TI MCU, DSP 및 Xilinx FPGA 프로그래밍 전문가 과정

Innova Lee(이상훈)
gcccompil3r@gmail.com

Power Electronics 5

RLC Transfer Function

RLC 전달 함수와 출력 임피던스가 어떻게 유도되는지 살펴보도록 한다.

전달 행렬로 구해지는 해는 회로의 동작에 대한 통찰력을 제공하지는 못하지만
전달 함수 행렬이 모든 파라미터를 포함한다는 것이 중요하다.

$$T(s) = \begin{bmatrix} \frac{Y_1(s)}{U_1(s)} & \frac{Y_1(s)}{U_2(s)} \\ \frac{Y_2(s)}{U_1(s)} & \frac{Y_2(s)}{U_2(s)} \end{bmatrix}$$

여기서 Y1 과 Y2 는 각각 입력 전류와 출력 전압이고 U1 과 U2 는 입력 전압과 출력 전류다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{상태 방정식}$$
$$y = Mx + Nu \quad \text{출력 방정식}$$

이제 n 개의 상태 변수와 r 개의 입력이 있다고 가정하면 아래와 같이 쓸 수 있을 것이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n + \cdots + b_{11}u_1 + \cdots + b_{1r}u_r \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n + \cdots + b_{21}u_1 + \cdots + b_{2r}u_r \\ &\cdots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n + \cdots + b_{n1}u_1 + \cdots + b_{nr}u_r \end{aligned}$$

해당 식을 행렬식으로 변환해보자!

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_r \end{bmatrix}$$

결국 이것에 대한 전달 함수를 구하면 아래와 같다.

$$T(s) = \left[M(sI - A)^{-1}B + N\right]$$

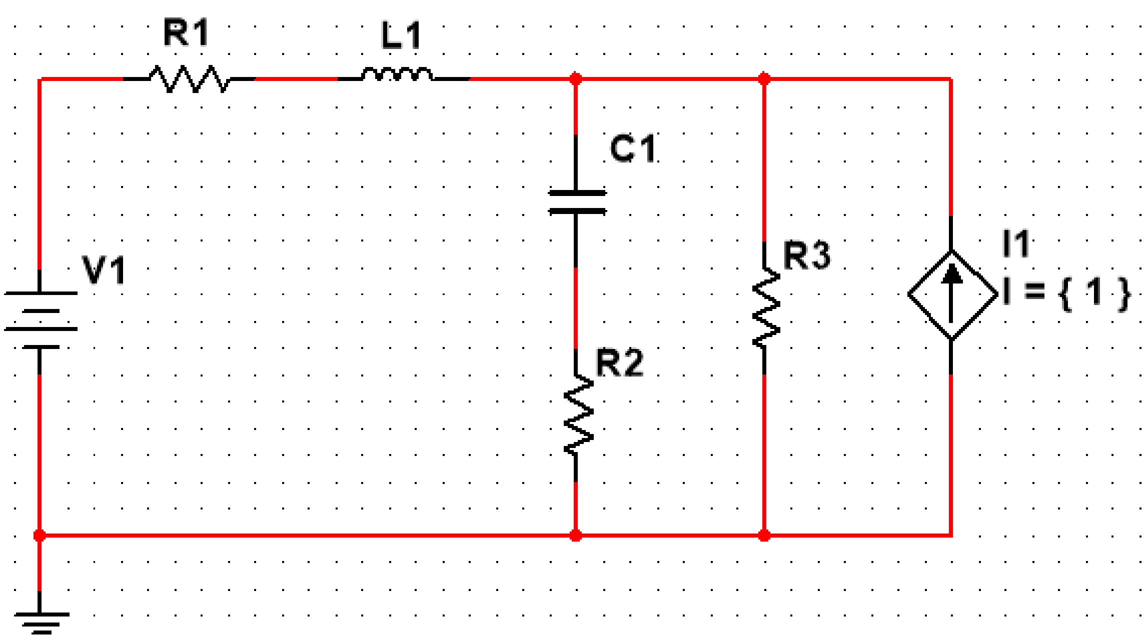
여기서 I 는 단위 행렬이므로 Laplace 연산자인 s 를 곱하면 아래와 같다.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad sI = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}$$

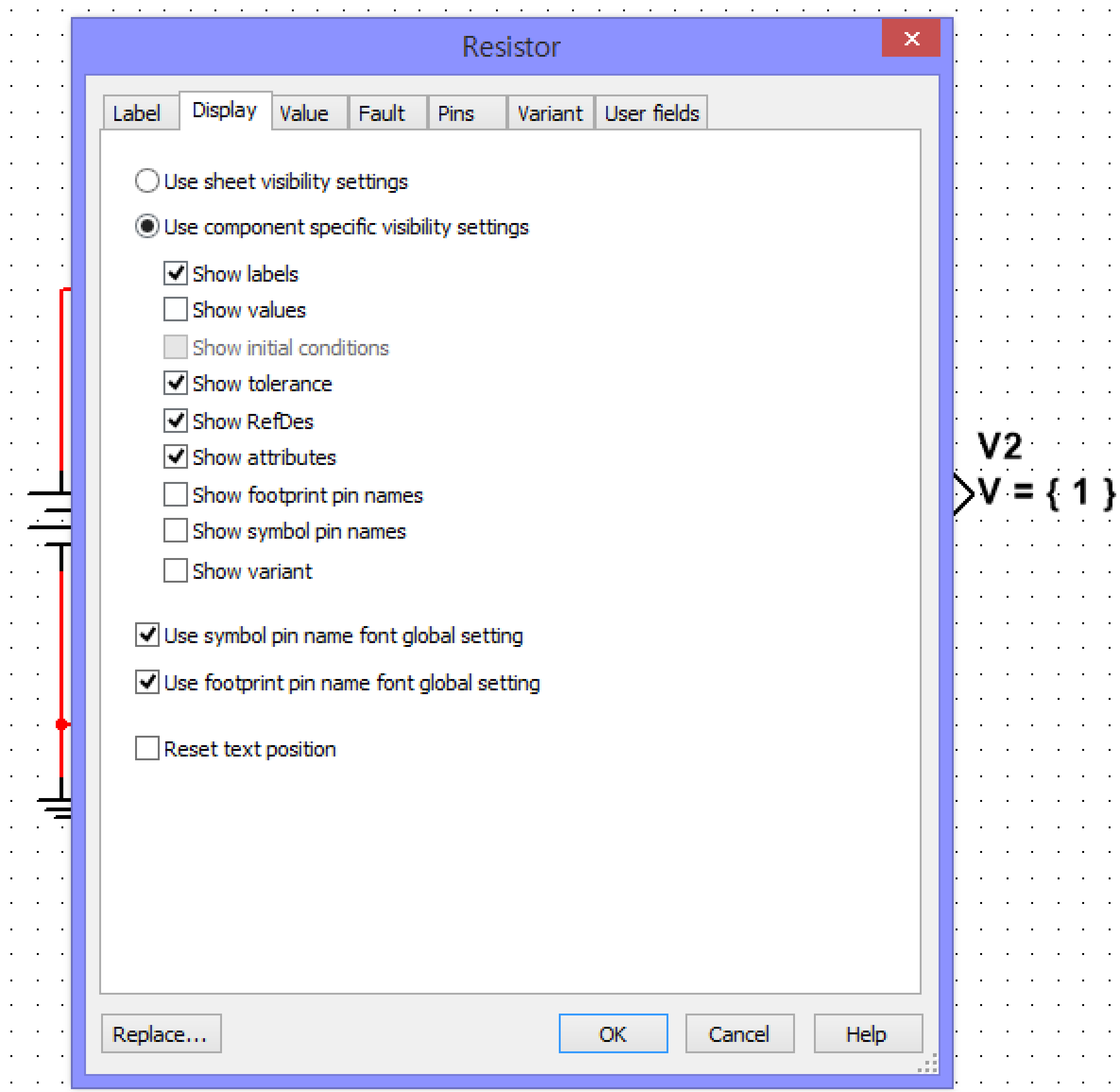
$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

A =상태방정식 상태 계수 행렬
u =전원벡터 계수 행렬
B =상태방정식 전원 계수 행렬
M =출력방정식 상태 계수 행렬
N =출력방정식 전원 계수 행렬

아래와 같은 상태 및 출력 변수를 가지는 RLC 회로를 해석해보자!



과거에는 흰색 박스로 만들어서 강제로 가렸었는데
Show values 체크 해제하면 값을 사라지게 만들 수 있다.

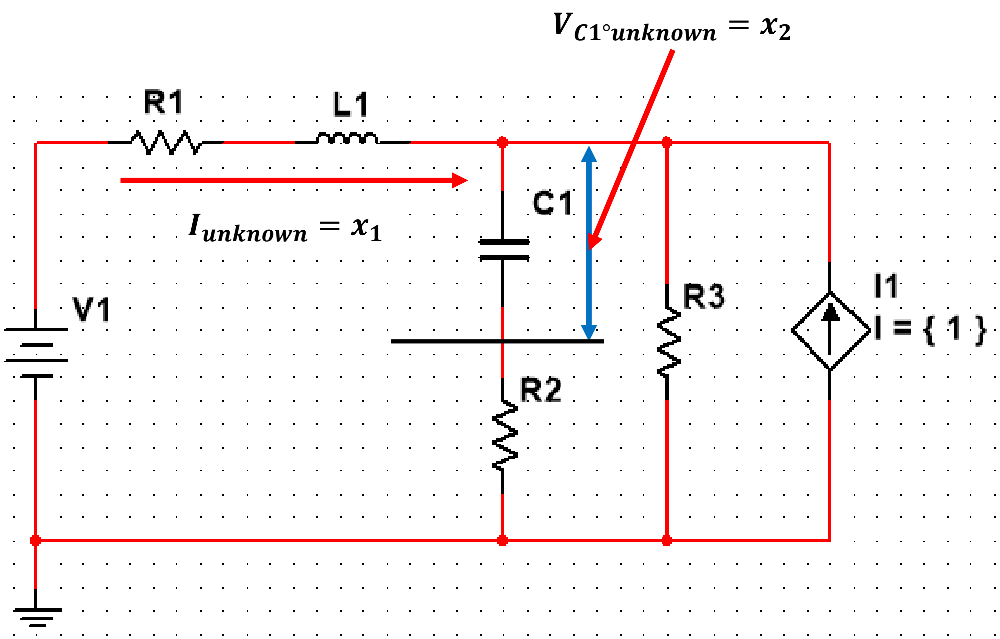


Analysis Point

책에 들어있는 내용은 아니지만 책을 좀 더 수월하게 해석하기 위한 방법이다.

우선 인덕터의 전압식과 콘덴서의 전류식을 베이스로 해석하면 된다.

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = L\dot{x}_1, \qquad I_C = C\frac{dV}{dt} = C\dot{x}_2$$



회로에 대한 식이 아래와 같이 정리되었다.

$$u_1 = R_1 x_1 + L\dot{x}_1 + x_2 + R_2 C\dot{x}_2$$

이것을 정리하면 아래와 같이 된다.

$$\dot{x}_1 = -\frac{R_1}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 - \frac{R_2 C}{L}\dot{x}_2$$

다음으로 전류로서 종속 전류원 u2 와 x1 에 대해 해석해보도록 한다.

$$x_1 + u_2 = C\dot{x}_2 + \frac{x_2 + R_2 C\dot{x}_2}{R_3}, \qquad i_{R_3} = \frac{x_2 + R_2 C\dot{x}_2}{R_3}$$
$$(x_1 + u_2)R_3 = CR_3\dot{x}_2 + x_2 + R_2 C\dot{x}_2$$
$$x_1 R_3 + u_2 R_3 - x_2 = C\dot{x}_2(R_3 + R_2)$$
$$\dot{x}_2 = \frac{R_3}{(R_3 + R_2)C}x_1 - \frac{1}{(R_3 + R_2)C}x_2 + \frac{R_3}{(R_3 + R_2)C}u_2$$

이 값을 대입해서 정리하도록 한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{R_1}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 - \frac{R_2 C}{L}\left[\frac{R_3}{(R_3 + R_2)C}x_1 - \frac{1}{(R_3 + R_2)C}x_2 + \frac{R_3}{(R_3 + R_2)C}u_2\right] \\ &= -\frac{R_1}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 - \frac{R_2}{L}\left[\frac{R_3}{(R_3 + R_2)}x_1 - \frac{1}{(R_3 + R_2)}x_2 + \frac{R_3}{(R_3 + R_2)}u_2\right] \\ &= -\frac{1}{L}\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{(R_3 + R_2)}\right)x_1 + \frac{1}{L}\left(\frac{R_2}{(R_3 + R_2)} - 1\right)x_2 + \frac{1}{L}u_1 - \frac{R_2 R_3}{(R_3 + R_2)}\frac{1}{L}u_2\end{aligned}$$

상호간 미분식을 가지고 있으므로 결국 전형적인 RLC 회로에서의 2 계 미분 방정식 형태임을 알 수 있다.

앞서 행렬식으로 표기했던 규칙을 파악하면서 행렬 계수를 뽑아내야 한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_r \end{bmatrix}$$

이제 앞서 도출한 결론식을 보면서 행렬 계수를 뽑아내보자!

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L}\left(R_1 + \frac{R_2R_3}{(R_3+R_2)}\right)x_1 + \frac{1}{L}\left(\frac{R_2}{(R_3+R_2)} - 1\right)x_2 + \frac{1}{L}u_1 - \frac{R_2R_3}{(R_3+R_2)}\frac{1}{L}u_2$$

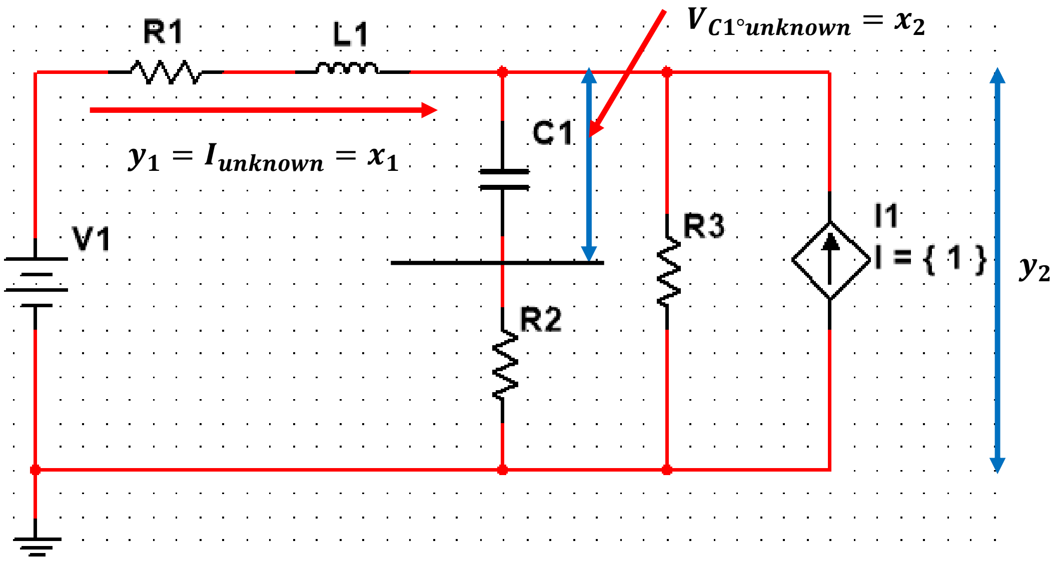
$$\dot{x}_2 = \frac{R_3}{(R_3+R_2)C}x_1 - \frac{1}{(R_3+R_2)C}x_2 + \frac{R_3}{(R_3+R_2)C}u_2$$

계수 행렬은 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L} & -\frac{R_3}{(R_2+R_3)L} \\ \frac{R_3}{(R_2+R_3)C} & -\frac{1}{(R_2+R_3)C} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L} \\ 0 & \frac{R_3}{(R_2+R_3)C} \end{bmatrix}$$

다음으로 출력 방정식을 고려해야 한다.

앞서 살펴봤던 회로를 다시 가져와서 출력 방정식에 대해 해석하도록 한다.



다음으로 출력 방정식을 고려해야 한다.

$$y_1 = x_1, \qquad y_2 = CR_2\dot{x}_2 + x_2$$

앞서 도출한 식을 다시 가져온다.

$$\dot{x}_2 = \frac{R_3}{(R_3+R_2)C}x_1 - \frac{1}{(R_3+R_2)C}x_2 + \frac{R_3}{(R_3+R_2)C}u_2 \Rightarrow C\dot{x}_2 = \frac{R_3}{(R_3+R_2)}x_1 - \frac{1}{(R_3+R_2)}x_2 + \frac{R_3}{(R_3+R_2)}u_2$$

위 식을 활용하여 출력 방정식을 아래와 같이 작성 할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_2 &= R_2\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}x_1 - \frac{1}{R_2+R_3}x_2 + \frac{R_3}{R_2+R_3}u_2\right) + x_2 \\ &= \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}x_1 + \left(1 - \frac{R_2}{R_2+R_3}\right)x_2 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}u_2 \end{aligned}$$

최종 도출된 출력 방정식을 다시 적어놓고 행렬 계수를 뽑아내보자!

$$y_1 = x_1, \qquad y_2 = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}x_1 + \left(1 - \frac{R_2}{R_2+R_3}\right)x_2 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}u_2$$

도출되는 행렬식의 형태는 아래와 같다는 것을 상기한다.

$$y = Mx + Nu$$

계수를 뽑아보면 아래와 같다.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} & \dfrac{R_3}{R_2+R_3} \end{bmatrix}, \qquad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} \end{bmatrix}$$

이제 실제 계수를 아래 식에 대입해서 정리하면 계산이 완료 된다.

$$T(s) = \left[M(sI - A)^{-1}B + N\right]$$

우선 계산에 필요한 모든 계수들을 가져오도록 한다.

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{(R_2+R_3)L} & -\dfrac{R_3}{(R_2+R_3)L} \\ \dfrac{R_3}{(R_2+R_3)C} & -\dfrac{1}{(R_2+R_3)C} \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L} \\ 0 & \dfrac{R_3}{(R_2+R_3)C} \end{bmatrix}, \qquad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} & \dfrac{R_3}{R_2+R_3} \end{bmatrix}, \qquad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} \end{bmatrix}$$

계산의 편의를 위해 아래와 같이 치환하도록 한다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \qquad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \qquad N = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix}$$

이제 다시 계산을 수행해보자!

$$T(s) = \left[M(sI - A)^{-1}B + N\right]$$

치환 행렬들은 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix}$$

계산을 수행한다.

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & s - a_{22} \end{bmatrix}, \quad (sI - A)^{-1} = \frac{1}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - (-a_{12})(-a_{21})} \begin{bmatrix} s - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & s - a_{11} \end{bmatrix}$$

식이 길어졌으므로 계산을 진행한다.

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - (-a_{12})(-a_{21})} \begin{bmatrix} s - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & s - a_{11} \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} s - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & s - a_{11} \end{bmatrix}$$

다음으로 M 행렬을 곱한다.

$$\begin{aligned} M(sI - A)^{-1} &= \frac{1}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & s - a_{11} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} (s - a_{22})m_{11} + a_{21}m_{12} & a_{12}m_{11} + (s - a_{11})m_{12} \\ (s - a_{22})m_{21} + a_{21}m_{22} & a_{12}m_{21} + (s - a_{11})m_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

다음으로 B 행렬을 곱하기 전에 앞에 계수를 k 로 치환한다.

$$k = \frac{1}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

치환을 완료했으니 B 를 다시 곱해서 $M(sI-A)^{-1}B$ 를 계산해보자!

$$k\begin{bmatrix}(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12} & a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\\(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22} & a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}=$$

$$k\begin{bmatrix}\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{11}+\{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{21} & \{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{12}+\{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{22}\\\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{11}+\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{21} & \{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{12}+\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{22}\end{bmatrix}$$

이제 각 항에 N 만 더해주면 된다.

$$T_{11}=k[\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{11}+\{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{21}+n_{11}]$$
$$T_{12}=k[\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{12}+\{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{22}+n_{12}]$$
$$T_{21}=k[\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{11}+\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{21}+n_{21}]$$
$$T_{22}=k[\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{12}+\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{22}+n_{22}]$$

이제 각 항에 치환한 값들을 대입해서 정리하면 된다.

$$(s-a_{22})m_{11}=\left(s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right),\qquad a_{21}m_{12}=0,\qquad a_{12}m_{11}=-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L},\qquad (s-a_{11})m_{12}=0$$

$$(s-a_{22})m_{21}=\left(s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right)\frac{R_2R_3}{R_2+R_3},\qquad a_{21}m_{22}=\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\frac{R_3}{R_2+R_3},$$

$$a_{12}m_{21}=-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\frac{R_2R_3}{R_2+R_3},\qquad (s-a_{11})m_{22}=\left(s+\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right)\frac{R_3}{R_2+R_3}$$

$$k=\frac{1}{s^2-(a_{11}+a_{22})s+a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

$$=\frac{1}{s^2-\left\{-\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}-\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}s+\left\{-\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{-\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}-\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}}$$

$$A=\begin{bmatrix}-\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L} & -\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\\\frac{R_3}{(R_2+R_3)C} & -\frac{1}{(R_2+R_3)C}\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}\frac{1}{L} & -\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\\0 & \frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\end{bmatrix},\qquad M=\begin{bmatrix}1 & 0\\\frac{R_2R_3}{R_2+R_3} & \frac{R_3}{R_2+R_3}\end{bmatrix},\qquad N=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\end{bmatrix}$$

분량이 많은 관계로 다음 페이지에 이어서 계산하도록 해보자!

이어서 계산해보도록 하자!

$$T_{11}=k[\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{11}+\{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{21}+n_{11}]$$
$$T_{12}=k[\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{12}+\{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{22}+n_{12}]$$
$$T_{21}=k[\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{11}+\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{21}+n_{21}]$$
$$T_{22}=k[\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{12}+\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{22}+n_{22}]$$

$$(s-a_{22})m_{11}=\left(s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right),\qquad a_{21}m_{12}=0,\qquad a_{12}m_{11}=-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L},\qquad (s-a_{11})m_{12}=0$$

$$(s-a_{22})m_{21}=\left(s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right)\frac{R_2R_3}{R_2+R_3},\qquad a_{21}m_{22}=\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\frac{R_3}{R_2+R_3}$$

$$a_{12}m_{21}=-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\frac{R_2R_3}{R_2+R_3},\qquad (s-a_{11})m_{22}=\left(s+\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right)\frac{R_3}{R_2+R_3}$$

$$\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{11}=\left\{s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\frac{1}{L},\qquad \{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{21}=0$$

$$\{(s-a_{22})m_{11}+a_{21}m_{12}\}b_{12}=\left\{s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left\{-\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\},\qquad \{a_{12}m_{11}+(s-a_{11})m_{12}\}b_{22}=\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}$$

$$\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{11}=\left[\left\{s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)+\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\frac{1}{L}$$

$$\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{21}=\left[\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)+\left\{s+\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]0=0$$

$$\{(s-a_{22})m_{21}+a_{21}m_{22}\}b_{12}=\left[\left\{s+\frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)+\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\left\{-\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}$$

$$\{a_{12}m_{21}+(s-a_{11})m_{22}\}b_{22}=\left[\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)+\left\{s+\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}$$

$$A=\begin{bmatrix}-\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L} & -\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\\ \frac{R_3}{(R_2+R_3)C} & -\frac{1}{(R_2+R_3)C}\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}\frac{1}{L} & -\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\\ 0 & \frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\end{bmatrix},\qquad M=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} & \frac{R_3}{R_2+R_3}\end{bmatrix},\qquad N=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\end{bmatrix}$$

$$T_{11} = k[\{(s-a_{22})m_{11} + a_{21}m_{12}\}b_{11} + \{a_{12}m_{11} + (s-a_{11})m_{12}\}b_{21} + n_{11}]$$
$$T_{12} = k[\{(s-a_{22})m_{11} + a_{21}m_{12}\}b_{12} + \{a_{12}m_{11} + (s-a_{11})m_{12}\}b_{22} + n_{12}]$$
$$T_{21} = k[\{(s-a_{22})m_{21} + a_{21}m_{22}\}b_{11} + \{a_{12}m_{21} + (s-a_{11})m_{22}\}b_{21} + n_{21}]$$
$$T_{22} = k[\{(s-a_{22})m_{21} + a_{21}m_{22}\}b_{12} + \{a_{12}m_{21} + (s-a_{11})m_{22}\}b_{22} + n_{22}]$$
$$\{(s-a_{22})m_{11} + a_{21}m_{12}\}b_{11} = \left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\frac{1}{L}, \qquad \{a_{12}m_{11} + (s-a_{11})m_{12}\}b_{21} = 0$$
$$\{(s-a_{22})m_{11} + a_{21}m_{12}\}b_{12} = \left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left\{-\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}, \qquad \{a_{12}m_{11} + (s-a_{11})m_{12}\}b_{22} = \left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}$$
$$\{(s-a_{22})m_{21} + a_{21}m_{22}\}b_{11} = \left[\left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\frac{1}{L}$$
$$\{a_{12}m_{21} + (s-a_{11})m_{22}\}b_{21} = \left[\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{s + \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]0 = 0$$
$$\{(s-a_{22})m_{21} + a_{21}m_{22}\}b_{12} = \left[\left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\left\{-\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}$$
$$\{a_{12}m_{21} + (s-a_{11})m_{22}\}b_{22} = \left[\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{s + \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}$$
$$T_{11} = k\left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\frac{1}{L}, \qquad T_{12} = k\left[\left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left\{-\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\} + \left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\right]$$
$$T_{21} = k\left(\left[\left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\frac{1}{L}\right)$$
$$T_{22} = k\left[\left\{s + \frac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\left\{-\frac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}$$
$$+k\left[\left\{-\frac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) + \left\{s + \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)\right]\left\{\frac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}$$
$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L} & -\dfrac{R_3}{(R_2+R_3)L} \\ \dfrac{R_3}{(R_2+R_3)C} & -\dfrac{1}{(R_2+R_3)C} \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_2R_3}{(R_2+R_3)L} \\ 0 & \dfrac{R_3}{(R_2+R_3)C} \end{bmatrix}, \qquad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} & \dfrac{R_3}{R_2+R_3} \end{bmatrix}, \qquad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} \end{bmatrix}$$
$$k = \frac{1}{s^2 - \left\{-\dfrac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L} - \dfrac{1}{(R_2+R_3)C}\right\}s + \left\{-\dfrac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{-\dfrac{1}{(R_2+R_3)C}\right\} - \left\{-\dfrac{R_3}{(R_2+R_3)L}\right\}\left\{\dfrac{R_3}{(R_2+R_3)C}\right\}}$$

먼저 k 값을 계산할 필요가 있다.

$$k = \frac{1}{s^2 - \left\{-\frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{(R_2 + R_3)L} - \frac{1}{(R_2 + R_3)C}\right\}s + \left\{-\frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{(R_2 + R_3)L}\right\}\left\{-\frac{1}{(R_2 + R_3)C}\right\} - \left\{-\frac{R_3}{(R_2 + R_3)L}\right\}\left\{\frac{R_3}{(R_2 + R_3)C}\right\}}$$

$$= \frac{1}{s^2 + \left\{\frac{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C}{(R_2 + R_3)LC}\right\}s + \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{(R_2 + R_3)^2LC} + \frac{R_3^2}{(R_2 + R_3)^2LC}}$$

$$= \frac{1}{s^2 + \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 + (R_2 + R_3)Ls + (R_2 + R_3)(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs}{(R_2 + R_3)^2LC}}$$

$$= \frac{1}{\frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 + (R_2 + R_3)Ls + (R_2 + R_3)(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)^2LCs^2}{(R_2 + R_3)^2LC}}$$

$$= \frac{(R_2 + R_3)^2LC}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 + (R_2 + R_3)Ls + (R_2 + R_3)(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)^2LCs^2}$$

$$T_{11} = k\left\{s + \frac{1}{(R_2 + R_3)C}\right\}\frac{1}{L} = k\left\{\frac{1 + (R_2 + R_3)LCs}{(R_2 + R_3)LC}\right\}$$

$$= \left\{\frac{(R_2 + R_3)^2LC}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 + (R_2 + R_3)Ls + (R_2 + R_3)(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)^2LCs^2}\right\}\left\{\frac{1 + (R_2 + R_3)LCs}{(R_2 + R_3)LC}\right\}$$

$$= \frac{(R_2 + R_3)\{1 + (R_2 + R_3)LCs\}}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 + (R_2 + R_3)Ls + (R_2 + R_3)(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)^2LCs^2}$$

$$= \frac{(R_2 + R_3)\{1 + (R_2 + R_3)LCs\}}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) + (R_2 + R_3)Ls + (R_2 + R_3)(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)^2LCs^2}$$

$$= \frac{\{1 + (R_2 + R_3)LCs\}}{(R_1 + R_3) + Ls + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)LCs^2}$$

$$= \frac{\{1 + (R_2 + R_3)LCs\}/(R_1 + R_3)}{[(R_1 + R_3) + Ls + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)Cs + (R_2 + R_3)LCs^2]/(R_1 + R_3)}$$

$$= \left\{\frac{1}{(R_1 + R_3)}\right\}\left[\frac{\{1 + (R_2 + R_3)LCs\}}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$

나머지도 유사한 방식으로 계산하면 아래와 같은 결과를 얻을 수 있다.

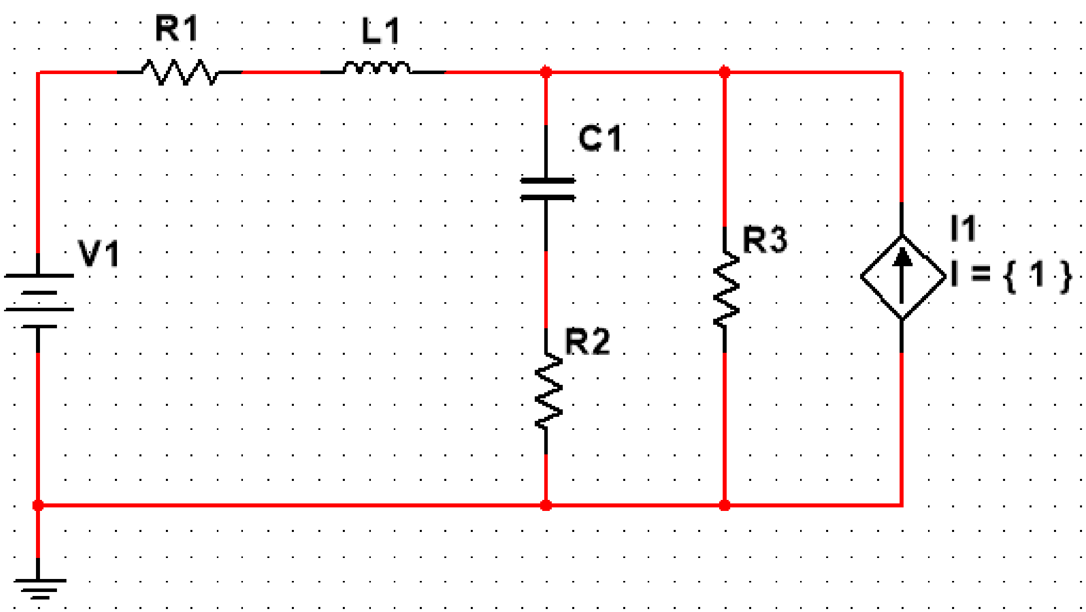
$$T_{11} = \left(\frac{1}{R_1 + R_3}\right)\left[\frac{\{1 + (R_2 + R_3)LCs\}}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$

$$T_{12} = \left(-\frac{R_3}{R_1 + R_3}\right)\left[\frac{1 + sR_2C}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$

$$T_{21} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3}\right)\left[\frac{1 + sR_2C}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$

$$T_{22} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3}\right)\left[\frac{(1 + sR_2C)(R_1 + sL)}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$

여기서 우리는 T_{21} 에 해당하는 전달 함수를 살펴보도록 한다.



전달 함수를 가지고 공진 주파수를 구해보도록 하자!

$$T_{21} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3}\right)\left[\frac{1 + sR_2C}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$

공진 주파수는 아래와 같다.

$$\frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2 = \frac{s^2}{\omega_0^2} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}\frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\therefore \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_3}}$$

댐핑 계수는 아래와 같이 바뀌게 된다.

$$\frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s = 2\zeta\frac{s}{\omega_0}$$

$$\therefore \zeta = \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{2(R_1 + R_3)}\omega_0$$

민감도는 아래와 같다.

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{(R_1 + R_3)}{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}\frac{1}{\omega_0}$$

R3 은 필터의 부하가 되고 스위치 모드 전력 컨버터의 입력 임피던스가 된다.
R3 가 댐핑 계수를 삭제하거나 음수로 만든다면 시스템 불안정을 가져온다.

R3 가 특정 값을 가져서 댐핑 계수의 분자가 0 이 된다고 가정해보자.
방정식을 간단하게 하기 위해 아래 조건을 가정해보자!

$$R_1 \ll R_3, R_2 \ll R_3$$

그렇게 되면 공진 주파수는 아래와 같다.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

공진 주파수가 있으므로 댐핑 계수의 다른 분모 측이 0 이 되어야 한다.
그러므로 식은 아래와 같다.

$$L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C = 0$$

이제 R3 에 대해 정리하도록 한다.

$$R_2R_3C + R_1R_3C = -R_1R_2C - L$$
$$(R_1 + R_2)R_3C = -R_1R_2C - L$$
$$R_3 = -\frac{R_1R_2C + L}{(R_1 + R_2)C}$$

Nested Impedance

필터의 출력 임피던스가 필터 달린 컨버터의 임피던스 보다 훨씬 작아야 한다.

이것은 DC-DC 컨버터를 설계하는데 있어 꽤 중요하게 받아들여지는 설계 요소다.

$$Z_{out-filter} \ll Z_{in-SMPS}$$

DC 인 경우 이 기준이 만족되는지 검토해보도록 한다.
DC 는 L 이 단락되고 C 가 개방되므로 R1 이 입력 전원에 직렬로 연결되며 RLC 필터의 DC 출력 임피던스는 아래와 같다.

$$Z_{out-filter,dc} = r_{Lf}$$

Converter 의 DC 입력 임피던스는 입력과 전압이 주어진다면 구할 수 있다.

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{V_{in}^2}{Z_{in-SMPS}}$$

결국 DC 입력 임피던스는 아래와 같다 볼 수 있다.

$$Z_{in-SMPS,,dc} = \frac{V_{in}^2\eta}{P_{out}}$$

예제에서 계산을 수행하면 아래와 같다.

$$Z_{out-filter,,dc} = 100m\Omega\ or\ 20\log_{10}(100m) = -20dB\Omega$$
$$Z_{in-SMPS,,dc} = \frac{100^2 \times 1}{60} = 166\Omega\ or\ 20\log_{10}(166) = 44.4dB\Omega$$

공진 주파수는 민감도 Q 를 통하여 출력 임피던스에 영향을 미친다.
앞서 구했던 T_{22} 은 출력 임피던스에 대한 식으로 아래와 같다.

$$T_{22} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3}\right)\left[\frac{(1 + sR_2C)(R_1 + sL)}{1 + \frac{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}{(R_1 + R_3)}s + \frac{(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_3)}LCs^2}\right]$$
$$= \frac{(1 + sR_2C)(R_1 + sL)R_3}{R_1 + R_3 + \{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}s + (R_2 + R_3)LCs^2}$$

여기서 무부하인 경우에는 출력 임피던스가 아래와 같다.

$$\lim_{R_3 \to \infty} T_{22} = \frac{LCR_2s^2 + (L + R_1R_2C)s + R_1}{LCs^2 + (R_1 + R_2)Cs + 1}$$

이제 s 에 jw 를 대입하면 아래와 같이 식을 적을 수 있다.

$$Z_{out-filter}(s \to j\omega) = \frac{\{R_1 - LCR_2\omega^2 + j(L + R_1R_2C)\omega\}}{\sqrt{\{1 - LC\omega^2 + j(R_1 + R_2)C\omega\}\{1 - LC\omega^2 - j(R_1 + R_2)C\omega\}}}$$
$$= \frac{\{R_1 - LCR_2\omega^2 + j(L + R_1R_2C)\omega\}}{\sqrt{1 - 2LC\omega^2 + L^2C^2\omega^4 + (R_1 + R_2)^2C^2\omega^2}}$$
$$= \frac{\sqrt{\{R_1 - LCR_2\omega^2 + j(L + R_1R_2C)\omega\}\{R_1 - LCR_2\omega^2 - j(L + R_1R_2C)\omega\}}}{\sqrt{1 - 2LC\omega^2 + L^2C^2\omega^4 + (R_1 + R_2)^2C^2\omega^2}}$$
$$= \frac{\sqrt{R_1^2 - 2R_1R_2LC\omega^2 + L^2C^2R_2^2\omega^4 + (L + R_1R_2C)^2\omega^2}}{\sqrt{1 - 2LC\omega^2 + L^2C^2\omega^4 + (R_1 + R_2)^2C^2\omega^2}}$$
$$= \frac{\sqrt{R_1^2 - 2R_1R_2LC\omega^2 + L^2C^2R_2^2\omega^4 + L^2\omega^2 + 2R_1R_2LC\omega^2 + R_1^2R_2^2C^2\omega^2}}{\sqrt{1 - 2LC\omega^2 + L^2C^2\omega^4 + (R_1 + R_2)^2C^2\omega^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{R_1^2 + L^2C^2R_2^2\omega^4 + L^2\omega^2 + R_1^2R_2^2C^2\omega^2}{1 - 2LC\omega^2 + L^2C^2\omega^4 + (R_1 + R_2)^2C^2\omega^2}}$$

각 주파수가 0 인 경우 R1 이 된다.
또한 출력 임피던스가 최대가 되는 점은 공진 주파수에 해당하므로 이를 대입하면 아래와 같이 된다.

$$\|Z_{out-filter}\| = \sqrt{\frac{R_1^2 + L^2C^2R_2^2\omega^4 + L^2\omega^2 + R_1^2R_2^2C^2\omega^2}{1 - 2LC\omega^2 + L^2C^2\omega^4 + (R_1 + R_2)^2C^2\omega^2}} = \sqrt{\frac{\left(1 + C^2R_2^2\omega^2\right)\left(R_1^2 + \omega^2L^2\right)}{1 + \omega^2\left(L^2C^2\omega^2 - 2LC + R_1^2C^2 + 2R_1R_2C^2 + R_2^2C^2\right)}}$$

$$\|Z_{out-filter}\|\left(\omega \to \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = \sqrt{\frac{\left(1 + C^2R_2^2\frac{1}{LC}\right)\left(R_1^2 + \frac{1}{LC}L^2\right)}{1 + \frac{1}{LC}\left(L^2C^2\frac{1}{LC} - 2LC + R_1^2C^2 + 2R_1R_2C^2 + R_2^2C^2\right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{C}{L}R_2^2\right)\left(R_1^2 + \frac{L}{C}\right)}{1 + 1 - 2 - \frac{R_1^2C}{L} - 2\frac{R_1R_2C}{L} - \frac{R_2^2C}{L}}}$$

$$= \sqrt{\frac{R_1^2 + \frac{L}{C} + \frac{C}{L}R_1^2R_2^2 + R_2^2}{1 + 1 - 2 - \frac{R_1^2C}{L} - 2\frac{R_1R_2C}{L} - \frac{R_2^2C}{L}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{LCR_1^2 + L^2 + C^2R_1^2R_2^2 + LCR_2^2}{LC}}{\frac{R_1^2C - 2R_1R_2C - R_2^2C}{L}}}$$

$$= \sqrt{\frac{LCR_1^2 + L^2 + C^2R_1^2R_2^2 + LCR_2^2}{R_1^2C^2 - 2R_1R_2C^2 - R_2^2C^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(CR_1^2 + L\right)\left(CR_2^2 + L\right)}{C^2(R_1 + R_2)^2}}$$

다음으로 RLC 회로의 특성 임피던스를 고려한다.
무손실에서의 특성 임피던스를 고려하도록 한다.
이 부분은 원래 RF 분야에서 다루는 전송 선로에 대한 부분인데
편미분 방정식이나 RF 회로에 대한 지식이 필요하기 때문에 그냥 받아들이도록 한다.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

앞서 정리해놓은 식에 대입하기 이전에 콘덴서 ESR 이 매우 작다 가정해보자!

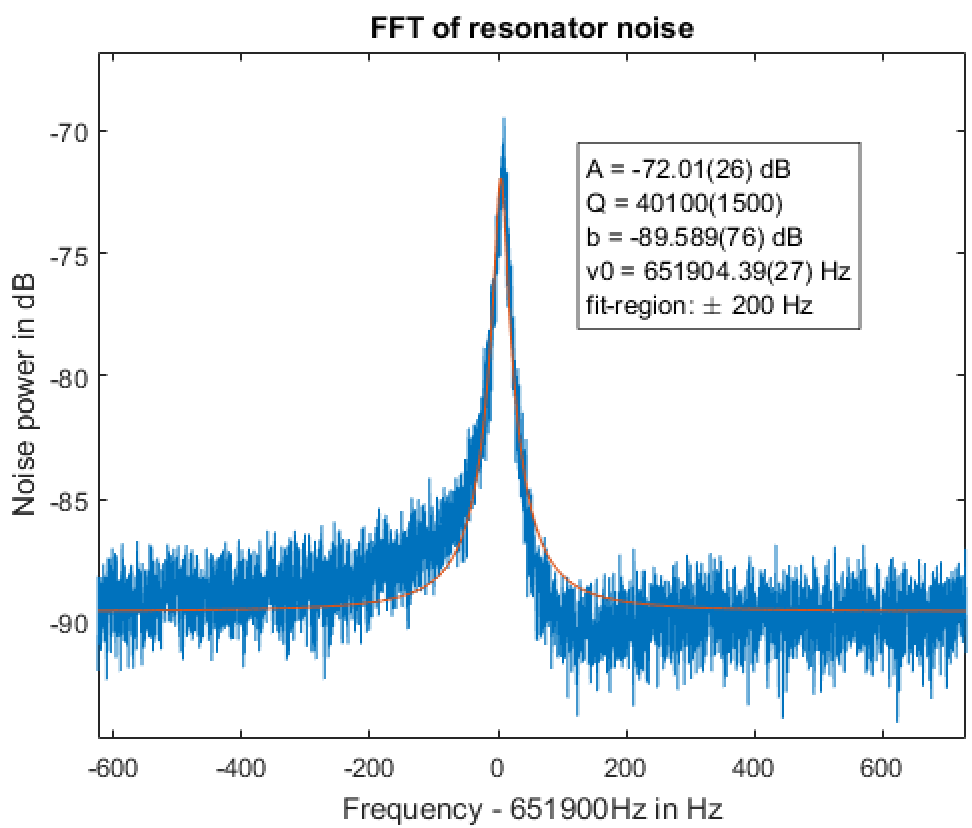
$$\left\|Z_{out-filter}\right\|_{max} = \sqrt{\frac{(CR_1^2+L)(CR_2^2+L)}{C^2(R_1+R_2)^2}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(CR_1^2+L)L}{C^2R_1^2}}$$

이제 대입하면 아래와 같이 식을 적을 수 있다.

$$\left\|Z_{out-filter}\right\|_{max} = \sqrt{\frac{(CR_1^2+L)L}{C^2R_1^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{CR_1^2}{L}+1\right)L^2}{C^2R_1^2}} = \frac{L}{C}\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{CR_1^2}{L}+1} = \frac{L}{C}\frac{1}{R_1}\sqrt{1+\frac{C}{L}R_1^2} = \frac{Z_0^2}{R_1}\sqrt{1+\frac{R_1^2}{Z_0^2}}$$

이 식은 공진으로 얻어지는 최대 출력 임피던스에 해당한다.

관심 있는 주파수 범위에서 출력 임피던스를 살펴보면 큰 차이가 있음을 볼 수 있다.



Example

실제 소자 부품의 예로서 상황을 해석해보자!

소자 값으로는 아래와 같은 것들을 선택하도록 한다.

$$R_1 = 100m\Omega, \qquad L = 100\mu H, \qquad C = 1\mu F, \qquad R_2 = 0 \ or \ 500m\Omega$$

앞서 적용한 값들을 고스란히 적용해보도록 한다.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{100u}{1u}} = 10\Omega$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 15.9kHz$$

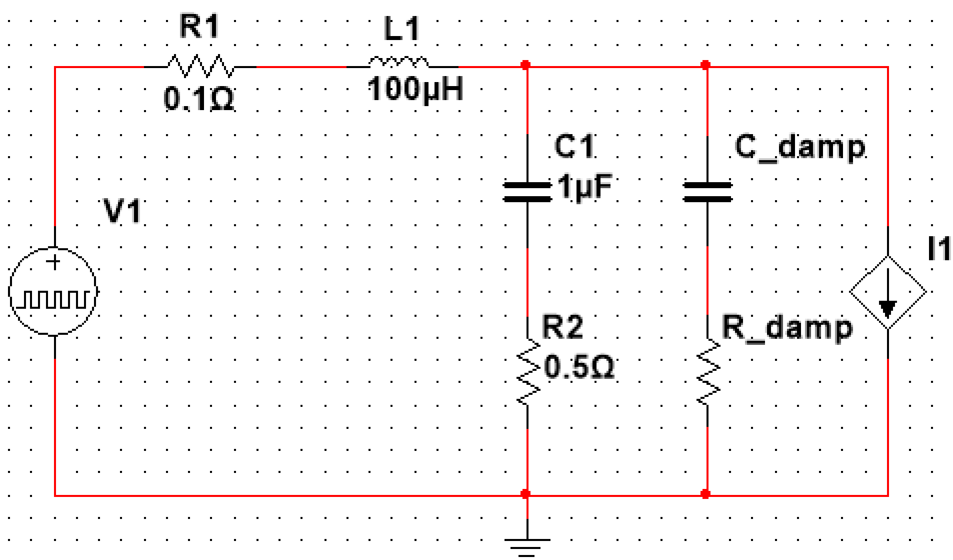
$$R_2 = 0 \rightarrow \left\| Z_{out-filter} \right\|_{max} = \frac{Z_0^2}{R_1}\sqrt{1 + \frac{R_1^2}{Z_0^2}} = \frac{10^2}{100m}\sqrt{1 + \left(\frac{100m}{10}\right)^2} \approx 1000\Omega = 60dB$$

$$R_2 = 500m\Omega = 44.4\ dB\Omega$$

Damping of Filter

필터를 댐핑하는 것은 피크가 안정도를 해치지 않도록 민감도 Q 를 감소시키는 것이다.

방법으로서는 출력 부하와 병렬로 저항을 추가하는 것이다.
이를 병렬 댐핑이라 한다.
회로도는 아래와 같다.



이 회로는 RLC 필터에서 R3 대신에 SMPS 입력 저항과 댐핑 저항 R_damp 를 병렬로 연결한 회로다.

DC 손실 증가를 억제하기 위해 C_damp 가 R_damp 와 직렬로 연결되며 더 이상 DC 성분이 아니다.
일반적으로 C_damp 는 보통 아래와 같은 값을 사용한다.

$$C_{damp} = 10C_1$$

양질 계수라고도 불리는 Q 값은 분모와 분자가 같은 값이 되는 1 부근에서 선정 된다.

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{(R_1 + R_3)}{\{L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C\}}\frac{1}{\omega_0}$$

그러므로 위의 식을 아래와 같이 변형 할 수 있다.

$$L + (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)C = (R_1 + R_3)\frac{1}{\omega_0}$$

공진 주파수를 아래와 같이 가정한다.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Q 값이 1 이 되는 R3 을 구하면 아래와 같다.

$$R_1R_3C + R_2R_3C - \frac{R_3}{\omega_0} = \frac{R_1}{\omega_0} - R_1R_2 - L \Rightarrow \left(R_1C + R_2C - \frac{1}{\omega_0}\right)R_3 = \frac{R_1}{\omega_0} - R_1R_2 - L$$

$$\left(\frac{R_1C\omega_0 + R_2C\omega_0 - 1}{\omega_0}\right)R_3 = \frac{R_1 - R_1R_2\omega_0 - L\omega_0}{\omega_0}$$

$$\therefore R_3 = \frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1}$$

R3 저항이 실제 R_damp 와 SMPS 의 입력 임피던스의 병렬 연결이므로 댐핑 저항을 구하면 아래와 같다.

$$Z_{in-SMPS,dc}||R_{damp} = \frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1}$$

병렬 저항은 합 분의 곱에 해당하므로 아래와 같이 식을 적도록 한다.

$$\frac{Z_{in-SMPS,dc}R_{damp}}{Z_{in-SMPS,dc} + R_{damp}} = \frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1} = k$$

$$Z_{in-SMPS,dc}R_{damp} = k(Z_{in-SMPS,dc} + R_{damp}) = kZ_{in-SMPS,dc} + kR_{damp}$$

$$Z_{in-SMPS,dc}R_{damp} - kR_{damp} = kZ_{in-SMPS,dc}$$

$$(Z_{in-SMPS,dc} - k)R_{damp} = kZ_{in-SMPS,dc}$$

$$R_{damp} = \frac{kZ_{in-SMPS,dc}}{(Z_{in-SMPS,dc} - k)} = \frac{\frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1}Z_{in-SMPS,dc}}{\left(Z_{in-SMPS,dc} - \frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1}\right)} = \frac{\frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1}Z_{in-SMPS,dc}}{\frac{Z_{in-SMPS,dc}(2R_1C\omega_0 - 1) - R_1 + \omega_0(L + R_1R_2C)}{2R_1C\omega_0 - 1}}$$

$$= Z_{in-SMPS,dc}\frac{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)}{Z_{in-SMPS,dc}(2R_1C\omega_0 - 1) - R_1 + \omega_0(L + R_1R_2C)}$$

$$= Z_{in-SMPS,dc}\frac{\{R_1 - \omega_0(L + R_1R_2C)\}\frac{1}{\omega_0}}{\{Z_{in-SMPS,dc}(2R_1C\omega_0 - 1) - R_1 + \omega_0(L + R_1R_2C)\}\frac{1}{\omega_0}}$$

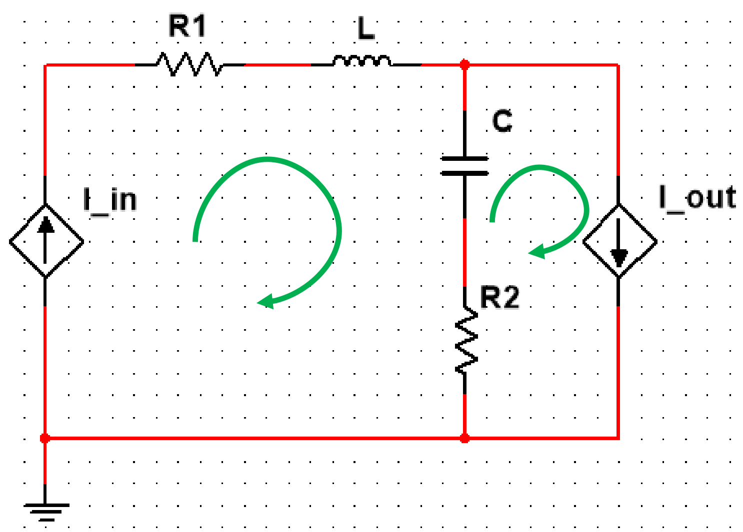
$$= Z_{in-SMPS,dc}\frac{\frac{R_1}{\omega_0} - L - R_1R_2C}{2R_1CZ_{in-SMPS,dc} - \frac{Z_{in-SMPS,dc}}{\omega_0} - \frac{R_1}{\omega_0} + L + R_1R_2C}$$

Calculate Attenuation

입력 전류 리플이 주어졌을 때 차단 주파수를 구해보자!

Converter 의 1 A 전류 펄스 노이즈가 필터 출력의 부하로서 가해지는 경우
공급 전원에서 5 mA 실효값 전류가 발생되도록 하는 공진 주파수는 얼마일지 생각해보자!

먼저 RLC 필터와 전원 장치의 등가 모델이 필요하다.
아래와 같은 회로에서 입력 전원이 단락되고 여기에 AC 전류가 흐른다 가정하고 해석하면 된다.



$$I_{in}\left(R_1 + sL + \frac{1}{sC} + R_2\right) = I_{out}\left(R_2 + \frac{1}{sC}\right)$$

$$I_{in} = I_{out}\frac{\left(R_2 + \frac{1}{sC}\right)}{\left(R_1 + sL + \frac{1}{sC} + R_2\right)}$$

위의 모델은 필터의 성능을 감쇠시키는 모든 기생 성분들을 가지고 있다.
아무튼 위의 식을 정리하면 아래와 같이 작성 할 수 있다.

$$\frac{I_{in}}{I_{out}}=\frac{\left(R_2+\frac{1}{sC}\right)}{\left(R_1+sL+\frac{1}{sC}+R_2\right)}=\frac{\frac{R_2Cs+1}{sC}}{\frac{R_1Cs+LCs^2+1+R_2Cs}{sC}}=\frac{R_2Cs+1}{LCs^2+(R_1+R_2)Cs+1}$$

위 식은 콘덴서 ESR 인 R2 가 전형적인 2 차 저주파 필터의 극에 어떻게 영향을 주는지를 알려준다.
결과로서 모든 고조파가 필터에 의해 제거되고 감쇠된 기본파만이 통과된다 가정한다.
이 근사법을 1 차 고조파 근사(FHA)라 하며 정현파를 사용하여 회로를 분석한다.
우선 위의 크기 값을 구하도록 한다.

$$\left\|\frac{I_{in}}{I_{out}}\right\|=\sqrt{\frac{(1+jR_2C\omega)(1-jR_2C\omega)}{\{1-LC\omega^2+j(R_1+R_2)C\omega\}\{1-LC\omega^2-j(R_1+R_2)C\omega\}}}$$

$$=\sqrt{\frac{1+R_2^2C^2\omega^2}{1-2LC\omega^2+L^2C^2\omega^4+(R_1+R_2)^2C^2\omega^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{\frac{1}{C^2\omega^2}+R_2^2}{\frac{1}{C^2\omega^2}-\frac{2L}{C}+L^2\omega^2+(R_1+R_2)^2}}$$

R1 과 R2 를 무시하면 아래와 같다.

$$\left\|\frac{I_{in}}{I_{out}}\right\|=\sqrt{\frac{\frac{1}{C^2\omega^2}}{\frac{1}{C^2\omega^2}-\frac{2L}{C}+L^2\omega^2}}=\sqrt{\frac{1}{1-2LC\omega^2+L^2C^2\omega^4}}=\sqrt{\frac{1}{1-2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+\frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}\qquad\left(\because \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$=\sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}=\frac{1}{\left|1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right|}\approx 1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\qquad(\because \mathit{Taylor\ Series})$$

Non Isolated Converters

실제적인 경우와 예를 통하여 비절연 스위치 모드 전력 컨버터를 알아보도록 하자!

시뮬레이션을 활용하여 회로를 해석해 볼 것이다.
시뮬레이션을 활용하더라도 이것은 안내 도구일 뿐이다.
항시 공학적인 판단에 의해 제공된 결과에 대해 의문을 갖도록 하자!
이와 같은 이유로 그 동안 수식을 풀어왔던 것이다.

Buck Converter

Buck Converter 는 존재하는 전압을 감소시킬 필요가 있는 여러 가지 분야
즉 오프라인 전원 공급기, 전지로 구동되는 회로(휴대폰), 특정 부하 조절기(POL 조절기)에 사용 될 수 있다.

가장 간단한 Converter 인 Buck Converter 를 통해 여러 가지 예를 살펴보도록 하자!

28V to 12V 4A Buck Converter

사양에 따르면 4A 전류의 부하일 때 출력은 12V 이고 입력은 20 ~ 30V 까지 변화한다.

최대 전압 리플은 125mV 이내이고 스위칭 주파수는 100 kHz 에 해당한다.
입력 전류 리플의 사양은 15mA 임에 유의하라.

$V_{in,min} = 20V$
$V_{in,max} = 30V$
$V_{out} = 12V$
$V_{ripple} = \Delta V = 125mV$
$V_{out-drop} = I_{out} = 1\mu s$ 내에 200 mA 에서 3A 로 변할 때 최대 250 mV
$I_{out,max} = 4A$
$F_{SW} = 1000kHz$
$I_{ripple,peak} = 15mA$, 입력 전류 최대 리플

먼저 Duty Cycle 을 구하면 아래와 같다.

$$D_{min} = \frac{V_{out}}{V_{in,max}} = \frac{12}{30} = 0.4, \qquad D_{max} = \frac{V_{out}}{V_{in,max}} = \frac{12}{20} = 0.6$$

리플 크기 125 mV 에 따른 LC 필터의 차단 주파수를 구해보자!

$$\frac{\Delta V}{V_{out}} = \frac{\pi^2}{2}\frac{f_0^2}{F_{SW}^2}(1-D) \Rightarrow f_0^2 = \frac{1}{1-D}F_{SW}^2\frac{2}{\pi^2}\frac{\Delta V}{V_{out}} \Rightarrow f_0 = \frac{F_{SW}}{\pi}\sqrt{\frac{2\Delta V}{(1-D)V_{out}}}$$

식에 값을 대입해보면 아래와 같다.

$$f_0 = \frac{100000}{3.14}\sqrt{\frac{0.25}{(1-0.4)12}} = 5.93\ kHz$$

가장 저점인 골의 전류식은 아래와 같았다.

$$I_{valley} = I_{peak} - S_{off}t_{off} = I_{peak} - \frac{V_{out}(1-D)}{LF_{SW}}$$

그래서 전체 리플 전류는 아래와 같이 정의 되었다.

$$\Delta I_L = I_{peak} - I_{valley} = I_{peak} - \left[I_{peak} - \frac{V_{out}(1-D)}{LF_{SW}}\right] = \frac{V_{out}(1-D)}{LF_{SW}}$$

그리고 중요한 것은 리플이 평균 전류를 기점으로 얼마나 있는지의 여부다.
그러므로 양변을 출력 전류로 나누어 아래와 같은 식을 얻도록 한다.

$$\frac{\Delta I_L}{I_{out}} = \delta I_r = \frac{V_{out}(1-D)}{LF_{SW}I_{out}}$$

위 식에서 D 값이 감소함에 따라 리플이 증가한다.
그러므로 리플 전류를 최소화하는 인덕터 값을 구하면 아래와 같다.

$$L = \frac{V_{out}(1-D)}{F_{SW}I_{out}\delta I_r}$$

최대 리플을 10% 로 하면 인덕턴스 값은 아래와 같다.

$$L = \frac{12(1-0.4)}{100000 \times 4 \times 0.1} = \frac{7.2}{40000} = \frac{72}{400000} = \frac{18}{10000} = 0.00018 = 180\mu H$$

출력 전류는 결국 평균값이므로 최대 전류는 아래와 같이 증가하게 된다.

$$I_{peak} = I_{out} + \frac{V_{out}(1-D)}{2LF_{SW}} = 4 + \frac{12(1-0.4)}{2 \times 180 \times 10^{-6} \times 100 \times 10^{3}} = 4.2A$$

앞서 1 장에서 학습했던 공진 주파수의 정의와 차단 주파수의 정의를 활용하면 콘덴서 값도 구할 수 있다.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$$

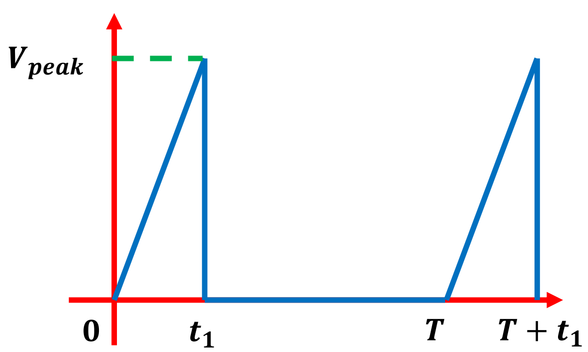
식에 값을 대입하여 계산해보도록 하자!

$$\frac{1}{4 \times (3.14)^2 \times 5.93 \times 10^3 \times 180 \times 10^{-6}} = 4\mu F$$

콘덴서의 최종 선정에 중요한 것은 이를 통과하는 실효 전류에 해당한다.
CCM Buck Converter 에서 이 전류는 실효치 인덕터 전류의 교류 성분과 같다.
먼저 CCM Buck Converter 는 Triangular Waveform 을 생성하므로 이에 대해 해석해야 한다.
앞서서 살펴봤던 RMS 의 정의를 다시 한 번 상기해보도록 한다.

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V(t)^2\,dt}$$

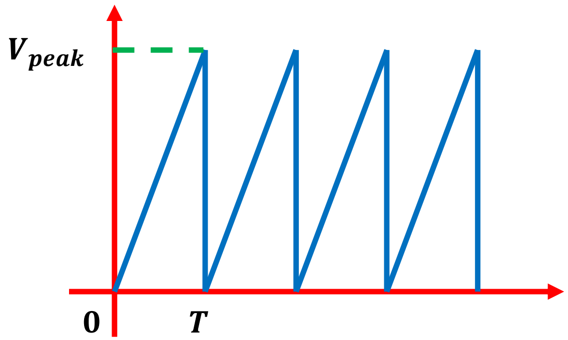
여기서 주기 내에서 상황에 따른 각각의 시간을 살펴볼 필요성이 있다.
먼저 아래와 같은 삼각파를 먼저 살펴보도록 한다.



$$V_{up}(t) = \frac{t}{t_1} V_{peak}, \qquad 0 \le t < t_1$$

$$V_{RMS-triangular}^2(t) = \frac{1}{T}\int_0^{t_1} V_{peak}^2 \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 dt = \frac{1}{T}\frac{V_{peak}^2}{t_1^2}\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{t_1} = \frac{V_{peak}^2}{3T} t_1$$

$$V_{RMS-triangular}(t) = \sqrt{\frac{t_1}{3T}} V_{peak}$$

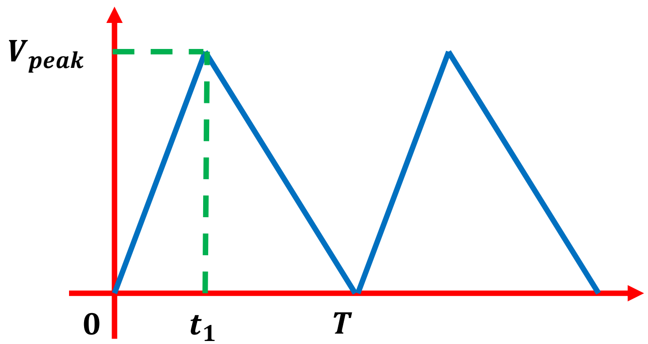


$$V_{up}(t) = \frac{t}{T}V_{peak}, \qquad 0 \le t < T$$

$$V_{RMS-triangular}^2(t) = \frac{1}{T}\int_0^T V_{peak}^2\left(\frac{t}{T}\right)^2 dt = \frac{1}{T}\frac{V_{peak}^2}{T^2}\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^T = \frac{V_{peak}^2}{3}$$

$$V_{RMS-triangular}(t) = \sqrt{\frac{1}{3}}V_{peak}$$

아래와 같은 삼각파에서도 위의 식은 성립하게 된다.



$$V_{RMS-triangular}(t) = \sqrt{\frac{1}{3}}V_{peak}$$

그러므로 아래와 같은 식을 작성 할 수 있다.

$$\Delta I_L = I_{peak} - I_{valley} = I_{peak} - \left[I_{peak} - \frac{V_{out}(1-D)}{LF_{SW}}\right] = \frac{V_{out}(1-D)}{LF_{SW}}$$

$$V = IR$$

$$I_{C_{out},RMS} = I_{out}\frac{(1-D_{min})}{\sqrt{12}}\frac{R_{load}T_{SW}}{L}$$

$$= 4 \times \frac{(1-0.4)}{\sqrt{12}} \times \frac{10^{-6}}{180 \times 10^{-6}}R_{load} \qquad (\because R_{load} = 30)$$

$$= 115mA$$

우선 여기서 위의 115 mA 의 조건을 충족시킬 수 있는 콘덴서로 루비콘사의 ZL 시리즈를 살펴보도록 한다.

http://www.rubycon.co.jp/en/catalog/e_pdfs/aluminum/e_zl.pdf

여기서 표를 살펴보면 아래와 같은 부분을 볼 수 있다.

Rated Voltage (Vdc)	Capacitance (μF)	Size φD×L(mm)	Rated ripple current (mA r.m.s./105℃, 100kHz)	Impedance (Ω MAX)	
				20℃, 100kHz	−10℃, 100kHz
	18	4×7	130	0.92	2.8
	33	5×7	210	0.45	1.4
	56	5×11	250	0.30	1.0
	68	6.3×7	300	0.24	0.72
	120	8×7	380	0.15	0.45
	120	6.3×11	405	0.13	0.41
	330	8×11.5	760	0.072	0.22
	470	8×16	995	0.056	0.17
	470	10×12.5	1030	0.053	0.16
16	680	8×20	1250	0.041	0.13
	680	10×16	1430	0.038	0.12

이를 베이스로 아래와 같은 사양을 선택 할 수 있다.

$$\boldsymbol{C = 33\mu F}$$
$$\boldsymbol{I_{C,RMS} = 210mA\ @T_A = 105}℃$$
$$\boldsymbol{R_{ESR,Low} = 0.45\Omega\ @T_A = 20}℃\boldsymbol{, 100\ kHz}$$
$$\boldsymbol{R_{ESR,High} = 1.4\Omega\ @T_A = -10}℃\boldsymbol{, 100\ kHz}$$
$$\boldsymbol{ZL\ Series, 16V}$$

AC Analysis

콘덴서는 작은 입력 임피던스와 높은 온도에서 작동 할 수 있어 스위치 모드 전원에 적합하다.

ESR 은 동작 온도에 따라 많이 변화한다.
계산된 LC 값을 가진 Buck Converter 의 소 신호 응답을 구해보자!

다음 페이지의 회로에서 PWM 의 이득은 0.4 로 Duty Ratio 가 40% 임을 알 수 있다.
또한 제어기의 Reference Voltage 는 2.5V 로 2.5V 의 톱니파를 발생시키게 된다.

실제 출력으로 나오는 전압은 12V 고 전압 분배를 활용하여
Op-Amp 의 피드백으로 들어가는 신호를 2.5V 로 최대한 맞춘다.
그리고 CoL 과 LoL 인 LC 필터를 통해 잡음을 걸러준다.

다음으로 초기 모델링 스펙이였던 1 us 이내 스위프 시 출력 전압 강하를 생각해보면 아래와 같다.

$$\Delta I_{out} = 3A - 200mA = 2.8A$$

이 상황에서의 전압 강하는 스펙상에서 250 mV 에 해당한다.
3 장에서 학습한 전압 강하 사양을 만족시키기 위한 Bandwidth 를 구해 볼 수 있다.

$$f_c = \frac{\Delta I_{out}}{2\pi C_{out} \Delta V_{out}} = \frac{2.8}{2 \times 3.14 \times 33 \times 10^{-6} \times 250 \times 10^{-3}} = 54\ kHz$$

차단 주파수는 외부 왜란에 매우 취약한 큰 주파수가 구해진다.
최대 전류 2.8A 를 통과시키는 33 uF 의 콘덴서에 250 mV 의 강하를 요구하는 것이 비현실적이다.
그러므로 좀 더 현실적인 값으로 접근하기 위해 차단 보데 선도에서 적절한 차단 주파수를 선정하고 계산하도록 한다.

보데 선도를 보니 10 kHz 에서의 Phase Shift 가 -124 도에 해당하는데
이 근처의 콘덴서 값을 먼저 구해보도록 한다.

$$C_{out} = \frac{\Delta I_{out}}{2\pi f_c \Delta V_{out}} = \frac{2.8}{2 \times 3.14 \times 10 \times 10^3 \times 250 \times 10^{-3}} = 178\mu F$$

위의 근사화된 방법은 다른 콘덴서와 비교해서 ESR 의 영향이 작은 경우에만 성립 된다.
이것은 교차 주파수를 선정하는 3 장에 기술되어 있는 내용이다.
우선 한 번 아래와 같은 타입의 콘덴서를 선정해보도록 한다.

Rated Voltage (Vdc)	Capacitance (μF)	Size ϕD×L(mm)	Rated ripple current (mA r.m.s./105℃, 100kHz)	Impedance (Ω MAX)	
				20℃, 100kHz	−10℃, 100kHz
16	18	4×7	130	0.92	2.8
	33	5×7	210	0.45	1.4
	56	5×11	250	0.30	1.0
	68	6.3×7	300	0.24	0.72
	120	8×7	380	0.15	0.45
	120	6.3×11	405	0.13	0.41
	330	8×11.5	760	0.072	0.22
	470	8×16	995	0.056	0.17
	470	10×12.5	1030	0.053	0.16
	680	8×20	1250	0.041	0.13
	680	10×16	1430	0.038	0.12

$$C = 330\mu F$$
$$I_{C,RMS} = 760mA\ @T_A = 105℃, 100\ kHz$$
$$R_{ESR,Low} = 0.072\Omega\ @T_A = 20℃, 100\ kHz$$
$$R_{ESR,High} = 0.22\Omega\ @T_A = -10℃, 100\ kHz$$
$$ZL\ Series, 16V$$

이 콘덴서의 낮은 온도 ESR 은 3 장의 교차 주파수를 선정하는 부분에서
ESR 의 영향에 대한 조건식이 성립하지 않음을 볼 수 있다.

$$R_{ESR} \leq \frac{1}{2\pi f_c C_{out}} \Leftrightarrow 0.22 \leq \frac{1}{2\pi \times 10 \times 10^3 \times 330 \times 10^{-6}}$$

결과는 0.135 이므로 조건이 만족되지 않는 상황이 발생한다.
그러므로 ESR 이 교차 주파수에서 콘덴서의 임피던스 이내에 오도록 콘덴서를 선정하는 것이 중요하다.

	18	4×7	130	0.92	2.8
	33	5×7	210	0.45	1.4
	56	5×11	250	0.30	1.0
	68	6.3×7	300	0.24	0.72
	120	8×7	380	0.15	0.45
	120	6.3×11	405	0.13	0.41
	330	8×11.5	760	0.072	0.22
	470	8×16	995	0.056	0.17
	470	10×12.5	1030	0.053	0.16
16	680	8×20	1250	0.041	0.13
	680	10×16	1430	0.038	0.12
	1000	10×20	1820	0.023	0.069
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

$C = 1000\mu F$
$I_{C,RMS} = 1820mA\ @T_A = 105℃, 100\ kHz$
$R_{ESR,Low} = 0.023\Omega\ @T_A = 20℃, 100\ kHz$
$R_{ESR,High} = 0.069\Omega\ @T_A = -10℃, 100\ kHz$
$ZL\ Series, 16V$

이 값을 가지고 다시 상황을 분석해보도록 한다.

1000 uF 의 콘덴서는 10 kHz 에서의 리액턴스에 비해서 ESR 이 조금 크다.
여기서 중요한 것은 전류 스텝의 크기와 출력 콘덴서의 크기와 ESR 로 구성된 복소 임피던스의 곱이다.
ESR 을 감소시키면 자연적으로 출력의 Overshoot 를 감소시킨다.

$$f_{Z,Low} = \frac{1}{2\pi R_{ESR,High} C_{out}} = \frac{1}{6.28 \times 0.069 \times 10^{-3}} = 2.3\ kHz$$

$$f_{Z,High} = \frac{1}{2\pi R_{ESR,Low} C_{out}} = \frac{1}{6.28 \times 0.023 \times 10^{-3}} = 6.9\ kHz$$

이를 베이스로 새로운 공진 주파수를 구하면 아래와 같다.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6.28\sqrt{10^{-3} \times 180 \times 10^{-6}}} = 375\ Hz$$

CCM 으로 동작하는 CCM 전압 모드 Converter 는 아래의 방법으로 안정화 할 수 있다.

1. 가장 높은 DC 이득을 얻기 위해 Pole 을 원점에 위치시킨다.

2. 가장 낮은 공진주파수 혹은 그 보다 약간 낮은 주파수에 Zero 의 쌍을 위치시킨다.

3. ESR 의 Zero 를 보상하기 위해 첫 번째 Pole 을 위치시킨다.
   만일 이 Zero 가 너무 높은 주파수에서 발생하면 RHPZ 를 살펴보고 존재한다면 Pole 을 이 위치에 배치한다.
   그렇지 않으면 Pole 을 Switching 주파수의 절반에 위치시키도록 한다.

4. Buck 회로에서 두 번째 Pole 을 잡음 제거의 목적으로 Switching 주파수의 절반에 위치시킨다.
   RHPZ 가 존재하는 Converter(Boost, Flyback)에서는
   두 번째 Pole 은 이전의 Pole 이 다른 곳에 위치한다면 RHPZ 에 위치시킨다.

Type 3 회로를 안정화하기 위해 Manual Pole, Zero 방법을 사용하도록 한다.

1. 2.5V 기준 전압에서 12V 출력을 위해 250 uA 브리지 전류를 사용한다.
   그러므로 저항의 최고, 최저값은 아래와 같다.

$$R_{lower} = \frac{2.5}{250u} = 10k\Omega, \qquad R_{upper} = \frac{12 - 2.5}{250u} = 38k\Omega$$

2. 두 가지 입력에 대한 전압 모드 Buck 에 대해 Open Circuit Sweep 을 수행한다.
3. 보데 선도에서 최악의 경우 10 kHz 에서의 요구되는 이득이 34 dB 임을 알 수 있다.
4. LC 필터의 피킹을 제거하기 위해 공진 주파수 375 Hz 에 이중 Pole 을 위치시킨다.
5. 이득이 감소하는 점을 7 kHz 로 하기 위해 첫 번째 폴을 가장 높은 Zero 에 위치시킨다.
6. 잡음의 픽업을 방지하기 위해 두 번째 Pole 을 Switching 주파수의 절반인 50 kHz 에 위치시킨다.
7. 3 장에서 학습한 Manual 배치 방법을 사용하여 모든 보상 요소들을 계산한다.

$$R_2 = 127k\Omega$$
$$R_3 = 285\Omega$$
$$C_1 = 3.3nF$$
$$C_2 = 180pF$$
$$C_3 = 12nF$$

위의 결과들은 다음 페이지와 같이 Schematics Capture 를 활용하여 구할 수 있다고 한다.
두 개의 다른 입력에 따른 각각의 ESR 에 따른 AC 응답을 구할 수 있다.
최악의 경우 차단 주파수는 10 kHz 이며 Phase Margin 은 60 도 이하로 떨어지지 않는다.
또한 ESR 에 대한 응답으로 순간적인 펄스가 발생한다.

Transient Analysis

ON Semi 의 LM257x 와 같은 실제의 Buck Control Circuit 을 해석 할 수 있다.

- **아래와 같은 회로도를 베이스로 해석 할 수 있다.**

Power Switch

아래는 스위치의 파형 즉 전류와 양단의 전압을 나타낸다.

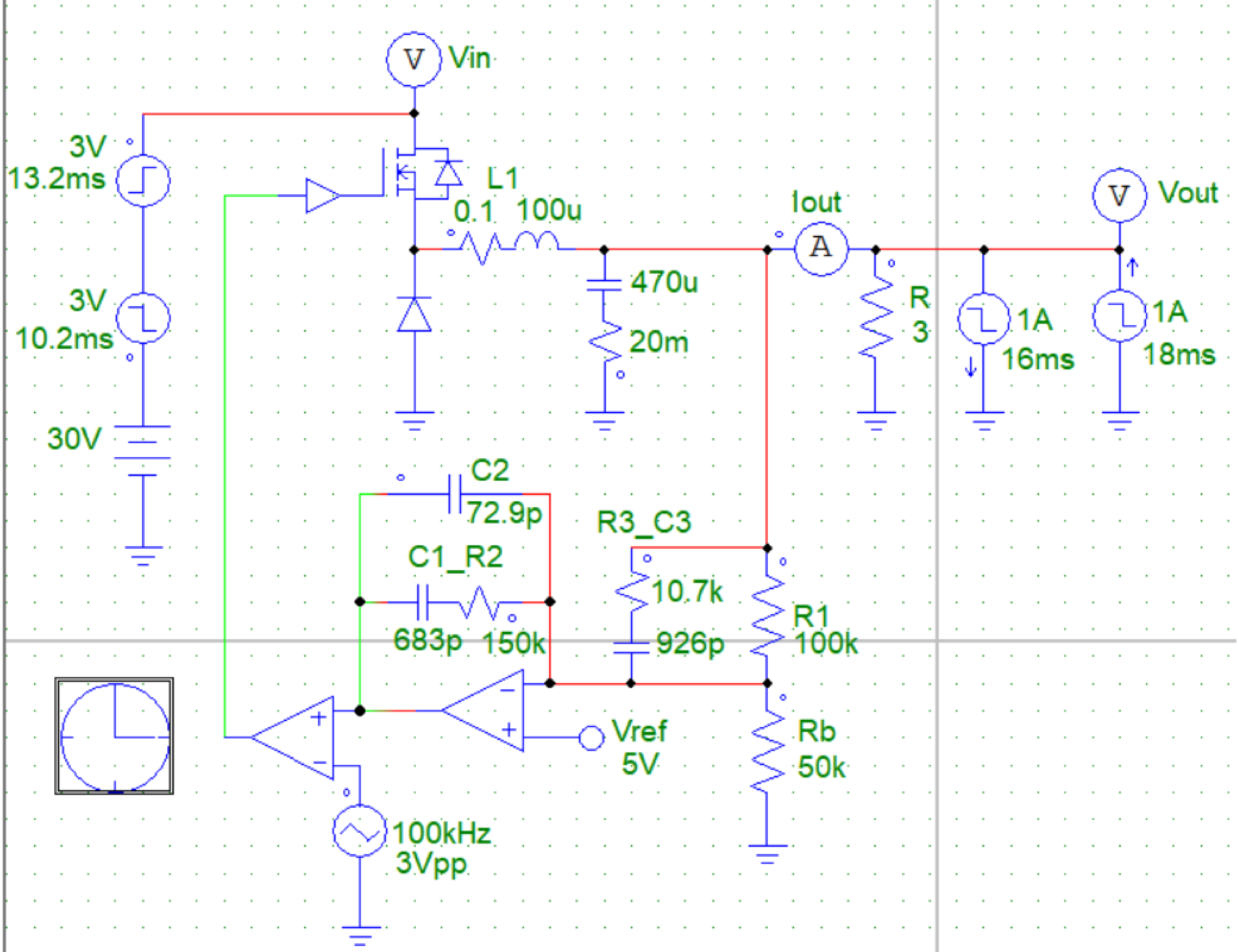
기생 요소를 고려하지 않았기 때문에 매우 이상적이다.
그럼에도 불구하고 최종 MOSFET 선택을 위한 정보를 얻을 수 있다.

다이오드에 전류가 흐를 때 역 바이어스로 갑자기 차단하면 다이오드는 차단 능력을 회복할 때까지 단락 된다.
Buck 에서는 회복 중에 입력된 전류는 MOSFET 회로의 좁은 스파이크로 나타난다.
Switching 주파수가 증가하면 스위치와 다이오드의 손실도 증가한다.
어떤 회복 특성도 갖지 않는 쇼트키 다이오드(Schottky Diode)라는 것이 존재한다.
그렇지만 쇼트키는 큰 기생 콘덴서가 있어서 스위치에 부담을 준다.
가끔 큰 바이어스에서 가드링이 동작해서 회복시킬 필요가 있다.
이들의 손실을 살펴보는 것은 Fundamentals of Power Electronics 의 96 페이지에 잘 설명되어 있다고 한다.

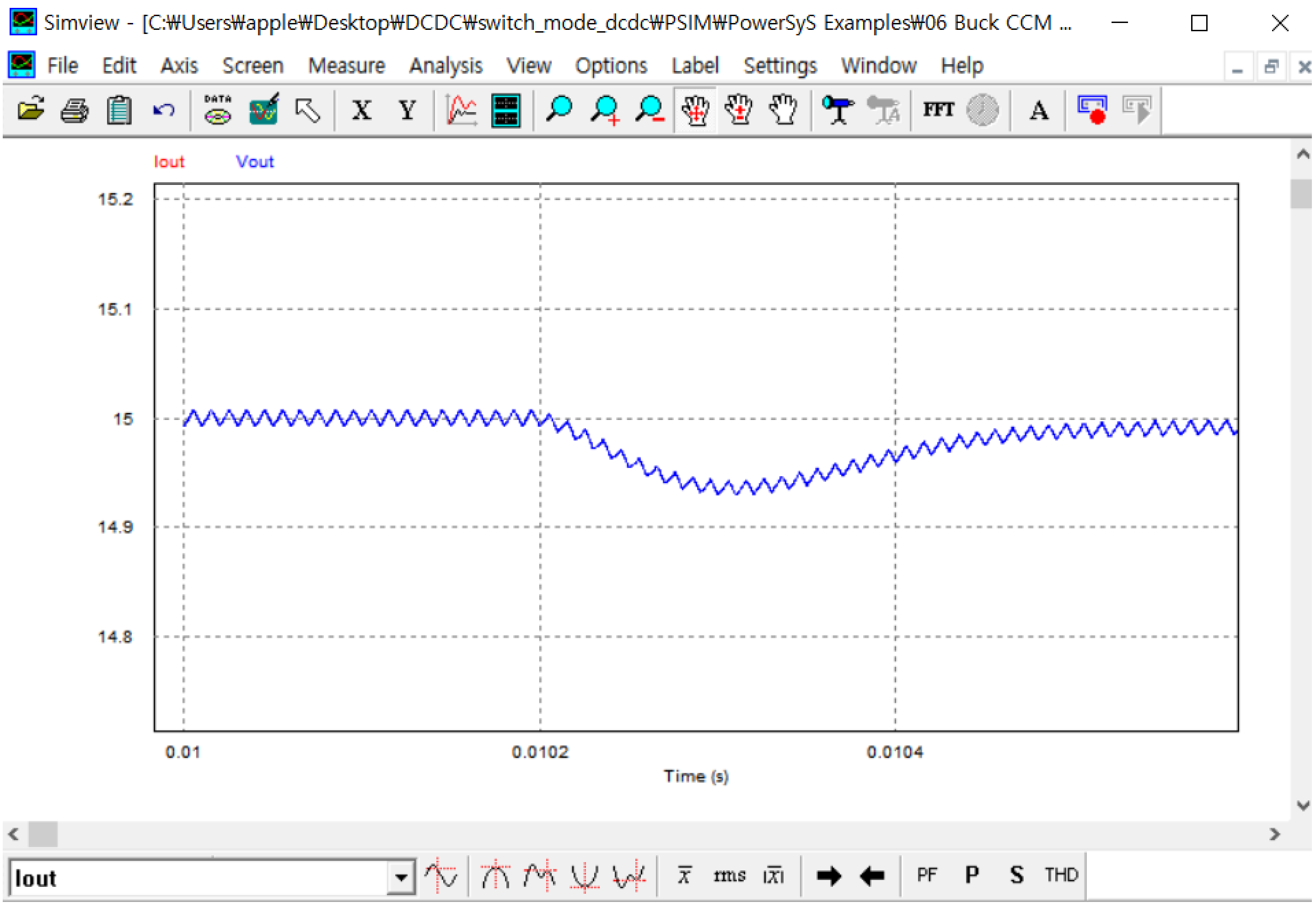
스위치에서 발생하는 손실을 측정하기 위해서 먼저 한 주기를 분리시키고 실효치를 구하면 3.2 A 에 해당한다.
스위치의 저항을 예로 10 m 이라 가정하면 손실을 아래와 같다 할 수 있다.

$$P_{cond,MOSFET} = R_{DS,MAX} I_{D,MAX}^2 = 3.2^2 \times 0.01 = 0.1024 = 102mW$$

다이오드의 손실 영향은 Buck Converter 에서 크다.
그렇기 때문에 다이오드의 선택 또한 소비 전력을 줄이는데 있어 매우 중요한 사항이 된다.



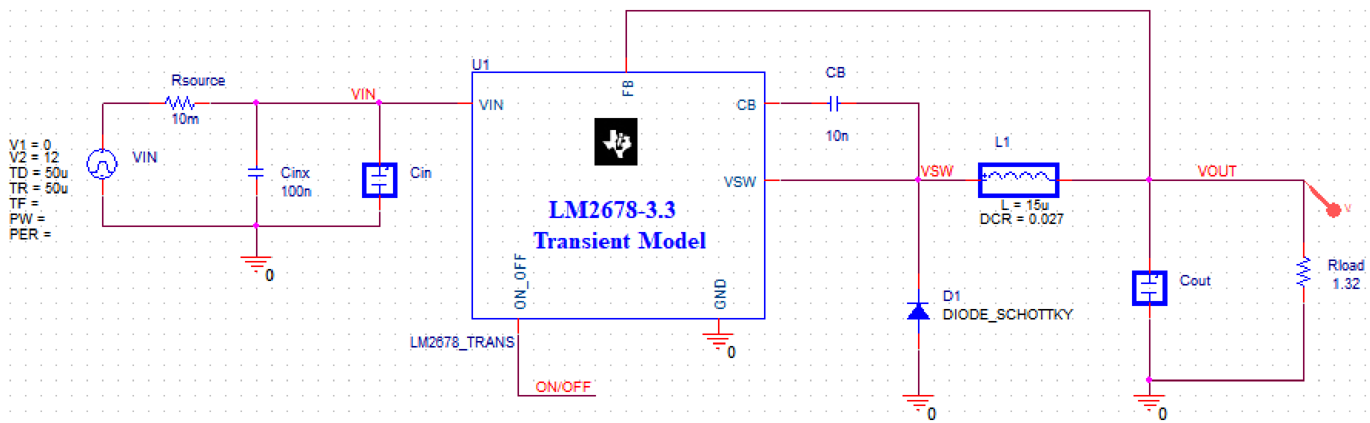
Vin
3V
13.2ms
3V
10.2ms
30V
L1
0.1
100u
470u
20m
Iout
R
3
1A
16ms
1A
18ms
Vout
C2
72.9p
C1_R2
683p
150k
R3_C3
10.7k
926p
R1
100k
Rb
50k
Vref
5V
100kHz
3Vpp


Simview - [C:₩Users₩apple₩Desktop₩DCDC₩switch_mode_dcdc₩PSIM₩PowerSyS Examples₩06 Buck CCM ...
File Edit Axis Screen Measure Analysis View Options Label Settings Window Help
Iout
Vout
15.2
15.1
15
14.9
14.8
0.01
0.0102
0.0104
Time (s)
Iout
FFT
PF
P
S
THD

LM2678 Transient Simulation

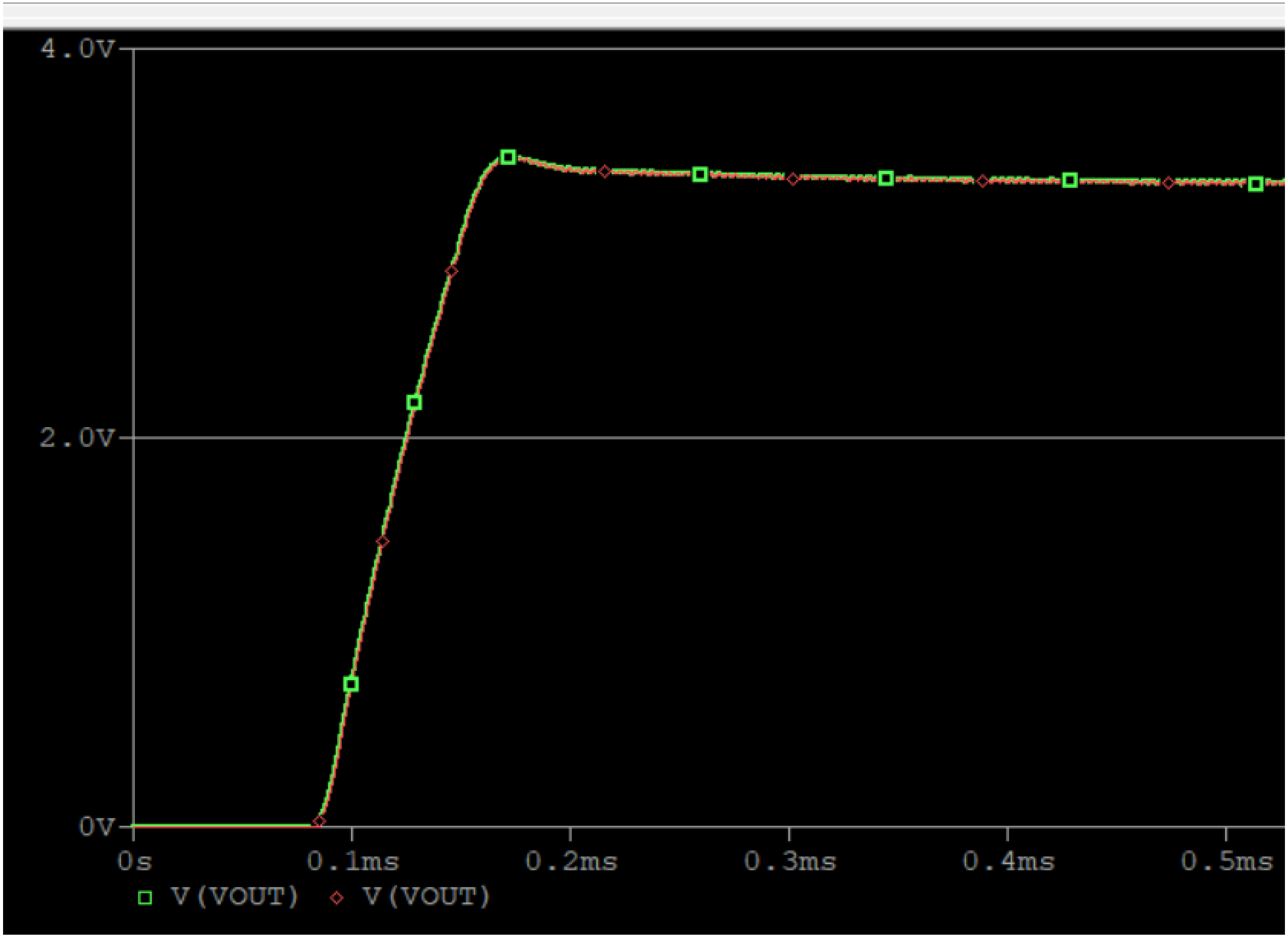
WEBENCH® Design Center

Title	LM2678 SIMPLE SWITCHER High Efficiency 5A Step-Down Voltage Regulator	
Size	Document Number Datasheet: SNVS029G EVM:SNVA013C	Rev 1.0
Date:	Tuesday, June 19, 2012	Sheet 1 of 1



APPLICATION NOTES:

1. The model is encrypted and runs only in PSPICE version 15.7 and above.
2. This model has been tested for an input voltage range of 8V to 40V and a load current range of 0A to 5A.
3. The test-bench has been configured for VIN = 12V, ILOAD = 2.5A and VOUT = 3.3V.
4. Operating current and shutdown current have not been modelled.
5. Thermal characteristics of the part have not been modelled.
6. Click PSpice--->Run(F11) to run the simulation.
7. The simulation takes approximately 6 minutes to run on a 4 core 2.8GHz machine.


4.0V
2.0V
0V
0s
0.1ms
0.2ms
0.3ms
0.4ms
0.5ms
V(VOUT)
V(VOUT)


3.500V
3.400V
3.300V
3.200V
3.143V
160.0us
170.0us
180.0us
190.0us
200
V(VOUT)
V(VOUT)
Time