**ECM306 - Teoria dos Grafos – Tarefa T14 – Prof. Dr. Aparecido Freitas**

Guilherme de Campos - RA: 20.00089-8

Leonardo Campos da Costa - RA: 20.00786-8

Luis Guilherme de Souza Munhoz - RA: 20.01937-8

Enrico Giannobile - RA: 19.00610-0

**Gráfico

Descrição gerada automaticamente**

V = {v1, v2, v3, v4, v5, v6, v7, v8, v9, v10, v11}

E = {e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7, e8, e9, e10, e11, e12, e13, e14, e15}

2. Considerando o grafo G da questão 1, há arestas paralelas no Grafo? Justifique.

Não há arestas paralelas pois não há mais de uma aresta ligando os mesmos 2 vértices

3. Considerando o Grafo G da questão 1, há vértices isolados no Grafo? Justifique

Não, pois não há nenhum vértice de grau 0, ou seja, não há nenhum vértice que não é conectado por uma aresta

4. Qual o conjunto vizinhança dos vértices v6 e v9 do Grafo G da questão 1?

N(v6) = {v5, v8, v9, v11}

N(v9) = {v6, v8, v10, v11}

5. O grafo G da questão 1 é simples? Justifique.

Sim, pois não há arestas paralelas ou loops

6. Defina o grau de todos os vértices do grafo G da questão 1.

d(v1) = 2; d(v2) = 2; d(v3) = 3; d(v4) = 2;

d(v5) = 3; d(v6) = 4; d(v7) = 2; d(v8) = 4;

d(v9) = 4; d(v10) = 2; d(v11) = 2;

7. Defina a sequência dos Graus do Grafo G da questão 1.

2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4

8. O grafo G da questão 1 é regular? Justifique.

não, pois há vértices de graus diferentes

9. Mostre graficamente, dois grafos G1 e G2 cúbicos.

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

10. Pode haver um grafo simples com 15 vértices, cada um com grau 5 ? Justifique.

sum(d(v[i])) = 2 \* arestas

75 = 2 \* arestas

arestas = 37.5

este grafo não existe

11. Pode haver um grafo simples com 10 vértices, cada um com grau 3 ? Justifique.

sum(d(v[i])) = 2 \* arestas

30 = 2 \* arestas

arestas = 15

pode haver este grafo

12. O grafo de intersecção de uma coleção de conjuntos A1, A2, ..., An é o grafo que tem um vértice para cada um dos conjuntos da coleção e tem uma aresta conectando os vértices se esses conjuntos têm uma intersecção não vazia. Construa o grafo de intersecção para a seguinte coleção de conjuntos:

A1 = {0, 2, 4 , 6, 8 }

A2 = {0, 1 , 2 , 3, 4 }

A3 = {1, 3, 5, 7, 9 }

A4 = {5, 6, 7, 8, 9 }

A5 = {0, 1, 8, 9 }

A1 ∩ A2 = true

A1 ∩ A3 = false

A1 ∩ A4 = true

A1 ∩ A5 = true

A2 ∩ A3 = true

A2 ∩ A4 = false

A2 ∩ A5 = true

A3 ∩ A4 = true

A3 ∩ A5 = true

A4 ∩ A5 = true

Uma imagem contendo Diagrama

Descrição gerada automaticamente

13. Considere dois grafos G1, com 10 vértices e G2 com 11 vértices. Os grafos G1 e G2 podem ser isomorfos? Justifique.

Não, pois uma das condições para dois grafos serem isomorfos é terem o mesmo número de vértices.

14. Considere dois grafos G1, com 5 arestas e G2 com 6 arestas. Os grafos G1 e G2 podem ser isomorfos? Justifique.

Não, pois uma das condições para dois grafos serem isomorfos é terem o mesmo número de arestas.

15. Considere os grafos G1 e G2 da figura abaixo:

Gráfico, Gráfico de radar

Descrição gerada automaticamente com confiança média

Apesar de G1 e G2 terem o mesmo número de vértices e arestas, G1 tem vértices de grau 3 e G2 não portanto não são isomorfos

16. Quantas arestas tem o grafo K7? Justifique.

n\*(n-1)/2

7\*(7-1)/2

21 arestas

17. Quantas arestas tem o grafo K10 ? Justifique.

n\*(n-1)/2

10\*(10-1)/2

45

18. Desenhe o grafo K3,5

Desenho de personagem

Descrição gerada automaticamente com confiança baixa

19. Desenhe o grafo K3,4.

Uma imagem contendo alfinete

Descrição gerada automaticamente

20. Considere o grafo G abaixo:

Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Uma imagem contendo Gráfico

Descrição gerada automaticamente

21. Considere o grafo G da questão 21. Defina um supergrafo de G.

G é supegrafo de si mesmo

22. Considere o grafo G da questão 21. Defina um subgrafo de G.

G é subgrafo de si mesmo

23. Considere o grafo G, da figura abaixo:

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

1. Defina, se possível, um passeio aberto no Grafo G;

v1e1v2

1. Defina, se possível, um passeio fechado no Grafo G;

v1e1v2e1v1

1. Defina, se possível, uma trilha aberta no Grafo G;

v1e1v2

1. Defina, se possível, um circuito no Grafo G;

v2e2v3e4v2

E) Defina, se possível, um caminho aberto n Grafo G;

v1e1v2

F) Defina, se possível, um ciclo no Grafo G.  
 v2e2v3e4v2

24. Considere o grafo G, da figura abaixo: Forma, Retângulo

Descrição gerada automaticamente

O grafo G é Euleriano? Justifique

Não, pois para um grafo ser euleriano, todos seus vértices têm que ter grau par

25. Considere o grafo G, da figura abaixo:

Uma imagem contendo Gráfico

Descrição gerada automaticamente

O grafo G é Euleriano? Justifique.

Não, pois para um grafo ser euleriano, todos seus vértices têm que ter grau par

26. Considere o grafo G, da figura abaixo:

Forma, Polígono

Descrição gerada automaticamente

Não, pois para um grafo ser euleriano, todos seus vértices têm que ter grau par

27. Considere o grafo G, da figura abaixo:

Diagrama

Descrição gerada automaticamente com confiança média

O grafo G é Euleriano? Justifique.

Sim, pois todos seus vértices são pares

28. Considere o grafo G, da figura abaixo:

Forma, Retângulo, Polígono

Descrição gerada automaticamente

O grafo G é Hamiltoniano? Justifique.

O teorema de Ore é atendido portanto o grafo é Hamiltoniano

29. Quantos vértices e arestas têm o grafo K8? Justifique.

|V| = 8

|E| = 8\*(8-1)/2 = 28

30. Quantos vértices e arestas tem o grafo K6,3? Justifique.

|V| = 9

|E| = 18

31. Quantos vértices e arestas tem o grafo ciclo C5? Justifique.

|V| = 5

|E| = 5

32. Quantos vértices e arestas tem o grafo Cubo Q5? Justifique.

|V| = 2\*\*5

|E| = 2\*\*(5-1)\*5 = 80

33. Quantos vértices e arestas tem o grafo Roda W4? Justifique.

|V| = 4

|E| = 2\*(4-1) = 6

34. Quantas arestas tem um grafo com vértices de Graus 5, 2, 2, 2, 2, 1? Desenhe, se possível, o grafo.

|E| = (5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1) / 2 = 7

Desenho preto e branco

Descrição gerada automaticamente

35. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 3, 3, 3, 3, 2? Desenhe, se possível o grafo.

|E| = (3 + 3 + 3 + 3 + 2) / 2 = 7

Diagrama, Forma

Descrição gerada automaticamente

36. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 1, 2, 3, 4, 5? Desenhe, se possível o grafo.

|E| = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) / 2 = 7.5

este grafo não existe

37. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 1, 2, 3, 4, 4? Desenhe, se possível o grafo.

|E| = (1 + 2 + 3 + 4 + 4) / 2 = 7

este grafo não é simples pois teria arestas paralelas

38. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 3, 4, 3, 4, 3? Desenhe, se possível o grafo.

|E| = (3 + 4 + 3 + 4 + 3) / 2 = 8.5

este grafo não existe

39. Quantos subgrafos com pelo menos um vértice tem K3? Justifique.

Um vértice: existem três subgrafos com um vértice e, consequentemente, nenhuma aresta;

Dois vértices: existem combinação de 3 2 a 2 = 3 possibilidades de escolher subgrafos com dois vértices (de um conjunto com três vértices, devemos escolher dois). Para cada possibilidade, podemos incluir ou não a aresta, i.e., 3 × 2 = 6 subgrafos com dois vértices;

Três vértices: neste caso, para uma das três arestas que podemos ter, podemos incluí-la ou não, ou seja, para cada aresta temos duas possibilidades. Assim, temos 2×2×2 = 8 possibilidades. Uma outra forma de analisarmos este caso é que temos um conjunto E com três arestas. O conjunto potência de E nos dá todos os subconjuntos de aresta que podemos escolher. Assim, temos 2³ = 8 possibilidades de subconjuntos distintos. Assim, a quantidade total de subgrafos com pelo menos um vértice é a soma de 3 + 6 + 8 = 17.

40. Desenhe todos os subgrafos do grafo G abaixo:

Forma

Descrição gerada automaticamente

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

41. Para que valores de n, os grafos Kn são regulares? Justifique.

Para todo n >= 1, visto que os grafos completos todos os vértices têm o mesmo grau e que o grau de cada vértice é n - 1

42. Para que valores de n, os grafos Cn são regulares? Justifique.

Para todo n >= 3, já que o grau de cada vértice é sempre 2

43. Para que valores de n, os grafos Wn são regulares? Justifique.

No grafo roda, o grau do vértice do centro é sempre n e o grau dos vértices no ciclo é sempre 3. Assim,

o grafo roda Wn é regular apenas para n = 3. Observe que W3 é o mesmo que K4, ou seja, os grafos

W3 e K4 são isomorfos

44. Para que valores de n, os grafos Qn são regulares? Justifique.

O grafo cubo Qn é regular para todos os valores de n ≥ 0, já que o grau de cada vértice é sempre n.

Observe que Q0 é o grafo com um vértice.

45. A condição imposta pelo Teorema de Dirac é suficiente ou necessária? Justifique.

suficiente mas não necessário visto que ele pode ser Hamiltoniano apesar de não ser aceito pelo teorema

46. A condição imposta pelo Teorema de Ore é suficiente ou necessária? Justifique.

suficiente mas não necessário visto que ele pode ser Hamiltoniano apesar de não ser aceito pelo teorema

47. Considere o grafo G abaixo:

Gráfico, Gráfico de bolhas

Descrição gerada automaticamente

O grafo G é Hamiltoniano? Justifique.

visto que o grafo não é aceito pelo teorema de Bondy, pelo teorema de Ore e pelo teorema de Dirac não se pode dizer nada se o grafo é Hamiltoniano ou não

O grafo G é Euleriano ? Justifique.

não é euleriano, visto que para um grafo ser euleriano, todos seus vértices tem que ter grau par

48. O que significa dizer que um problema tem complexidade NP Completo? O que significa dizer que um problema tem complexidade P?

se um problema é NP-Completo, isto quer dizer que este problema não tem soluções polinomiais, somente exponenciais.

se um problema tem complexidade P, ele tem soluções de complexidade polinomiais

49. Descreva o Teorema de Berge para o Problema do Emparelhamento de Grafos. Qual a importância deste teorema para o Problema do Emparelhamento de Grafos?

Segundo Berge, se conseguirmos encontrar um caminho que comece e termine com vértices livres alternando entre arestas que pertencem e não pertencem ao emparelhamento, então existe um emparelhamento M’ maior que o inicial. Esse tipo de caminho chama-se Caminho M-aumentante, utilizando-se esse teorema é possível solucionar o problema de emparelhamento

50. Descreva o Teorema de Hall para o Problema do Emparelhamento de Grafos. Qual a importância deste teorema para o Problema do Emparelhamento de Grafos?

O teorema de Hall demonstra que, em um grafo bipartido com partição (X,Y), existe um emparelhamento se e somente se o tamanho do conjunto vizinhança de s for maior igual o tamanho de s, para todo subconjunto S de X, a importância desse teorema é a possibilidade de determinar se um grafo bipartido contém um emparelhamento completo.