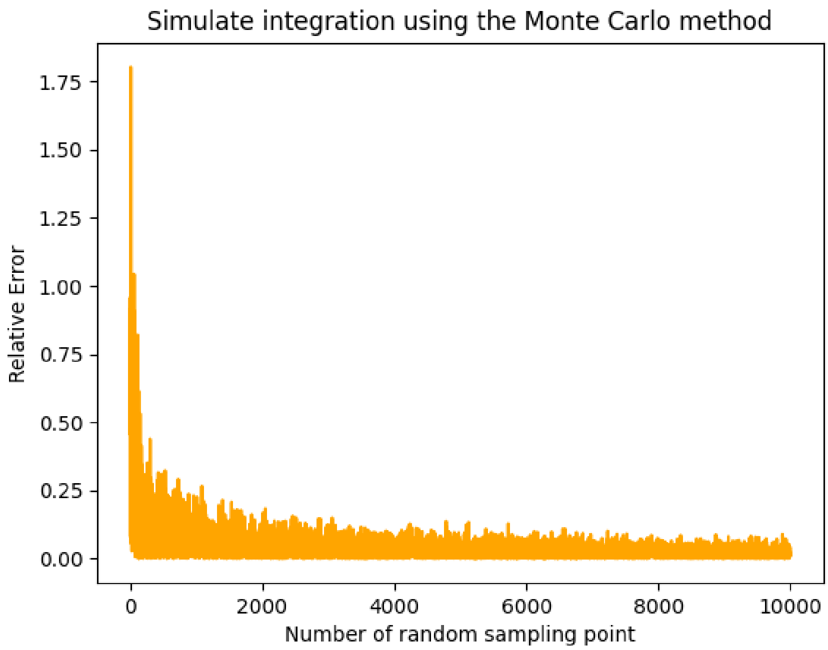
1121_SIMULATION AND STATISTICAL COMPUTING

#HW2

1. Estimating an integral using the Monte Carlo method.

$$\int_{-2}^{2} e^{x+x^2}\, dx$$

透過在區間(-2, 2)內以隨機常態分佈方式抽樣，並對不同次數的抽樣結果進行平均，再乘上區間寬度 4，以估計積分結果。我將比較此估計值與 Python 中 SciPy 套件中積分函數所計算出的結果，以觀察估計值的收斂效果。



圖(一) 在不同模擬次數下估計值與 SciPy 套件中積分函數結果的相對誤差

由模擬結果可輕易觀察到，隨機點的抽樣次數增加，相對誤差逐漸降低。因此，為了估計這個函數的積分值，進行了一萬次模擬，得到的估計值約為 94.16613。相較之下，使用套件計算的積分結果為 93.1627。

```
Estimate result = 94.16613129116216
SciPy result = 93.16275329244199
```

2. Estimate E[N] by generating x values of N

For uniform (0, 1) random variables $U_1, U_2, \ldots$ define

$$N = \text{Minimum}\left\{n: \sum_{i=1}^{n} U_i > 1\right\}$$

(a)

```
Please input the simlulate times : 100
2.84
```

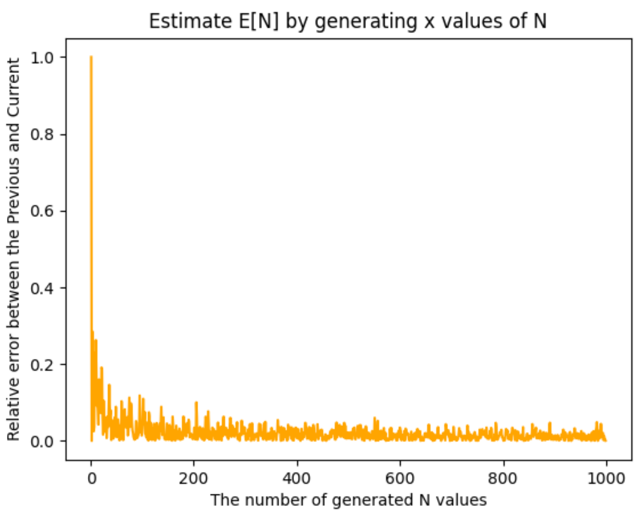
(b)

```
Please input the simlulate times : 1000
2.714
```

(c)

```
Please input the simlulate times : 10000
2.7185
```

(d)



圖(二) 每次估計值與前一次 N 所估計的期望值之間的相對誤差

根據模擬的結果，可以看出在產生了超過 500 個 N 值之後，我們估計的期望值的相對誤差已經趨於穩定。因此，我認為採用 1000 次模擬的結果已經足夠準確，我們可以估計 E[N]約為 2.714。