

# Solution of 第六节课习题 (macOS 平台)

张吉祥

2018 年 4 月 7 日

## 1 习题说明

## 2 LK 光流

### 2.1 光流文献综述

#### 1. 光流法分类:

- Forwards Additive
- Forwards Compositional
- Inverse Additive
- Inverse Compositional

2. 因为 Compositional 每次更新的是  $W(x; p) \leftarrow W(x; p) \circ W(x; \Delta p)$ 。该 wrap 的物理意义: 表示对原始图像做平移微调或仿射微调。

3. forward 和 inverse 的差别: 交换了图像和模板的角色 (*The key to efficiency is switching the role of the image and the template*), 故 inverse 的图像梯度只需要计算一次, 不随迭代改变。

### 2.2 forward-additive Gauss-Newton 光流的实现

1. 从最小二乘角度来看, 每个像素的误差定义为: 匹配点的灰度差。
2. 误差的导数定义为: 原始图像梯度与 wrap 雅可比的复合, 即  $J = \nabla I \frac{\partial W}{\partial p}$ , 针对该题有  $J = \nabla I$ , 即导数为原始图像的梯度。

正向结果如图 1。

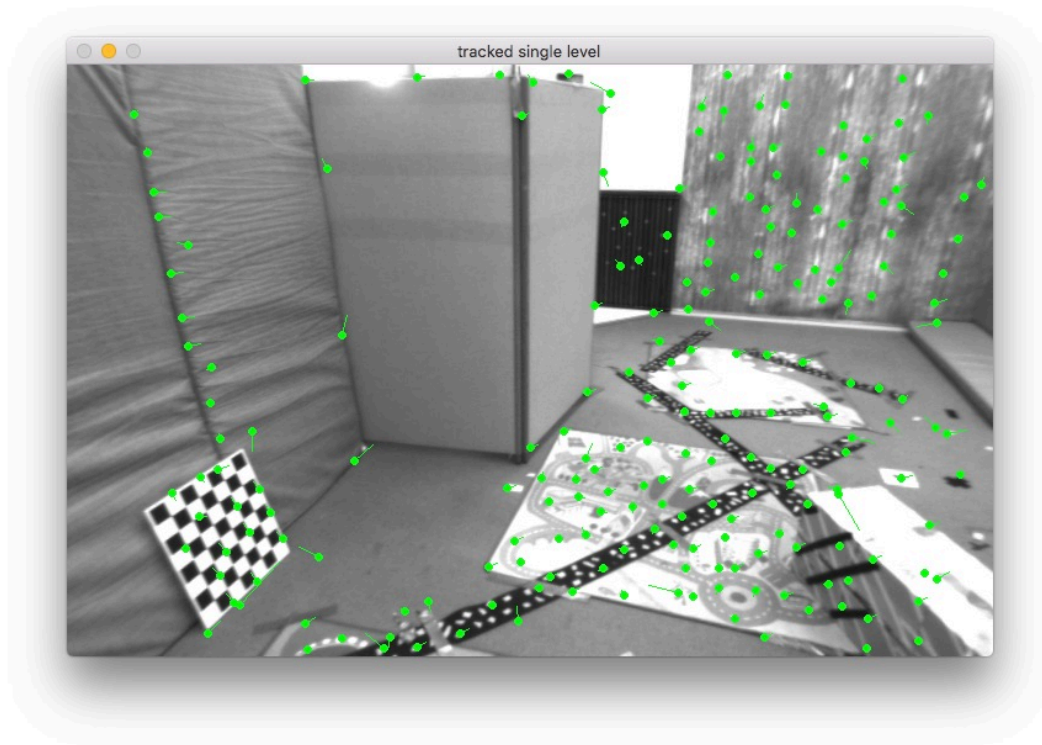


图 1: 单层正向结果

## 2.3 反向法

反向结果如图 2。

## 2.4 推广至金字塔

1. coarse-to-fine 过程：首先构造两张图的图像金字塔，然后从顶层开始用光流法计算匹配点，再把每次匹配的结果代入下一层作为光流法计算的初始值，最后底层 (原始图像) 的计算结果作为匹配结果。见图 3。
2. 光流法中金字塔用途和特征点法中金字塔的差别：**目的不同**，光流法是为了提供一个较好的初始值，提高匹配的准确性；特征点法中是为了提供稳定的特征点，让特征点分布均匀。

金字塔正向结果如图 4，金字塔反向结果如图 5。

## 2.5 讨论

- 在**灰度不变假设**的条件下取图像块的灰度差有一定合理性；但在图像**梯度为零**的区域采用灰度差显得不合理；解决方法是挑选纹理丰富的区域进行匹配。
- 图像块的大小会影响**单层**的匹配结果， $16 \times 16$  的单层匹配效果**优于**  $8 \times 8$ ，而对金字塔光流法结果影响较小。

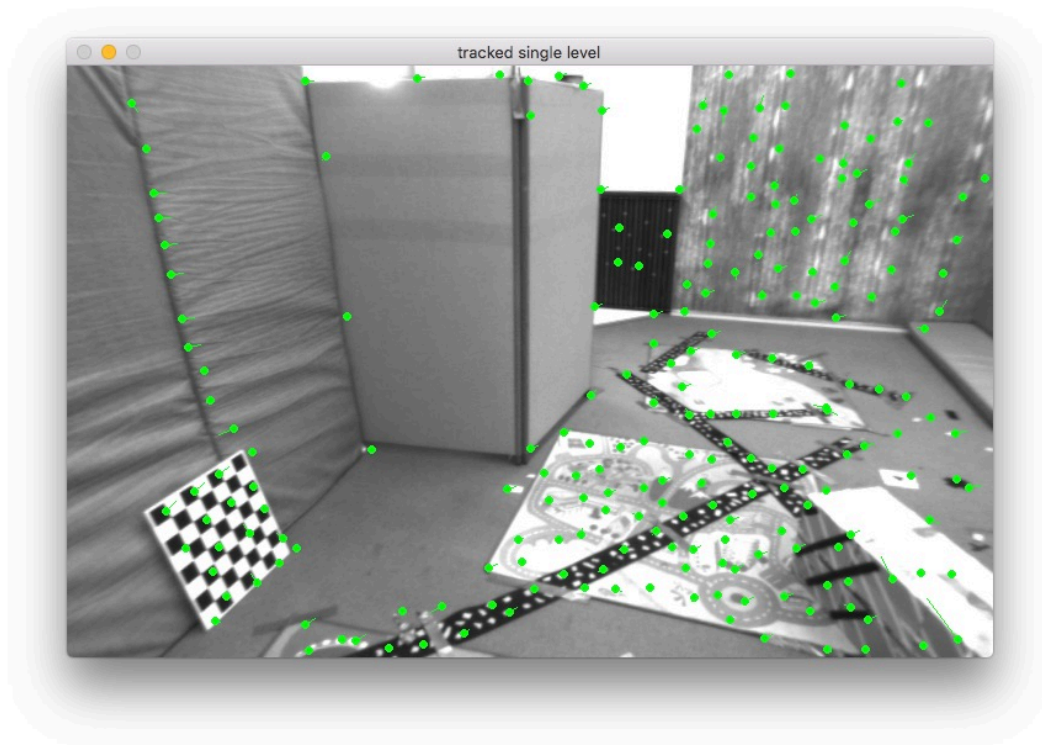


图 2: 单层反向结果

## Coarse-to-fine optical flow estimation

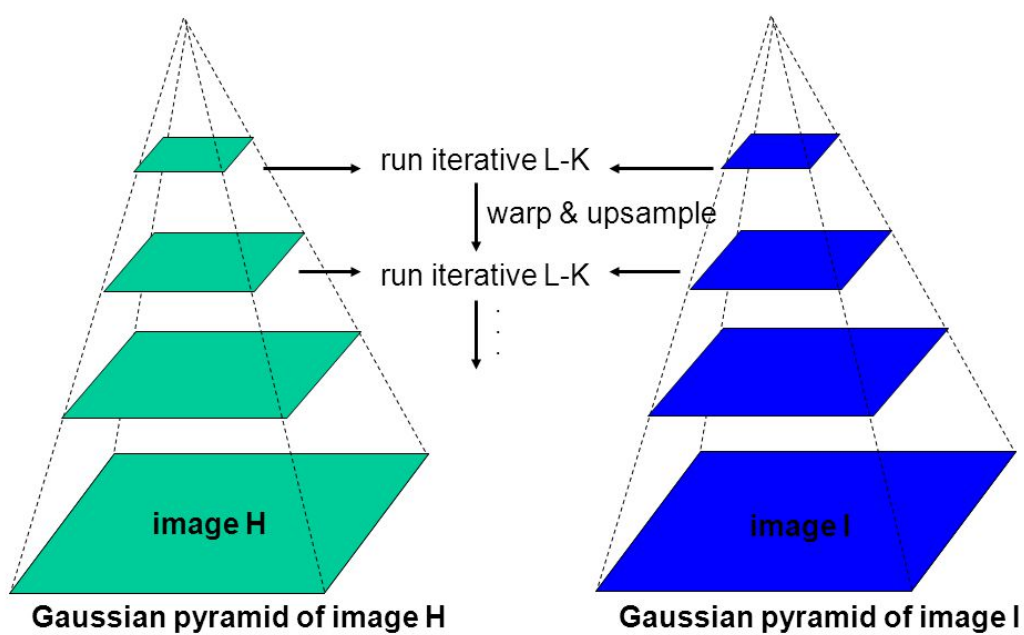


图 3: coarse-to-fine 流程

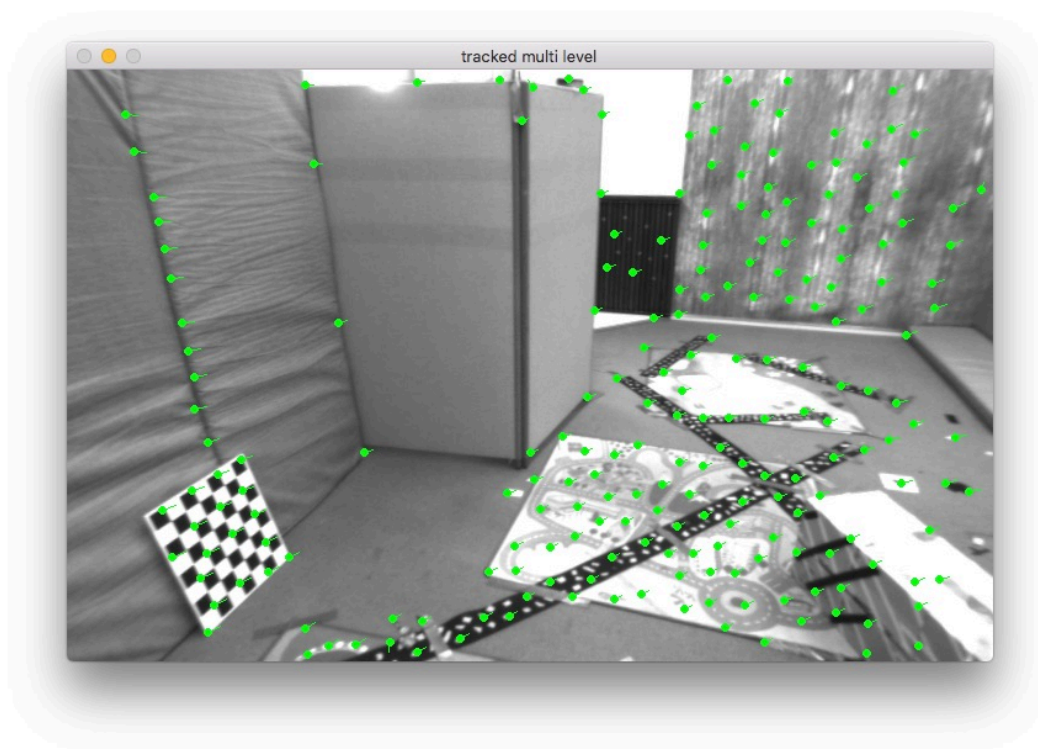


图 4: 金字塔正向结果

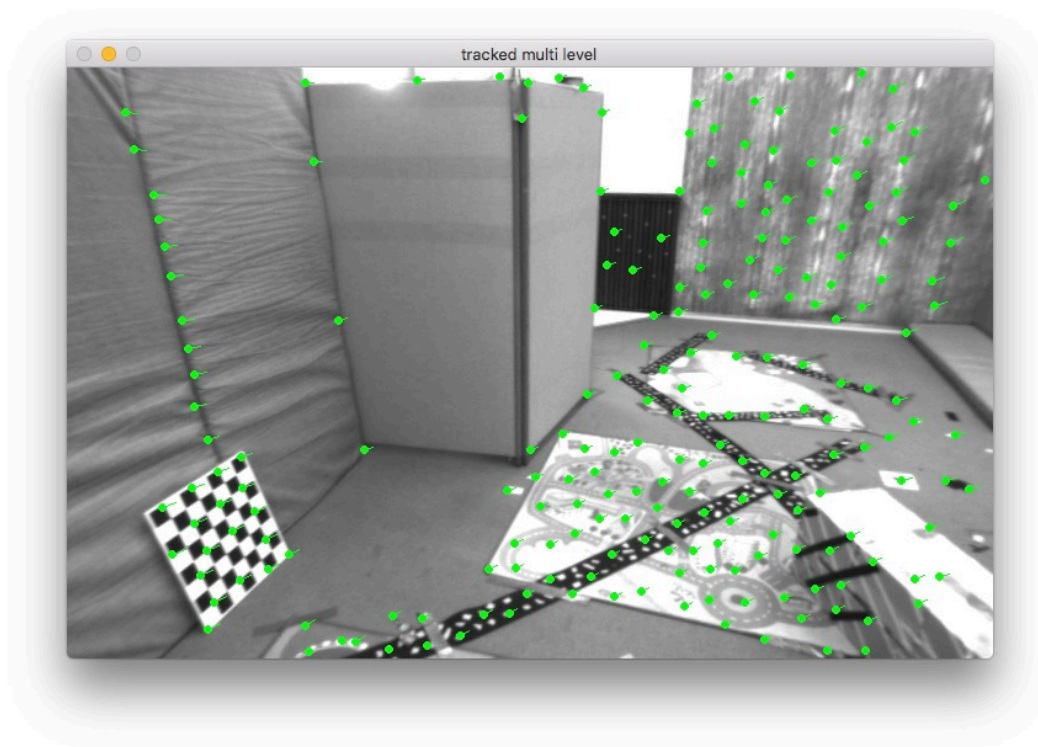


图 5: 金字塔反向结果

- 金字塔层数越多，结果越好；缩放倍率越小，结果则越好，缩放倍率为 2 优于缩放倍率为 4。

### 3 直接法

#### 3.1 单层直接法

1. 误差项是**光度误差**  $I_{ref}(p_i) - I_{cur}(\pi(T_{cur,ref}\pi^{-1}(p_i)))$ 。
2. 雅可比矩阵维度是  $1 \times 6$ ，求解方法：

$$J = -\frac{\partial I_2}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \delta \xi} \quad (1)$$

其中

$$\frac{\partial u}{\partial \delta \xi} = \begin{bmatrix} \frac{f_x}{Z'} & 0 & -\frac{f_x X'}{Z'^2} & -\frac{f_x X' Y'}{Z'^2} & f_x + \frac{f_x X^2}{Z'^2} & -\frac{f_x Y'}{Z'} \\ 0 & \frac{f_y}{Z'} & -\frac{f_y Y'}{Z'^2} & -f_y - \frac{f_y Y'^2}{Z'^2} & \frac{f_y X' Y'}{Z'^2} & \frac{f_y X'}{Z'} \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. 窗口可以取  $8 \times 8$  等；可以取单个点，但是单个像素没有区分性，周围很可能有好多像素和它的亮度差不多，故取图像块的方式更好。

#### 3.2 多层直接法

1.  $f_x, f_y, c_x, x_y$  的缩放和图像缩放倍率一致。

多层直接法结果 (图像 000001) 见图 6,7。

多层直接法结果 (图像 000005) 见图 8,9。

#### 3.3 延伸讨论

1. 直接法没有 inverse 和 compositional 的概念，因为光流法是为了寻找配对点，而直接法不需要角点信息。
2. patch 中的**图像梯度**和**雅可比矩阵 J**可以缓存。
3. patch 假设：
  - (a) 一个窗口内的像素具有相同的运动
  - (b) 一个窗口内的像素具有相同的深度
4. 随机取点可以缩短运算时间。不是角点的地方可以根据周围点的信息计算得到正确的投影。
5. 优点：



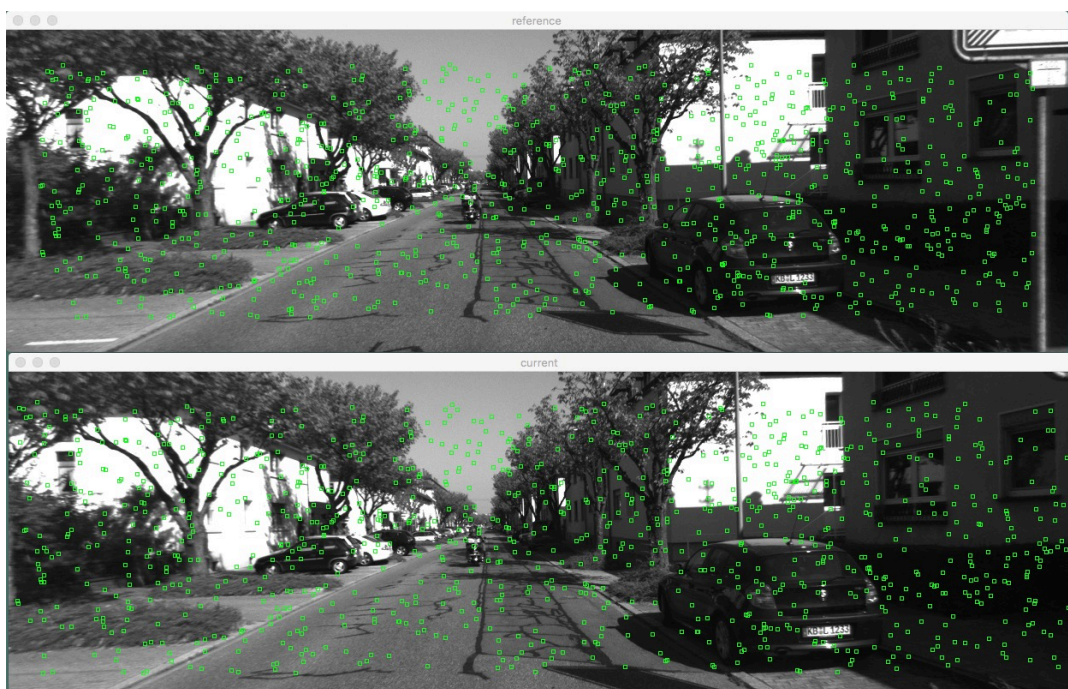


图 6: 多层直接法 reference 和图像 000001

```
1. ./build/direct_method (direct_method)
T21 =
  0.999991  0.00241475  0.00336707 -0.00199552
 -0.00242209  0.999995  0.00217881  0.00292426
 -0.00336179 -0.00218695  0.999992 -0.724148
           0           0           0           1
```

图 7: 图像 000001 的变换矩阵



图 8: 多层直接法 reference 和图像 000005

```
1. ./build/direct_method (direct_method)
T21 =
  0.999799  0.000879533  0.0200162  0.00541608
 -0.00100793  0.999979  0.00640533 -0.00657791
 -0.0200102 -0.00642422  0.999779  -3.77479
           0           0           0           1
```

图 9: 图像 000005 的变换矩阵

- 直接法省略了特征提取和描述子计算时间；
- 直接法只需要像素梯度信息而非角点；
- 直接法可以生成稠密或半稠密地图。

缺点：

- 灰度不变假设难以成立；
- 单像素区分性差；
- 图像非凸性导致不一定能找到最优解。

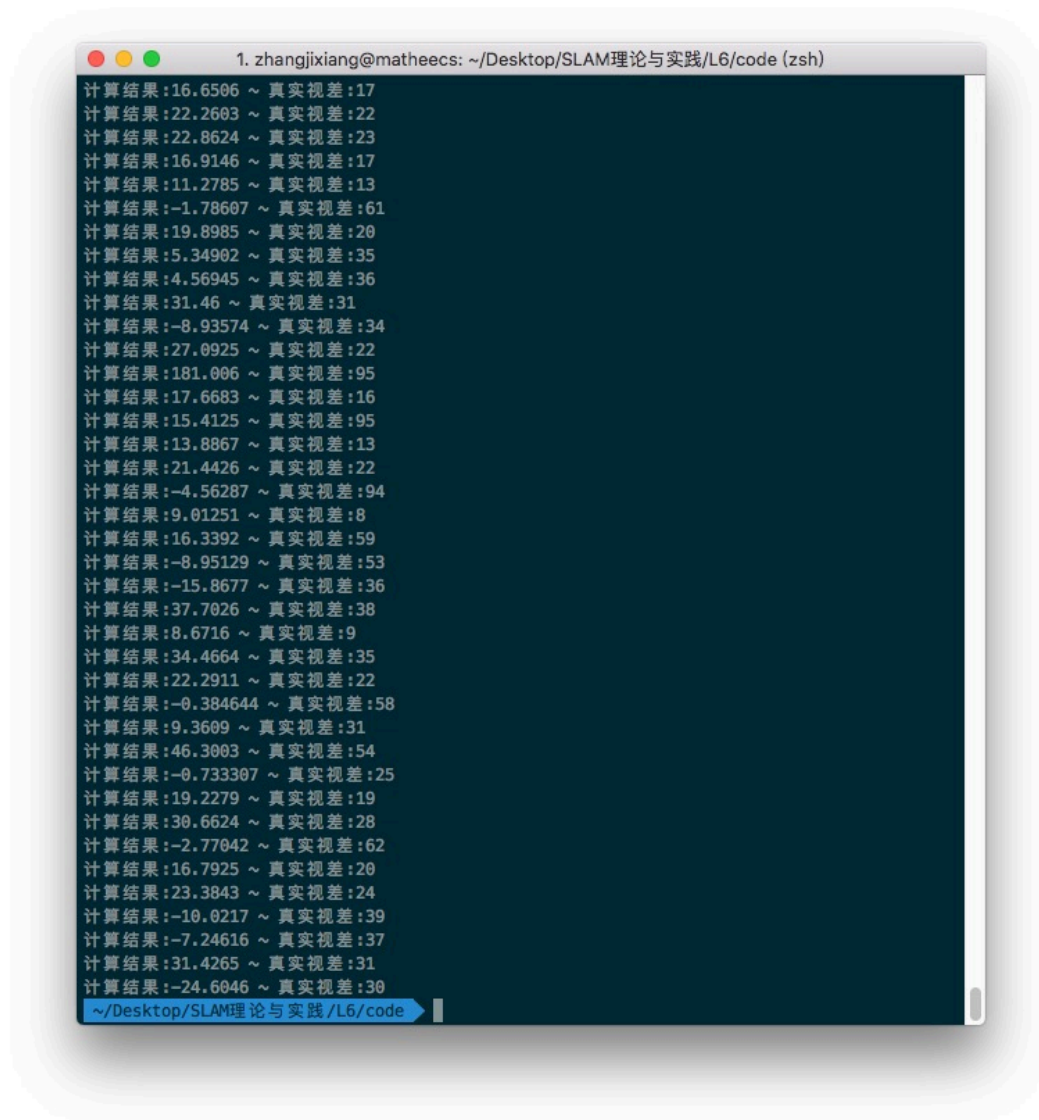
## 4 使用光流计算视差

利用水平视差计算公式：

$$d = u_L - u_R \quad (3)$$

计算结果见图 10，只有部分角点 (**图像中部**) 的水平视差计算结果约等于给定值，而**图像边界**的水平视差结果较差。



A terminal window with a dark blue background and white text. The window title is "1. zhangjixiang@matheecs: ~/Desktop/SLAM理论与实践/L6/code (zsh)". It displays a list of 36 lines of triangulation results, each consisting of a calculated value, a tilde symbol, and a real value. The results are as follows:

计算结果	~ 真实视差
16.6506	17
22.2603	22
22.8624	23
16.9146	17
11.2785	13
-1.78607	61
19.8985	20
5.34902	35
4.56945	36
31.46	31
-8.93574	34
27.0925	22
181.006	95
17.6683	16
15.4125	95
13.8867	13
21.4426	22
-4.56287	94
9.01251	8
16.3392	59
-8.95129	53
-15.8677	36
37.7026	38
8.6716	9
34.4664	35
22.2911	22
-0.384644	58
9.3609	31
46.3003	54
-0.733307	25
19.2279	19
30.6624	28
-2.77042	62
16.7925	20
23.3843	24
-10.0217	39
-7.24616	37
31.4265	31
-24.6046	30

The terminal prompt at the bottom is "~/Desktop/SLAM理论与实践/L6/code".

图 10: 视差计算结果