Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

En esta práctica vamos a analizar el uso de los algoritmos "voraces" o "greedy", algoritmos que seleccionan en cada momento lo mejor de entre un conjunto de candidatos, sin tener en cuenta lo ya hecho, para obtener una solución "rápida" al problema.

Vamos a tener dos problemas a los cuales vamos a aplicar esta manera de resolverlos y mediremos su eficiencia teórica.

Una vez diseñado el algoritmo, veremos los resultados de la ejecución y los compararemos con los resultados "óptimos", generados tras resolver el problema de la mejor manera posible.

Recordemos que los algoritmos greedy no aseguran generar soluciones optimales siempre; esta desventaja es una ventaja en problemas en los que es muy difícil alcanzar la solución óptima, apliquemos el algoritmo que apliquemos, como el problema que se propone a continuación. No obstante, veremos que los resultados, a pesar de no ser los óptimos, son bastante eficientes, así como sobretodo el tiempo de ejecución del algoritmo.

1. Problema común (Viajante de comercio)

Como hemos comentado anteriormente, aplicar un algoritmo que nos dé el resultado más óptimo para este problema es bastante complicado y su tiempo de ejecución se incrementaría bastante.

Es por eso por lo que el enfoque greedy es una manera eficiente de solucionar este problema, generando un resultado que no es el óptimo pero se acerca a ello.

El problema se resume en encontrar un circuito hamiltoniano para una serie de puntos, en este caso ciudades, de manera que se recorran todas ellas sin volver a pasar por ninguna, de manera que la distancia total entre estas ciudades, es decir, del circuito, sea la mínima (y así minimizamos el recorrido).

1.1. Algoritmo basado en cercanía

En primer lugar, hemos desarrollado una estrategia basada en encontrar el "vecino más cercano": tomamos una ciudad inicial de manera arbitraria, y buscamos en el vector de ciudades que no se han visitado la ciudad más cercana a esta. Una vez encontrada, se procede a hacer un borrado lógico de la ciudad en el vector, y se procede a encontrar la ciudad más cercana a esta última visitada.

El procedimiento se repite hasta que todas las ciudades se hayan visitado, obteniendo el camino.

Hemos creado también una clase matriz que hemos usado de forma auxiliar para simplificar la parte del código del algoritmo que se detalla a continuación.

1.1.1. Código del programa

Aquí se muestra la parte del código del programa desarrollado en C++ que contiene el algoritmo principal utilizado.

```
//Declaramos los vectores que albergaran los conjuntos Candidato y Solucion
vector<int> solucion;
vector<int> candidatos;

// Inicializamos el conjunto de candidatos, el rango sera [0,15].
for(int i = 0; i<dimension;++i){
     candidatos.push_back(i);
}

// Abergamos la primera ciudad en el conjunto solucion.
int i = 0;
solucion.push_back(0);
candidatos[0] = -1;

// variable donde guardaremos el indice, es decir, la ciudad a donde nos dirigimos.
int menor;

/*CUERPO DEL ALGORITMO:
* La idea es encontrar la ciudad mas cercana haciendo uso de la matriz de
* distancias. Una vez encontrada la ciudad (indice) al que nos dirigimos,
* la posicion candidatos[indice] lo hacemos -1 para mostrar que esa ciudad
* ya la hemos visitado y introducimos el indice en el vector de soluciones.
*
* Para concluir, asignamos el valor del indice a la variable i para empezar
* de nuevo todo el proceso
*/
while(solucion.size()< dimension   ){
     vector <double> c;
     m.get_Fila(i,c);
     menor =BuscaMenor(c, candidatos);
     solucion.push_back(menor);
     candidatos[menor] = -1;
     i = menor;
}

// Imprimimos el vector solucion teniendo en cuenta que para la implementacion
```

```
// La ciudad numero 1 ha sido el indice numero 0, por lo
    ↪tanto tenemos que sumar
// 1 a los valores del vector solucion.

for(int i = 0; i< solucion.size();i++){
    cout << solucion [i]  + 1<< " --> ";
}
// Aniadimos la ciudad inicial para indicar que
    ↪completamos un ciclo.
cout << " 1 " << " FIN.";
```

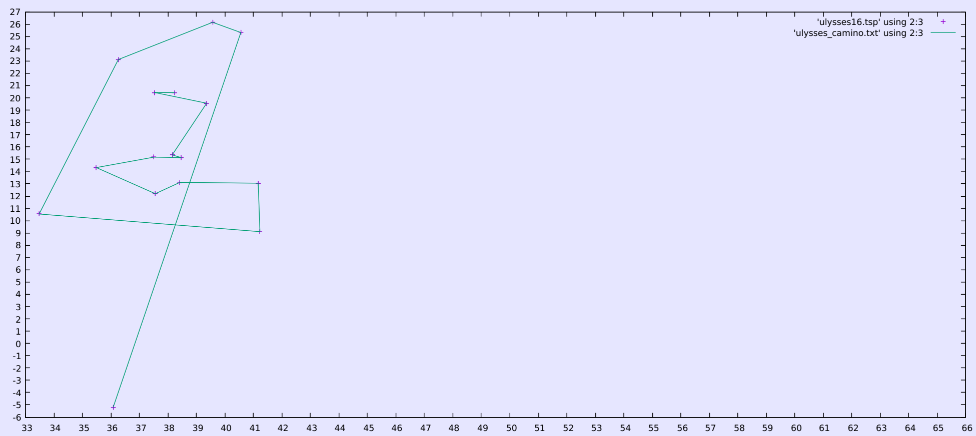
1.1.2. Pseudocódigo

El algoritmo por cercanía en pseudocódigo es el siguiente:

```
N = |V|
S = {primera ciudad de V}
Repetir
    U = Buscar ciudad del conjunto V mas cercana a la
        ↪ultima ciudad insertada en S
    Eliminar U de V
    Insertar U en S
Hasta que |S| = N
Insertar de nuevo en S la primera ciudad que habiamos
    ↪insertado al principio
Devolver S
```

1.1.3. Visualización

Aquí podemos observar un resultado de aplicar el algoritmo.



1.1.4. Eficiencia teórica

La eficiencia teórica O(n) depende del número de ciudades que hay. Tomamos, por tanto, $TAM = dimension = n$.

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

La eficiencia del algoritmo, en el peor de los casos, es

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n}$$

$$T(n) = n * n$$

$$T(n) \in O(n^2)$$

Esto es debido a que la función $BuscaMenor$ es de tiempo n, y se ejecuta también n veces en el bucle $while$ de la línea 30.

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

1.2. Algoritmo basado en inserción

Este algoritmo greedy para resolver el problema del viajante de comercio consiste en partir de un circuito inicial. En nuestro caso las ciudades elegidas para el circuito inicial son la más al Este, la más al Oeste y la más al Norte. Una vez escogido el recorrido inicial comienza el algoritmo. Nuestro algoritmo de inserción se basa en insertar en cada iteración la ciudad que menos aumenta el tamaño de este.

1.2.1. Código del programa

Aquí se muestra la parte del código del programa desarrollado en C++ que contiene el algoritmo principal utilizado.

```cpp
//Elegimos el recorrido inicial
int E = 0, O = 0, N = 0;
double mas_al_E = v_coordenadas[0].first;
double mas_al_O = v_coordenadas[0].first;
double mas_al_N = v_coordenadas[0].second;

for(int i=1; i<num_ciudades; ++i){
    if(v_coordenadas[i].second > mas_al_N){
        mas_al_N = v_coordenadas[i].second;
        N = i;
    }
    if(v_coordenadas[i].first > mas_al_E){
        mas_al_E = v_coordenadas[i].first;
        E = i;
    }
    if(v_coordenadas[i].first < mas_al_O){
        mas_al_O = v_coordenadas[i].first;
        O = i;
    }
}

solucion.push_back(O); candidatos[O] = -1;
solucion.push_back(N); candidatos[N] = -1;
solucion.push_back(E); candidatos[E] = -1;

int tam_solucion = solucion.size(); //Tamanio del conjunto solucion

//Comienzo del algoritmo
vector<int>::iterator sol_it, cand_it;  //Iteradores de los vectores de candidatos y solucion

//Buscamos la ciudad que menos aumenta el tamanio del recorrio
while(tam_solucion < num_ciudades){
    int ciudad_insertada;
    vector<int>::iterator pos_insercion;
```

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

```
    double aumento_minimo = INF;

    for(cand_it = candidatos.begin(); cand_it !=
      ↪candidatos.end(); ++cand_it){
        if(*cand_it != -1){
            for(sol_it=solucion.begin(); sol_it!=solucion.
              ↪end(); ++sol_it){
                //Tenemos en cuenta que es un ciclo por lo
                  ↪ que la ciudad siguiente al
                //ultimo elemento del conjunto solucion es
                  ↪ el primer elemento
                vector<int>::iterator ciudad_siguiente =
                  ↪sol_it;
                if(sol_it == --solucion.end())
                    ciudad_siguiente = solucion.begin();
                else
                    ++ciudad_siguiente;

                //Calculamos el aumento del recorrido al
                  ↪insertar un elemento de los
                  ↪candidatos
                double aumento_distancia = (distancias[*
                  ↪sol_it][*cand_it]+distancias[*cand_it
                  ↪][*ciudad_siguiente]) - distancias[*
                  ↪sol_it][*ciudad_siguiente];
                //Nos quedamos con la ciudad que menos
                  ↪aumente el recorrido
                if(aumento_distancia < aumento_minimo){
                    ciudad_insertada = *cand_it;
                    aumento_minimo = aumento_distancia;
                    pos_insercion = ciudad_siguiente;
                }
            }
        }
    }

    //Insertamos la ciudad
    solucion.insert(pos_insercion, ciudad_insertada);
    candidatos[ciudad_insertada] = -1;  //La "eliminamos"
      ↪del vector de candidatos
    ++tam_solucion;                      //Aumentamos el
      ↪tamanio del vector solucion
}

//Insertamos de nuevo el primer elemento del conjunto
  ↪solucion
// ya que es un camino cerrado
solucion.push_back(*solucion.begin());
++tam_solucion;
```

```

//Mostramos la solucion
cout << "Solucion: " << endl;

for(int i=0; i<tam_solucion; ++i){
    cout << solucion[i]+1 << " ";
}
cout << endl;
```

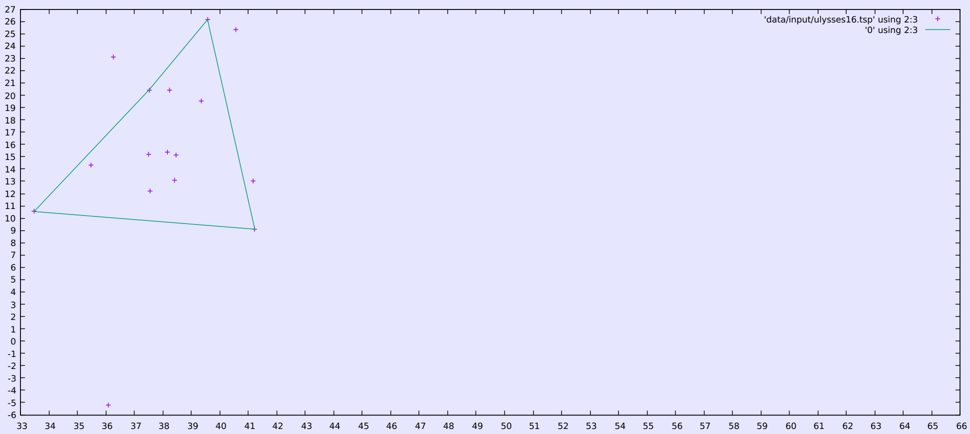
1.2.2. Pseudocódigo

El algoritmo por inserción en pseudocódigo es el siguiente:

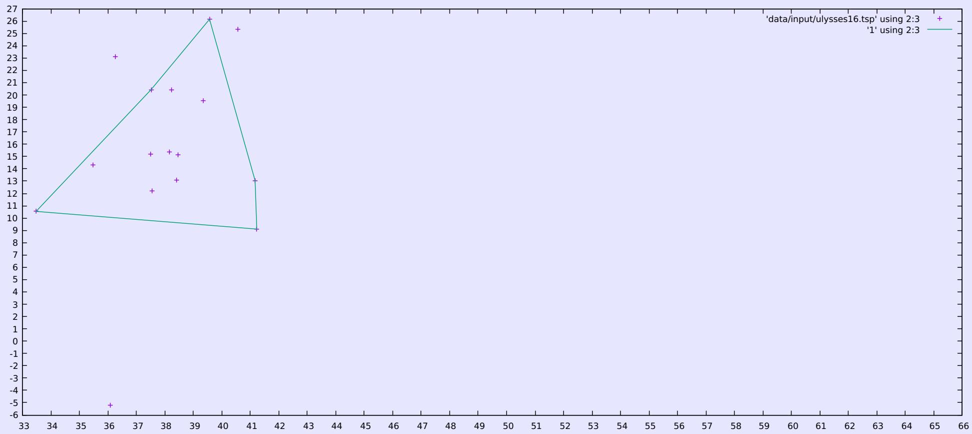
```
N = |V|
S = {ciudad mas al Norte,
     ciudad mas al Este,
     ciudad mas al Oeste}
Repetir
     U = Buscar ciudad del conjunto V que menos aumenta la
        distancia de S
     Eliminar U de V
     Insertar U en S
Hasta que |S| = N
Insertar de nuevo en S la primera ciudad que habiamos
   insertado al principio
Devolver S
```

1.2.3. Visualización

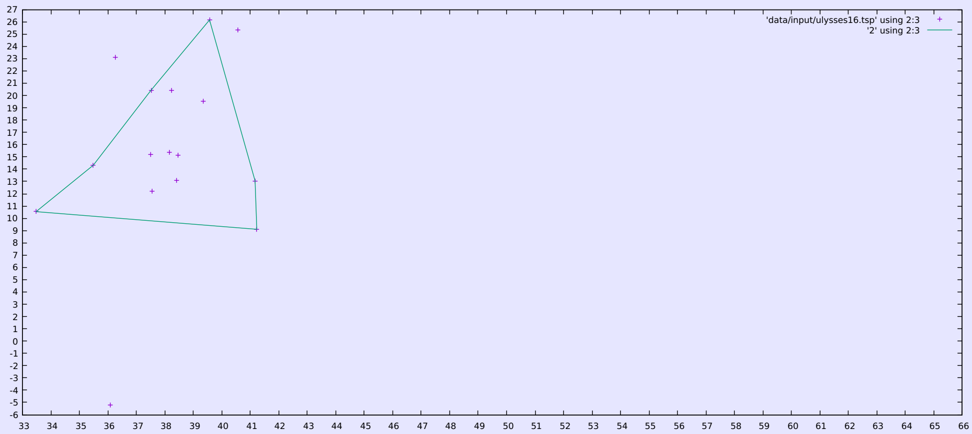
Empezamos seleccionando 3 ciudades distanciadas.



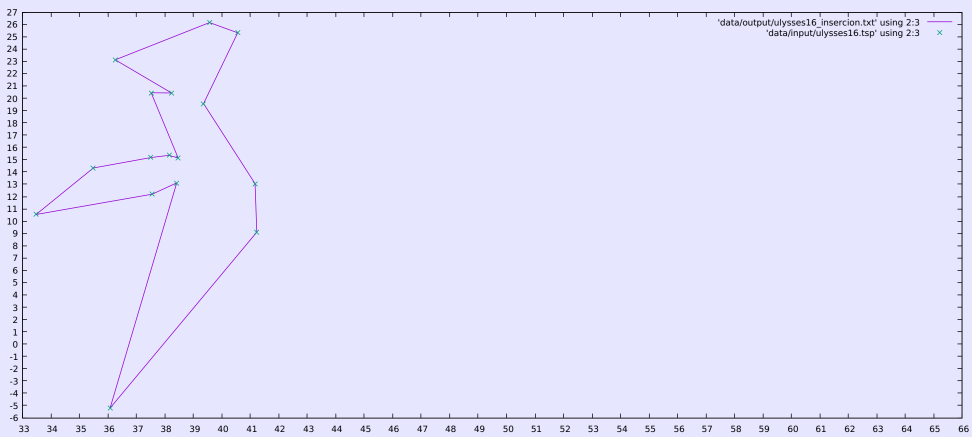
Continuamos añadiendo aquella ciudad que aumente en menor medida el recorrido total.



Como podemos comprobar, se añaden las ciudades en el lugar que hagan que el recorrido total sea menor.



Tras terminar obtenemos el recorrido final.



Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

1.2.4. Eficiencia teórica

Fijándonos en el pseudocódigo, vemos que la búsqueda de la ciudad del conjunto V que menos aumenta la distancia de S es de orden $O(n^2)$ por lo que estaríamos hablando de un algoritmo de orden $O(n^3)$.

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

1.3. Algoritmo con otra estrategia

A continuación, se ha implantado una estrategia nueva para resolver este algoritmo.

Al principio intentamos implementar una estrategia basada en el algoritmo de Kruskal para la resolución del problema, pero no conseguimos resolver los fallos que nos surgieron antes de la entrega, por lo que decidimos realizar un algoritmo greedy más sencillo, basado en insertar en cada iteración la ciudad que se encuentra más al Norte de las no insertadas.

El algoritmo se basa en recorrer las ciudades de más al norte a más al sur. Sería igualmente factible haciéndolo desde cualquier extremo y hasta el opuesto.

1.3.1. Código del programa

Aquí se muestra la parte del código del programa desarrollado en C++ que contiene el algoritmo principal utilizado.

```
//Generamos vector de candidatos
for(int i=0; i<num_ciudades; ++i)
    candidatos.push_back(i);

while(tam_solucion < num_ciudades){
    double mayor = INF * -1; // Valor de la coordenada y
       ↪de la ciudad que esta mas al Norte
    int ciudad_mas_al_Norte;
    for(int i=0; i<num_ciudades; ++i){
        if ((v_coordenadas[i].second > mayor) && (
           ↪candidatos[i] != -1)){
            ciudad_mas_al_Norte = i;
            mayor = v_coordenadas[i].second;
        }
    }
    solucion.push_back(ciudad_mas_al_Norte);
    candidatos[ciudad_mas_al_Norte] = -1;
    ++tam_solucion;
}

//Mostramos la solucion
cout << "Solucion: " << endl;

for(int i=0; i<tam_solucion; ++i){
    cout << solucion[i]+1 << " ";
}
cout << endl;
```

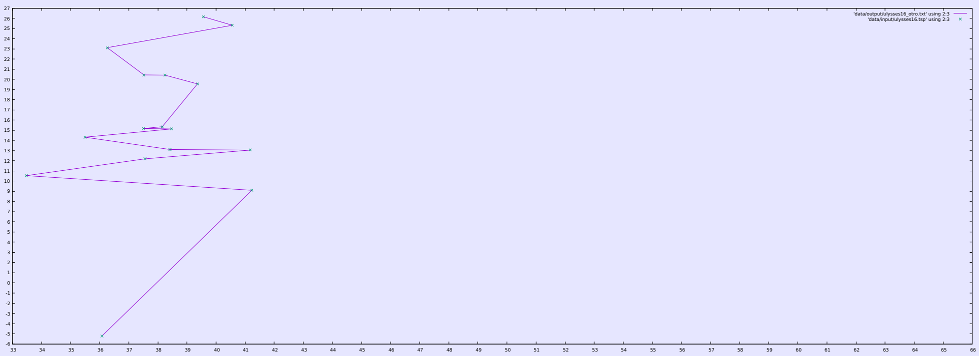
1.3.2. Pseudocódigo

El nuevo algoritmo que hemos creado en pseudocódigo es el siguiente:

```
N = |V|
S = {Conjunto vacio}
Repetir
    U = Buscar ciudad del conjunto V que esta mas al norte
    Eliminar U de V
    Insertar U en S
Hasta que |S| = N
Insertar de nuevo en S la primera ciudad que habiamos insertado al principio
Devolver S
```

1.3.3. Visualización

Aquí podemos observar un resultado de aplicar el algoritmo.



1.3.4. Eficiencia teórica

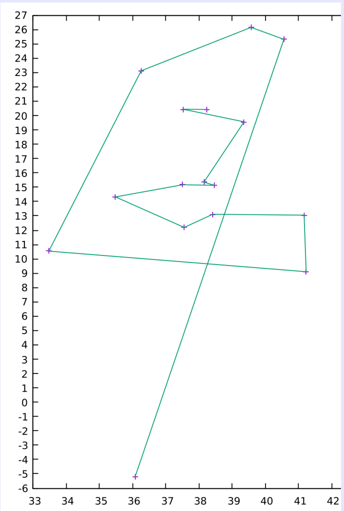
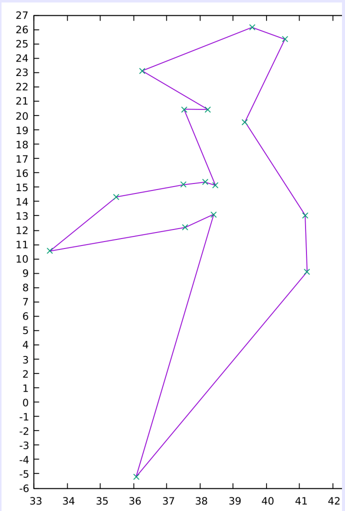
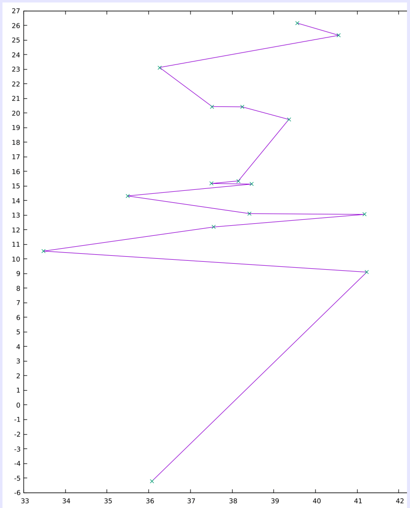
La búsqueda de la ciudad más al Norte es de orden $O(n)$, por lo que como se realiza n veces, el algoritmo es de orden $O(n^2)$.

1.4. Comparación de algoritmos

En este apartado, se adjuntan, tras ejecutar los algoritmos y obtener sus resultados en un archivo de texto, la representación gráfica de los recorridos solución de los tres algoritmos.

Como podemos observar, y era de esperar, la solución obtenida en estos tres no es la más óptima (no es el óptimo global), sino el resultado de aplicar una estrategia que minimice la distancia de ciudad en ciudad, por lo que se obtiene un resultado que no es el más óptimo pero es bastante eficiente en relación al resultado que da (que en algunos casos se aproxima al óptimo).

En las siguientes figuras, podemos observar de izquierda a derecha los resultados de aplicar los algoritmos de cercanía, de inserción, y el de creación propia.

En la siguiente figura podemos ver cual habría sido el resultado óptimo.

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

2. Problema específico

2.1. Ahorro de gasolina

El problema trata de partir de una ciudad y llegar a otra con un vehículo con cierta autonomía pasando por el menor número de gasolineras posibles.

Para entender el algoritmo lo podemos imaginar gráficamente. La autonomía del coche va a ser el radio de la circunferencia de centro la primera ciudad o gasolinera en donde nos encontremos en cada momento.

Dentro de esa circunferencia se encontrarán las gasolineras a las que podemos llegar con la autonomía del vehículo. Solo nos queda elegir a cual de ellas. Muy facil, nos vamos a la gasolinera que este más cerca de la ciudad objetivo.

Así nos vamos moviendo de gasolinera en gasolinera hasta que dentro de nuestra circunferencia se encuentre a la ciudad objetivo.

En el desarrollo de este algoritmo nos encontramos un error en tiempo de ejecución de violación de segmento. Esto se debía a que no hacíamos un clear del vector que contenía las distancias desde la posición actual hasta el resto de gasolineras.

En el código, más concretamente en la funcion "BuscarGasolinera",recopilamos las ciudades que están dentro de la circunferencia en el vector de "indices_posibles_gasolineras" en donde guardamos los índices de las gasolineras.

Después de recopilarlas, buscamos en él, el índice de la gasolinera que minimiza la distancia a la ciudad objetivo y guardamos el índice de aquella que cumple el criterio de optimalidad.

La función devuelve el índice que será añadido al vector solución y borrado de manera lógica del vector de candidatos.

En el caso de que el índice devuelto de la función sea -1 significa que hemos llegado a un punto en el que desde la gasolinera que nos encontramos no podemos ir a ninguna otra con la autonomía dada. Para indicarlo se muestra un mensaje de error y finaliza el algoritmo.

Si el algoritmo finaliza sin mensaje de error significa que se ha conseguido llegar a la ciudad objetivo.

2.1.1. Código del programa

Aquí se muestra la parte del código del programa desarrollado en C++ que contiene el algoritmo principal utilizado.

```cpp
int BuscarGasolinera(const int autonomia,const int
    pos_actual, const int ciudad_destino, matriz<double>
    & grafo,  vector<int> &candidatos){

    int parada = -1;
```

NOTA: Se ha añadido aquí una función a la cual hace referencia el algoritmo principal.

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

```
    vector<int> indices_posibles_gasolineras;
    double minimo = INF;

    for (int i = 0 ;i <candidatos.size();++i){
        double distancia_actual_candidato = grafo[pos_actual][i];
        double distancia_candidato_destino = grafo[i][ciudad_destino];
        if((distancia_actual_candidato <= autonomia) && (candidatos[i] != -1) && (distancia_candidato_destino < minimo)){
            parada = i;
            minimo = distancia_candidato_destino;
        }
    }

    return(parada);
}
```

NOTA: Este es el algoritmo principal.

```
vector<int> candidatos;
vector<int> solucion;
solucion.push_back(ciudad_origen);

for(int i = 0; i< num_ciudades; i++)
    candidatos.push_back(i);

candidatos[ciudad_origen] = -1;
bool fin = false;
pos_actual = ciudad_origen;


while(fin == false){
    if(autonomia >= distancias[pos_actual][ciudad_destino]){
        cout << "FIN = DESTINO" <<  endl;
        solucion.push_back(ciudad_destino);
        fin = true;
    }

    else{
        pos_actual = BuscarGasolinera(autonomia,pos_actual, ciudad_destino, distancias, candidatos);

        if(pos_actual != -1){
            candidatos[pos_actual] = -1;
            solucion.push_back(pos_actual);
        }
        else{
```

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez


```
            cout << "No podemos llegar a ninguna otra
                ↪gasolinera" << endl;
            fin = true;
        }
    }
}

for (int i = 0; i<solucion.size(); ++i){
    cout << solucion[i]+1 << " --> ";
}
cout << "FIN" << endl;
```

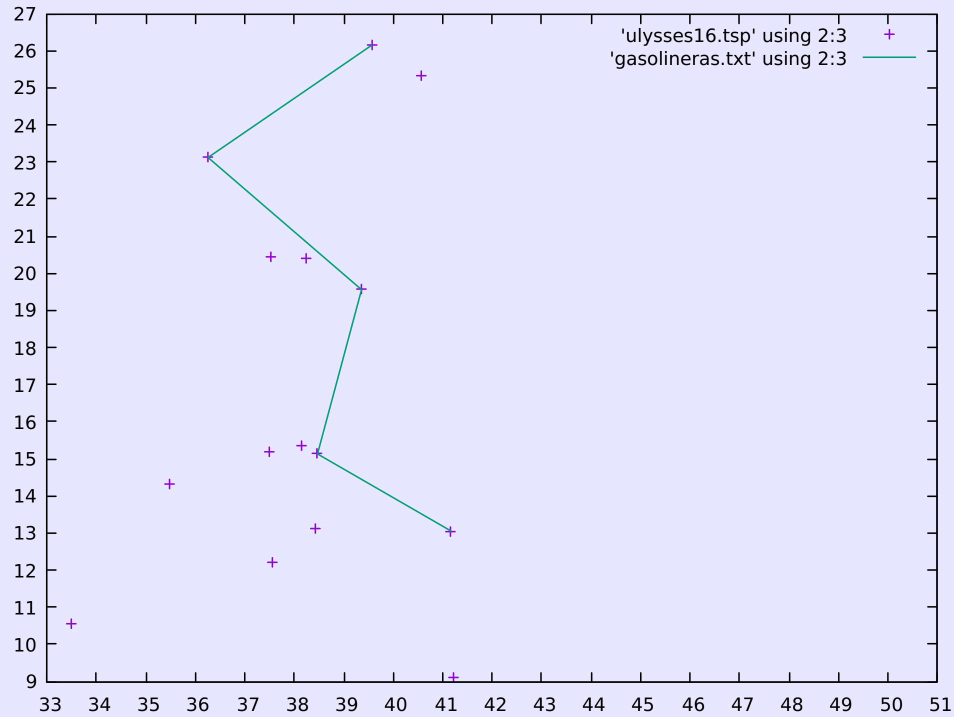
2.1.2. Pseudocódigo

```
Mientras no se llegue al destino o a un punto sin salida:
    Encontrar ciudades posibles con la autonomia;
    Si podemos ir a gasolineras o a la ciudad objetivo:
        Si podemos ir a la ciudad objetivo:
            FIN;
        Si podemos ir a una o varias gasolineras:
            Elegir la mas cercana a la ciudad objetivo;
            Anadir al vector solucion;
            Posicionarnos en la nueva gasolinera;
    Si no podemir a ningun lado:
        FIN;
```

NOTA: Con *ciudades* también se puede entender a las gasolineras.

Adrián Carmona Lupiáñez
Ignacio Sánchez Herrera
Jacobo Casado de Gracia
Jesús José Mª Maldonado Arroyo
Juan Miguel Hernández Gómez
UNIVERSIDAD DE GRANADA

2.1.3. Visualización



2.1.4. Eficiencia teórica

La eficiencia teórica O(n) depende del número de ciudades que hay. Tomamos, por tanto, $TAM = num\_ciudades = n$.

La eficiencia del algoritmo, en el peor de los casos, es

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i}^{n}$$

$$T(n) = n * (n - i)$$

$$T(n) \in O(n^2)$$

Para hallar esto nos debemos de fijar en el bucle que comienza en la línea 112 y analizarlo. Nos damos cuenta que, en el peor de los casos, el algoritmo revisa todas las ciudades y escoge la última, y luego vuelve a revisarlas todas y escoger la última, y así consecutivamente.