TI MCU, DSP 및 Xilinx FPGA 프로그래밍 전문가 과정

Innova Lee(이상훈)
gcccompil3r@gmail.com

LC Resonance

LC Resonance

인덕터와 콘덴서가 모두 포함된 회로의 고유한 특성인 공진 현상에 대해 알아보도록 하자!

공진은 실제로 다양한 전기전자 분야에서 응용되고 있으며
통신 시스템에서 사용되는 주파수 선택성의 기본이 되는 원리다.

또한 공간적으로 분리되어 있는 소자들이 자기장을 통해 자기적으로 결합된 유도 결합 현상은 매우 중요하다.
대표적인 응용 분야가 변압기로 전력 시스템에서 전압을 높이거나 낮추는데 사용되는 필수적 장비에 해당한다.
이를 학습하며 변압기의 중요한 특성인 임피던스 변환 기능과 반사 임피던스 개념을 파악해야 한다.

$$V_{dc} = \frac{2V_p}{\pi}, \qquad f_{out} = 2f_{in}$$

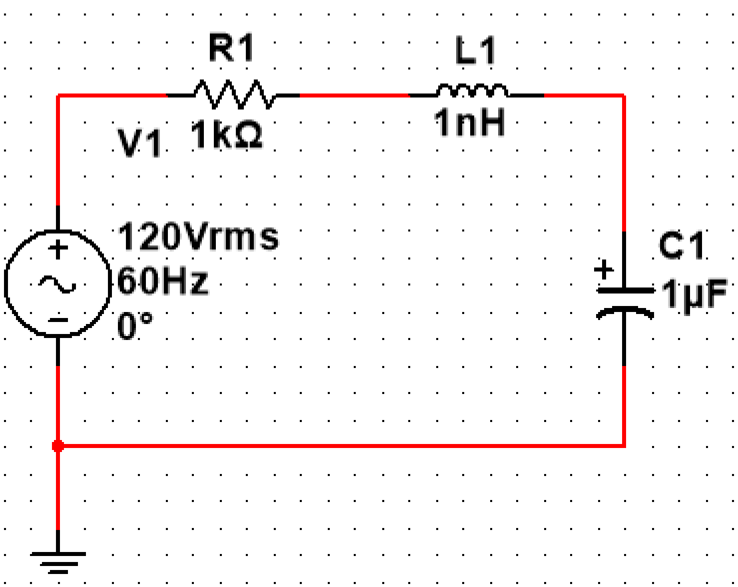
Serial Resonance Circuit

공진 현상은 실 세계의 여러 방면에서 접할 수 있다.

전기 회로의 경우 L 과 C 를 직렬 또는 병렬로 연결하여 전기적인 공진을 발생시킬 수 있다.
공진은 아주 다양한 분야에서 많이 활용되고 있는데
특히 통신 시스템에서 사용되는 주파수 선택성 회로의 기본적인 동작 원리로
TV, Radio 등의 수신기가 여러 방송 채널 중에서 특정 방송국의 신호만을 수신하고
나머지 신호들은 수신하지 않는 것이 바로 이 공진의 원리에 바탕을 두고 있다.

아래 회로의 전체 임피던스를 구하면 아래와 같다.

$$Z_{eq} = Z_R + Z_L + Z_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



직렬 RLC 회로에서 유도성 리액턴스와 용량성 리액턴스가 같을 때
전체 임피던스는 순수 저항 성분만을 가지게 된다.
이때 직렬 RLC 회로는 공진 상태에 있다고 한다.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Leftrightarrow X_L = X_C$$
$$Z_{eq} = R$$

직렬 RLC 회로에서 공진은 오직 한 각 주파수 ω_0 에서 발생되며
이를 기반으로 각주파수를 구할 수 있다.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

앞서 살펴본 식에서 공진이 발생되는 각주파수를 공진 주파수라고 한다.

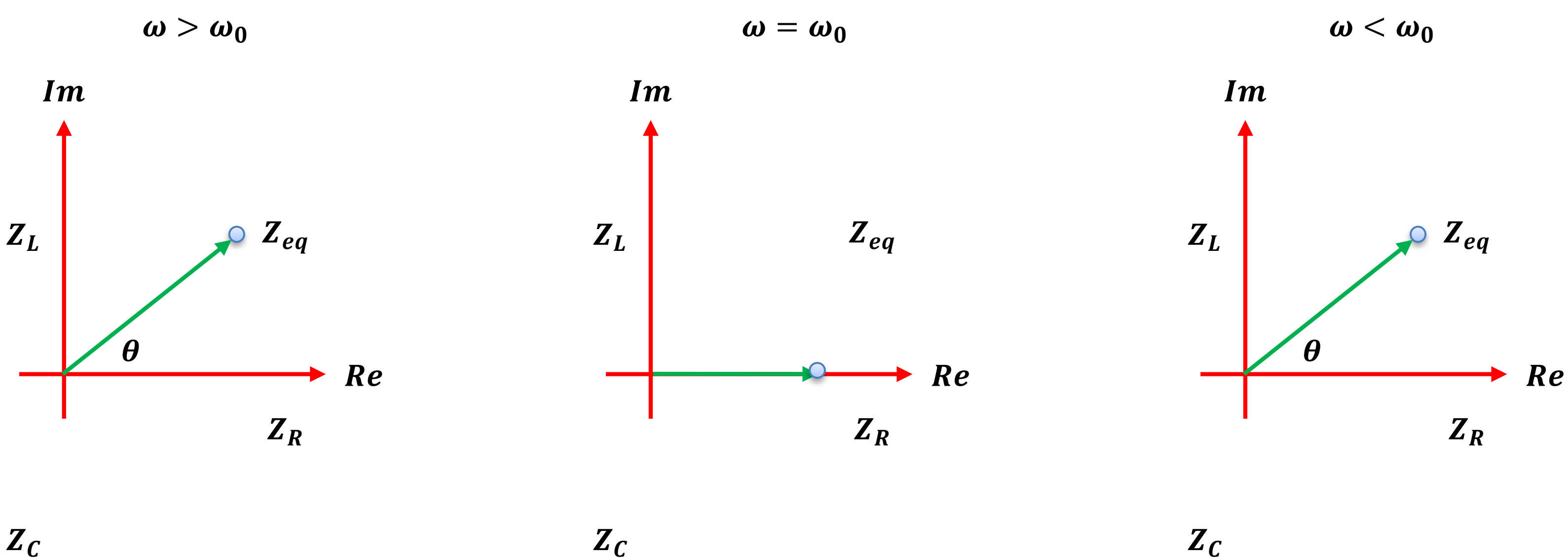
전원의 주파수와 공진 주파수의 대소 관계에 따라 전체 임피던스의 위상이 달라진다.

$if)\ \omega > \omega_0$
$|Z_L| > |Z_C| \rightarrow \theta > 0$ 유도성 회로에 해당함

$if)\ \omega = \omega_0$
$|Z_L| = |Z_C| \rightarrow \theta = 0$ 순수한 저항에 해당함

$if)\ \omega < \omega_0$
$|Z_L| < |Z_C| \rightarrow \theta < 0$ 용량성 회로에 해당함

이를 복소 평면에 나타내면 아래와 같다.



Phasor 회로의 관점에서 회로를 해석해보면 아래와 같다.

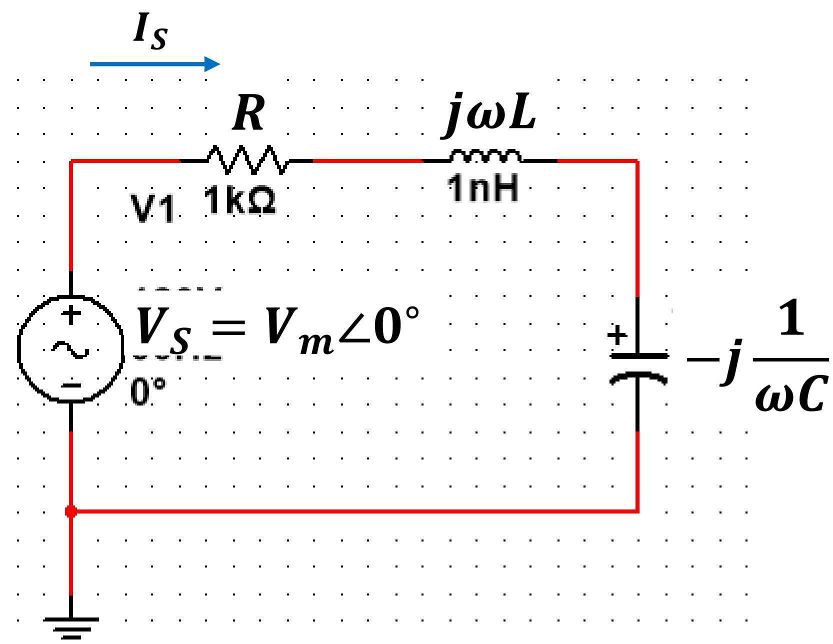
전원의 주파수와 공진 주파수의 대소 관계에 따라 전체 임피던스의 위상이 달라진다.

공진 주파수 ω_0 에서 인덕터와 콘덴서의 양단 전압을 구하면 아래와 같다.

$$V_L = j\omega_0 L I_S, \qquad V_C = -j\frac{1}{\omega C} I_S$$

결국 두 개의 위상차가 180 도임을 알 수 있다.
결국 공진을 하게 되면 전압은 같고 위상이 180 도 틀어진다.
아래와 같이 앞서 살펴봤던 임피던스의 정의에 의해
공진할 경우 최대 전류가 걸림도 알 수 있다.

$$Z_{eq} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



Selectivity

이제 RLC 공진 회로에서 매우 중요한 개념인 선택도를 아래와 같이 정의해보자!

아래 식을 보면 직렬 공진 회로의 선택도는 공진시의 리액턴스의 크기와 저항과의 비율로 정의됨을 알 수 있다.

$$Q_S = \frac{X_0}{R}, \qquad X_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

만일 직렬 공진 회로에서 저항이 0 이면 이상적인 무손실 LC 회로가 되며 선택도 Q 는 무한대가 된다.
선택도는 공진 주파수와 ㅎ마께 공진 회로의 해석에 매우 중요하다.

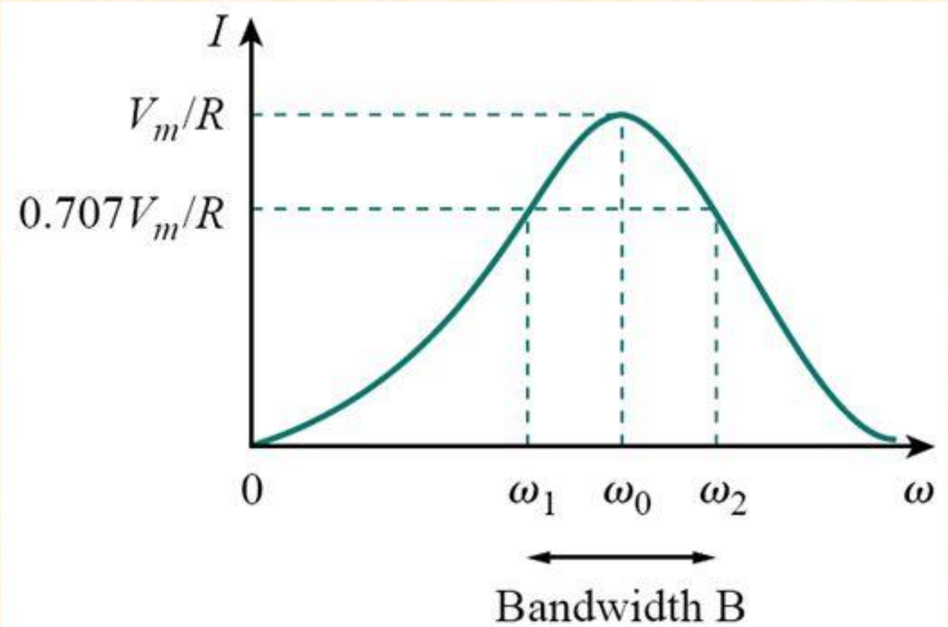
또한 Bandwidth 의 개념을 정의하기 위해 Phasor 회로에서 전류 응답을 살펴보도록 하자!

$$I_S = \frac{V_S}{Z_{eq}} = \frac{V_m \angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \angle \theta} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \angle -\theta$$

식에서도 볼 수 있듯이 전류는 공진 주파수일 때 저항 성분만 살아남아 최대가 되며
각 주파수가 0 이나 무한대이면 전류의 크기 또한 0 으로 수렴함을 볼 수 있다.

Series Resonance

The current amplitude vs. frequency for the series resonant circuit



Maximum power:

$$P(\omega_0) = \frac{1}{2}\frac{V_m^2}{R}$$

Power at certain frequency:

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = \frac{V_m^2}{4R}$$

Power & Energy of Signal

Signal의 특성을 정량적으로 나타내거나 비교하고자 할 때
물리적으로 의미가 있고 Signal을 대표하기에 적절한 값은 무엇이 있을까 ?

평균값을 생각해볼 수 있겠지만, 주파수나 진폭에 상관없이 모든 정현파의 평균값은 0이 된다.
MAX 값을 생각해볼 수 있지만 전반적으로 작은값을 가지다가 일순간에만 MAX 값을 가지는 경우도 있다.
(대표적으로 Dirac Pulse Function에 해당함)

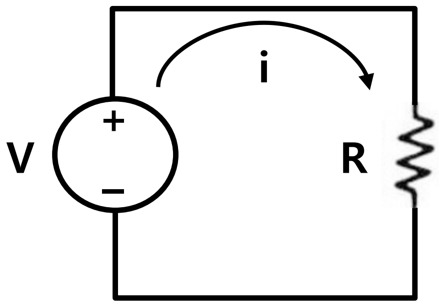
즉, 신호의 특성을 정량적으로 나타내고자 할 때, 물리에서와 마찬가지로 Energy 개념을 도입해 사용한다.

$$E = \lim_{T \to \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

우선 전기 회로에 대해 생각해볼 필요가 있다.
본 과정의 Circuit Analysis에서 좀 더 자세히 배울 필요가 있다.

아래와 같은 회로를 생각해보자!

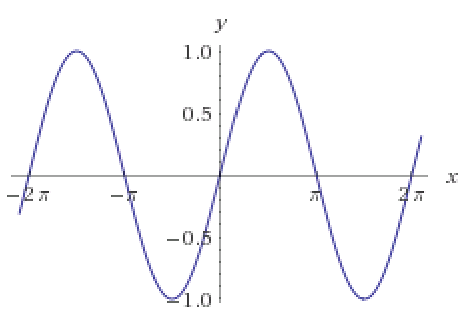


$$P = \frac{V^2(t)}{R} = i^2(t)R$$

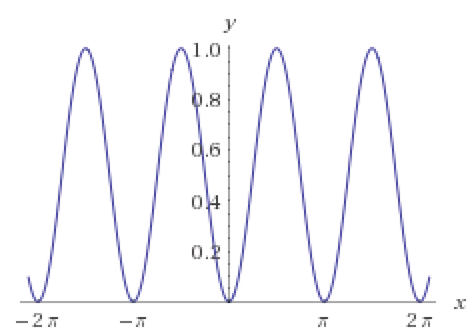
여기서 우리는 직관적으로 다음을 생각할 수 있다.

$$P \propto V^2,\ P \propto i^2 \quad \rightarrow \quad E = \lim_{T \to \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2\, dt$$

무엇보다 중요한 것은 아래의 그래프다.
삼각함수의 특성상 -1 ~ 1사이를 왔다갔다 하는데
제곱을 해줌으로써 0 ~ 1로 고정시켜버리는 것이다.

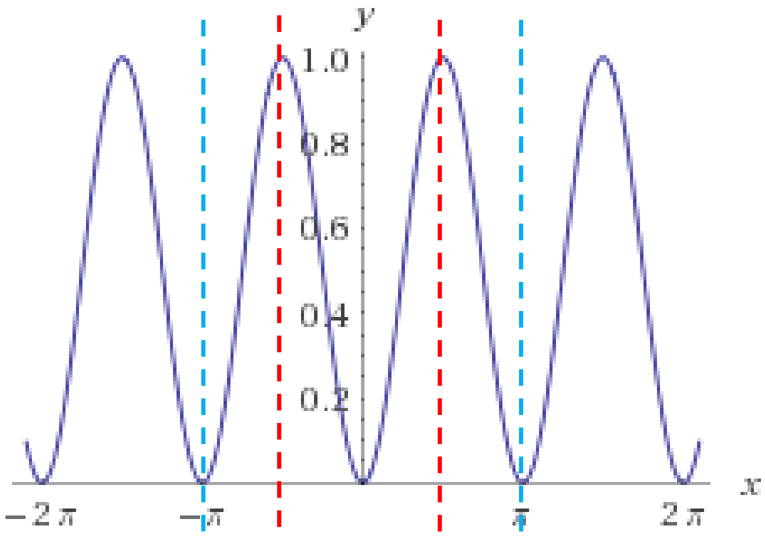


sin(x)



$\sin^2(x)$

문제는 이렇게 그래프를 전부 0 위로 띄워놓고 나면 Energy가 무한대가 된다.



$\sin^2(x)$

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

뒤의 적분항을 생각해보도록 한다!
적분항은 한 구간에 대해 적분을 수행한다.
(현재 빨간 점선 사이의 구간)

1 / T로 나누는 것은 평균을 만들기 위함이다.
T의 구간이 어디냐에 따라서
값이 달라 질 수 있기 때문이다.

$$E = \lim_{T \to \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

에너지 신호에 값이 존재하기 위한 전력은 0이다.

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

전력 신호에 값이 존재하기 위한 에너지는 ∞이다.

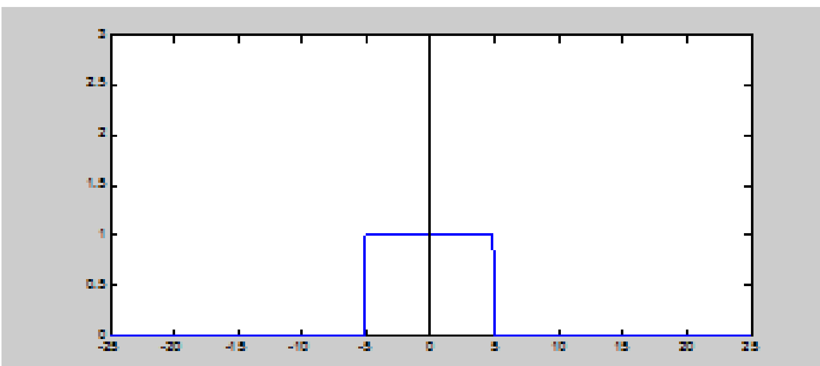
최종적으로 정리를 해보자면 아래와 같다고 할 수 있다.

물론 전기 시스템의 경우에는 저항과 관련된 값을 추가적으로 처리해줘야 한다.
Signal의 개념이 앞서 이야기 했듯이 전기 시스템에만 국한되지 않기 때문에 보편적으로 처리했다.

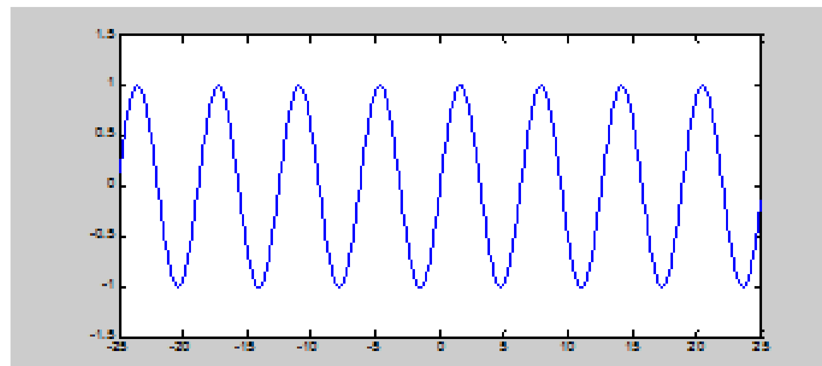
-. **에너지 신호** : 에너지가 유한 값, 평균전력은 0

-. **전력 신호** : 평균 전력이 유한 값, 에너지는 무한대

☞ sin과 같은 주기신호의 경우 에너지가 무한대이므로 평균 전력을 계산(전력 신호)



에너지 신호



전력 신호

Why use Half Power ?

반 전력을 사용하는 이유는 무엇일까 ?

우선 AC 신호에서 실효값인 RMS 를 계산해보도록 하자!

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)\,dt}$$

대표적인 AC 신호에 대해 고려해보도록 한다.

$$\begin{aligned}
V_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 cos^2(\omega t)\,dt} \\
&= \sqrt{\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} V_m^2 cos^2(\omega t)\,dt} \\
&= \sqrt{\frac{\omega V_m^2}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{1}{2}\big(1 + cos(2\omega t)\big)\,dt} \\
&= \sqrt{\frac{\omega V_m^2}{4\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} 1 + cos(2\omega t)\,dt} \\
&= \sqrt{\frac{\omega V_m^2}{4\pi}\left[t - \frac{1}{2\omega} sin(2\omega t)\right]_0^{\frac{2\pi}{\omega}}} \\
&= \sqrt{\frac{\omega V_m^2}{4\pi}\frac{2\pi}{\omega}} \\
&= \frac{V_m}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

$$cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \qquad sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$cos^2(x) = \frac{e^{2ix} + e^{-2ix} + 2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}cos(2x), \qquad sin^2(x) = -\frac{e^{2ix} + e^{-2ix} - 2}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}cos(2x)$$

Average Power

평균 전력이란 무엇일까 ?

평균 전력은 아래와 같이 정의된다.

$$P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$$

먼저 전력식부터 세우도록 한다.

$$\begin{aligned}
P(t) &= V(t)I(t) \\
V(t) &= V_m cos(\omega t + \theta), \qquad I(t) = I_m cos(\omega t + \phi) \\
P(t) &= V_m I_m cos(\omega t + \theta) cos(\omega t + \phi) \\
&= \frac{1}{2} V_m I_m cos(2\omega t + \theta + \phi) + \frac{1}{2} V_m I_m cos(\theta - \phi)
\end{aligned}$$

$$cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \qquad sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$cos^2(x) = \frac{e^{2ix} + e^{-2ix} + 2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}cos(2x), \qquad sin^2(x) = -\frac{e^{2ix} + e^{-2ix} - 2}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}cos(2x)$$

$$\begin{aligned}
e^{i(x+y)} &= e^{ix}e^{iy} = cos(x+y) + isin(x+y) \\
&= \{cos(x) + isin(x)\}\{cos(y) + isin(y)\} \\
&= cos(x)cos(y) - sin(x)sin(y) \\
&\quad + i\{cos(x)sin(y) + sin(x)cos(y)\} \\
e^{i(x-y)} &= e^{ix}e^{-iy} = cos(x-y) + isin(x-y) \\
&= \{cos(x) + isin(x)\}\{cos(y) - isin(y)\} \\
&= cos(x)cos(y) + sin(x)sin(y) \\
&\quad + i\{sin(x)cos(y) - cos(x)sin(y)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2cos(x)cos(y) &= cos(x-y) + cos(x+y) \\
2sin(x)sin(y) &= cos(x-y) - cos(x+y) \\
2sin(x)cos(y) &= sin(x+y) + sin(x-y) \\
2cos(x)sin(y) &= sin(x+y) - sin(x-y)
\end{aligned}$$

이제 평균 전력을 구해보도록 하자!

앞서 정의했던 평균 전력식을 다시 적어보자!

$$P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$$

이것을 적분한다는 것은 아래와 같다.

$$P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T \left\{\frac{1}{2}V_m I_m cos(2\omega t + \theta + \phi) + \frac{1}{2}V_m I_m cos(\theta - \phi)\right\} dt$$

여기서 직교 함수의 정의에서 활용한 기법과 같이 주기 함수의 적분은 0 이 되므로 아래 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{avg} &= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}V_m I_m cos(\theta - \phi)\,dt \\ &= \frac{1}{2T}V_m I_m cos(\theta - \phi)[t]_0^T \\ &= \frac{1}{2}V_m I_m cos(\theta - \phi) \end{aligned}$$

순수한 저항에서의 전력이라면 위상차이가 없으므로 아래와 같이 적을 수 있다.

$$P_R = \frac{1}{2}V_m I_m cos(0^\circ) = \frac{1}{2}V_m I_m$$

옴의 법칙을 이용하면 아래와 같이 적을 수 있다.

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{1}{2}V_m I_m = \frac{1}{2}I_m^2 R = \frac{V_m^2}{2R} \\ P_L &= \frac{1}{2}V_m I_m cos(90^\circ) = 0 \\ P_C &= \frac{1}{2}V_m I_m cos(-90^\circ) = 0 \end{aligned}$$

공진 주파수는 임피던스의 허수부와 실수부가 같을때 이므로 관계식은 아래와 같다.

또한 이 값을 공진 주파수와 Q 값의 함수로 표현할 수도 있다.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R$$

앞서 얻었던 값을 다시 살펴보자면 아래와 같다.

$$Q_S = \frac{X_0}{R}, \qquad X_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

공진 주파수를 베이스로 변형을 해보자!

$$\omega L = \frac{\omega}{\omega_0}\omega_0 L, \qquad \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega_0}{\omega}\frac{1}{\omega_0 C}$$

결국 아래와 같이 변형된다.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R \Leftrightarrow \frac{\omega}{\omega_0}\omega_0 L - \frac{\omega_0}{\omega}\frac{1}{\omega_0 C} = X_0\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm R$$
$$\frac{X_0}{R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = Q_S\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm 1$$

이 식을 각 주파수에 대해 풀어보도록 하자!

계산의 전개 과정은 아래와 같다.

$$Q_S\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\mp 1=0 \Leftrightarrow Q_S\left(\frac{\omega^2}{\omega_0}-\omega_0\right)\mp\omega=0 \Leftrightarrow \frac{Q_S}{\omega_0}\omega^2\mp\omega-Q_S\omega_0=0 \qquad \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=root$$

$$a=\frac{Q_S}{\omega_0},\qquad b=\mp 1,\qquad c=-Q_S\omega_0$$

$$\omega_1=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(1\pm\sqrt{1-4\frac{Q_S}{\omega_0}(-Q_S\omega_0)}\right)=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(1\pm\sqrt{1+4Q_S^2}\right)=\omega_0\left(\sqrt{\left(\frac{1}{2Q_S}\right)^2+1}+\frac{1}{2Q_S}\right)$$

$$\omega_2=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(1\pm\sqrt{1-4\frac{Q_S}{\omega_0}(-Q_S\omega_0)}\right)=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(1\pm\sqrt{1+4Q_S^2}\right)=\omega_0\left(-\sqrt{\left(\frac{1}{2Q_S}\right)^2+1}+\frac{1}{2Q_S}\right)$$

$$\omega_3=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(-1\pm\sqrt{1-4\frac{Q_S}{\omega_0}(-Q_S\omega_0)}\right)=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(-1\pm\sqrt{1+4Q_S^2}\right)=\omega_0\left(\sqrt{\left(\frac{1}{2Q_S}\right)^2+1}-\frac{1}{2Q_S}\right)$$

$$\omega_4=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(-1\pm\sqrt{1-4\frac{Q_S}{\omega_0}(-Q_S\omega_0)}\right)=\frac{\omega_0}{2Q_S}\left(-1\pm\sqrt{1+4Q_S^2}\right)=\omega_0\left(-\sqrt{\left(\frac{1}{2Q_S}\right)^2+1}-\frac{1}{2Q_S}\right)$$

이렇게 하여 Bandwidth(대역폭)의 정의는 아래와 같다.

$$Bandwidth=\omega_1-\omega_3=\frac{\omega_0}{Q_S}$$

둘의 곱을 구해보면 아래와 같다.

$$\omega_1\omega_3=\omega_0^2\left\{1+\left(\frac{1}{2Q_S}\right)^2-\left(\frac{1}{2Q_S}\right)^2\right\}=\omega_0^2$$

$$\therefore\ \omega_0=\sqrt{\omega_1\omega_3}$$

Bandwidth on Serial Circuit

직렬 공진 회로에서 Q 값과 Bandwidth 를 R, L, C 로 표기해보자!

우선 앞서 살펴본 Q 값을 다시 아래와 같이 정리해본다.

$$Q_S = \frac{\omega_0}{Bandwidth}$$

Q 값과 Bandwidth 를 R, L, C 로 나타내기 위해 앞서 정리했던 값을 다시 가져와본다.

$$Q_S = \frac{X_0}{R}, \qquad X_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

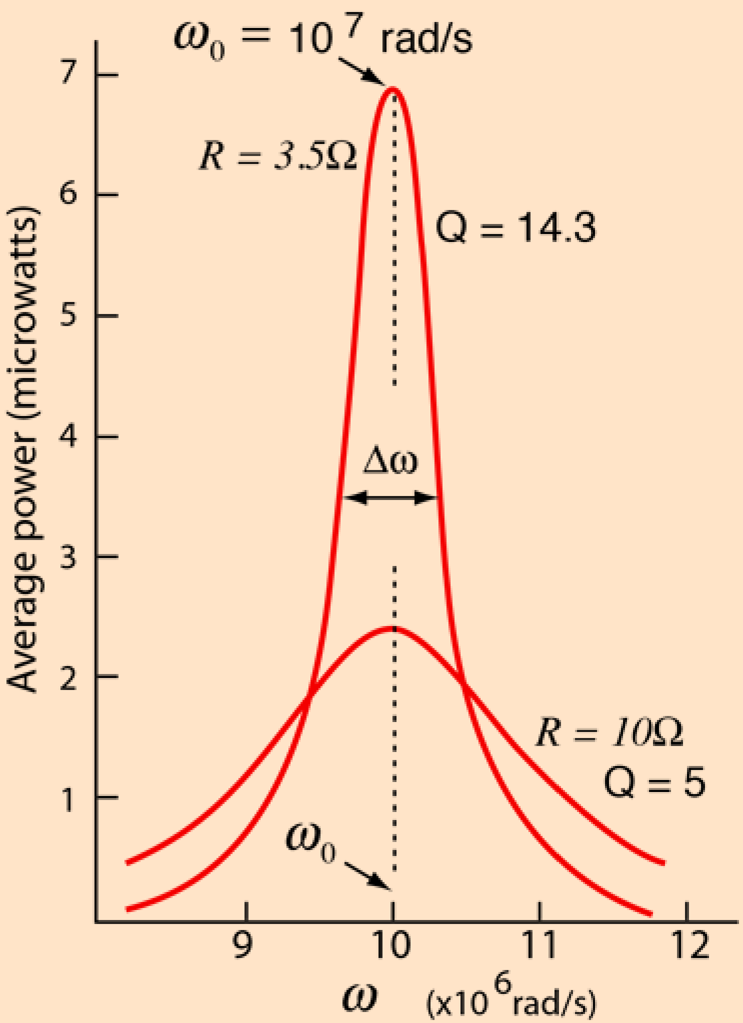
$$Q_S = \frac{X_0}{R}, = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{L}{R}\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Bandwidth = \frac{\omega_0}{Q_S} = R\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{R}{L}$$

Q 값은 Bandwidth 와 반비례 관계이므로 Q 를 크게 하려면 Bandwidth 를 작게 해야하며
저항 R 을 작게 하면 Bandwidth 가 작아지므로 결과적으로 저항 R 을 감소시키면 Q 를 크게 할 수 있다.
그러므로 저항 R 이 작아지면 공진시에 전류의 크기가 커지게 된다.

ubstitution now gives the expression for average power as a function of requency.

$$P_{avg} = \frac{V_{rms}^2 R\omega^2}{R^2\omega^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}$$



This power distribution is plotted at left using the same circuit parameters as were used in the example on the Q factor of the series resonant circuit

The average power at resonance is just

$$P_{avg} = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

since at the resonant frequency ω_0 the reactive parts cancel so that the circuit appears as just the resistance R.

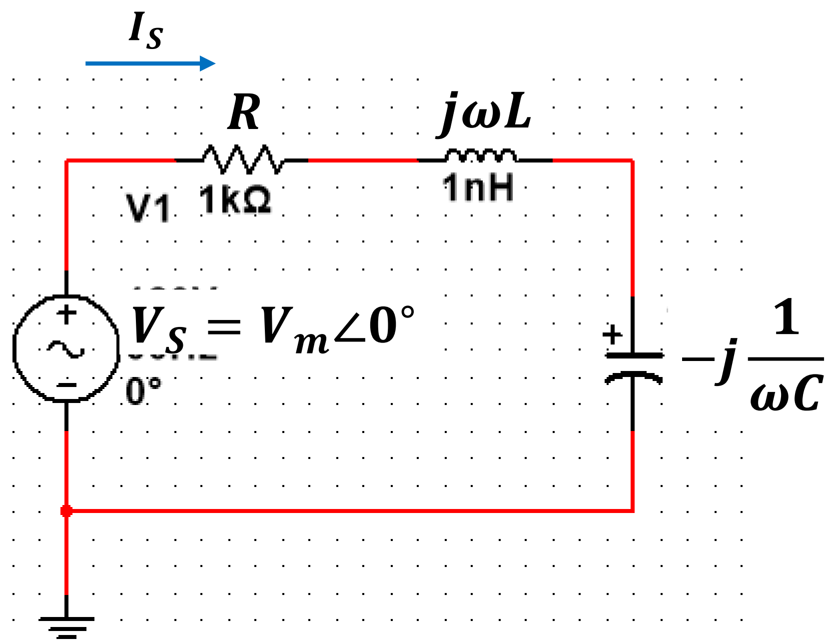
Physical Meaning of Q

Q 값의 물리적 의미를 살펴보도록 하자!

공진 회로의 중요한 특성은 공진 주파수와 Q 값이며
직렬 공진 회로의 Q 에는 에너지 관점의 중요한 물리적 의미가 내포되어 있다.

앞서 살펴봤던 회로에서 전압원의 주파수가 공진 주파수 ω_0 인 정현파로 아래와 같다 가정해보자!

$$V_S(t) = V_m cos(\omega_0 t)$$



공진이 발생하는 경우 저항 R 에서 한 주기 동안 소비하는 에너지와
인덕터와 콘덴서에서 저장하는 에너지를 각각 고려해보자!
공진이 발생하는 경우 회로에 흐르는 전류는 아래와 같다.

$$i_S(t) = \frac{V_S(t)}{R} = \frac{V_m}{R} cos(\omega_0 t)$$

위 식으로 인덕터와 콘덴서에 저장되는 에너지는 아래와 같다.

$$W_L = \frac{1}{2} L i_S^2(t) = \frac{L V_m^2}{2R^2} cos^2(\omega_0 t)$$

$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2(t) = \frac{1}{2} C \left(\frac{1}{C} \int_0^t \frac{V_m}{R} cos(\omega_0 \tau) d\tau \right)^2 = \frac{L V_m^2}{2R^2} sin^2(\omega_0 t)$$

다시 한 번 인덕터와 콘덴서에 축적되는 에너지를 살펴보도록 한다.

$$W_L = \frac{1}{2}Li_S^2(t) = \frac{LV_m^2}{2R^2}cos^2(\omega_0 t)$$

$$W_C = \frac{1}{2}CV_C^2(t) = \frac{1}{2}C\left(\frac{1}{C}\int_0^t \frac{V_m}{R}cos(\omega_0\tau)d\tau\right)^2 = \frac{LV_m^2}{2R^2}sin^2(\omega_0 t)$$

순간적으로 축적된 에너지의 총합은 아래와 같다.

$$W(t) = W_L(t) + W_C(t) = \frac{LV_m^2}{2R^2}$$

한 주기동안 저항 R 에서 소비하느 에너지를 구하기 위해 평균 전력이 필요하니 앞서 정리한 식을 사용하자!

$$P_R = \frac{V_m^2}{2R}$$

저항 R 에서 한 주기 동안 소비한 에너지는 아래와 같다.

$$W_R = \int_0^{T_0} P_R\,dt = \int_0^{T_0}\frac{V_m^2}{2R}dt = \frac{V_m^2}{R}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right)$$

에너지 비율을 보면 아래와 같다.

$$\frac{W}{W_R} = \frac{RLV_m^2\omega_0}{2\pi R^2 V_m^2} = \frac{\omega_0 L}{2\pi R} = \frac{1}{2\pi}\frac{X_0}{R}$$

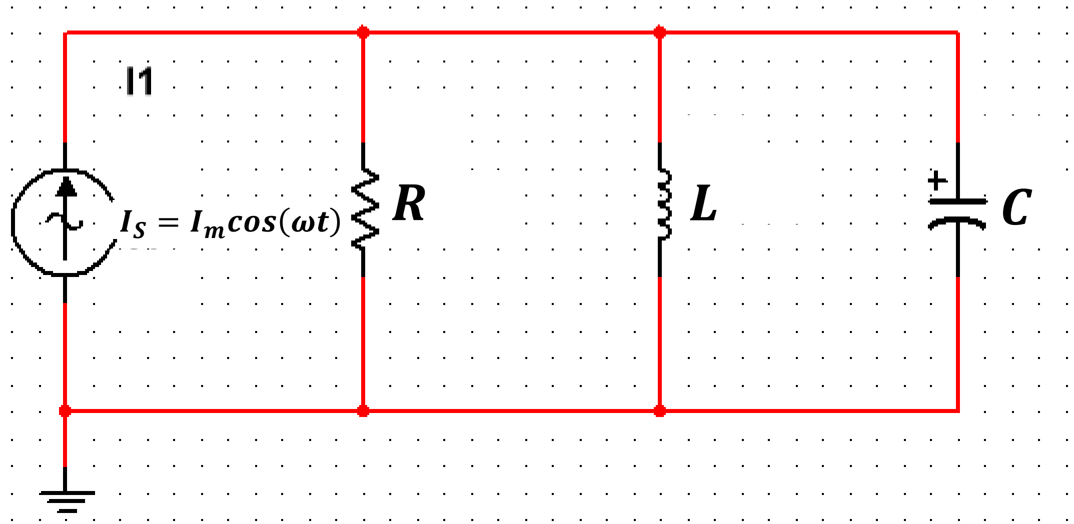
직렬 공진 회로의 Q 값은 아래와 같다.

$$Q_S = 2\pi\left(\frac{W}{W_R}\right) = 2\pi\frac{\text{최대 축적 에너지}}{\text{한 주기 동안 소비한 에너지}} \qquad Q_S = \frac{X_0}{R}, \qquad X_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

Parallel Resonance Circuit

이번에는 병렬 공진 회로에 대해 알아보도록 하자!

정현파 전류원으로 구동되는 병렬 RLC 회로를 살펴보자!
먼저 이 회로의 어드미턴스를 구해보자!
(어드미턴스는 임피던스의 역수임)



$$\begin{aligned} Y_{eq} &= Y_R + Y_L + Y_C \\ &= \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \end{aligned}$$

어드미턴스의 서셉턴스가 0 이 될 때 공진 발생!

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \Rightarrow Y_{eq} = \frac{1}{R}$$

병렬 RLC 회로에서 공진은 오직 한 주파수에서 발생하며 아래 식으로 구할 수 있다.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

직렬 방식과 유사하게 공진 각 주파수에 따라 용도를 다르게 표기한다.

이번에는 병렬에서의 특성을 살펴보도록 한다.

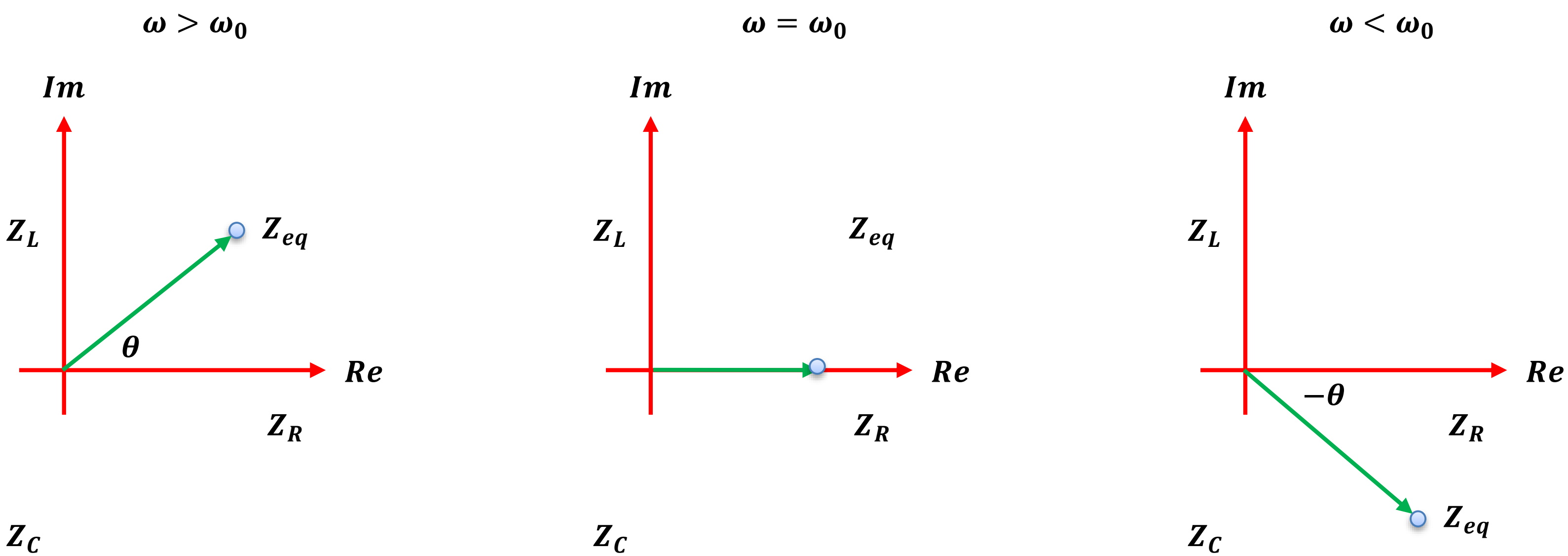
전원의 주파수와 공진 주파수의 대소 관계에 따라 전체 어드미턴스의 위상이 달라진다.

$if)\ \omega > \omega_0$
$|Y_L| > |Y_C| \rightarrow \theta > 0$ 　 용량성 회로에 해당함

$if)\ \omega = \omega_0$
$|Y_L| = |Y_C| \rightarrow \theta = 0$ 　 순수한 저항에 해당함

$if)\ \omega < \omega_0$
$|Y_L| < |Y_C| \rightarrow \theta < 0$ 　 유도성 회로에 해당함

이를 복소 평면에 나타내면 아래와 같다.



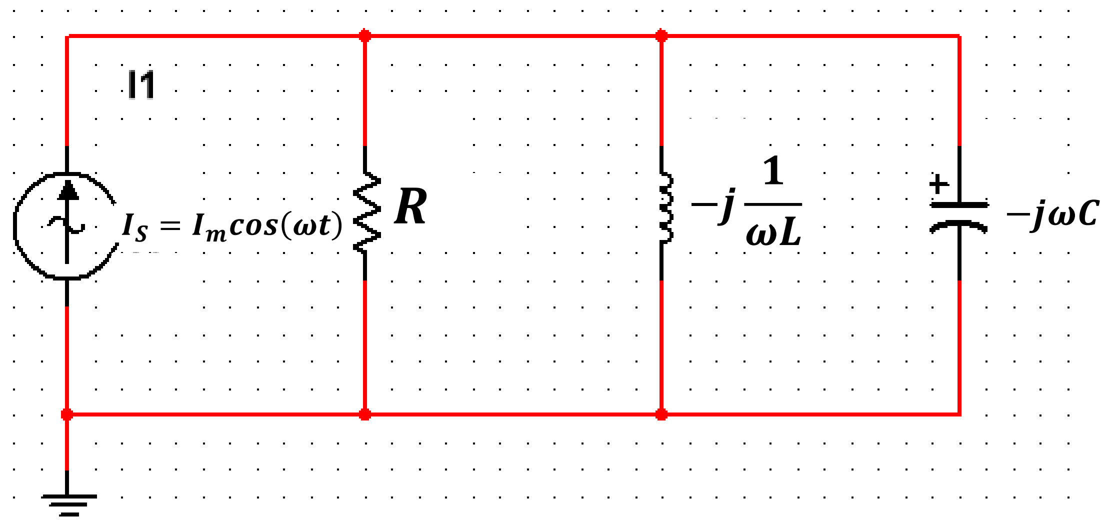
다시 회로를 살펴보며 몇 가지 특성을 살펴보자!

먼저 공진 주파수에서 인덕터와 콘덴서에 흐르는 전류를 구해보자!

$$I_L = -j\frac{1}{\omega_0 L}V_S, \qquad I_C = j\omega_0 C V_S$$

두 값의 크기가 일치함을 알 수 있다.
(공진 주파수 값을 넣어보면 일치함)
위상차는 180 도가 남을 알 수 있다.

$$\angle I_L - \angle I_C = (-90^\circ + \angle V_S) - (90^\circ + \angle V_S) = -180^\circ$$



병렬 공진 회로도 직렬 공진 회로와 같다.
Bandwidth 와 Q 값은 완벽하게 같다.
그러므로 구지 또 수식을 계산하지 않는다.