Tareas IA corte #2

ejercicios

- Resolver por lagrang para $q=2$ y $\|u\|_2=1$, $u \geq 0$ (combinación convexa)

* Demostrar $\mathbb{K}_c = \mathbb{H}\,\mathbb{K}\,\mathbb{H}$, $\mathbb{H} = \mathbb{I} - \frac{\mathbb{1}\mathbb{1}^T}{N}$

▲ Probar desigualdad de Jensen

Solución

matriz identidad $N \times N$

vector de unos

$$\mathbb{K}_c = \mathbb{H}\,\underbrace{\mathbb{K}}_{\text{matriz kernel}}\,\underbrace{\mathbb{H}}_{\text{matriz centrada}}, \quad \mathbb{H} = \mathbb{I} - \frac{\mathbb{1}\mathbb{1}^T}{\underbrace{N}_{\#\text{ datos}}}$$

$\therefore$

$$K_c = \left(I - \frac{1}{N}\mathbb{1}\mathbb{1}^T\right) K \left(I - \frac{1}{N}\mathbb{1}\mathbb{1}^T\right)$$

$$K_c = K - K\frac{\mathbb{1}\mathbb{1}^T}{N} - \frac{\mathbb{1}\mathbb{1}^T}{N}K + \frac{\mathbb{1}\mathbb{1}^T K \mathbb{1}\mathbb{1}^T}{N^2}$$

en terminos de x_n y x_m:

$$k_c(x_n, x_m) = k(x_n, x_m) - \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} k(x_n, x_m) - \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N} k(x_n, x_m) \dots$$

$$+ \frac{1}{N^2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} k(x_n, x_m)$$

teniendo en cuenta D_{cs}

$$|\mathbb{E}\{\bar{\mathbb{K}}_x \bar{\mathbb{K}}\}| \leq \sqrt{\mathbb{E}\{\bar{K}_x^2\}\, \mathbb{E}\{\bar{\mathbb{K}}_y^2\}}$$

$$\hat{\rho}(\mathbb{K}_x, \mathbb{K}_y) \in [0,1]$$

usando norma de Frobenius

$$\|K\|_F^2 = tr(\mathbb{K}^* \mathbb{K})$$

$$= tr(\mathbb{K}\mathbb{K}^*)$$

si $\mathcal{E}_p\{(k(x,x))^{1/2}\} < \infty$, entonces $\mu_p \in \mathcal{F}$

el operador lineal $T_p f = \mathcal{E}_p\{f(x)\}$; $\forall f \in \mathcal{F}$

es acotado dado que:

$$|T_p f| = |\mathcal{E}_p\{f(x)\}| \leq \mathcal{E}_p\{|f(x)|\} = \mathcal{E}_p\{|\langle f, u(x)\rangle_F|\}$$

desigualdad

de jensen

$\to \mathcal{E}_p \{ |\langle f, \varphi(x) \rangle_F| \} \leq \mathcal{E}_p \{ \|f\|_F \ \|\varphi(x)\|_F \}$

$\to \mathcal{E}_p \{ \sqrt{k(x,x)} \ \|f\|_F \}$

$\to |T_p F| \leq \mathcal{E}_p \{ \sqrt{k(x,x)} \ \|f\|_F \}$

$\therefore \mu_p \in \mathcal{F}$ tal que $T_p \mathcal{F} = \langle f, \mu_p \rangle_F$

si $f(x) = \mu(x) = k(x, \cdot)$; $\mu_p(x) = \langle \mu_p, k(x, 0) \rangle_F$

$= \mathcal{E}_p \{ k(x, x') \}$

L_2 de μ_j — multiplicador asociado a la restricción

- $$\mathcal{L}(\mu, \lambda) - \hat{\beta}\left(\sum_{j=1}^{d} \mu_j k(x_i, x_y)\right) + \lambda\left(1 - \sum_{j=1}^{d} \mu_j^2\right)$$

maximizar

teniendo en cuenta que:

$\|\mu\|_q^q \leq \xi$

se deriva respecto a μ_j y λ para encontrar valores optimos

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_j} = \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \mu_j} + \lambda(-2\mu_j) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{j=1}^{d} u_j^2 = 0$$