$  特别大, 则近似有

$$G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts}$$

-----理想PI调节器, 能够在对系统动态性能影响不大的前提下, 改善稳态性能[PI校正又称滞后校正(积分校正)]

### 频率特性设计滞后校正的步骤

**STEP1:** 按稳态性能要求确定系统的型别与开环放大系数  $K$ ;

**STEP2:** 在此  $K$  值下绘制未校正系统Bode图, 并求开环频域指标: 相位裕量与幅值穿越频率等;

**STEP3:** 确定校正后的幅值穿越频率  $\omega'_c$  和  $\beta$  值

根据相角裕度  $\gamma$  要求选择新的穿越频率  $\omega'_c$

$$\angle KP(j\omega'_c) = -180^\circ + \gamma + (5^\circ \sim 15^\circ)$$

计算系统  $\angle KP(j\omega'_c)$  在  $\omega'_c$  处的幅值  $L_o(\omega'_c)$ , 该幅值即为滞后环节应衰减幅值, 求  $\beta$

$$L_o(\omega'_c) - 20\lg(\beta T \omega'_c) + 20\lg(T \omega'_c) = 0 \Rightarrow 20\lg \beta = L_o(\omega'_c) \Rightarrow \beta$$

#### STEP4: 确定滞后校正网络转折频率

为防止滞后环节相位滞后对系统影响, 选择  $\omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{\omega'_c}{10} \sim \frac{\omega'_c}{5}$

滞后环节为:  $G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$

STEP5: 校验校正后系统相位裕量和其余性能指标。如不满足要求, 可增大 $\Delta$ 从STEP3重新计算, 直到满足要求;

STEP6: 校验性能指标, 直到满足全部性能指标, 最后用物理网络实现校正装置, 计算校正装置参数

#### 校正实例

[例6-4] 已知单位负反馈系统的开环传递函数,

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.25s+1)}$$

试设计串联校正装置, 使系统满足性能指标:

$$K \geq 10, \gamma \geq 35^\circ, \omega'_c \geq 0.5 \text{ rad/s}, L_g \geq 8 \text{ dB}$$

解:

STEP1: 取开环增益  $K=10$

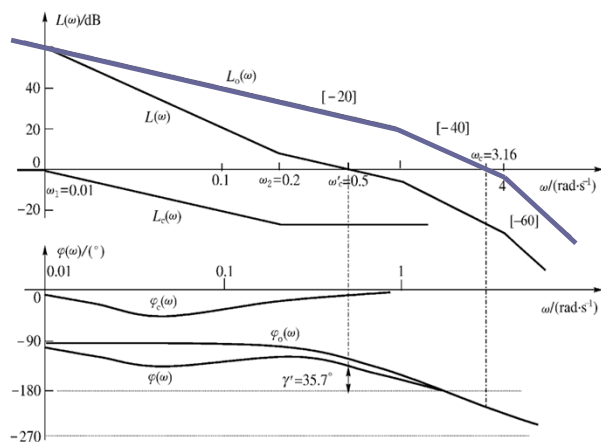
STEP2: 画  $K=10$  时未校正系统的Bode曲线  $L_0(\omega)$ 。低频段过点  $L_0(1) = 20\lg K = 20\text{dB}$ , 且中频段穿越斜率  $-40 \text{ dB/dec}$ ,

**穿越频率**  $\omega_{c1} = 3.16 \text{ rad/s} > 0.5 \text{ rad/s}$

#### 相角裕量

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 3.16 - \arctan(3.16 \times 0.25) \\ &= -20.7^\circ < 0 \end{aligned}$$

开环对数频率特性不满足稳定性要求



若采用超前校正, 需要校正装置提供相位超前量为

$$\varphi_m = \gamma' - \gamma + \Delta = 35^\circ - (-20.7^\circ) + 15^\circ = 70.7^\circ$$

1) 校正装置需提供相角超前量过大, 对抗干扰有不利影响, 且物理实现困难。

2) 同时由于采用超前校正幅值穿越频率会右移, 从原系统相频特性可见, 系统在原  $\omega_c$  处相位急速下降, 需要校正装置提供的相角超前量可能更大, 不宜采用超前校正。

由于原  $\omega_c > 0.5 \text{ rad/s}$ , 考虑采用串联滞后校正装置

### STEP3: 确定校正后的幅值穿越频率 $\omega_c'$ 和 $\beta$ 值

选择未校正系统Bode图上相角裕度

$$\gamma_o = \gamma' + \Delta = 35^\circ + 15^\circ = 50^\circ$$

时的频率作为校正后的幅值穿越频率 $\omega_c'$ ，根据

$$\gamma = 180^\circ + [-90^\circ - \arctan \omega_c' - \arctan 0.25\omega_c'] > 50^\circ$$

将 $\omega_c' = 0.5 \text{ rad/s}$ 代入上式，

$$\gamma(\omega_c' = 0.5) = 56.3^\circ > 50^\circ$$

选定穿越频率  $\omega_c' = 0.5 \text{ rad/s}$

### 校正环节 $\beta$ 值

未校正系统在 $\omega_c'$ 处对数幅值  $L_o(\omega_c') = 20 \lg \beta$

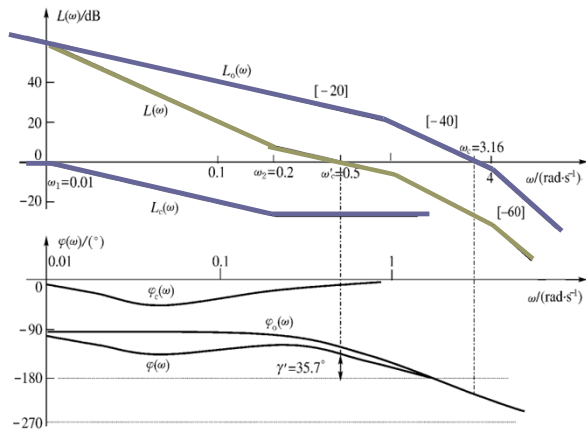
$$\text{根据 } \frac{L_o(\omega_c') - 20 \lg K}{\lg \omega_c' - \lg 1} = \frac{20 \lg \beta - 20 \lg 10}{\lg 0.5 - \lg 1} = -20 \Rightarrow \beta = 20$$

### STEP4: 确定滞后校正环节转折频率

$$\text{选 } \omega_2 = \frac{1}{T} = 0.4\omega_c' = 0.2 \text{ rad/s}$$

$$\text{则 } T = 1/\omega_2 = 5\text{s}, \quad \omega_1 = 1/\beta T = 0.01 \text{ rad/s}$$

$$\text{滞后校正装置传递函数: } G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} = \frac{5s+1}{100s+1}$$



### STEP5: 验证

校正后系统开环传递函数:

$$G(s) = G_c(s)G_o(s) = \frac{10(5s+1)}{s(100s+1)(s+1)(0.25s+1)}$$

校验校正后系统相角稳定裕度

$$\gamma = 35.7^\circ > 35^\circ$$

由Bode图,  $L_g \geq 10 \text{ dB}$

校正满足要求

### 比较校正前后系统性能

- 1) 滞后校正装置的负斜率段压缩了系统开环对数幅频特性的中频段, 使穿越频率由-40 dB/dec变为-20 dB/dec, 系统的幅值穿越频率 $\omega_c$ 由3.16rad/s左移到0.5rad/s, 利用系统本身的相频特性使系统稳定, 并具有35.7°的相位裕量;
- 2) 不影响系统的低频段, 不改变系统的稳态精度;
- 3) 高频段对数幅值下降, 抗干扰性能有所提高

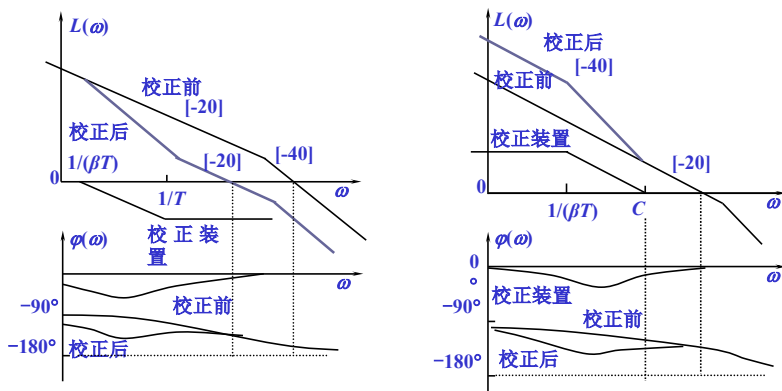
系统串联滞后校正后, 在保证稳态性能前提下, 改善动态性能

### 滞后校正优点:

- 1) 滞后校正实质上是一种低通滤波器。由于滞后校正的衰减作用, 压缩系统中频段, 使幅值穿越频率左移到较低频率上, 使中频段穿越斜率为-20 dB/dec, 从而满足相位裕量 $\gamma$ 要求;
- 2) 能够在保持系统动态性能不变的前提下, 通过提高系统开环放大系数来提高稳态精度;
- 3) 压缩系统高频段, 对抑制高频噪声有利

### 缺点:

- 1) 幅值穿越频率 $\leftarrow$ , 使系统频带宽 $\downarrow$ , 影响系统响应快速性;
- 2) 滞后校正装置对时间常数有一定限制, 过大则难物理实现



采用滞后校正装置从两个角度考虑:

- 用于动态性能已满足, 但稳态性能较差的系统;
- 用于需要提高系统的相角裕量 $\gamma$ , 改善稳定性, 但又无法采用超前校正的系统

### 6.3.4 滞后-超前校正

**超前校正:** 提供额外的正值相角, 增大系统的相位裕量, 并使幅值穿越频率右移(变大), 主要用于改善系统动态性能;

**滞后校正:** 在保证足够动态性能前提下, 增加开环传递系数, 改善稳态性能。但由于幅值穿越频率会左移, 在一定程度上影响快速性。

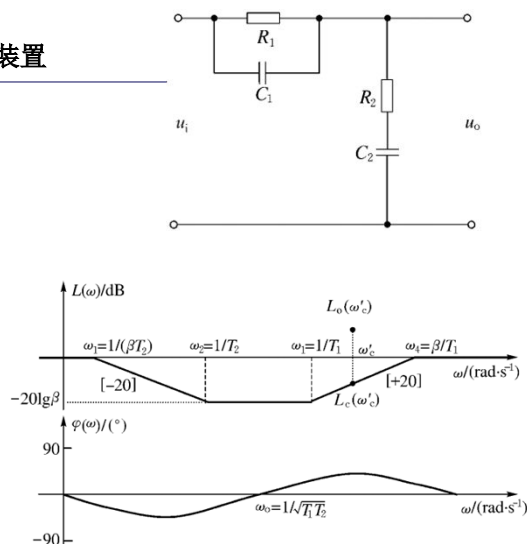
如果对校正后系统有较高的要求, 需要同时改善系统的动态与稳态性能, 就综合二者优点的**滞后-超前校正装置**

## 1. 无源滞后-超前校正装置

$$G_c(s) = \frac{(T_2s+1)(T_1s+1)}{(\beta T_2s+1)(\frac{T_1s}{\beta}+1)}$$

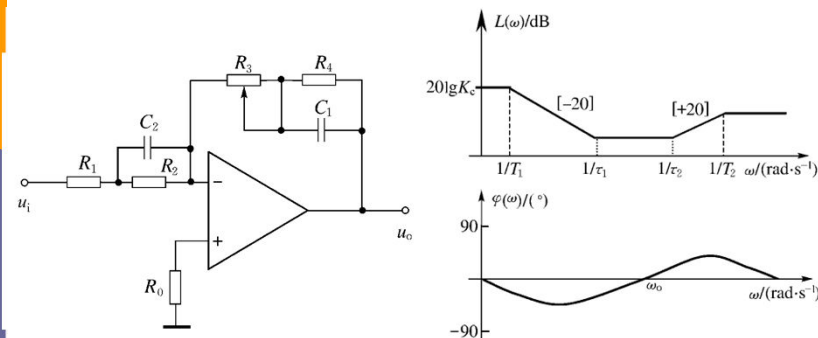
$$= \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{1}{\beta T_1}}$$

$$= G_1(s) \cdot G_2(s)$$



## 2. 有源滞后-超前校正装置

$$G_c(s) = -K_c \frac{(\tau_1s+1)(\tau_2s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$$



### 滞后-超前校正装置Bode图特点:

1) 在  $0 < \omega < \omega_0$  的频率范围内都有  $\varphi(\omega) < 0$ , 具有相位滞后作用; 在  $\omega_0 < \omega < \infty$  的频率范围内都有  $\varphi(\omega) > 0$ , 具有相位超前作用;

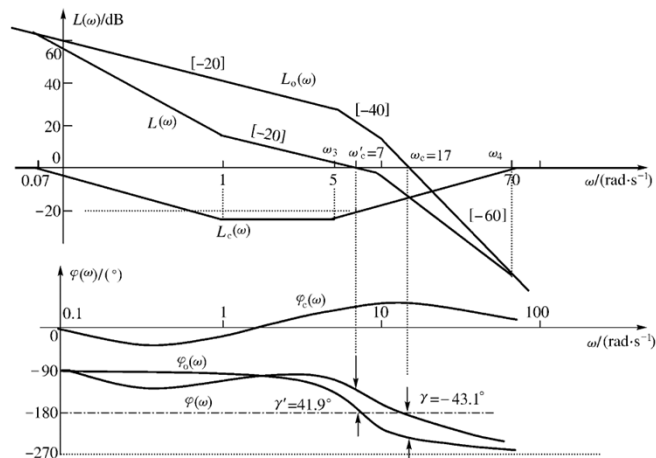
2) 低频段与高频段斜率为0, 由于滞后部分与超前部分转折频率之比均为  $\beta$ , 即  $\beta\alpha=1$ , 故低频段与高频段对数幅值相等, 均为零分贝;

3) 转折频率  $1/\beta T_2$  与  $1/T_2$  之间渐近线斜率为  $-20\text{dB/dec}$ , 起积分作用; 转折频率  $1/T_1$  与  $1/\beta T_1$  之间渐近线斜率为  $+20\text{dB/dec}$ , 起微分作用

如果  $\beta$  较大, 则近似有

$$G_c(s) \approx \frac{(T_2s+1)(T_1s+1)}{\beta T_2s}$$

即滞后-超前校正装置近似于PID调节器, 全面改善系统的动态与稳态性能。故PID校正又称滞后-超前校正(积分-微分校正)



### 频率特性设计超前-滞后校正步骤

**STEP1:** 按稳态性能要求确定系统的型别与开环放大系数 $K$ ;

**STEP2:** 在此 $K$ 值下绘制未校正 $\angle KP(j\omega)$  Bode图, 并求开环频域指标: 相位裕量与幅值穿越频率等, 判断采用何种校正环节;

**STEP3:** 确定超前环节参数

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} \quad T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_m} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c}$$

**STEP4:** 确定滞后环节参数

$$\Delta L = L(\omega_c) + 10 \lg \alpha^{-1} \quad \frac{1}{T_2} = \left( \frac{1}{10} \sim \frac{1}{5} \right) \omega_c$$

$$20 \lg \beta = \Delta L$$

### 滞后-超前校正设计时注意

滞后-超前校正可以充分发挥滞后校正和超前校正各自优点, 全面提高系统动、静态性能:

- (1) 滞后特性应设置在较低的频段, 用以提高系统放大系数;
- (2) 超前特性应设置在中频段, 用来增大相位裕量及幅值穿越频率;

以确保滞后校正与超前校正优势的共同发挥

### Assignment

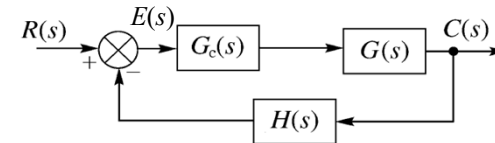
单位反馈系统的开环传递函数:  $P(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}$ 。

设计要求: (1)  $K_v = 5$ ; (2) 相角裕度  $\gamma \geq 40^\circ$ ; (3)  $L_g \geq 10 \text{ dB}$

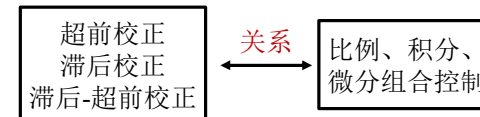
## 6.4 基本控制规律分析

### 6.4.1 基本控制规律

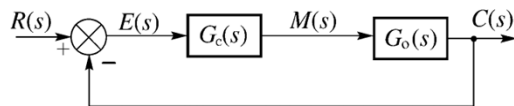
根据负反馈理论所构成的典型控制系统结构图



控制器 $G_c(s)$ 常采用比例、积分、微分等基本控制规律，对偏差信号整形，产生合适的控制信号，对被控对象有效控制



#### 1. 比例控制(P调节器)



1. 时域方程:  $m(t) = K_p e(t)$

2. 传递函数:  $G_c(s) = K_p$  相当于一个可调的比例放大器

$K_p \uparrow$ ,  $e_{ss} \downarrow$ , 稳态精度 $\uparrow$

但 $K_p$ 过大, 导致系统相对稳定性 $\downarrow \rightarrow$ 不稳定

#### 2. 微分控制(D调节器)

传递函数  $G_c(s) = \tau_d s$

时域方程  $u(t) = \tau_d \frac{d}{dt} e(t)$

**微分:** 输出信号与输入偏差的变化率成正比  $\rightarrow$  微分调节器能够根据偏差变化趋势产生相应的控制作用;

**频率法角度:** 微分环节有高通滤波作用, 微分调节器只在偏差的变化过程中起作用, 当偏差恒定或变化缓慢时失去作用, 调节器无输出  $\rightarrow$  微分调节器**绝对不能**单独使用;

➢ 微分校正常用来提高系统动态性能, 对稳态精度不起作用;

➢ 微分调节器有放大输入端高频干扰信号的缺点

### 3. 积分控制 (I调节器)

$$\text{传递函数 } G_c(s) = \frac{1}{T_i s}$$

$$\text{时域方程 } u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

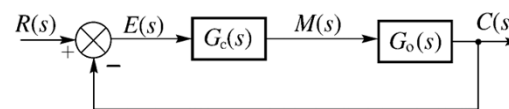
**时域分析：**系统型别提高，跟踪输入信号的能力更强；

**物理意义：**积分控制器的输出是偏差的累加，当偏差为0后，积分调节器就提供一个恒定的输出以驱动后面的执行机构；

- 积分控制器只能逐渐跟踪输入信号，影响系统响应快速性；
- 型别的提高使系统的相位滞后增加，积分控制器的加入会降低系统的稳定性 → 单纯的积分控制器将降低系统的动态性能

单独采用P、I、D调节器一般不能实现系统满意性能——三种基本调节方式结合

### 6.4.2 比例-微分控制(PD控制器)



$$1. \text{时域方程: } m(t) = K_p [e(t) + \tau_d \frac{d}{dt} e(t)]$$

$$2. \text{传递函数: } G_c(s) = K_p (1 + \tau_d s)$$

若偏差正处于下降状态，则  $\tau_d \frac{d}{dt} e(t) < 0$

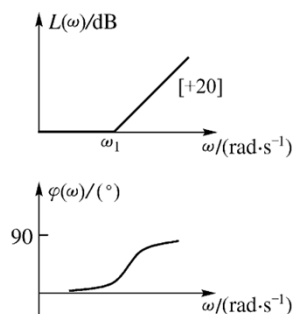
比例微分控制器预见到偏差在减小，将产生一个适当的控制信号，在振荡相对较小的情况下将系统输出调整到期望值

**微分(D)控制：**反映信号的变化率(即变化趋势)的“预报”作用，在偏差信号变化前给出校正信号，防止系统过大地偏离期望值和出现剧烈振荡的倾向，增强系统的相对稳定性；

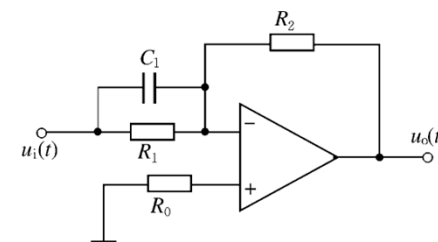
**比例(P)部分：**保证在偏差恒定时的控制作用；

**P-D控制：**具有比例控制和微分控制的优点，可以根据偏差的实际大小与变化趋势给出恰当的控制作用；

**P-D调节器：**在基本不影响系统稳态精度的前提下提高系统的相对稳定性，改善系统的动态性能

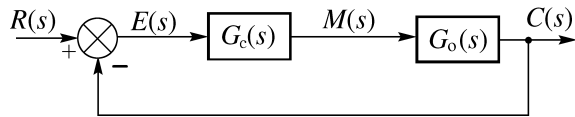


(a) 伯德图



(b) 电路图

### 6.4.3 比例-积分控制(PI控制器)



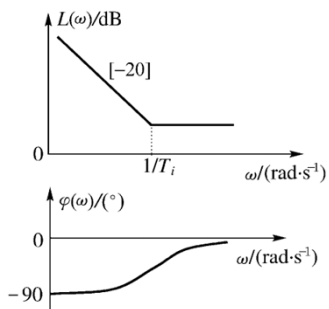
1. 时域方程:  $m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$

2. 传递函数:  $G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) = K_p \cdot \frac{T_i s + 1}{T_i s}$

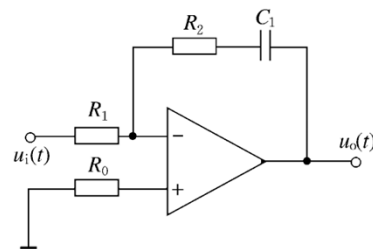
**PI调节器:** 积分调节器与PD调节器的串联, 兼具二者优点。

- 利用积分部分提高系统的无差度, 改善系统的稳态性能;
- 利用PD调节器改善动态性能, 以抵消积分部分对动态的不利影响;

**PI调节器:** 在基本保证闭环系统稳定性前提下改善系统的稳态性能。

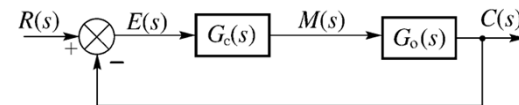


(a) Bode图



(b) 电路图

### 6.4.4 比例-积分-微分控制(PID控制器)



1. 时域方程:  $m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \tau_d \frac{d}{dt} e(t)$

2. 传递函数:  $G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \tau_d s \right)$

3. 离散形式:  $m(k) = K_p \left( e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{j=0}^k e(j) + \frac{\tau_d}{T} [e(k) - e(k-1)] \right)$

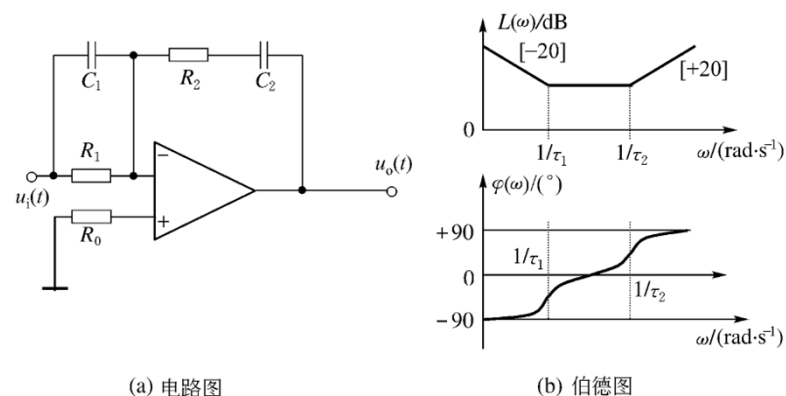
当 $\tau_d$ 、 $T_i$ 取适当数值时，控制器传递函数具有两个实数零点，  
传递函数：

$$G_c(s) = K_p \left( \frac{T_i \tau_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \right) = K_p \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{T_i s}$$

PID提供一个积分环节与两个一阶微分环节

- 积分环节改善稳态性能；
- 两个一阶微分环节大大改善动态性能

全面改善系统性能



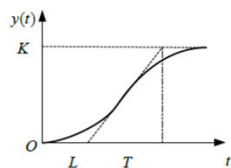
超前-滞后校正  
低频段---PI作用  
中高频段--PD作用

## 6.4.5 PID控制器的参数调整

阶跃响应或脉冲响应曲线 → 调整参数 → 超调量为25%

➤ 方法一：S曲线法

对象不包含积分器，又没主导共轭复极点  
单位阶跃响应曲线看起来像一条S曲线



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{T s + 1}$$

参数调整的S曲线法

控制器类别	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$T/L$	$\infty$	0
PI	$0.9T/L$	$L/0.3$	0
PID	$1.2T/L$	$2L$	$0.5L$

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = 0.6T \frac{(s + 1/L)^2}{s}$$

## 6.4.5 PID控制器的参数调整

理论：齐格勒—尼柯尔斯(Z-N,1942)方法

步骤：

- (1) 开环，得到系统阶跃响应曲线
- (2) 若单位阶跃响应曲线是一条S曲线，方法可用
- (3) S形曲线的转折点画切线，确定延时时间 $L$ 和时间常数 $T$
- (4) 查表得参数设定值

## 6.4.5 PID控制器的参数调整

### ➤ 方法二：稳定边界法

系统无持续振荡不可用

比例控制 → 调 $K_p$ 至 $K_r$ 首次临界振荡 → 测振荡周期 $P_r$

步骤：

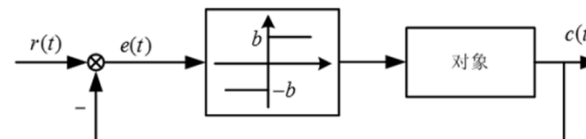
- (1) 闭环，控制器(比例控制)
- (2) 从小到大增加比例增益直到临界增益 $K_r$ (使系统首次出现持续振荡时的增益值)，测出振荡周期 $P_r$
- (3) 查表得参数设定值

参数调整的振荡法

控制器类别	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_r$	$\infty$	0
PI	$0.45K_r$	$\frac{1}{1.2}P_r$	0
PID	$0.6K_r$	$0.5P_r$	$0.125P_r$

## 6.4.5 PID控制器的参数调整

### ➤ 方法三：继电器振荡法



优点：较为简便地得到系统在临界振荡时增益和振荡周期，保证较为稳定的闭环振荡响应

## 6.4.5 PID控制器的参数调整

方法二、三均需要系统出现振荡现象，不适合对被控对象输出量有严格限制的场合

### ➤ 方法四：衰减曲线法

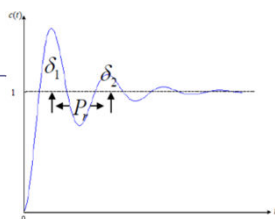
比例控制 → 调 $K_p$ 至 $K_r$ 出现4:1的衰减振荡 → 测振荡周期 $P_r$

参数调整的振荡法

控制器类别	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_r$	$\infty$	0
PI	$0.45K_r$	$\frac{1}{1.2}P_r$	0
PID	$0.6K_r$	$0.5P_r$	$0.125P_r$

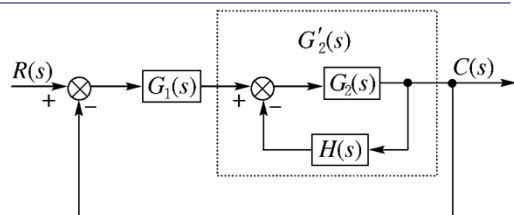
$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$= 1.25K_r \frac{0.03P_r s^2 + 0.3P_r s + 1}{0.3P_r s}$$



## 6.5 局部反馈校正

### 6.5.1 反馈校正对系统性能的影响



反馈补偿特点:

- 1) 在局部反馈校正中, 信号从高能级被引向低能级, 因此不需要经过放大;
- 2) 反馈补偿通常提供更大的抗负载干扰能力;
- 3) 非电系统串联装置不易实现

[例6-5] 位置伺服系统的开环传递函数为:  $G_f(s) = \frac{K}{s^2(s+10)}$

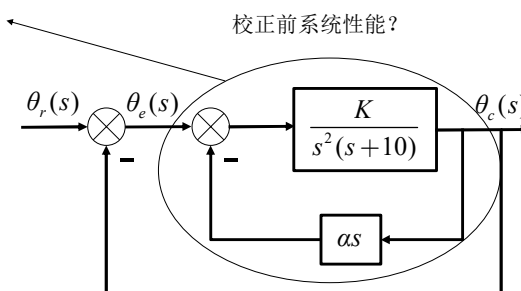
设计校正环节, 使校正后  $\delta\% \leq 10\%$ ,  $t_s \leq 4$  秒

$$G_k(s) = \frac{K}{s^3 + 10s^2 + K\alpha s}$$

$$s^3 + 10s^2 + K\alpha s + K = 0$$

广义根轨迹

$$1 + \frac{K\alpha(s+1/\alpha)}{s^2(s+10)} = 0$$



### 6.5.1 反馈校正对系统性能的影响

设计校正环节, 使校正后  $\delta\% \leq 10\%$ ,  $t_s \leq 4$  秒  $1 + \frac{K\alpha(s+1/\alpha)}{s^2(s+10)} = 0$

主导极点的位置?

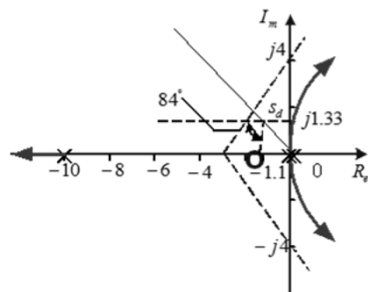
$$t_s = 3/\zeta\omega_n \leq 4 \quad \zeta\omega_n = 1 \quad \delta\% \leq 10\% \quad \zeta = 0.6 > 0.56, \quad \omega_n = 5/3$$

$$s_d = -1 \pm j1.33$$

$$-2 \times 128^\circ - 8^\circ = -264^\circ$$

$$\phi = 180^\circ - (-264^\circ) = 84^\circ$$

$$G(s)H(s) = \frac{K'(s+1.1)}{s^2(s+10)}$$

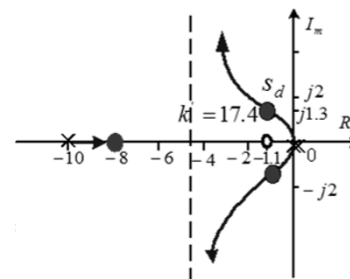


$$1 + \frac{K\alpha(s+1/\alpha)}{s^2(s+10)} = 0$$

$$G(s)H(s) = \frac{K'(s+1.1)}{s^2(s+10)}$$

$$K' = 17.4$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \times \frac{K}{s(s^2 + 10s + K\alpha)} \right] = 1/\alpha = 1.1$$



局部闭环传递函数:

$$G_2'(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)C(s)}$$

局部闭环频率特性:

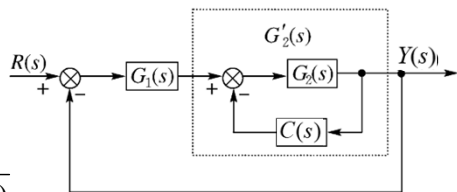
$$G_2'(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)}$$

校正后整个闭环系统开环频率特性:

$$G_k(j\omega) = G_1(j\omega)G_2'(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)} = \frac{G_o(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)}$$

$G_2(j\omega)C(j\omega)$ : 局部闭环开环频率特性

$G_o(j\omega)$ : 校正前开环频率特性



1. 当 $|G_2(j\omega)C(j\omega)| \ll 1$ 时, 则有

$$G_2'(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)} \approx G_2(j\omega)$$

局部闭环频率特性与被包围部分 $G_2(j\omega)$ 的特性相同, 与 $C(j\omega)$ 无关, 校正装置不起作用

2. 当 $|G_2(j\omega)C(j\omega)| \gg 1$ 时, 则有

$$G_2'(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)C(j\omega)} \approx \frac{1}{C(j\omega)} \quad G_k(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)}{C(j\omega)}$$

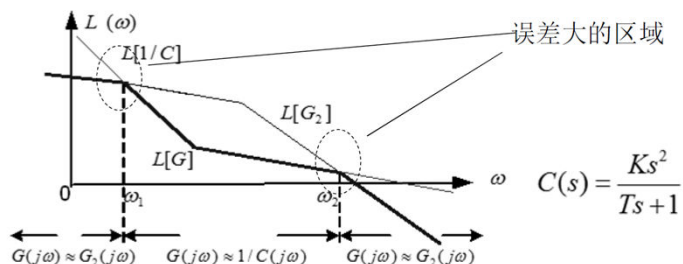
即局部闭环频率特性为 $C(j\omega)$ 的倒数。校正装置起主要作用

### 6.5.1 反馈校正对系统性能的影响

频率校正方法-局部反馈

$$\text{近似处理: } G(j\omega) \approx \frac{1}{C(j\omega)} \quad |G_2(j\omega)C(j\omega)| \geq 1$$

$$G(j\omega) \approx G_2(j\omega) \quad |G_2(j\omega)C(j\omega)| \leq 1$$



### 局部反馈校正设计步骤

**STEP1:** 确定在系统固有部分中打算加以局部反馈校正的部分 $G_2(s)$ 。画出 $G_2(s)$ 的对数频率特性;

**STEP2:** 设计出经过局部反馈校正后预期的内环回路传递函数, 记作 $G(s)$ 。画出 $G(s)$ 的对数频率特性;

**STEP3:** 把 $G(s)$ 的对数频率特性反号, 即得 $1/G(s)$ 的频率特性。于是得到局部反馈校正装置的传递函数 $C(s) = 1/G(s)$ 。为了使 $C(s)$ 在物理上可实现, 通常需要修改它的高频段;

**STEP4:** 校验内环是否稳定，要求内环稳定是为了便于外环调整和设计，如果内环回路不稳定，必须修改所设计的 $G(s)$ ；

**STEP5:** 校核 $|G_2(j\omega)C(j\omega)| \gg 1$ 在主要频段（中频段）是否成立。若不成立，则需重新设计 $G(s)$ 。

**局部反馈缺点：**局部反馈实现成本较高；分析设计复杂

## 6.5.2 反馈(并联)校正的本质

以反馈通道传递函数的倒数特性代替原系统 $G_2(s)$ 中不希望的特性，抑制被包围环节中参数变化与各种干扰给系统带来的不利影响，以期达到改善控制性能的目的。

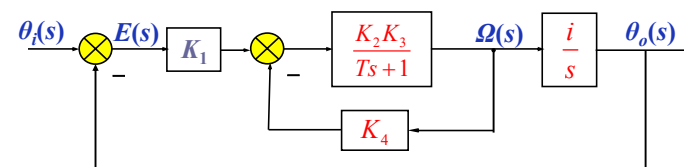
适当地选择校正装置的形式和参数，可以改变校正后系统的频率特性，使系统满足所要求的性能指标。

**注意：**

① **局部闭环的稳定性问题：**如果局部闭环不稳定，虽然整个系统仍可能稳定，但这种系统往往性能不理想，或无法进行开环系统的调试。

② **局部反馈对稳态性能的影响：**反馈信号与输出信号成正比的反馈(通常称为硬反馈)将降低系统的放大倍数，此时必须通过提高放大环节的放大倍数得到补偿。在控制系统中，为不影响稳态误差，一般可采用输出信号的微分成正比的反馈(通常称为软反馈或微分反馈)。

### 反馈(并联)校正实例



速度反馈控制系统

$$\Phi(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{1}{\frac{T}{K_1 K_2 K_3 i} s^2 + \frac{(K_2 K_3 K_4 + 1)}{K_1 K_2 K_3 i} s + 1}$$

引入速度反馈控制，即增加附加项，同样使系统时间常数 $T$ 不变、等效阻尼比增大，因而缩短调节时间，减小超调量，系统的动态性能得到改善。但系统没有附加闭环零点

## 6.6 前馈/顺馈校正

### 前馈校正/复合控制

#### • 基于误差反馈控制的一些问题

控制作用的滞后性，尤其是大时间常数系统，带延时环节系统，在快速跟随要求下的局限性

#### • 改进措施：

加入前馈开环环节，使输入立即影响输出，与反馈环节复合控制

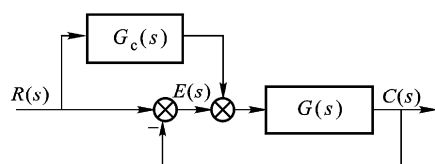
#### 前馈控制特点：

- 一般不影响系统稳定性
- 可以消除包括干扰在内引起的系统误差
- 实现较为简单
- 复合控制

### 1. 对控制作用的附加前置校正

系统闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = (1 + G_c(s)) \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$



希望系统输出完全复现控制输入，即

$$\text{令 } E(s) = R(s) - C(s) = 0$$

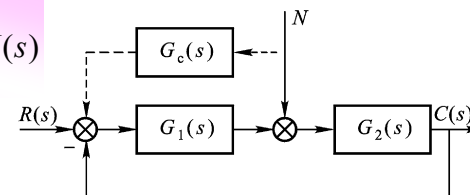
$$E(s) = R(s) - C(s) = \frac{1 - G(s)G_c(s)}{1 + G(s)} R(s) = 0$$

$$G_c(s) = G^{-1}(s)$$

### 2. 对干扰的附加补偿校正

$$C(s) = \frac{G_2(1 + G_1 G_c)}{1 + G_1 G_2} N(s)$$

$$G_c(s) = -G_1^{-1}(s)$$



- 单纯依靠回路的设计来达到干扰抑制，有一定的困难与不便
- 利用附加的干扰补偿装置，实现干扰对系统输出的不变性，是一种非常有效的方法

## 6.7 离散时间系统的校正

### 离散系统的数字校正

- 连续域设计-离散化方法
- 离散域设计方法

根轨迹法  
频域法  
最少拍校正法

### 根轨迹法

连续系统中共轭复数极点:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, \quad 0 \leq \zeta < 1$$

连续系统极点与离散系统极点映射关系:

$$z = e^{sT}$$

离散系统共轭复数极点:

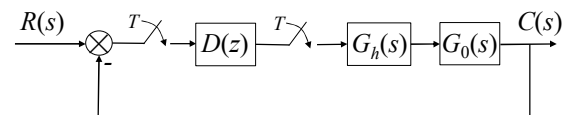
$$z_{1,2} = e^{-\zeta\omega_n T} e^{\pm j\omega_n T\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad 0 \leq \zeta < 1$$

### 校正举例

线性离散系统如图, 其中

$$G_h(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}, \quad G_0(s) = \frac{K}{s(0.05s + 1)(0.1s + 1)}$$

采样周期  $T = 0.1s$ , 试用根轨迹法确定串联校正装置  $D(z)$ , 使系统满足性能指标: 阻尼比  $\zeta = 0.7$ , 静态速度误差系数  $K_v \geq 0.4$



开环脉冲传递函数  $G(z)$

$$G(s) = G_h(s)G_0(s) = \frac{K(1 - e^{-Ts})}{s^2(0.05s + 1)(0.1s + 1)}$$

相应的 $z$ 变换为

$$G(z) = \frac{0.0164K(z + 0.12)(z + 1.93)}{(z - 1)(z - 0.368)(z - 0.135)}$$

在 $z$ 平面上作出相应的根轨迹，离散系统根轨迹画法与连续系统类似在 $z$ 平面上作出阻尼比  $\zeta = 0.7$  的等阻尼比线

根轨迹与单位圆交点处的临界开环增益为13.3，而与  $\zeta = 0.7$  等阻尼比线交点的增益为 $K=2.5$ ，速度误差系数 $K_v=0.25$  不满足要求

选取串联校正  $D(z) = \frac{z + z_c}{z + p_c}$

## 本章小结

1. 在控制系统中，采用增加附加环节来改善系统品质指标的方法，叫做系统的校正。校正装置的引入，常常是解决静态指标和动态指标互相矛盾的有效方法。根据校正装置在系统中的位置不同，校正分为串联校正和并联校正两大类；
2. 串联校正分为超前(微分)校正，滞后(积分)校正和滞后-超前(积分-微分)校正等三种。串联校正装置既可用无源网络来实现，又可用运算放大器组成的有源网络来实现。前者称为无源校正网络，后者称为有源校正网络；

3. 超前校正的优点是引进一个较大的相角，从而提高相角裕度。超前校正使截止频率增大，提高系统快速性，但伴随相余量稍有下降的缺点。设计时应扬长避短，以获得最好的效果。超前校正主要缺点是高频噪声干扰严重，系统抗干扰能力下降，设计时务必注意；
4. 滞后校正的优点是中、高频幅值衰减，使截止频率下降，从而获得足够的相角裕度。缺点是相角滞后的性质，它可能对新的截止频率处的相余量有不良影响。为了把这种不良影响减至最小，常要求滞后网络的第一个转折频率应足够小。但可能会使时间常数大到难以实现的程度