

# 圆方树初步

SGColin

## 目录

1	仙人掌上的圆方树	2
2	仙人掌上圆方树题目小结	2
3	一般无向图上的圆方树（广义圆方树）	2
4	图上圆方树题目小结	3
4.1	[ ZJOI 2004 ] 嗅探器	3
4.1.1	Description	3
4.1.2	Solution	3
4.2	[ APIO 2018 ] 铁人两项	3
4.2.1	Description	3
4.2.2	Solution	3
4.3	[ POI 2008 ] BLO - Blockade	3
4.3.1	Description	3
4.3.2	Solution	3
4.4	[ Luogu 4320 ] 道路相遇	4
4.4.1	Description	4
4.4.2	Solution	4
4.5	[ SDOI 2018 ] 战略游戏	4
4.5.1	Description	4
4.5.2	Solution	4
4.6	[ Codeforces 1045C ] Hyperspace Highways	4
4.6.1	Description	4
4.6.2	Solution	4
4.7	[ Codeforces 487E ] Tourists	5
4.7.1	Description	5
4.7.2	Solution	5

## 1 仙人掌上的圆方树

非常抱歉，这部分被咕掉了。

## 2 仙人掌上圆方树题目小结

非常抱歉，这部分被咕掉了。

## 3 一般无向图上的圆方树（广义圆方树）

非常抱歉，这部分被咕掉了。

## 4 图上圆方树题目小结

### 4.1 [ ZJOI 2004 ] 嗅探器

#### 4.1.1 Description

[Luogu 5058](#)

给出一张图，边有边权，给定两点  $S, T$ 。

定义关键点为割掉该点  $S$  和  $T$  不连通，求关键点编号最小值。

#### 4.1.2 Solution

[Code](#)

答案显然是圆方树上两点间圆点编号最小值，倍增或树剖即可。

### 4.2 [ APIO 2018 ] 铁人两项

#### 4.2.1 Description

[BZOJ 5463](#) [Luogu 4630](#) [UOJ 416](#)

给出一张图，询问有多少个三元组  $(a, b, c)$  满足：存在一条从  $a$  到  $c$  的简单路径经过  $b$ 。

#### 4.2.2 Solution

[Code](#)

把圆方树建出来，考虑用两点间链上权值和表示两端点分别为  $a, c$  的方案数。

做法是把方点点权设为点双大小，圆点点权设为  $-1$ ，这样即可避免割点的重复计数。

因此问题就是求树上所有以圆点为端点的链长之和。DFS 时注意考虑子树之间的贡献。

### 4.3 [ POI 2008 ] BLO - Blockade

#### 4.3.1 Description

[BZOJ 1123](#) [Luogu 3469](#)

给出一张图，对于  $i = 1 \dots n$ ，询问把该点割掉，有多少对点不能连通。

#### 4.3.2 Solution

[Code](#)

建出圆方树，考虑当前点割掉会影响到哪些点对。

1. 两点处于当前点的不同子树，贡献为  $\sum$  当前子树大小  $\times$  其他子树大小。

2. 子树内的点和外界的点之间的连接，贡献为子树大小  $\times$  外界点数。

DFS 扫描一遍即可。

## 4.4 [ Luogu 4320 ] 道路相遇

### 4.4.1 Description

Luogu 4320

给出一张图，每次给出两点 S,T，询问有多少种方法割掉某一个点使得 S 和 T 不连通。

### 4.4.2 Solution

Code

答案显然是两点路径上圆点的个数。

图上的圆方树一个很好的性质是只有圆方边，因此链上圆点个数可以直接通过链长算出来：

$$ans = \frac{deep[u] + deep[v] - 2 \times deep[lca]}{2} + 1$$

分  $lca$  是圆点和方点简单讨论即可证明。

## 4.5 [ SDOI 2018 ] 战略游戏

### 4.5.1 Description

BZOJ 5329 Luogu 4606

给出一张图，每次给出一个点集，询问有多少种方法割掉某一个点使点集中某两点不连通。

### 4.5.2 Solution

Code

答案是圆方树上对应的虚树上包含的所有非询问集合内圆点的个数。

因此直接套用上一题的方法，建虚树的时候直接计算每条边上的圆点个数即可。

## 4.6 [ Codeforces 1045C ] Hyperspace Highways

### 4.6.1 Description

Codeforces 1045 C

给出一张图，保证所有点双联通分量一定是完全子图，多次询问两点最短路。

### 4.6.2 Solution

Code

因为点双连通分量是完全子图，所以点双上任意两点距离都为 1。

把圆方树建出来，答案就是两点链长 /2（因为圆方树上的边都是圆方边）。

## 4.7 [ Codeforces 487E ] Tourists

### 4.7.1 Description

Codeforces 487 E UOJ 30 JZOJ 5909

给出一张图，点有点权，多次操作：

$C\ a\ w$ ：把  $a$  点点权改为  $w$ 。

$A\ a\ b$ ：询问  $a, b$  两点间所有简单路径上点权最小值。

### 4.7.2 Solution

Code(Codeforces 487 E) Code(JZOJ 5909)

如果把方点点权设为对应点双包含的所有点的点权最小值，圆点点权设为真实点权，那么答案就是链上点权最小值。

但是如果改割点点权就可能需要修改很多的方点点权，复杂度不对。做法是我们钦定每个圆点只属于其父方点，这样修改就只需要考虑一个点了。询问时需要对应的稍作调整，如果  $lca$  是圆点则不用继续处理，因为再往上就回不来了；如果  $lca$  是方点，则再统计一下  $lca$  的父节点答案即可。

树链剖分 + 线段树 + 可删堆 / multiset 维护。