

Mathematics

the easiest & funnest part in NOIP

SGColin

August 11, 2019

The Shiyao School Attached to Shijiazhuang NO.2 Middle School

我叫高义雄，负责这两天给大家讲 NOIP 范围内的基础数学。

二中南校区，2017 级。NOIP 2018 省一，APIO 2019 Cu。

我的 Blog 是 <https://blog.gyx.me>，课件可以在这里下载。

NOIP 的知识点很多，不要偏科！

做题比听课/看书重要，多刷题，注意跳出自己的 comfort zone 。

做题时注意：基础打好之后少刷水题，AC 之前不要看题解，独立思考。

NOIP 中的数学部分重在思考，上课有问题随时提问。

不需要记笔记，课件可课后自己下载或下发。

讲的太快/慢了，有不懂的都提醒我一下。

1. 初等数论
2. 组合数学
3. 线性代数

初等数论

约数与倍数

对于整数 a, b ，若存在整数 c 使得 $b = a \times c$ ：

则称 b 为 a 的倍数， a 为 b 的约数。

两数的最大公约数称为 GCD(Greatest common divisor)

两数的最小公倍数称为 LCM(Least common multiple)

举个例子？

素数与合数

若大于 1 的正整数 P ，其约数只有 1 和 P 本身，称其为素数（质数）。

若其有超过两个约数，则称其为合数。

若两个数 A, B 其最大公约数为 1，则称 A, B 互质。

小学老师应该都讲过吧？

算术基本定理

任何一个自然数 N ，如果 N 不为质数，那么 N 可以唯一分解成有限个质数的乘积

$$N = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times p_3^{a_3} \times \cdots \times p_n^{a_n}$$

其中 $p_1 < p_2 < p_3 < \cdots < p_n$ 均为质数，指数 a_i 均为正整数。

这样的分解称为 N 的标准分解式。

举个例子？

素数无限定理

内容：正整数集中包含无限个素数

证明：构造反证法

假设素数有限，为 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ ，构造

$$S = 1 + \prod_{i=1}^n p_i$$

若 S 为素数，与假设矛盾。

若 S 为合数，则 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 都与 S 互质，与算术基本矛盾。

Q_1 : 给定一个正整数，如何计算其全部约数？

线性暴力：从小到大枚举数 a 是否是当前 n 的约数即可。

Q_2 : 给定一个正整数，如何计算其标准分解？

线性暴力：从小到大枚举数 a 是否是当前 n 的约数，若是则将 n 一直除 a 直到 a 不是 n 的约数为止。

Q_1 : 给定一个正整数，如何计算其全部约数？

根号统计：发现若 p 是 n 的约数，则 n/p 也是 n 的约数（约数成对出现），故只需知道小于等于根号 n 的全部约数对即可。

复杂度为 $O(n^{0.5})$ ，代码实现大家会吗？有没有什么细节需要注意？

Q_2 : 给定一个正整数，如何计算其标准分解？

根号分解：若枚举的 $a > \sqrt{n}$ 显然无意义，故只算 $a \leq \sqrt{n}$ 的，最终剩下的 n 若不是 1 则也是一个素数。

复杂度为 $O(\sqrt{n})$ ，代码实现大家会吗？

组合数学

线性代数

Questions?

Summary

Thanks for listening.

QQ: 2679864609

Email : 2679864609@qq.com

Blog : blog.gyx.me

Made by \LaTeX

