

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE

Etude Statique



COURS ASSURE PAR
Dr Hassan ELMINOR
Professeur de Mécanique

Première année Cycle d'ingénieur
Filière Génie de l'Energie et Systèmes innovants

Cours II - Isolement et équilibre d'un solide ou un système de solides

Isolement d'un solide

Actions mutuelles

Équilibre d'un solide

L'objectif de la statique est de calculer l'ensemble des actions mécaniques appliquées à un solide en équilibre.

Cette phrase implique 2 choses :

- Il faut commencer par faire l'inventaire de toutes les actions mécaniques exercées par l'environnement sur le solide, en isolant le solide étudié.
- En supposant que le solide est en équilibre, on peut appliquer le principe fondamental de la statique.

Isolement d'un solide

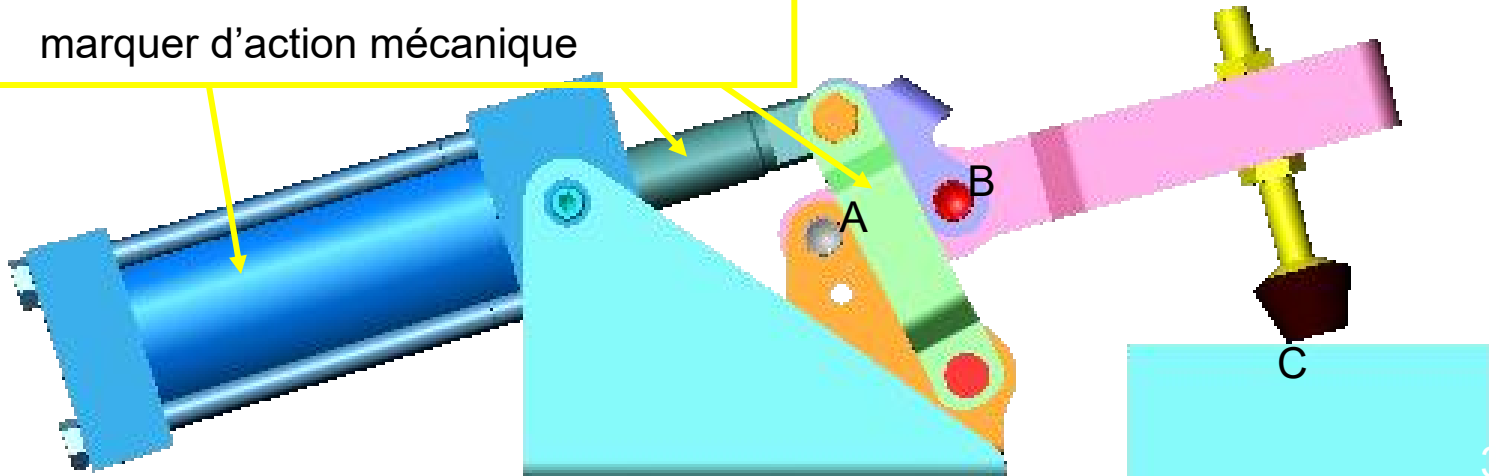
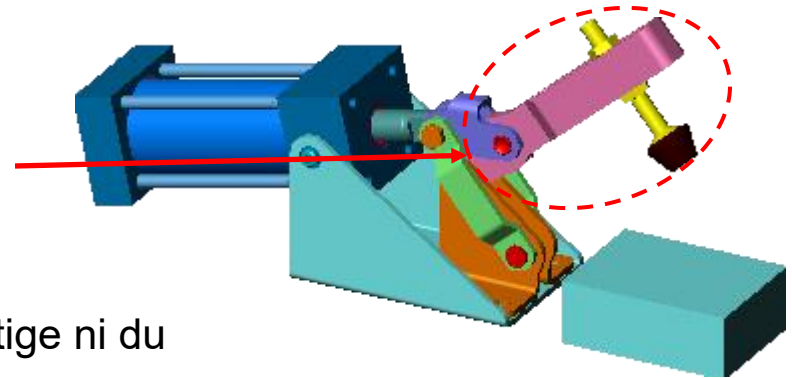
Isoler un solide consiste à enlever tous les **éléments extérieurs** à ce solide, et à les **remplacer** par l'action **mécanique** qu'ils exercent sur ce solide.

Exemple : mécanisme de bridage ;
isolons le **levier d'appui**

Ce levier reçoit :

- aucune action directe du vérin ni de sa tige ni du levier intermédiaire.

→ On « enlève » donc ces 3 pièces sans
marquer d'action mécanique



Isolement d'un solide

Isoler un solide consiste à enlever tous les éléments extérieurs à ce solide, et à les remplacer par l'action mécanique qu'ils exercent sur ce solide.

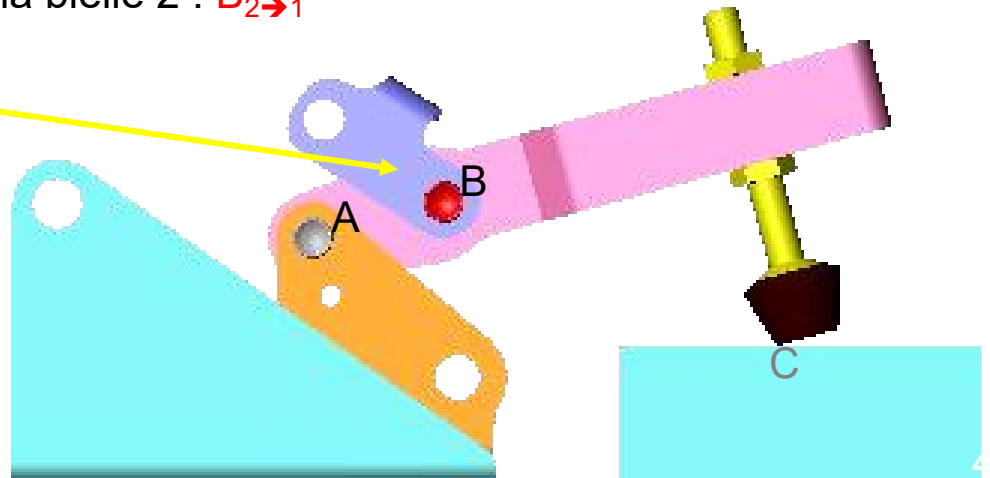
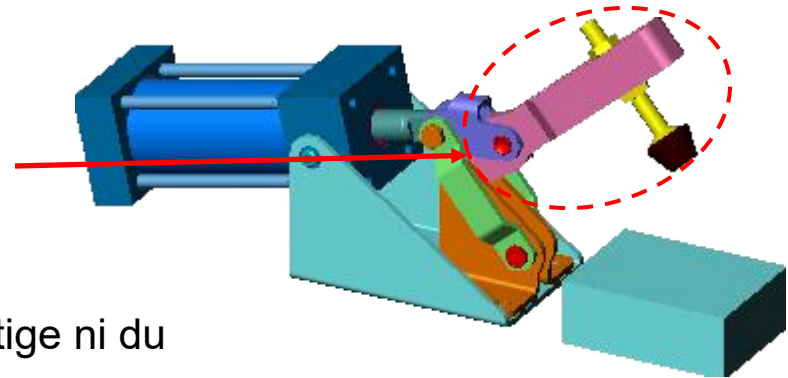
Exemple : mécanisme de bridage ;

isolons le levier d'appui

Ce levier reçoit :

- aucune action directe du vérin ni de sa tige ni du levier intermédiaire.
- une action en B exercée par la bielle 2 : $B_{2 \rightarrow 1}$

→ Cette fois, on enlève le solide 2 et on le remplace par l'action mécanique qu'il exerce sur le solide isolé (solide 1)



Isolement d'un solide

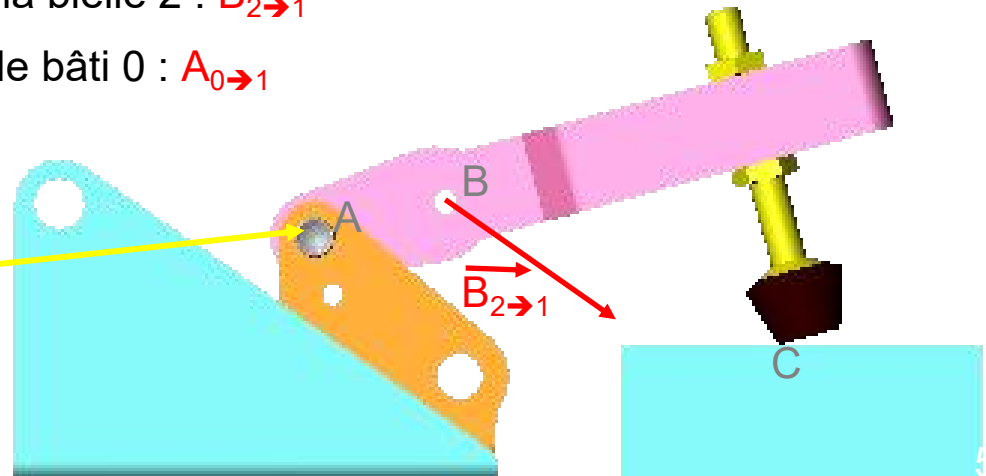
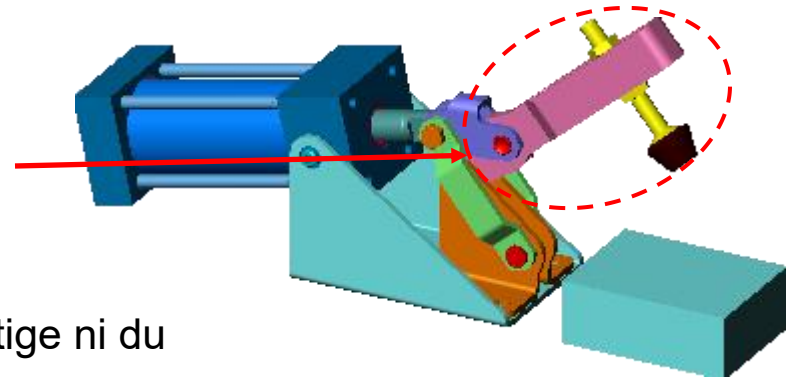
Isoler un solide consiste à enlever tous les **éléments extérieurs** à ce solide, et à les **remplacer** par l'action **mécanique** qu'ils exercent sur ce solide.

Exemple : mécanisme de bridage ;
isolons le **levier d'appui**

Ce levier reçoit :

- aucune action directe du vérin ni de sa tige ni du levier intermédiaire.
- une action en B exercée par la bielle 2 : $\vec{B}_{2 \rightarrow 1}$
- une action en A exercée par le bâti 0 : $\vec{A}_{0 \rightarrow 1}$

→ Comme précédemment, on enlève le solide 0 et on le remplace par l'action mécanique qu'il exerce sur le solide isolé (solide 1)



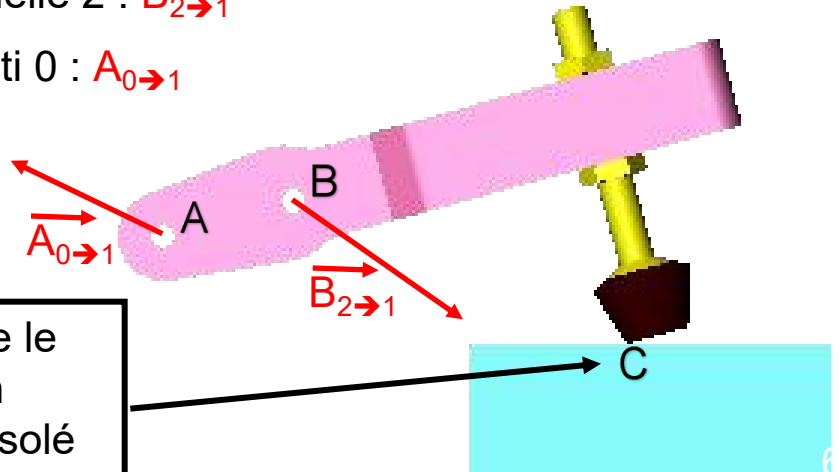
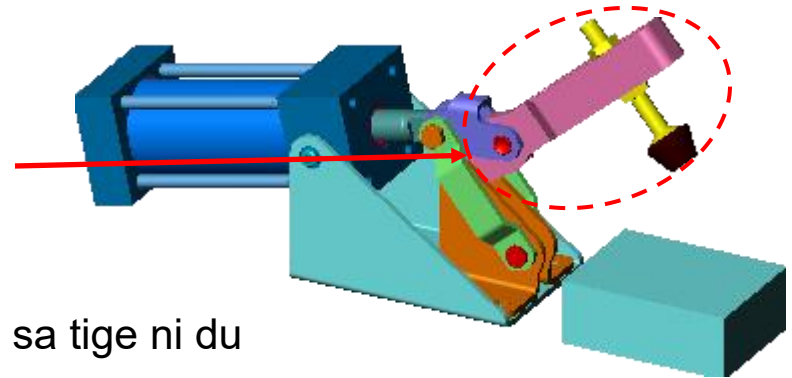
Isolement d'un solide

Isoler un solide consiste à enlever tous les éléments extérieurs à ce solide, et à les remplacer par l'action mécanique qu'ils exercent sur ce solide.

Exemple : mécanisme de bridage ;
isolons le levier d'appui

Ce levier reçoit :

- aucune action directe du vérin ni de sa tige ni du levier intermédiaire.
- une action en B exercée par la bielle 2 : $B_{2 \rightarrow 1}$
- une action en A exercée par le bâti 0 : $A_{0 \rightarrow 1}$
- une action en C exercée par la pièce 3 : $C_{3 \rightarrow 1}$



→ Comme précédemment, on enlève le solide 3 et on le remplace par l'action mécanique qu'il exerce sur le solide isolé (solide 1)

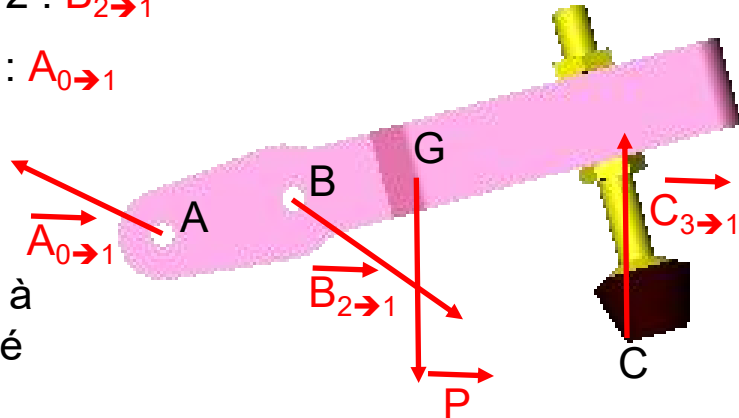
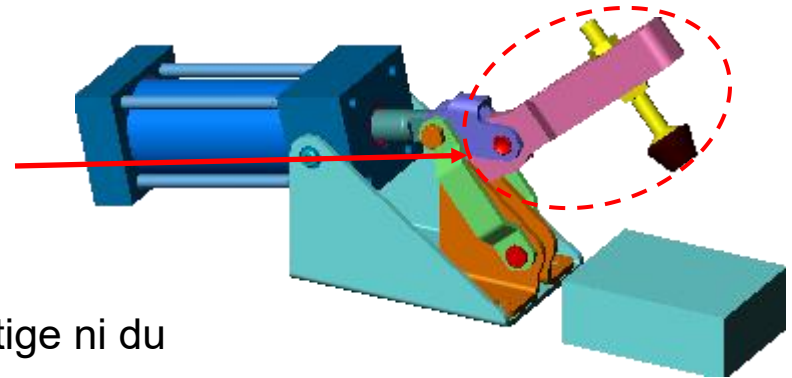
Isolement d'un solide

Isoler un solide consiste à enlever tous les **éléments extérieurs** à ce solide, et à les **remplacer** par l'action **mécanique** qu'ils exercent sur ce solide.

Exemple : mécanisme de bridage ;
isolons le **levier d'appui**

Ce levier reçoit :

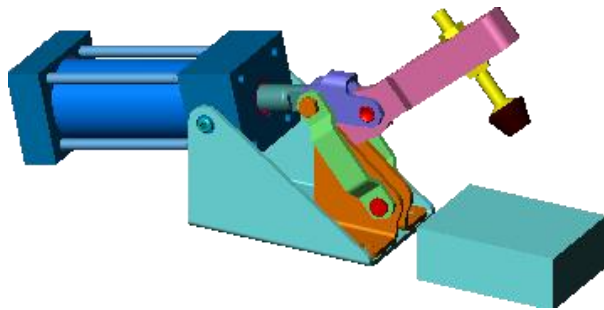
- aucune action directe du vérin ni de sa tige ni du levier intermédiaire.
- une action en B exercée par la bielle 2 : $B_{2 \rightarrow 1}$
- une action en A exercée par le bâti 0 : $A_{0 \rightarrow 1}$
- une action en C exercée par la pièce 3 : $C_{3 \rightarrow 1}$
- ...et il ne faut pas oublier les actions à distance, telles que le poids P appliqué au centre de gravité.



Isolement d'un solide

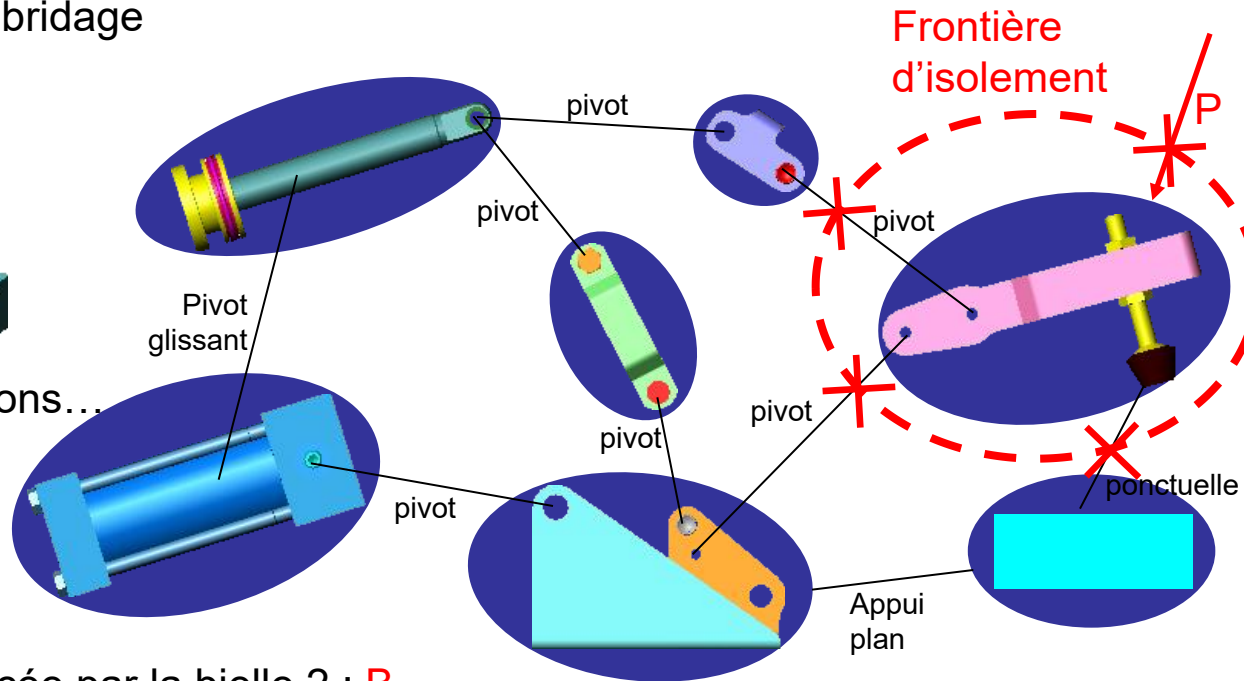
Pour n'oublier aucune action mécanique, il est possible de s'appuyer sur le **graphe des liaisons** du mécanisme.
Chaque liaison fait apparaître des forces et/ou des moments.

Exemple : mécanisme de bridage



Il suffit d'observer les liaisons...

...et d'imaginer une frontière qui "isole" l'ensemble voulu.



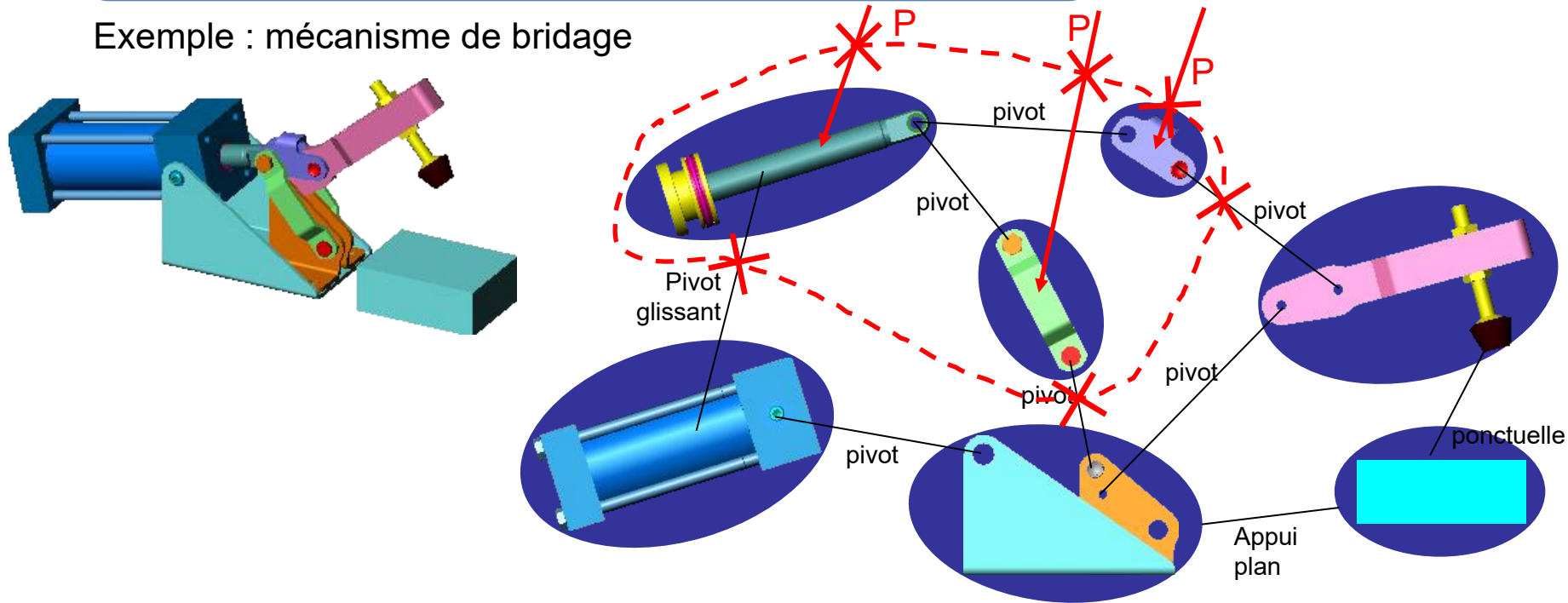
- une action en B exercée par la bielle 2 : $B_{2 \rightarrow 1}$
- une action en A exercée par le bâti 0 : $A_{0 \rightarrow 1}$
- une action en C exercée par la pièce 3 : $C_{3 \rightarrow 1}$
- Ne pas oublier les actions à distance : le poids P

Chaque trait de liaison peut être considéré comme un « trait d'action ».

Isolement d'un solide

Pour n'oublier aucune action mécanique, il est possible de s'appuyer sur le **graphe des liaisons** du mécanisme. Chaque liaison fait apparaître des forces et/ou des moments.

Exemple : mécanisme de bridage



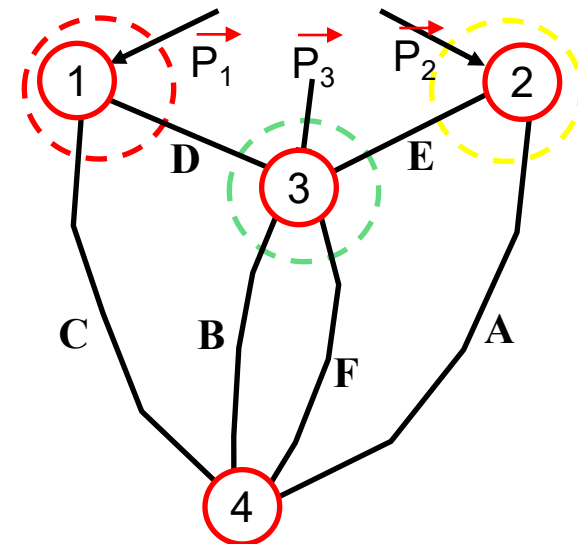
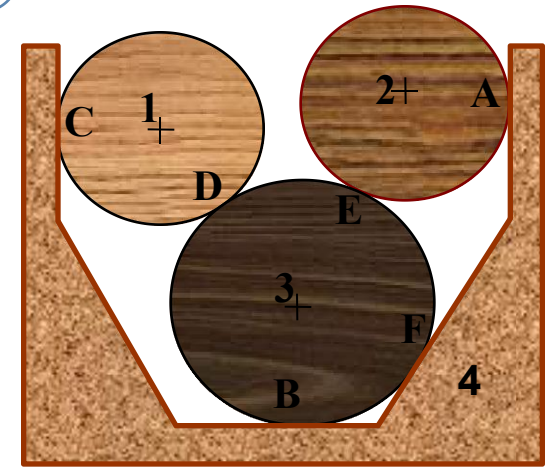
Il est aussi possible d'**isoler plusieurs solides** à la fois. Dans ce cas, la frontière d'isolement englobe plusieurs solides, et seules, les **liaisons qui coupent la frontière** sont considérées. Les liaisons « intérieures » ne décrivent que des actions mécaniques **intérieures** et sont alors ignorées.

Isolement d'un solide

Pour n'oublier aucune action mécanique, il est possible de s'appuyer sur le **graphe des liaisons** du mécanisme.
Chaque liaison fait apparaître des forces et/ou des moments.

Exemple 2 : transporteur de troncs d'arbres

Système isolé	ACTIONS EXTERIEURES					ACTIONS INTERIEURES
1	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{P_1}$			néant
2	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{P_2}$			néant
3	$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_3}$	néant
(1+2)						
(1+3)						
(2+3)						
(1+2+3)						

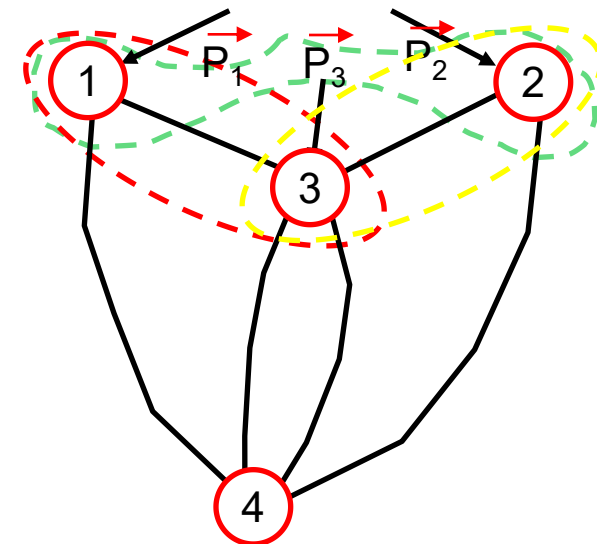
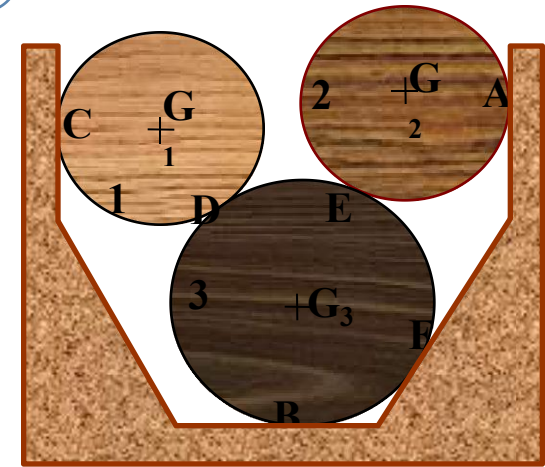


Isolement d'un solide

Pour n'oublier aucune action mécanique, il est possible de s'appuyer sur le **graphe des liaisons** du mécanisme.
Chaque liaison fait apparaître des forces et/ou des moments.

Exemple 2 : transporteur de troncs d'arbres

Système isolé	ACTIONS EXTERIEURES					ACTIONS INTERIEURES	
1	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{P_1}$			néant	
2	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{P_2}$			néant	
3	$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_3}$	néant	
(1+2)	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{P_1}$	$\overrightarrow{P_2}$	néant
(1+3)	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_1}$	$\overrightarrow{P_3}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$ $\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$
(2+3)	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_2}$	$\overrightarrow{P_3}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$ $\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$
(1+2+3)							

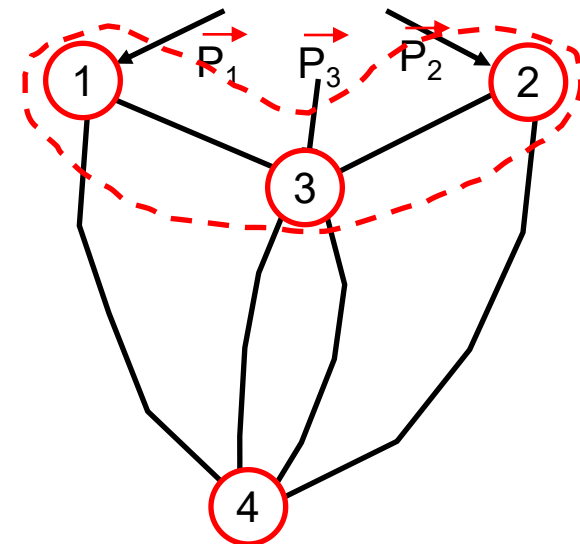
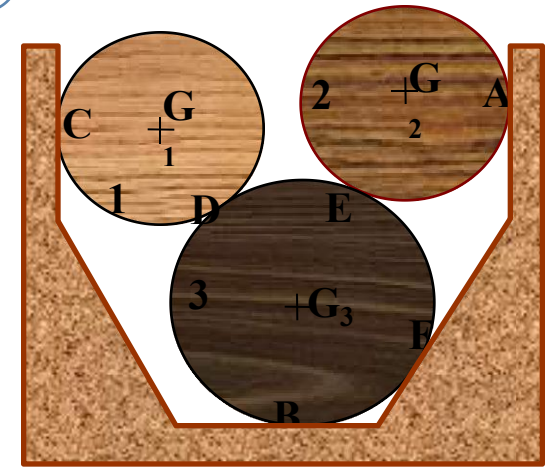


Isolement d'un solide

Pour n'oublier aucune action mécanique, il est possible de s'appuyer sur le **graphe des liaisons** du mécanisme.
Chaque liaison fait apparaître des forces et/ou des moments.

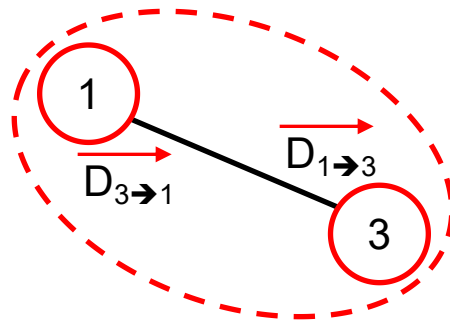
Exemple 2 : transporteur de troncs d'arbres

Système isolé	ACTIONS EXTERIEURES						ACTIONS INTERIEURES	
1	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{P_1}$				néant	
2	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{P_2}$				néant	
3	$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_3}$		néant	
(1+2)	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{P_1}$	$\overrightarrow{P_2}$	néant	
(1+3)	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_1}$	$\overrightarrow{P_3}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$
(2+3)	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_2}$	$\overrightarrow{P_3}$	$\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$
(1+2+3)	$\overrightarrow{A_{4 \rightarrow 2}}$	$\overrightarrow{B_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{C_{4 \rightarrow 1}}$	$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 3}}$	$\overrightarrow{P_1}$	$\overrightarrow{P_2}$	$\overrightarrow{P_3}$	$\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$ $\overrightarrow{E_{2 \rightarrow 3}}$ $\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}}$ $\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 2}}$



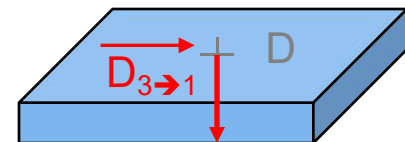
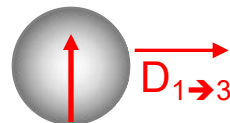
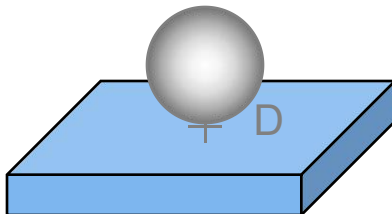
Actions mutuelles

Dans l'exemple précédent, on se rend compte que les actions mécaniques dans une liaison peuvent s'exprimer de 2 façons suivant que l'on isole l'un ou l'autre des 2 solides.



Ces deux actions mécaniques représentent la même chose. La différence réside dans le sens des vecteurs. Ils sont opposés :

$$\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 3}} = -\overrightarrow{D_{3 \rightarrow 1}}$$

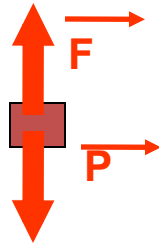


Équilibre d'un solide

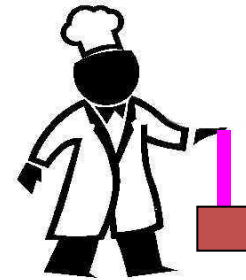
Lorsqu'un solide a une vitesse constante (quelle que soit cette vitesse) on dit qu'il est en **équilibre** sous l'effet des actions mécaniques **extérieures**.

Reprenons l'exemple de l'objet soutenu avec un fil :

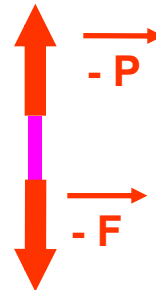
Que subit l'objet ?



avec $F = -P$



Que subit le fil ?



Le fil, comme l'objet, est
en équilibre
sous l'action de
deux forces
qui sont
"égales et opposées"

Équilibre d'un solide

1^{ere} condition d'EQUILIBRE d'un solide :

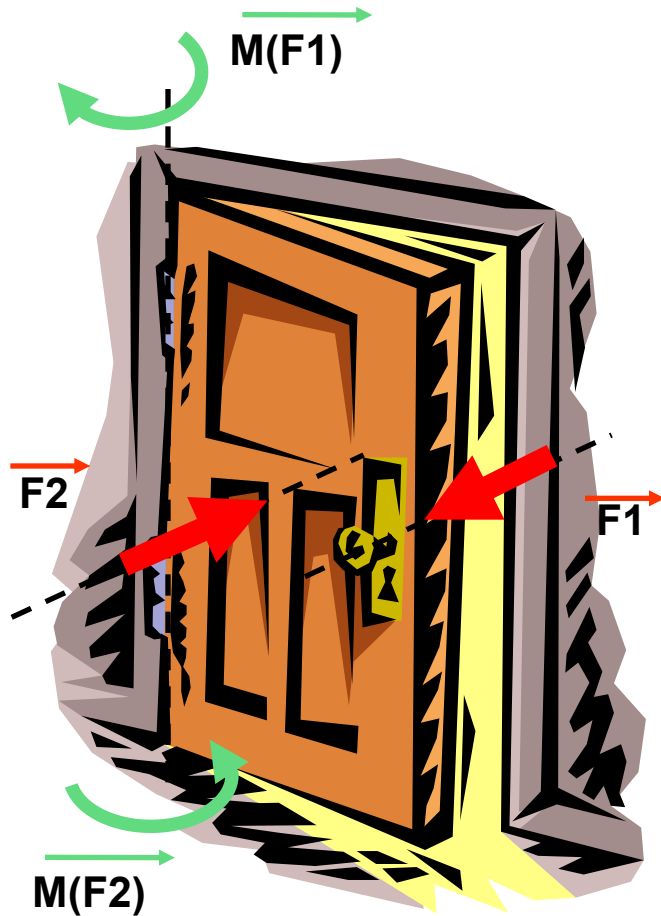
« Théorème des FORCES »

La somme des **FORCES EXTERIEURES** appliquées à un solide en équilibre est **NULLE**

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

Équilibre d'un solide

De même, reprenons l'exemple de la porte...



$$\vec{F1} = - \vec{F2}$$

Les forces s'équilibrent...

Mais qu'en est-il des moments ?

$$\begin{cases} M(F1) = d1 \times F1 \\ M(F2) = d2 \times F2 \end{cases}$$

$F1$ et $F2$ sont opposés donc les moments s'opposent aussi mais ne s'équilibrent pas car $d2 < d1$

Donc la vitesse de rotation de la porte varie car la somme des moments n'est pas nulle

Équilibre d'un solide

2^{eme} condition d'EQUILIBRE d'un solide

« Théorème des MOMENTS »

La somme des **MOMENTS DES FORCES EXTERIEURES** appliqués à un solide en équilibre est NULLE

$$\sum \vec{M}_A = \vec{M}_A(\vec{F}_1) + \vec{M}_A(\vec{F}_2) + \dots + \vec{M}_A(\vec{F}_n) = \vec{0}$$

Équilibre d'un solide

On s'aperçoit donc que pour être en équilibre, il faut que la somme des forces extérieures ET la somme des moments extérieurs appliqués sur un solide soient nulles.

Ceci nous amène à formuler le...



PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (PFS) :

Dans un repère GALILEEN, pour tout système isolé (S) en **équilibre** par rapport à ce repère, la **somme** de toutes les **actions mécaniques extérieures** exercées sur (S), **est nulle**.



$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0} \\ \sum \vec{M}_A &= \vec{M}_A(\vec{F}_1) + \vec{M}_A(\vec{F}_2) + \dots + \vec{M}_A(\vec{F}_n) = \vec{0}\end{aligned}$$

Questions

- a) Explique comment procéder à l'Isolement d'un solide ou un ensemble de solide d'un système matériel?
- b) Enoncé le théorème de la résultante?
- c) Enonce le théorème des moments?
- d) Enoncé le Principe fondamental de la statique?