

1121_SIMULATION AND STATISTICAL COMPUTING

#HW3

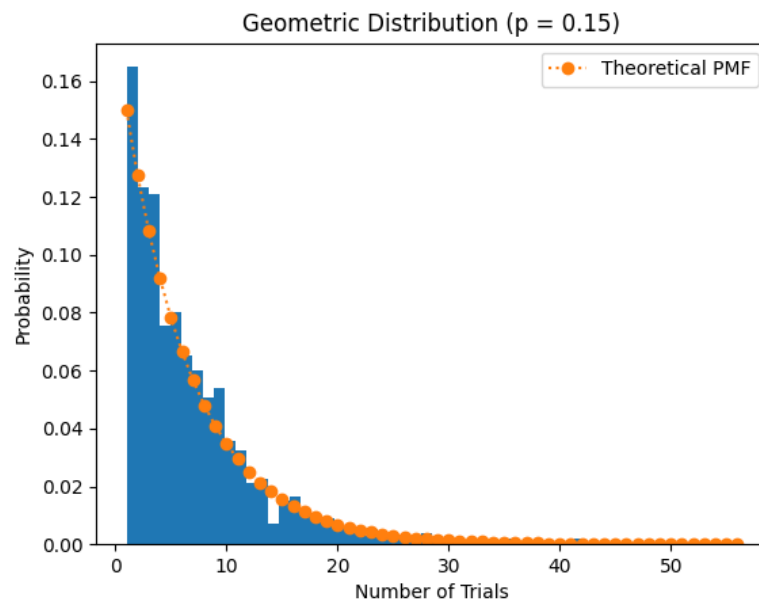
1. Generate Geometric Random Variables Using Simulation

透過模擬產生幾何隨機變數，將 p 設為 0.15，並產生 1000 個變數。

花費時間

```
Generate Time : 0.0029921531677246094 seconds.
```

Random Variable Histogram

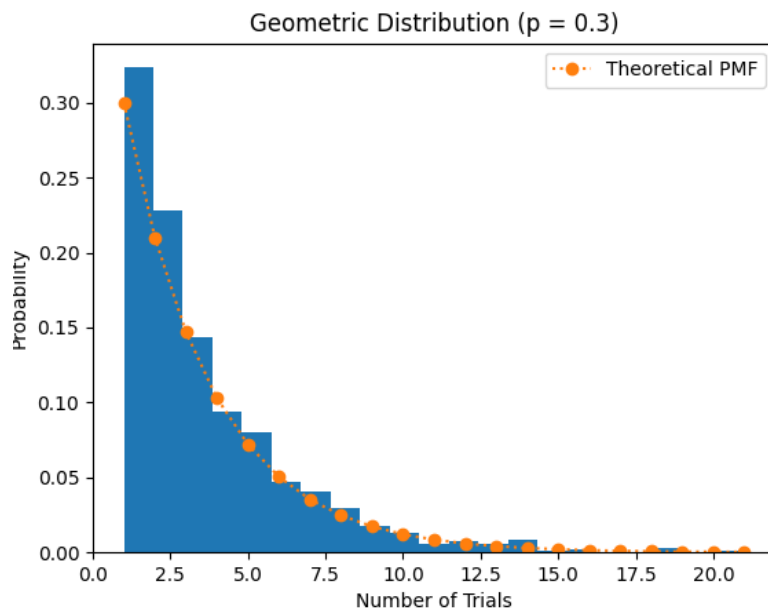


p 設為 0.30，並產生 1000 個變數。

花費時間

```
Generate Time : 0.001994609832763672 seconds.
```

Random Variable Histogram

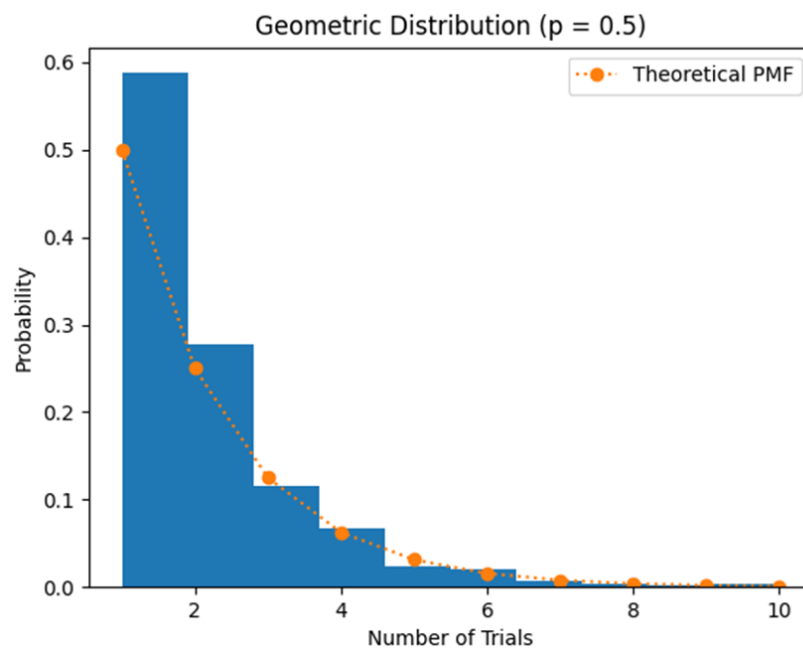


p 設為 0.50，並產生 1000 個變數。

花費時間

```
Generate Time : 0.0009968280792236328 seconds.
```

Random Variable Histogram

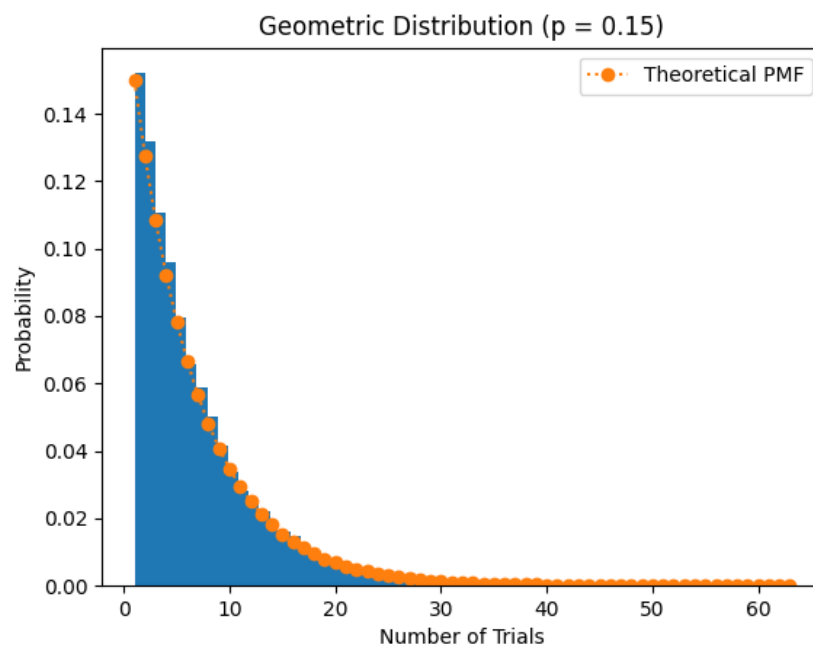


p 設為 0.15，並產生 10000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.022968292236328125 seconds.

Random Variable Histogram



由以上試驗可得知當 p 值越大代表白努力試驗成功機率越高，因此產生的隨機變數越小，這樣會使得分佈圖偏向左側。反之，若 p 值越小，產生的隨機變數較大，因此分佈圖容易偏向於右側。另外透過同樣機率下，產生不同隨機變數的方式可以觀察到，產生越多的隨機變數，其分佈結果越可以接近理論的分佈結果，這也符合前次作業所提之大數定理。

透過以上的實驗結果，可以得出以下結論：當成功機率 p 值越大時，表示每次伯努利試驗成功的機會越高，因此生成的隨機變數通常會越小，生成的隨機變數分佈圖偏向左側。相反的，當 p 值較小時，表示每次伯努利試驗成功的機會較低，因此生成的隨機變數通常會較大，分佈圖傾向右側。

值得注意的是，透過大量生成隨機變數的方式，可以觀察到，隨著生成的隨機變數數量的增加，實際分佈結果會越來越接近理論分佈。這符合前次作業所提及的大數定律的概念。

2. Generating Geometric Random Variables using Inverse Transform

透過 Inverse Transform 方法產生幾何隨機變數，首要步驟是找到適用的 Inverse Transform 函數。

$$\text{另 } F(x) = 1 - (1 - p)^x$$

$$F(x) = U$$

U 表示首次成功在測試 x 次(含)以下的機率。

$$1 - (1 - p)^x = U$$

Handwritten derivation on a black background with white text:

$$\begin{aligned} 1 - (1-p)^x &= U \\ \Rightarrow -(1-p)^x &= U-1 \\ \Rightarrow (1-p)^x &= 1-U \\ x \log(1-p) &= \log(1-U) \\ x &= \log(1-U) / \log(1-p) \\ &= \lfloor \log(1-U) / \log(1-p) \rfloor + 1 \end{aligned}$$

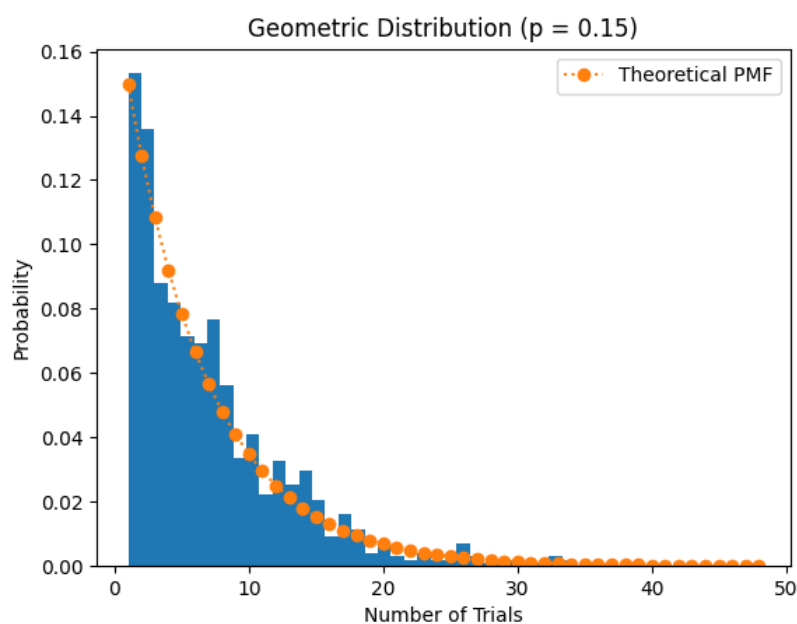
$$X = \lfloor \log(1 - U) / \log(1 - p) \rfloor + 1$$

p 設為 0.15，並產生 1000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.001993894577026367 seconds.

Random Variable Histogram

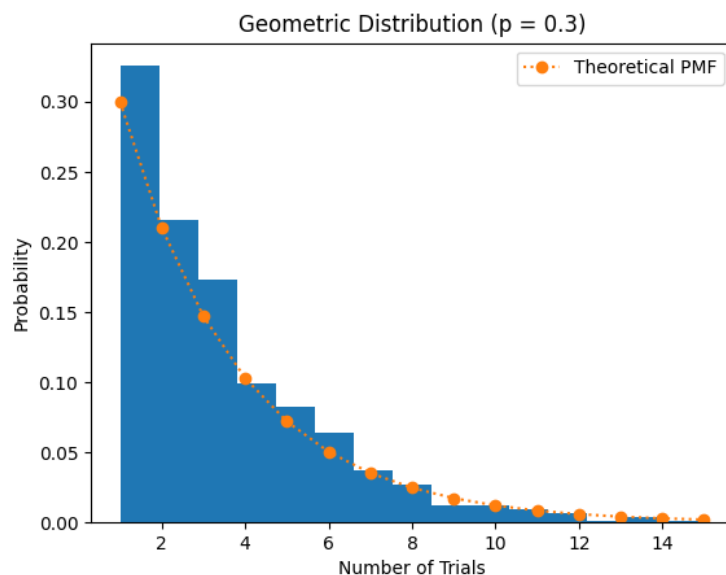


p 設為 0.30，並產生 1000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.001995086669921875 seconds.

Random Variable Histogram

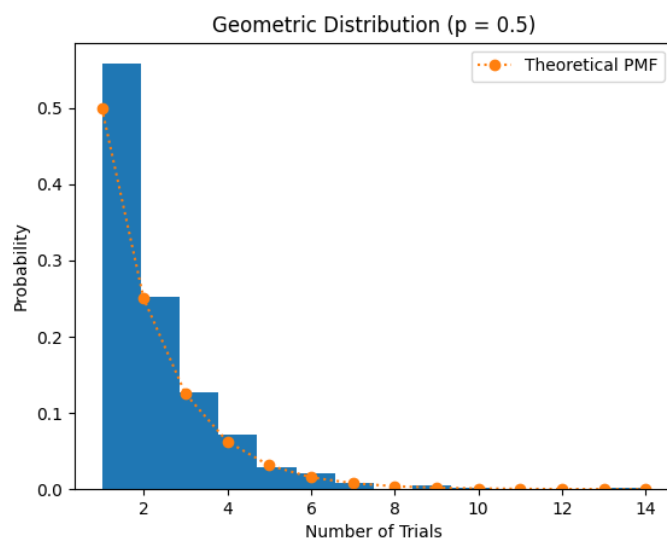


p 設為 0.50，並產生 1000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.001992940902709961 seconds.

Random Variable Histogram



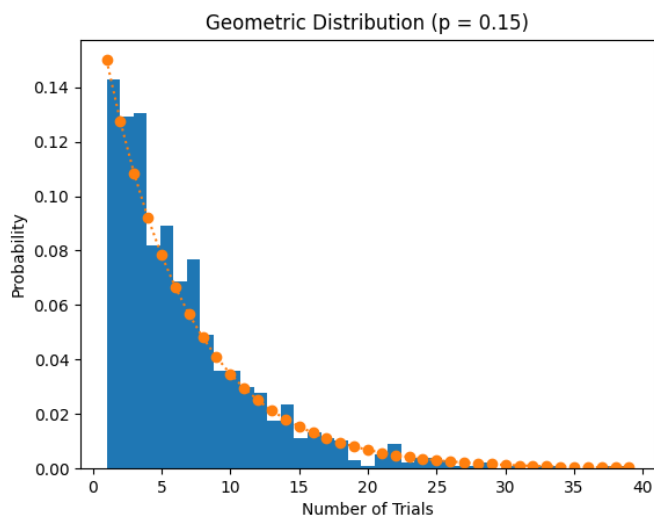
3. Generating Geometric Random Variables by using $X = \text{Int}(\log(U)/\log(q)) + 1$.

p 設為 0.15，並產生 1000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.0009996891021728516 seconds.

Random Variable Histogram

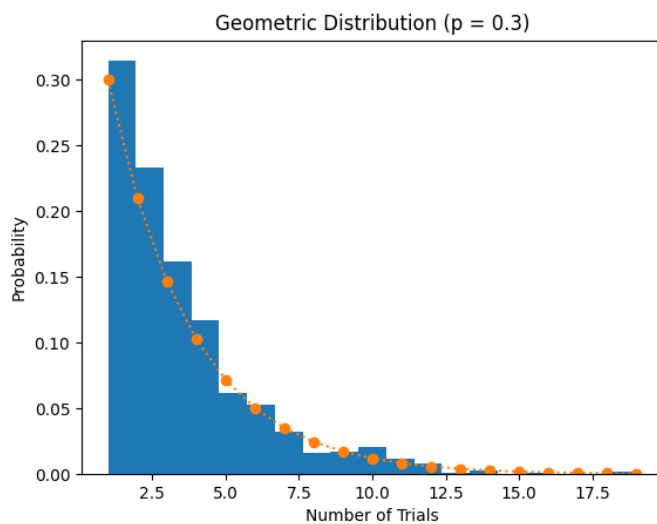


p 設為 0.30，並產生 1000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.0019953250885009766 seconds.

Random Variable Histogram

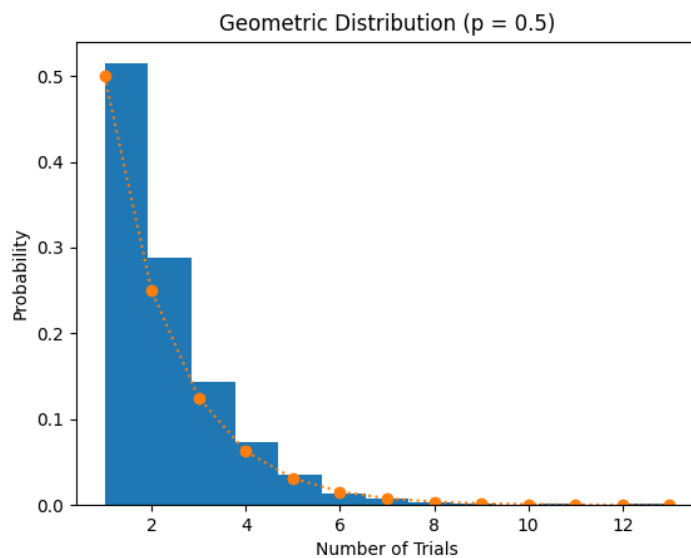


p 設為 0.50，並產生 1000 個變數。

花費時間

Generate Time : 0.0009989738464355469 seconds.

Random Variable Histogram



透過觀察得出以下結論：使用模擬方法產生幾何隨機變數需要最多時間。特別是當成功機率 p 較小時，所需時間明顯增加，因為需要進行更多次模擬才能得到隨機變數值。相比之下，另外兩種方法（Inverse Transform 和 $X = \text{Int}(\log(U)/\log(q)) + 1$ ）的生成時間不受 p 值的明顯影響，並且相較隨機模擬方法來得短。