

**HỌC PHẦN**  
**GIẢI TÍCH HÀM NHIỀU BIẾN**

*(Ban hành kèm theo Quyết định số ..... ngày ... tháng ... năm .....  
của Hiệu trưởng Trường Đại học Sài Gòn)*

**1. Thông tin tổng quát về học phần:**

- Tên học phần (tiếng Việt): Giải tích hàm nhiều biến (tiếng Anh): Multivariable Calculus	
- Mã số học phần:	
- Thuộc khối kiến thức/kỹ năng: <input checked="" type="checkbox"/> Kiến thức giáo dục đại cương <input type="checkbox"/> Kiến thức ngành <input type="checkbox"/> Kiến thức cơ sở ngành <input type="checkbox"/> Kiến thức chuyên ngành (nếu có)	
- Số tín chỉ:	3
+ Số tiết lý thuyết:	36
+ Số tiết thảo luận/bài tập:	9
+ Số tiết thực hành:	0
+ Số tiết hoạt động nhóm:	0
+ Số tiết tự học:	90
- Học phần tiên quyết:	Giải tích hàm một biến
- Học phần song hành (nếu có):	Không

**2. Mô tả học phần**

Giải tích hàm nhiều biến là học phần cốt lõi trong chương trình đào tạo sinh viên những ngành kỹ thuật, đây là học phần bắt buộc chung với hầu hết chương trình đào tạo trong và ngoài nước. Đối với sinh viên ngành khoa học dữ liệu, học phần này nhằm tiếp tục hoàn thiện những tri thức cơ bản của giải tích cổ điển. Giải tích hàm nhiều biến với những ứng dụng và nguồn gốc sâu sắc từ những quy luật tự nhiên và vấn đề kỹ thuật sẽ giúp sinh viên hiểu được bản chất của nó. Hơn nữa, nó là cơ sở khoa học, phương pháp luận để sinh viên khảo sát các dữ liệu, số liệu nhiều chiều sau này. Do đó, chuẩn đầu ra cấp độ của chương trình đào tạo sinh viên ngành toán khẳng định rằng: *Vận dụng được các kiến thức Toán để mô hình hóa, xây dựng thuật toán để giải quyết các vấn đề thực tiễn*. Vì thế, việc giảng dạy giải tích hàm nhiều biến

cho sinh viên ngành khoa học dữ liệu là cần thiết để sinh viên đạt được các yêu cầu trên.

### 3. Mục tiêu học phần

Học phần giúp sinh viên đạt được những mục tiêu sau:

**Về kiến thức:** Hoàn thiện kiến thức giải tích cổ điển cho sinh viên: giới hạn, tính liên tục, phép tính vi phân và phép tính vi phân của hàm nhiều biến.

**Về kỹ năng:** Khảo sát được tính liên tục, khả vi, khả tích của hàm nhiều biến. Tính toán được đạo hàm, vi phân, tích phân của hàm nhiều biến. Thiết lập được một số mô hình toán của một số bài toán thực tiễn thường gặp. Vận dụng được các những tính chất và công cụ của hàm nhiều biến (đạo hàm, vi phân, tích phân bội, tích phân đường, tích phân mặt,...) để giải quyết một số bài toán thực tiễn hoặc có mô hình gắn với thực tiễn, đặc biệt là các ứng dụng trong tự nhiên, kinh tế, kỹ thuật,...

**Về thái độ:** Rèn luyện thái độ và tư duy làm việc nghiêm túc, khoa học.

### 4. Chuẩn đầu ra học phần

Ký hiệu chuẩn đầu ra (1)	Mô tả chuẩn đầu ra (2)	Trình độ năng lực (3)
G1	<i>Mô hình hoá</i> được một số quy luật tự nhiên, xã hội dưới dạng hàm nhiều biến.	4
G2	<i>Khảo sát được</i> tính liên tục, của hàm nhiều biến và tính chất của hàm liên tục trên tập compact. <i>Tính được</i> các đạo hàm riêng và đạo hàm theo hướng... <i>Khảo sát được</i> tính khả vi của hàm nhiều biến	4
G3	<i>Tìm được</i> cực trị của hàm khả vi. <i>Vận dụng được</i> các điều kiện cần để hàm nhiều biến có cực trị có điều kiện để tìm cực trị có điều kiện.	4
G4	<i>Vận dụng được</i> công cụ phép tính vi phân hàm nhiều biến trong khảo sát một số vấn đề của vật lý, kỹ thuật, kinh tế,...	4
G5	<i>Vận dụng được</i> định lý Fubini và các công thức đổi biến để tính tích phân bội. <i>Vận dụng được</i> công cụ tích phân	4

	bộ trong khảo sát một số vấn đề của toán học, vật lý, kỹ thuật,...	
G6	<i>Vận dụng được</i> công cụ tích phân đường, tích phân mặt trong khảo sát một số vấn đề của toán học, vật lý, kỹ thuật,...	4

## 5. Nội dung chi tiết học phần

### CHƯƠNG 1: KHÔNG GIAN VÀ SỰ LIÊN TỤC

#### 1.1. Không gian $R^n$ .

- 1.1.1. Cấu trúc tuyến tính
- 1.1.2. Sự hội tụ của dãy trong  $R^n$ .

#### 1.4. Hàm vector một biến.

- 1.4.1. Định nghĩa. Sự liên tục của hàm vector một biến.
- 1.4.2. Đạo hàm và đạo hàm cấp cao của hàm vector một biến.
- 1.4.3. Độ dài đường cong.

#### 1.5. Hàm nhiều biến và tính liên tục

- 1.5.1. Khái niệm hàm nhiều biến.
- 1.5.2. Giới hạn của hàm nhiều biến.
- 1.5.3. Hàm liên tục, liên tục đều và các tính chất.

#### 1.6. Hàm vector nhiều biến và tính liên tục.

- 1.6.1. Khái niệm hàm vector nhiều biến.
- 1.6.2. Giới hạn của hàm vector nhiều biến.
- 1.6.3. Hàm liên tục, liên tục đều và các tính chất

#### 1.7. Một số mô hình và bài tập tổng hợp

### CHƯƠNG 2: SỰ KHẢ VI VÀ VI PHÂN

#### 2.1. Sự khả vi và vi phân của hàm nhiều biến

- 2.1.1. Đạo hàm riêng: Đạo hàm riêng cấp một và cấp cao, vector gradient, định lý Schwartz
- 2.1.2. Mặt phẳng tiếp xúc và xấp xỉ tuyến tính. Vector pháp tuyến của đường (mặt) mức.
- 2.1.3. Sự khả vi và vi phân
- 2.1.4. Đạo hàm hợp
- 2.1.5. Định lý hàm ẩn

2.1.6. Khia triển Taylor của hàm nhiều biến

## **2.2. Hàm vector nhiều biến**

2.2.1. Ma trận Jacobi

2.2.2. Sự khả vi của hàm vec tơ nhiều biến

2.2.3. Đạo hàm hợp

2.2.4. Định lý ánh xạ ngược

2.2.5. Định lý hàm ẩn

2.2.6. Ma trận Hessian

## **2.3. Một số mô hình và bài tập tổng hợp**

# **CHƯƠNG 3: ỨNG DỤNG CỦA PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN**

## **3.1. Cực trị tự do**

## **3.2. Cực trị có điều kiện**

## **3.3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên miền bị chặn**

## **3.4. Một số mô hình và bài tập tổng hợp**

# **CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN BỘI**

## **4.1. Tích phân bội 2**

4.1.1. Định nghĩa và tính chất cơ bản

4.1.3. Định lý Fubini

## **4.2. Tích phân bội 3**

4.2.1. Định nghĩa và tính chất cơ bản

4.2.2. Định lý Fubini

## **4.4. Công thức đổi biến**

4.4.1 Các phép đổi biến thông dụng

4.4.2. Phép đổi biến qua tọa độ cực

4.4.3. Phép đổi biến qua tọa độ cầu

4.4.4. Phép đổi biến qua tọa độ trụ

## **4.5. Một số ứng dụng của tích phân bội**

## **4.6. Một số mô hình và bài tập tổng hợp**

# **CHƯƠNG 5: TÍCH PHÂN ĐƯỜNG, TÍCH PHÂN MẶT**

## **5.1. Tích phân đường**

5.1.1. Đường cong trong: đường cong tham số hóa, đường cong tròn, tròn từng khúc, hướng của đường cong

5.1.2. Tích phân đường loại một

### 5.1.3. Tích phân đường loại hai

## 5.2. Tích phân mặt

5.2.1. Mặt cong trong: mặt tham số hóa, mặt tròn định hướng, mặt tròn từng mảnh định hướng, hướng của mặt

5.2.2. Tích phân mặt loại một

5.2.3. Tích phân mặt loại hai

## 5.3. Một số mô hình và bài tập tổng hợp

## 6. Học liệu

### 6.1. Tài liệu bắt buộc

[1] Phạm Hoàng Quân, Lê Minh Triết, Phan Trung Hiếu, Hoàng Đức Thắng (2013), Giáo trình Giải tích hàm nhiều biến, Tài liệu lưu hành nội bộ ĐHSG.

[2] Đinh Huy Hoàng, Kiều Phương Chi, Nguyễn Văn Đức, Nguyễn Huy Chiếu, *Giáo trình giải tích II* (2019), Nhà xuất bản Trường Đại học Vinh.

[3] James Stewart, Daniel K. Clegg, Saleem Watson (2020), *Multivariable Calculus, 9<sup>th</sup> Edition*, Publisher Cengage Learning.

### 6.2. Tài liệu tham khảo

[4] Nguyễn Văn Khuê, Lê Mậu Hải (2006), *Giải tích toán học (Tập 2)*, NXB Giáo dục Việt Nam.

[5] Thomas Nield (2022), *Essential Math for Data Science*, O'Reilly Media.

## 7. Hướng dẫn tổ chức dạy học

Tuần/ Buổi học	Nội dung	Hình thức tổ chức dạy học	Yêu cầu đối với sinh viên	CĐR môn học
----------------------	----------	------------------------------------	------------------------------	----------------

1	<p><b>1.1. Không gian <math>R^n</math>.</b></p> <p>1.1.1. Cấu trúc tuyến tính</p> <p>1.1.2. Sự hội tụ của dãy trong <math>R^n</math>.</p> <p><b>1.4. Hàm vector một biến.</b></p> <p>1.4.1. Định nghĩa. Sự liên tục của hàm vector một biến.</p> <p>1.4.2. Đạo hàm và đạo hàm cấp cao của hàm vector một biến.</p> <p>1.4.3. Độ dài đường cong.</p>	<p>2 tiết Lý thuyết + 1 tiết Bài tập</p>	<p>-Làm bài tập tương ứng trong [1].</p> <p>- Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo.</p> <p>- Tìm hiểu mô hình toán của một số quá trình trong tự nhiên, xã hội,... có dạng hàm nhiều biến.</p>	G1
---	---	--	--	----

2,3	<p><b>1.5. Hàm nhiều biến và tính liên tục</b></p> <p>1.5.1. Khái niệm hàm nhiều biến.</p> <p>1.5.2. Giới hạn của hàm nhiều biến.</p> <p>1.5.3. Hàm liên tục, liên tục đều và các tính chất.</p> <p><b>1.6. Hàm vector nhiều biến và tính liên tục.</b></p> <p>1.6.1. Khái niệm hàm vector nhiều biến.</p> <p>1.6.2. Giới hạn của hàm vector nhiều biến.</p> <p>1.6.3. Hàm liên tục, liên tục đều và các tính chất</p> <p><b>1.7. Một số mô hình và bài tập tổng hợp</b></p>	4 tiết Lý thuyết + 2 tiết Bài tập	<p>-Làm bài tập tương ứng trong [1].</p> <p>- Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo.</p> <p>- Tìm hiểu mô hình toán của một số quá trình trong tự nhiên, xã hội,.. có dạng hàm nhiều biến.</p>	G1
	<p><b>CHƯƠNG 2: SỰ KHẢ VI VÀ VI PHÂN</b></p> <p><b>2.1. Sự khả vi và vi phân của hàm nhiều biến</b></p> <p>2.1.1. Đạo hàm riêng: Đạo hàm riêng cấp một và cấp cao, vector gradient, định lý Schwartz</p>	2 tiết Lý thuyết + 1 tiết Bài tập	<p>-Làm bài tập tương ứng trong [1].</p> <p>- Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo</p>	G1; G2

4,5,6	<p>2.1.2. Mặt phẳng tiếp xúc và xấp xỉ tuyến tính. Vector pháp tuyến của đường (mặt) mức.</p> <p>2.1.3. Sự khả vi và vi phân</p> <p>2.1.4. Đạo hàm hợp</p> <p>2.1.5. Định lý hàm ẩn</p> <p>2.1.6. Khai triển Taylor của hàm nhiều biến</p> <p><b>2.2. Hàm vector nhiều biến</b></p> <p>2.2.1. Ma trận Jacobi</p> <p>2.2.2. Sự khả vi của hàm vec tơ nhiều biến</p> <p>2.2.3. Đạo hàm hợp</p> <p>2.2.4. Định lý ánh xạ ngược</p> <p>2.2.5. Định lý hàm ẩn</p> <p>2.2.6. Ma trận Hessian</p> <p><b>2.3. Một số mô hình và bài tập tổng hợp</b></p>	7 tiết Lý thuyết + 2 tiết Bài tập	<p>-Làm bài tập tương ứng trong [1].</p> <p>- Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo</p>	G3,G4
7,8,9	<p><b>CHƯƠNG 3: ỨNG DỤNG CỦA PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN</b></p> <p><b>3.1. Cực trị tự do</b></p> <p><b>3.2. Cực trị có điều kiện</b></p> <p><b>3.3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên miền bị chặn</b></p> <p><b>3.4. Một số mô hình và bài tập tổng hợp</b></p>	7 tiết Lý thuyết + 2 tiết Bài tập	<p>-Làm bài tập tương ứng trong [1].</p> <p>- Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo</p>	G3,G4



10,11,12	<p><b>CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN BỘI</b></p> <p><b>4.1. Tích phân bội 2</b></p> <p>4.1.1. Định nghĩa và tính chất cơ bản</p> <p>4.1.3. Định lý Fubini</p> <p><b>4.2. Tích phân bội 3</b></p> <p>4.2.1. Định nghĩa và tính chất cơ bản</p> <p>4.2.2. Định lý Fubini</p> <p><b>4.4. Công thức đổi biến</b></p> <p>4.4.1 Các phép đổi biến thông dụng</p> <p>4.4.2. Phép đổi biến qua tọa độ cực</p> <p>4.4.3. Phép đổi biến qua tọa độ cầu</p> <p>4.4.4. Phép đổi biến qua tọa độ trụ</p> <p><b>4.5. Một số ứng dụng của tích phân bội</b></p> <p><b>4.6. Một số mô hình và bài tập tổng hợp</b></p>	7 tiết Lý thuyết + 2 tiết Bài tập	<p>-Làm bài tập tương ứng trong [1].</p> <p>- Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo</p>	G5
----------	---	-----------------------------------	--	----

13,14,15	<b>CHƯƠNG 5: TÍCH PHÂN ĐƯỜNG, TÍCH PHÂN MẶT</b> <b>5.1. Tích phân đường</b> 5.1.1. Đường cong trong: đường cong tham số hóa, đường cong trơn, trơn từng khúc, hướng của đường cong 5.1.2. Tích phân đường loại một 5.1.3. Tích phân đường loại hai <b>5.2. Tích phân mặt</b> 5.2.1. Mặt cong trong: mặt tham số hóa, mặt trơn định hướng, mặt trơn từng mảnh định hướng, hướng của mặt 5.2.2. Tích phân mặt loại một 5.2.3. Tích phân mặt loại hai <b>5.3. Một số mô hình và bài tập tổng hợp</b>	7 tiết Lý thuyết + 2 tiết Bài tập	-Làm bài tập tương ứng trong [1]. - Đọc tham khảo các ví dụ trong [2], [3] và các tài liệu tham khảo	G6

## 8. Quy định đối với môn học và yêu cầu của giảng viên

## 9. Phương pháp đánh giá học phần

### 9.1. Thang điểm và cách tính điểm đánh giá

Điểm đánh giá bộ phận và Điểm học phần được tính theo thang điểm 10 (từ 0 đến 10), làm tròn đến một chữ số thập phân

### 9.2. Đánh giá bộ phận

Bộ phận được đánh giá	Điểm đánh giá bộ phận	Trọng số	Hình thức đánh giá
1. Đánh giá quá trình	Điểm quá trình	0.5	
1.1. Ý thức học tập	Điểm chuyên cần, thái độ học tập, ...	0.1	- Đánh giá ý thức và thái độ học tập

1.2. Hồ sơ học tập	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Điểm bài tập ở nhà và trên lớp, bài tập lớn, ...</li> <li>- Điểm thuyết trình, thực hành, thảo luận,...</li> <li>- Điểm kiểm tra giữa kỳ</li> </ul>	0.4	- Đánh giá qua hồ sơ học tập
2. Đánh giá cuối kỳ	<i>Điểm thi kết thúc học phần</i>	0.5	<i>Tự luận</i>

### 9.3. Điểm học phần

*Điểm học phần* là điểm trung bình chung theo trọng số tương ứng của *Điểm quá trình* (Điểm đánh giá quá trình) và *Điểm thi kết thúc học phần* (Điểm đánh giá cuối kỳ).

### 10. Phụ trách học phần

- Khoa/bộ môn phụ trách: Khoa Toán - Ứng dụng, Bộ môn Giải tích

- Địa chỉ/email: 273 An Dương Vương, Phường 3, Quận 5, Tp. Hồ Chí Minh

*TP. Hồ Chí Minh, ngày..... tháng.....năm .....*

**TRƯỞNG KHOA**

**TRƯỞNG BỘ MÔN**

**GIẢNG VIÊN BIÊN SOẠN**

**PGS.TS. Lê Minh Triết**

**PGS.TS. Lê Minh Triết**

**PGS. TS. Kiều Phương Chi**