UNIVERSIDAD DE GRANADA E.T.S. DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA y DE TELECOMUNICACIÓN

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Algorítmica

Guión de Prácticas

Práctica 3: Algoritmos Voraces (Greedy)

Curso 2021-2022

Grado en Informática y Matemáticas

1. Objetivo

El objetivo de la práctica consiste en que el alumno sea capaz de analizar un problema y resolverlo mediante la técnica Greedy (algoritmos voraces), siendo capaz de justificar su eficacia en términos de optimalidad. Posteriormente, se expone un conjunto de problemas que deberán ser resueltos por el estudiante. Con estas práticas se persigue:

- Apreciar la utilidad de los algoritmos greedy para resolver problemas de forma muy eficiente, en algunos casos obteniendo soluciones óptimas y en otros, soluciones cercanas a las óptimas.
- Constatar la utilidad del enfoque greedy en problemas que se planteen sobre grafos.
- Comprobar la utilidad de las heurísticas en Algorítmica
- Trabajar comprometidamente en equipo
- Aprender a expresar en público las ventajas, inconvenientes y alternativas empleadas, para lograr la solución alcanzada

2. Ejercicios propuestos

2.1. Contenedores (problema de la mochila)

Se tiene un buque mercante cuya capacidad de carga es de K toneladas y un conjunto de contenedores c_1, \ldots, c_n cuyos pesos respectivos son p_1, \ldots, p_n (expresados tambi \tilde{A} \mathbb{C} n en toneladas). Teniendo en cuenta que la capacidad del buque es menor que la suma total de los pesos de los contenedores:

 Diseñe un algoritmo que maximice el número de contenedores cargados, y demuestre su optimalidad.

2 casos

Diseñe un algoritmo que intente maximizar el número de toneladas cargadas.
 ¿Es óptimo? Demuéstralo o pon un contraejemplo.

3. El problema del viajante de comercio

En su formulación más sencilla, el problema del viajante de comercio (TSP, por Traveling Salesman Problem) se define como sigue: dado un conjunto de ciudades y una matriz con las distancias entre todas ellas, un viajante debe recorrer todas las ciudades exactamente una vez, regresando al punto de partida, de forma tal que la distancia recorrida sea mínima. Mas formalmente, dado un grafo G, conexo y ponderado, se trata de hallar el ciclo hamiltoniano de múnimo peso de ese grafo.

Una solución para TSP es una permutación del conjunto de ciudades que indica el orden en que se deben recorrer. Para el cálculo de la longitud del ciclo no debemos olvidar sumar la distancia que existe entre la última ciudad y la primera (hay que cerrar el ciclo).

Por su interés teórico y práctico, existe una variedad muy amplia de algoritmos para abordar la solución del TSP y sus variantes (siendo un problema NP-Completo, el diseño y aplicación

de algoritmos exactos para su resolución no es factible en problemas de cierto tamaño). Nos centraremos en una serie de algoritmos aproximados de tipo greedy y evaluaremos su rendimiento en un conjunto de instancias del TSP. Para el diseño de estos algoritmos, utilizaremos dos enfoques diferentes: a) estrategias basadas en alguna noción de cercanía, y b) estrategias de inserciín.

En el primer caso emplearemos la heurística del vecino más cercano, cuyo funcionamiento es extremadamente simple: dada una ciudad inicial v_0 , se agrega como ciudad siguiente aquella v_i (no incluida en el circuito) que se encuentre más cercana a v_0 . El procedimiento se repite hasta que todas las ciudades se hayan visitado.

En las estrategias de inserción, la idea es comenzar con un recorrido parcial, que incluya algunas de las ciudades, y luego extender este recorrido insertando las ciudades restantes mediante algún criterio de tipo greedy. Para poder implementar este tipo de estrategia, deben definirse tres elementos:

- 1. Cómo se construye el recorrido parcial inicial.
- 2. Cuál es el nodo siguiente a insertar en el recorrido parcial.
- 3. Dónde se inserta el nodo seleccionado.

El recorrido inicial se puede construir a partir de las tres ciudades que formen un triángulo lo más grande posible: por ejemplo, eligiendo la ciudad que está más al Este, la que está más al Oeste, y la que está más al norte.

Cuando se haya seleccionado una ciudad, ésta se ubicará en el punto del circuito que provoque el menor incremento de su longitud total. Es decir, hemos que comprobar, para cada posible posición, la longitud del circuito resultante y quedarnos con la mejor alternativa.

Por último, para decidir cuál es la ciudad que añadiremos a nuestro circuito, podemos aplicar el siguiente criterio, denominado *inserción mas económica*: de entre todas las ciudades no visitadas, elegimos aquélla que provoque el menor incremento en la longitud total del circuito. En otras palabras, cada ciudad debemos insertarla en cada una de las soluciones posibles y quedarnos con la ciudad (y posición) que nos permita obtener un circuito de menor longitud. Seleccionaremos aquella ciudad que nos proporcione el mínimo de los mínimos calculados para cada una de las ciudades.

3.1. Tareas a realizar

 Implementar un programa que proporcione soluciones para el problema del viajante de comercio empleando las dos heurísticas descritas anteriormente, así como otra adicional propuesta por el propio equipo. El programa debe proporcionar el recorrido obtenido y la longitud de dicho recorrido. La solución que implementamos nosotros ha de ser (más o menos) del mismo orden de

tipo Greedy

 Realizar un estudio comparativo de las tres estrategias empleando un conjunto de datos de prueba.

3.2. Datos de prueba

Los casos de prueba para comprobar el funcionamiento de los algoritmos están disponibles en la plataforma de docencia de la asignatura, y se han obtenido y adaptados de la librería TSPLIB¹. El formato de los ficheros es el siguiente:

Para cada fichero de prueba, generar:Matriz de ad

La primera fila indica la cantidad de ciudades en el fichero. A continuación, aparece una fila por cada ciudad conteniendo tres valores: el número de ciudad, la coordenada X y la coordenada Y.

En cada ejecucinó del algoritmo, deberá calcular la matriz de distancias entre todas las ciudades teniendo en cuenta lo siguiente: sean (x_i, y_i) , (x_j, y_j) las coordenadas en el plano de las ciudades c_i , c_j . En primer lugar se calcula la distancia eucl \tilde{A} dea d entre ambos puntos como

$$d = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Después la distancia d debe redondearse al entero más próximo.

Parte entera (no redondeo)Had

3.3. Visualización

Si se desean visualizar los diferentes problemas, se puede utilizar gnuplot. Simplemente, si fichero.tsp es el fichero que contiene las coordenadas de las ciudades (en el formato anterior), basta con utilizar el comando siguiente (para indicarle a gnuplot que utilice los datos de la columna 2 del fichero como abscisas y los datos de la columna 3 como ordenadas en la representación gráfica):

gnuplot> plot "fichero.tsp" using 2:3 with points

Si las diferentes ciudades (filas del fichero) se reordenan de acuerdo al orden de un circuito concreto (por ejemplo el generado por nuestro algoritmo, o el óptimo) entonces es posible hacer también con gnuplot una representación gráfica del circuito. Simplemente, si el fichero de coordenadas reordenado es ficheroreord.tsp, basta con ejecutar el comando siguiente (al usar la opción with lines se unen mediante una linea recta los puntos consecutivos, que al estar en el orden del tour, generan una representación visual del recorrido, a falta de cerrar el ciclo): Tenemos que cerrar el ciclo nosotros.

gnuplot> plot "ficheroreord.tsp" using 2:3 with lines

¹http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/tsp/