

Compte rendu de TP : OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

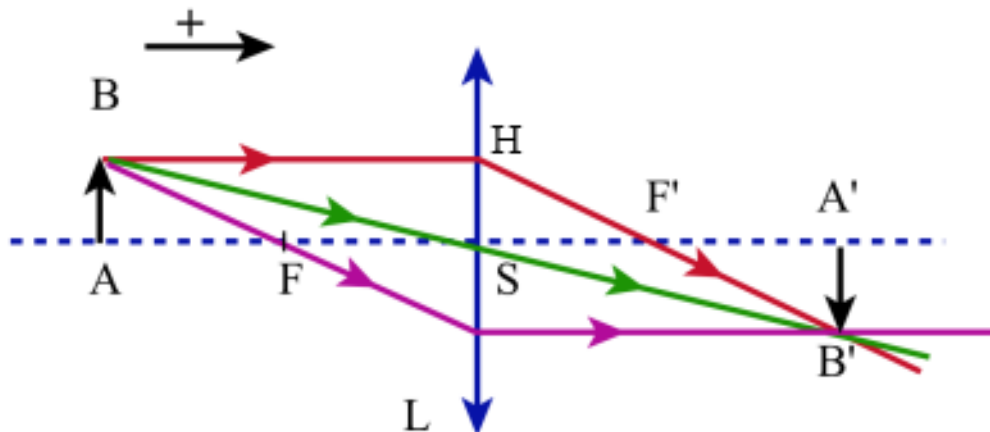
CHARNAY Valentin, FINOT Sylvain

4 février 2017

I MESURES DE DISTANCES FOCALES

I.1 Méthode de Silbermann

1. On considère le montage suivant :



On pose :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}, \quad y = \overline{AA'}, \quad p = \overline{SA}, \quad p' = \overline{SA'}, \quad \phi = \overline{SF'} = \overline{FS}$$

Montrons que $y = -\phi \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma}$:

$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{\phi} \quad \text{relation de conjugaison}$ $\iff p' = \frac{p\phi}{p + \phi}$ $p' - p = \frac{p\phi}{p + \phi} - p$ $y = \frac{p\phi - p(p + \phi)}{p + \phi}$ $y = -\frac{p^2}{p + \phi}$	$\left \right.$	<p>D'autre part en appliquant le théorème de Thalès aux triangles SHF' et F'A'B' :</p> $\gamma \equiv \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SH}}$ $= \frac{\overline{A'F'}}{\overline{SF'}}$ $= \frac{\overline{A'S} + \overline{SF'}}{\overline{SF'}}$ $= \frac{-p'}{\phi} + 1$ $\iff p' = -\phi(\gamma - 1)$
--	------------------	---

De plus on sait que : $\frac{\overline{AB}}{p} = \frac{\overline{A'B'}}{p'} \implies \frac{p'}{p} = \gamma$, ainsi :

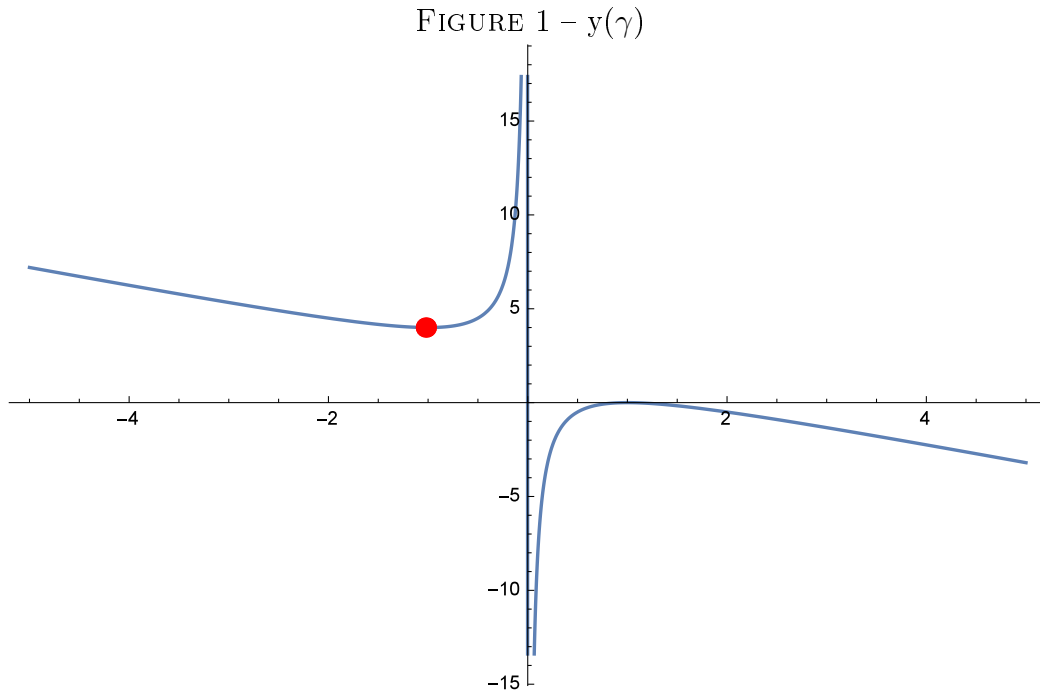
$$\begin{cases} y = -\frac{p^2}{p + \phi} & (1) \\ p' = -\phi(\gamma - 1) & (2) \\ \frac{p'}{p} = \gamma & (3) \end{cases}$$

En combinant (2) et (3), on obtient : $p = \frac{-\phi(\gamma - 1)}{\gamma}$. On injecte dans (1) :

$$\begin{aligned} y &= -\frac{p^2}{p + \phi} \\ &= \frac{\left(\phi \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)^2}{\left(\phi \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) - \frac{\phi\gamma}{\gamma}} \\ &= \frac{\phi^2(\gamma - 1)^2}{\gamma^2 \frac{\phi}{\gamma}(\gamma - 1 - \gamma)} \\ &= \frac{-\phi(\gamma - 1)^2}{\gamma} \end{aligned}$$

On a alors : $y = \frac{-\phi(\gamma - 1)^2}{\gamma}$

2. Étudions le comportement de la fonction $y(\gamma)$ en supposant $\phi > 0$ (lentille convergente). Pour le tracer de la courbe, on pose $\phi = 1$, on a alors : La



fonction admet un minimum en $\gamma = -1$.

Étudions la fonction plus en détail. On pose $y' \equiv \frac{\partial y}{\partial \gamma}$ et $y'' \equiv \frac{\partial^2 y}{\partial \gamma^2}$. Montrons que la fonction admet un minimum en -1 :

Recherche d'extremum : $y' = 0$.

Avec $\phi > 0$

$$y' = \left(\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right) \phi$$

y' s'annule en -1 et 1.

Montrons que -1 est un MINIMUM en étudiant le signe de y'' :

$$y'' = -\frac{2}{\gamma^3}$$

$$y''(-1) = 2 > 0$$

On a $y'(-1) = 0$ et $y''(-1) > 2$, donc -1 est un minimum.

3. Si on se place dans le cas $\gamma = -1$, $y = 4\phi$

On en déduit alors : $\phi = \frac{y}{4}$

4. On applique cette méthode sur plusieurs lentilles en prenant en compte une incertitude sur la position de l'écran p' ($\Delta p' = 0,3\text{cm}$) et une incertitude de lecture sur la position de l'objet p ($\Delta p = 0,3\text{cm}$).

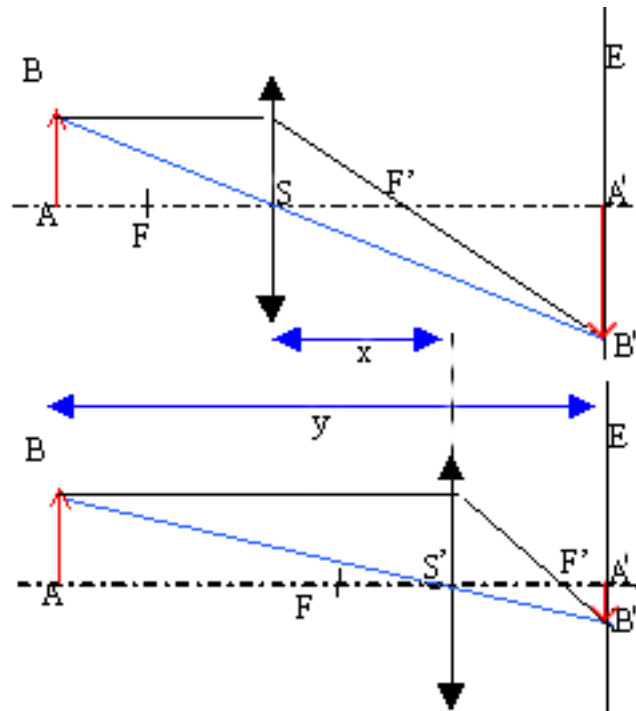
$$\phi = \frac{y}{4} = \frac{p' - p}{4} \implies \Delta\phi = \frac{\sqrt{\Delta p^2 + \Delta p'^2}}{4} = 10^{-1}$$

Lentille n	ϕ_{th} (cm)	ϕ_{exp} (cm)
1	12,7	$12,25 \pm 10^{-1}$
2	30	30 ± 10^{-1}
3	20	$19,6 \pm 10^{-1}$

Les valeurs trouvées expérimentalement sont relativement proches de celles inscrites sur les lentilles.

I.2 Méthode de Bessel

La méthode de Bessel consiste à fixer l'objet et la position de l'image (i.e l'écran). On déplace la lentille le long de l'axe optique jusqu'à trouver deux positions donnant une image nette.



À partir de la relation de conjugaison, on a déjà montré que si on obtient une image réelle d'un objet réel on a :

$$y = -\frac{p^2}{p + \phi}$$

$$\Leftrightarrow p^2 + y.p + y.\phi = 0$$

On cherche des solutions réelles et plus particulièrement le cas où il existe DEUX solutions réelles. Calculons le discriminant et regardons les conditions pour que $\Delta > 0$ (\Rightarrow 2 solutions réelles) :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4.a.c \\ &= y^2 - 4y\phi \\ &= y(y - 4\phi)\end{aligned}$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow y > 4\phi$$

Si cette condition est satisfaite, on note p_+ et p_- les deux solutions de l'équation :

$$p_{\pm} = \frac{-y \pm \sqrt{y^2 - 4y\phi}}{2}$$

On pose $x \equiv p_+ - p_-$ la distance relative entre les deux positions des lentilles (cf Schéma).

$$\begin{aligned} x &= p_+ - p_- \\ &= \sqrt{y^2 - 4y\phi} \\ \implies x^2 &= y^2 - 4y\phi \\ \iff \phi &= \frac{y^2 - x^2}{4y} \end{aligned}$$

À partir de ce calcul, on peut dresser un tableau de valeurs :

i	y	Δy	p_+	Δp_+	p_-	Δp_-	x	Δx	ϕ	$\Delta \phi$
1	80,00	0,20	85,00	0,50	35,50	0,20	49,50	0,54	12,34	0,18
2	140,0	0,20	63,00	0,50	17,40	0,20	45,60	0,54	31,29	0,10
3	100,0	0,20	93,50	0,50	46,50	0,20	47,00	0,54	19,48	0,14

I.3 Commentaires

La méthode de Silbermann est un cas particulier de la méthode de Bessel. Selon nous, la méthode de Bessel est plus simple à réaliser, car dans le cas de Silbermann, il faut procéder par tâtonnement en déplaçant la lentille et l'écran.

Lorsque l'on s'intéresse aux incertitudes, on constate que la position donnant une image nette n'est pas réellement définie comme un point unique. Les positions p_+ et p_- sont sujet à interprétation (généralement de l'ordre du demi-centimètre)

Nous cherchons à présent une méthode pour calculer la distance focale d'une lentille convergente. Écrivons les formules de conjugaison des deux lentilles :

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{S_1 A'}} - \frac{1}{\overline{S_1 A}} = \frac{1}{f_D} \\ \frac{1}{\overline{S_2 A''}} - \frac{1}{\overline{S_2 A'}} = \frac{1}{f_C} \end{cases} \quad \begin{matrix} (4) \\ (5) \end{matrix}$$

De plus, on sait que :

$$\begin{aligned} \overline{S_2 A'} &= \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 A'} \\ \iff \overline{S_1 A'} &= \overline{S_2 A'} - \overline{S_2 S_1} \end{aligned} \quad (6)$$

On isole $\overline{S_2 A'}$ à partir de (5)

$$\begin{aligned} \overline{S_2 A'} &= \frac{\overline{S_2 A''} \cdot f_D}{f_D - \overline{S_2 A''}} \\ (6) \implies \overline{S_1 A'} &= \frac{\overline{S_2 A''} \cdot f_D}{f_D - \overline{S_2 A''}} - \overline{S_2 S_1} \end{aligned}$$

Il suffit alors d'isoler f_D dans (4) et de remplacer $\overline{S_1 A'}$ par l'expression ci-dessus.

$$\begin{aligned}
 f_D &= \frac{\overline{S_1 A'} \cdot \overline{S_1 A}}{\overline{S_1 A} - \overline{S_1 A'}} \\
 &= \frac{-10 \cdot -46}{-46 + 10} \\
 &= 12,8 \pm 0,38 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{S_1 A'} &= \frac{\overline{S_2 A''} \cdot f_D}{f_D - \overline{S_2 A''}} - \overline{S_2 S_1} \\
 &= \frac{60 \cdot 20}{20 - 60} + 20 \\
 &= -10 \pm 0,25 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

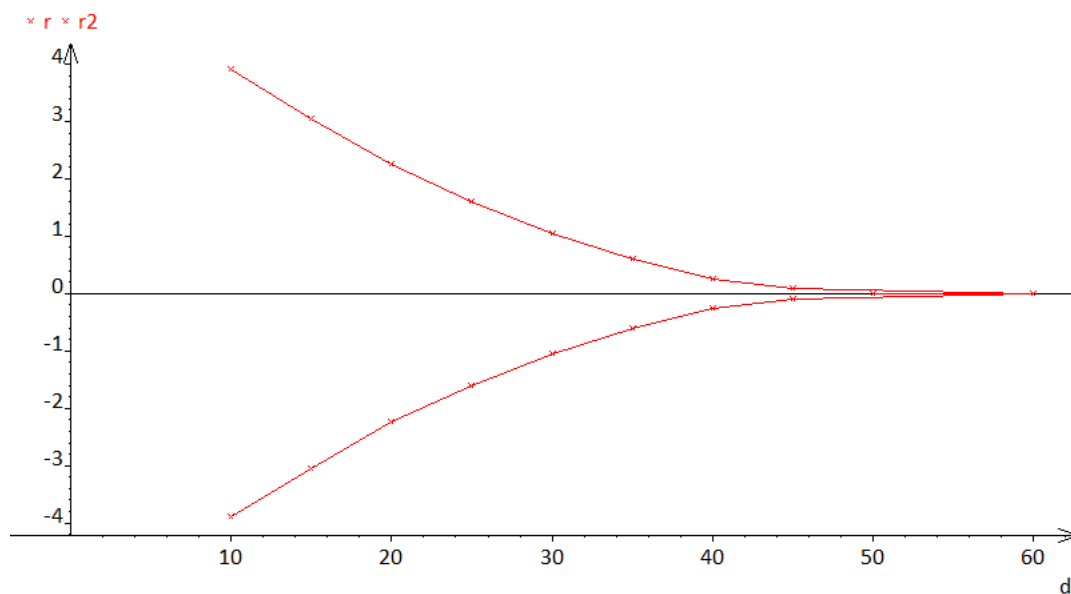
Compte tenu des incertitudes, la valeur théorique correspond à la valeur indiquée sur la lentille.

II ABERRATIONS

L'étude des aberrations s'effectue en utilisant des lentilles convergentes ayant une courbure importante

II.1 Aberration sphérique

On propose une étude qualitative de cette aberration géométrique en effectuant un relevé de points mettant en évidence l'existence de la caustique. On étudie la nappe tangentielle en relevant le diamètre de l'image en fonction de l'éloignement de l'écran.



On retrouve bien la forme de caractéristique de l'aberration sphérique.

II.2 Aberration chromatique

Pour pouvoir observer le phénomène d'aberration chromatique, on cherche à faire l'image d'un trou à travers une lentille convergente. On fixe l'objet et la

lentille et on déplace l'écran le long de l'axe optique jusqu'à trouver le foyer. C'est alors que l'on met en évidence l'aberration chromatique puisqu'il n'existe plus un foyer unique. On distingue très clairement dans notre cas un foyer bleu puis un foyer rouge plus éloigné de la lentille. Ce phénomène s'explique, car la courbure de la lentille est telle que l'on peut l'assimiler à un prisme pour les rayons les plus éloignés de l'axe optique.

On nous a donné $n = A + \frac{B}{\lambda^2} \implies$ l'indice dépend de la longueur d'onde et les petites longueurs d'onde sont plus déviées (milieu plus réfringent au petit n). Or on sait que :

$$\begin{aligned} \lambda_{bleu} (\approx 400nm) &< \lambda_{rouge} (\approx 800nm) \\ \implies n_{bleu} &> n_{rouge} \end{aligned}$$

Il est donc normal que le bleu converge plus et que son foyer soit situé avant celui du rouge.