

# 2025 年华数杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“华数杯数学建模竞赛论文格式规范与提交说明”)

## C 题 可控生物节律的 LED 光源研究

发光二极管 (Light Emitting Diode, LED) 作为一种高效、节能、环保的新型光源，近年来在多个领域得到了广泛应用。在照明领域，白光 LED 的效率已远超传统的白炽灯和荧光灯，成为目前最主要的照明光源，能够通过调节色温和光谱特性，适应不同的照明需求。

科学研究表明，光照不仅为我们提供视觉照明，还会通过视网膜深远地影响人体的生理节律系统。例如，特定波长的光照会影响褪黑激素的分泌，进而调节我们的睡眠质量、认知功能与情绪状态。适当的光照调节可以提高工作效率，而失当的光照则可能干扰正常的昼夜节律。因此，如何在满足照明需求的同时，优化 LED 光源的光谱特性以实现有益的生理节律调节效应，成为一个亟待解决的重要问题。

请建立数学模型，解决以下问题：

**问题 1：**光源的光谱功率分布 (Spectral Power Distribution, SPD) 是描述其物理特性的最基础数据，记录了光源在各个波长上的能量分布，如同光源的“指纹”。所有用于评估光源性能的关键参数，本质上都是基于 SPD 通过一系列标准化的数学模型和算法计算得出的。

为了综合评估 LED 光源在颜色质量与健康节律效应方面的性能，行业内定义了关键参数。请基于给定的 SPD 数据，建立计算模型，求解以下三类共五个核心参数，计算方法均在参考文献中给出：

### ● 颜色特性参数

相关色温 (CCT)<sup>[1]</sup> 和 距离普朗克轨迹的距离 (Duv)<sup>[5]</sup>：这两个参数共同描述了光源的“颜色外观”（偏黄、偏白还是偏蓝）。它们的计算需要将 SPD 数据首先转换到标准的 CIE XYZ 色彩空间，然后通过算法寻找其在普朗克轨迹（黑体辐射轨迹）上最近的点来确定。

### ● 颜色还原参数

保真度指数 (Rf) <sup>[2]</sup>和色域指数 (Rg)<sup>[2]</sup>：这些参数评估的是光源与标准光源相比，还原物体真实色彩的能力。其计算模型较为复杂，通常需要模拟待测光源和标准光源分别照射在一系列标准化的“测试色样”上，再通过复杂的色差公式比较两者在色样上引起的颜色差异。

#### ● 生理节律效应参数

褪黑素日光照度比 (mel-DER)<sup>[3]</sup>：用于量化光照对人体生理节律（抑制褪黑素分泌）的影响强度。

现给定一组 LED 光源的 SPD 数据（详见附录数据文件“Problem 1”），每组数据为波长(nm)与对应的光谱功率(W/nm)。请研究上述五个参数的标准化计算方法和数学模型。计算出 SPD 数据对应的五个特征参数值。

**问题 2：**多通道光源是指通过多个独立的发光通道（LED 芯片）组合，从而灵活地合成多种光谱功率分布（SPD）。通过精确调节各通道的驱动权重，可以对合成光谱的形状、色温（CCT）、显色性（Rg/Rf）及生理节律效应（mel-DER）等关键特性进行动态控制。多通道光源的总光谱是各个通道光谱的加权线性叠加[6,7]。

本问题提供了五个独立 LED 通道的 SPD 数据（详见附录数据文件“Problem 2\_LED\_SPD”），作为设计光源的“积木”。它们分别是：三个单色光通道深红光、绿光、蓝光，两个白光转换型通道暖白光 (Warm White, WW)，其色温较低（约 3000K），能营造舒适、放松的氛围。以及冷白光 (Cool White, CW)，其色温较高（约 6500K），光谱中短波（蓝光）成分更多，类似于日间自然光。

每个通道的 SPD 数据格式均为波长(nm)与对应的相对光谱功率。现需要利用这五个通道，通过寻找最佳的权重组合来合成满足特定需求的光谱。

#### 场景一：日间照明模式

在模拟正午日光（CCT = 6500 K）的条件下，使得合成光谱的保真度指数 (Rf) 尽可能高（接近 100）。合成光谱的 CCT 在正午日光范围，6000 ±500 K 以内。色域指数 Rg 在 95~105 之间，Rf > 88 时可以保证颜色自然。计算并报告此模式下的视黑素日光效率比 (mel-DER)。

#### 场景二：夜间助眠模式

为了实现最小化对人体生理节律的干扰，在营造温馨的低色温环境（合成光谱的  $CCT = 3000 \pm 500 \text{ K}$ ）下，需要使合成光谱的视黑素日光效率比 (mel-  
DER) 尽可能低。同时，即使在助眠模式下，也应保证基本的颜色分辨能力，要求一般保真度指数 (Rf) 不低于 80。

请针对以上两个场景，分别求出最优的通道权重组合，并展示合成光谱的关键参数（CCT, Duv, Rf, Rg, mel-  
DER）。

**问题 3：**人类的生理和心理健康与一天中自然光的变化息息相关。日出时光线柔和；正午时色温高、光照强烈；日落时又回归低色温。附录数据文件“Problem 3 SUN\_SPD”表格给出一个时间序列数据集，包含从早晨（8:30）到日落（傍晚 19:30）的太阳光谱。结合问题二中给出的五通道 LED，设计一个控制策略，使其合成的光谱能够在全天范围模拟给定的太阳光谱数据，使其具有相似的**节律效果**。并选取三个代表性时间点（早晨、正午、傍晚），绘制合成光谱与目标太阳光谱的对比图，进行案例分析。

**问题 4：**在前序问题中，我们已经基于理论模型，设计并优化出了特定模式的光谱。然而，理论设计需要通过人体实验来验证。本问题将提供一组临床睡眠实验数据，要求运用统计分析方法，评估我们设计的“优化光照”是否真正对改善人类睡眠质量有显著效果。这是一项包含 11 位健康被试的交叉实验。每位被试在不同日期分别体验了以下三种睡前光照环境，每种环境持续一晚：

环境 A	被试在睡前 2 小时暴露于问题二中设计的“夜间助眠模式”的光谱下。
环境 B	被试在睡前 2 小时暴露于一种普通的市售 LED 灯光下。
环境 C	被试在睡前 2 小时处于严格的黑暗环境中。

现提供这 11 位被试在三种环境下（共  $11 \times 3 = 33$  条有效记录）的整夜睡眠数据，数据详见附录数据文件“Problem 4”。数据由便携式睡眠监测仪采集，每 30 秒记录一次。数据中的睡眠阶段编码遵循美国睡眠医学会（AASM）的标准：

4	清醒 (Wake)
5	REM 睡眠 (Rapid Eye Movement)
2	N2 期睡眠 (Stage N2)+ N1 期睡眠 (Stage

	N1)
3	N3 期睡眠 (Stage N3, 即深睡眠/慢波睡眠)

通常，N1 期和 N2 期被合称为“浅睡眠”（Light Sleep）。

根据睡眠医学的常用标准，我们为每个被试的每次实验计算以下关键指标：

总睡眠时间 (Total Sleep Time, TST)	记录中所有非清醒阶段（N1, N2, N3, REM）的总时长。
睡眠效率 (Sleep Efficiency, SE)	$SE = (TST / \text{总卧床时间}) \times 100\%$ 。总卧床时间指从关灯入睡到最终醒来的总时长。SE 是衡量睡眠连续性的重要指标。
入睡潜伏期 (Sleep Onset Latency, SOL)	从关灯到首次进入任何睡眠阶段（N1, N2, N3 或 REM）所需的时间。
深睡眠比例 (N3%)	$N3\% = (N3 \text{ 期总时长} / TST) \times 100\%$ 。深睡眠对于身体恢复至关重要。
REM 睡眠比例 (REM%)	$REM\% = (REM \text{ 期总时长} / TST) \times 100\%$ 。REM 睡眠与学习、记忆和情绪调节有关。
夜间醒来次数 (Number of Awakenings)	睡眠开始后，清醒总次数。

现在需要根据原始数据，为每一次睡眠记录计算出一系列公认的客观睡眠质量评估指标。运用恰当的统计检验方法，分析三种光照环境对各项睡眠指标的影响是否存在显著性差异。基于您的统计结果，得出结论：我们设计的“优化光照”相比于“普通光照”和“黑暗环境”，是否对睡眠质量产生了有益的改善？

参考文献

[1]张浩,徐海松.光源相关色温算法的比较研究[J].光学仪器,2006,(01):54-58.

[2] Royer, Michael P. "Tutorial: Background and guidance for using the ANSI/IES TM-30 method for evaluating light source color rendition." Leukos 18.2 (2022): 191-231.

[3] Schlangen, Luc JM, et al. "Report on the Workshop Use and Application of the new CIE s 026/e: 2018, Metrology for ipRGC-influenced responses to light “specifying light for its eye-mediated non-visual effects in humans”." Proceedings of

the 29th Session of the CIE. CIE, 2019. 114-118.

[4]常雪松.可调色温高显色 pc-LED 光源设计[D].大连工业大学,2023.

[5]李月.光源相关色温及色偏差计算方法研究[D].辽宁科技大学,2023.

[6]李宁. LED 混光的光视效能及显色性评估研究[D].北京大学,2014.

[7] Zhang, Jingjing, et al. "Blue light hazard optimization for white light-emitting diode sources with high luminous efficacy of radiation and high color rendering index." *Optics & Laser Technology* 94 (2017): 193-198.

其他参数参考《IES TM-30-20》《CIE S 026/E》等国际标准。

请注意，本题所用数据为随机生成，不得用于其他用途。