

华中杯数学建模

摘要

(背景)

(问题一)

(问题二)

(问题三)

(模型特点与优势)

(总结)

关键字： 日照时长与日期 你好 这是 一个摘要

目录

一、问题重述	3
二、问题分析	3
2.1 问题一分析：数据插值与问题求解	3
2.2 问题二分析：朝向设计与误差修正	4
2.3 问题三分析：转化率与储存率添加	4
三、符号说明	5
四、模型假设	5
五、模型的建立与求解	6
5.1 问题一	6
5.2 问题二	7
5.3 问题三	7
六、模型评价与改进方向	7
6.1 模型优点	7
6.2 模型缺点与改进方向	8
七、参考文献与引用	8
参考文献	8
附录 A 支撑材料文件列表	10
附录 B 支补充表格、图片和公式推导	10
附录 C 源程序代码	11
3.1 模型一	11
3.2 模型二	11
3.3 模型三	12

一、问题重述

太阳能路灯由太阳能电池板（也称光伏板）组件部分、LED 灯头、控制箱、市电辅助器和灯杆等几部分构成。由于光伏板利用光伏效应接收太阳辐射能并转化为电能输出，并且经过充放电控制器储存在蓄电池中，所以，对光伏转化效率影响最大的是光伏板和蓄电池。而光伏板获得太阳辐射能量的多少受到安装光伏板的朝向的直接影响；同样地，蓄电池转化、储存电能的效率受到太阳直射强度，也会受到安装光伏板的朝向的影响。所以，为了能使路灯在一天内获得最多的太阳能，我们研究太阳能路灯光伏板的朝向设计问题。

题目已经给出某城区晴天状况下测得地表水平面受到的太阳直射强度值，通过这些数据，我们将解决以下问题：

1. 计算 2025 年每月 15 日，在晴天条件下，该城区一块面积为 $1m^2$ 的光伏板朝向正南方且水平倾角分别为 20° 、 40° 、 60° 时受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量
2. 当光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，路灯蓄电池有储电量最大时，设计该城区固定安装太阳能光伏板的朝向，使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大
3. 当路灯蓄电池有储电量不在太阳直射辐射总能量最大时最大，而是光板受到太阳直射强度过低时，它转换电能的效率也很低；而当光伏板受到太阳直射强度过高时，它转换电能实现储电的效率也会受到限制。综合考虑路灯蓄电池的储电效率高和储电量大这两个目标，设计光伏板固定安装的最优朝向，并计算晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射

二、问题分析

2.1 问题一分析：数据插值与问题求解

如图1所示，由于太阳半径远大于地球半径，并且光伏板的面积远小于地球面积，所研究的太阳光可以看作地球上一点所接收的光，为平行光。并且，由于地球绕太阳的轨道近似于圆轨道，具有对称性，所以仅考虑地球自转的影响，忽略公转的作用。

此时，如图??对光伏板平面建立坐标系，进行研究。由于所给数据间隔过大，所以进行插值后，提高精度，再进行分析。用插值处理后的光照强度，结合物理学公式，即可得到给定的不同角度下，光伏板受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。

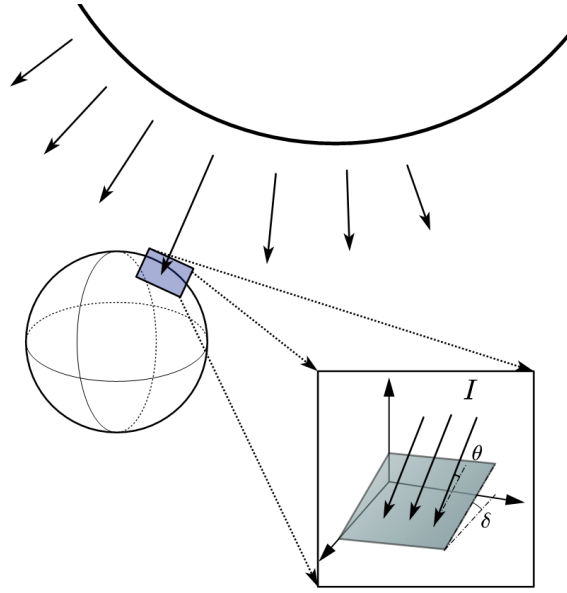


图 1 太阳光示意图

2.2 问题二分析：朝向设计与误差修正

在问题一分析的基础上，已知对光伏转化效率影响最大的是光伏板和蓄电池，如果假定果光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大，那么显然，当太阳直射辐射总能量最大时，所收集的能量也就最大。所以问题二中，在问题一的模型的基础上，只需要讨论 θ_k 和光照强度变化而导致的太阳直射辐射总能量的变化。但是，由于每天的日照时长存在不同，所以额外考虑这一方面的误差，查找文献后，用一年中日均的光照时长来修正答案。

2.3 问题三分析：转化率与储存率添加

在问题二分析的基础上，考虑光伏板受到的太阳直射强度影响光伏转化效率、电池存储效率，所以辐射总能量最大时，路灯蓄电池储电量不一定最大。此时，我们要考虑综合路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标。由于当光板受到太阳直射强度过低时，它转换电能的效率也很低；而当光伏板受到太阳直射强度过高时，它转换电能实现储电的效率也会受到限制。理想的情况是，光伏板受到太阳直射强度上午大于 $150W/m^2$ 、下午大于 $100W/m^2$ 的时间尽可能长，在此基础上，我们搜集文献，量化光照强度与效率的之间的数学关系，然后再去综合考虑光照强度，转化效率，储存效率三个方面，找到能使日均辐射总能量最大的最优 θ 。

三、符号说明

表 1 符号与常数

符号	含义	单位或常数值
D	以春分为起始的第 D 天数	天
ST	当前时间	h
$I_{外i}$	第 i 周大气层外层平均太阳能辐射强度	kW/m^2
θ_k	光伏板水平俯仰角	°
h	大气层厚度	1000km
I_{STC}	标准太阳能辐射强度	$1000W/m^2$
η_{STC}	标准测试下的发电效率	15%($T = 25^\circ C$)
α		0.001
β	光电转化效率与光强系数	-
η_t	发电效率	-
η_{at}	大气透射率	-
η_{cos}	余弦效率	-
ΔI	辐射衰减变化量	-
k	区域衰减系数	-
$P_{放}$	放电功率	W
$P_{储}$	储电功率	W
$\overline{P_{储}}$	平均储电功率	W
$I_{地5月13}$	每阶段 5 月 13 日太阳直射辐射	W
$E_{光}$	太阳直射辐射总能量	J
C	储电量	J
A	光伏板面积	m^2

四、模型假设

假设 1 只考虑太阳能直射辐射

太阳能辐射由直射辐射和散射辐射组成和散射辐射组成，其中直射辐射对聚集太阳能系统起到了至关重要的影响。

假设 2 太阳光近似为平行光

由于太阳半径远大于地球，所以辐射到地球的光线可以近似为平行光。

假设 3 地球绕太阳公转的轨道几乎是一个圆形，太阳光的入射角度变化非常微小，日均的数据具有普遍性

在地球表面的大部分地区，太阳光到达时可以被视为近似平行的，并且由于太阳光线看作均匀的，所以各个方向发出的光线都相同，轨道各处接收到的光线无区别。

假设 4 该地的云层组成含量一直保持不变，云层对阳光直射辐射的削减能力只与云层高度和阳光直射辐射有关

由于本问题只研究晴天条件下的模型，所以模型可以忽略云层等的影响

五、模型的建立与求解

5.1 问题一

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} \times 23.45 \right) \quad (1)$$

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \quad (2)$$

$$\theta = \begin{cases} 20^\circ & k = 1 \\ 40^\circ & k = 2 \\ 60^\circ & k = 3 \end{cases} \quad (3)$$

$$\eta = (1 - e^{\alpha T})\eta_{STC} \left[1 - \beta \left(1 - \frac{I}{I_{STC}} \right) \right] \quad (4)$$

$$P_{\text{储}} = \eta I \quad (5)$$

$$\overline{P_{\text{储}}} = \frac{1}{6 \times 72} \sum_{ST=6 \times 6}^{18 \times 6} P_{\text{储}} \quad (6)$$

$$C = \frac{1}{6} \sum_{ST=6 \times 6}^{18 \times 6} (P_{\text{储}} - P_{m\text{放}}) \times (10 \times 60) \quad (7)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-\cos \alpha_S \cos y_S, \cos \alpha_S \sin y_S, \sin \alpha_S) \quad (8)$$

$$\vec{n} = (\sin \theta \cos \mu, \sin \theta \sin \mu, \cos \theta) \quad (9)$$

$$\eta_{\cos} = \cos < \vec{I}, \vec{n} > = \frac{\vec{I} * \vec{n}}{|\vec{I}| * |\vec{n}|} \quad (10)$$

$$\eta_{\cos} = -\cos x_S \cos y_S \sin \theta \cos \mu + \cos \alpha_S \sin y_S \sin \theta \sin \mu + \sin \alpha_S \cos \theta \quad (11)$$

$$\begin{cases} \Delta I = k I_i h \\ \eta_{at} = \frac{I_i - \Delta I}{I_i} = 1 - kh \end{cases} \quad (12)$$

$$(1 - kh)I_{\text{外}5\text{月}} = \frac{\sum_{i=1}^n I_{\text{地}5\text{月}13^i}}{n} \quad (13)$$

$$E_{\text{光}}^{(k)} = \frac{1}{6} \sum_{6*6}^{18*6} I_{\text{板}}^{(k)(ST)} \times (10 \times 60) \times A \quad (14)$$

$$\eta_t = \eta_{STC} \left[1 - \beta \left(1 - \frac{I_{\text{板}}}{I_{STC}} \right) \right] \quad (15)$$

$$P_{\text{储}} = \frac{1}{72} \sum_{Time=36}^{108} P_{\text{储}} \quad (16)$$

$$Time = ST \times 6 \quad (17)$$

$$C = \sum_{Times=36}^{108} (P_{\text{储}} - P_{\text{放}}) \times (10 \times 60) \quad (18)$$

5.2 问题二

5.3 问题三

六、模型评价与改进方向

6.1 模型优点

本模型综合考虑了，并且由于所给数据不够精确，进行了插值法；同时，也引入了

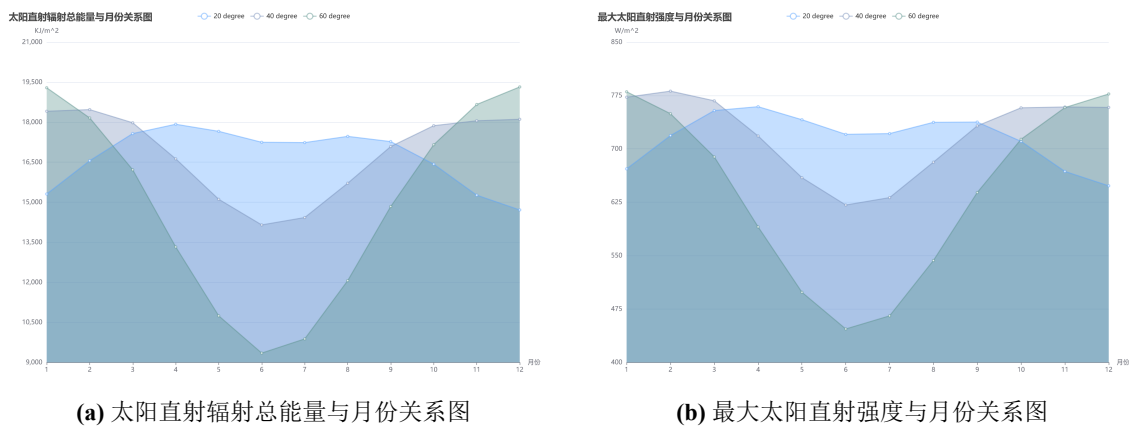


图 2 多图并排示例

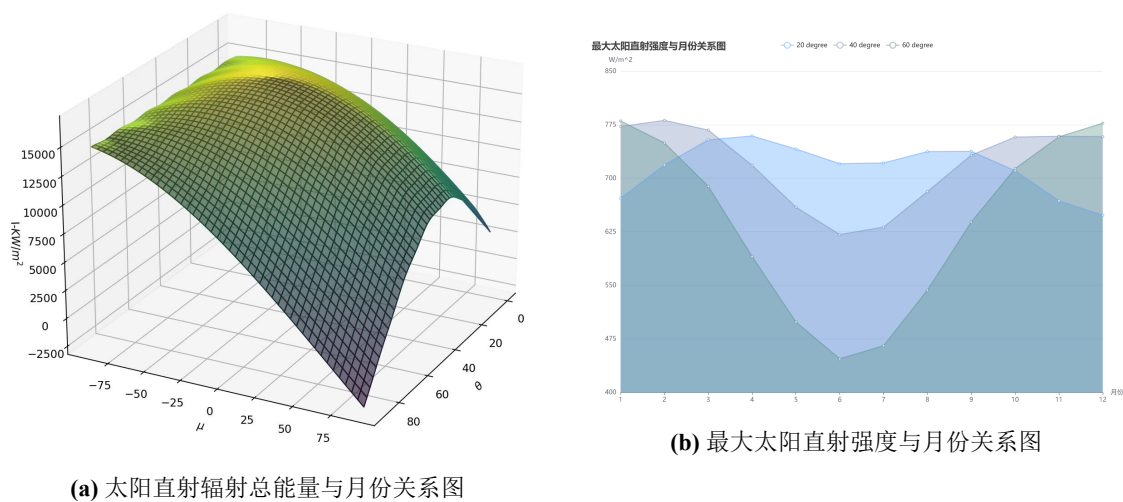


图 3 多图并排示例

6.2 模型缺点与改进方向

模型忽略了温度的影响。由于温度会影响材料的物理特性，比如电阻、光伏转化效率、电池活性等，从而影响到太阳能的接收和储存效率。模型应该结合不同月份的典型温度，取添加温度修正项，从而考虑温度的影响。

七、参考文献与引用

参考文献

- [1] 姚天亮, 吴兴全. 基于光照强度曲线微积分的光伏发电特性分析 [J]. Advances in Energy and Power Engineering, 2018, 6: 131.
- [2] 黄伟, 张田, 韩湘荣, 等. 影响光伏发电的日照强度时间函数和气象因素 [J]. 电网技术, 2014, 38(10): 2789-2793.

- [3] 尤海侠. 光伏发电效率影响因素分析 [J]. 能源技术与管理,2022,47(6):147-149.
DOI:10.3969/j.issn.1672-9943.2022.06.046.
- [4] 尚华, 王惠荣. 太阳能光伏发电效率的影响因素 [J]. 宁夏电力,2010(5):48-50,57.
DOI:10.3969/j.issn.1672-3643.2010.05.015.
- [5] 16家主流企业光伏电池效率一览. <https://guangfu.bjx.com.cn/news/20231204/1347414.shtml>
- [6] 陈维, 沈辉, 邓幼俊. 太阳能光伏应用中的储能系统研究 [J]. 蓄电池,2006,43(1):21-27.
DOI:10.3969/j.issn.1006-0847.2006.01.005.

附录 A 支撑材料文件列表

文件名列表
A 题.tex
数据处理.m
武汉市日照数据.xlsx
光伏储存效率.xlsx
插值后数据.xlsx
问题一相关代码
数据处理.m
作图.js
图像.html
问题二相关代码
数据处理.m
作图.js
图像.html
问题三相关代码
数据处理.m
作图.js
图像.html

附录 B 支补充表格、图片和公式推导

```
kk=2; [mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp= [tmpd, tmpj, j, tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)= [i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);
    if dd(2, tmp4)==ss(tmp6, tmp4)
        ss(1:tmp6+1, kk)= [ss(tmp5, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    else, ss(1:3, kk)= [i; dd(2, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    end; end
    dd= [dd, [tmp3; tmp(tmp4, 2)]]; V(tmp(tmp4, 3))= [];
    [mdd, ndd]=size(dd); kk=kk+1;
end; S=ss; D=dd(1, :);
```

附录 C 源程序代码

3.1 模型一

```
kk=2;
[mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp= [tmpd, tmpj, j; tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)= [i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);
    if dd(2, tmp4)==ss(tmp6, tmp4)
        ss(1:tmp6+1, kk)= [ss(tmp5, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    else, ss(1:3, kk)= [i; dd(2, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    end;
end
dd= [dd, [tmp3; tmp(tmp4, 2)]]; V(tmp(tmp4, 3))= [];
[mdd, ndd]=size(dd);
kk=kk+1;
end;
S=ss;
D=dd(1, :);
```

3.2 模型二

```
kk=2;
[mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp= [tmpd, tmpj, j; tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)= [i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);
    if dd(2, tmp4)==ss(tmp6, tmp4)
        ss(1:tmp6+1, kk)= [ss(tmp5, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    else, ss(1:3, kk)= [i; dd(2, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    end;
end
```

```

dd=[dd,[tmp3;tmp(tmp4,2)]];V(tmp(tmp4,3))=[];
[mdd,ndd]=size(dd);
kk=kk+1;
end;
S=ss;
D=dd(1,:);

```

3.3 模型三

```

kk=2;
[mdd,ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
[tmpd,j]=min(W(i,V));tmpj=V(j);
for k=2:ndd
[tmp1,jj]=min(dd(1,k)+W(dd(2,k),V));
tmp2=V(jj);tt(k-1,:)= [tmp1,tmp2,jj];
end
tmp=[tmpd,tmpj,j;tt];[tmp3,tmp4]=min(tmp(:,1));
if tmp3==tmpd, ss(1:2,kk)=[i;tmp(tmp4,2)];
else,tmp5=find(ss(:,tmp4)~=0);tmp6=length(tmp5);
if dd(2,tmp4)==ss(tmp6,tmp4)
ss(1:tmp6+1,kk)=[ss(tmp5,tmp4);tmp(tmp4,2)];
else, ss(1:3,kk)=[i;dd(2,tmp4);tmp(tmp4,2)];
end;
end
dd=[dd,[tmp3;tmp(tmp4,2)]];V(tmp(tmp4,3))=[];
[mdd,ndd]=size(dd);
kk=kk+1;
end;
S=ss;
D=dd(1,:);

```

如果原本两张图片的高度不同，但是希望它们缩放后等高的排在同一行，参考这个例子：

其绘制表格的代码及其说明如下。

```

\begin{table}[!htbp]
\caption[标签名]{中文标题}
\begin{tabular}{cc...c}
\toprule[1.5pt]
表头第1个格 & 表头第2个格 & ... & 表头第n个格 \\
\midrule[1pt]
表中数据(1,1) & 表中数据(1,2) & ... & 表中数据(1,n)\\
表中数据(2,1) & 表中数据(2,2) & ... & 表中数据(2,n)\\
.....\\

```

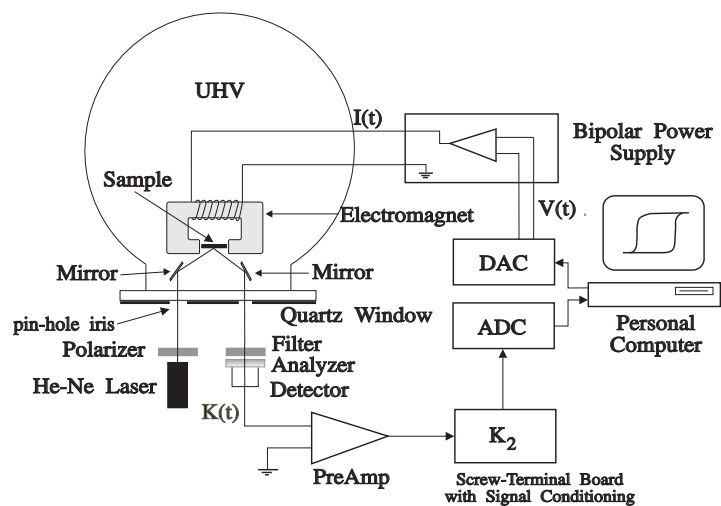


图 4 电路图

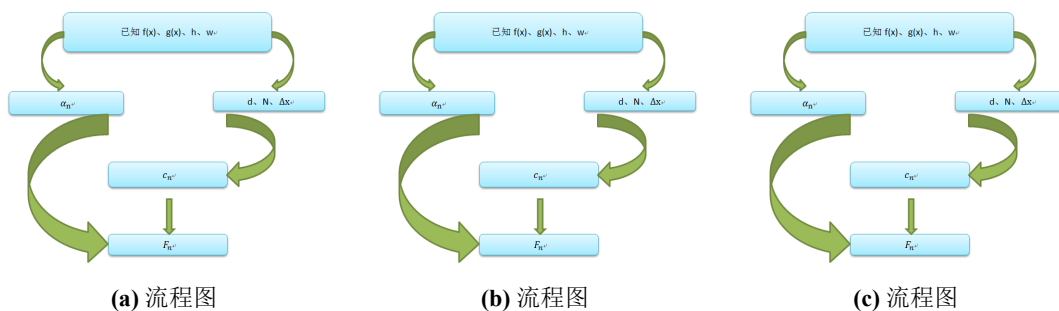
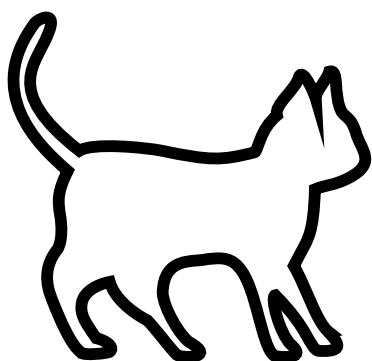


图 5 多图并排示例

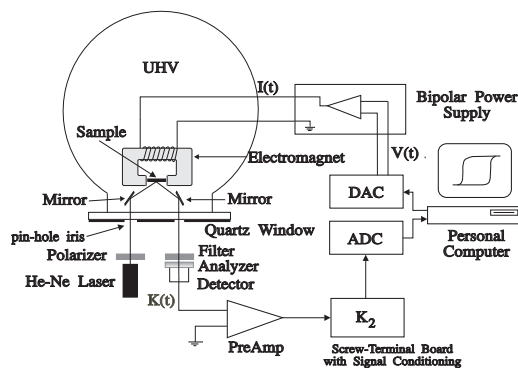
```

表中数据(m,1) & 表中数据(m,2) & ... & 表中数据(m,n)\\
\bottomrule[1.5pt]
\end{tabular}
\end{table}

```



(a) 一只猫



(b) 电路图

图 6 多图并排示例

多行公式有时候希望能够在特定的位置对齐，以下是其中一种处理方法。

$$P = UI \tag{19}$$

$$= I^2 R \tag{20}$$

`&` 是对齐的位置，`&` 可以有多个，但是每行的个数要相同。

矩阵的输入也不难。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

分段函数这些可以用 `case` 环境，但是它要放在数学环境里面。

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ 为无理数,} \\ 1 & x \text{ 为有理数.} \end{cases}$$

下面简单介绍一下定理、证明等环境的使用。

定义 1 定义环境

定义 1除了告诉你怎么使用这个环境以外，没有什么其它的意义。

定理 1 这是一个定理。

由定理 1我们知道了定理环境的使用。

引理 1 这是一个引理。

由引理 1我们知道了引理环境的使用。

推论 1 这是一个推论。

由推论 1我们知道了推论环境的使用。

假设 5 这是一个假设。

由假设 5我们知道了假设环境的使用。

猜想 1 这是一个猜想。

由猜想 1我们知道了猜想环境的使用。

公理 1 这是一个公理。

由公理 1 我们知道了公理环境的使用。

定律 1 这是一个定律。

由定律 1 我们知道了定律环境的使用。

问题 1 这是一个问题。

由问题 1 我们知道了问题环境的使用。

例 1 这是一个例子。

由例 1 我们知道了例子环境的使用。

证明 1 这是一个证明。

由证明 1 我们知道了证明环境的使用。

解 1 这是一个解。

由解 1 我们知道了解环境的使用。

无序列表是这样的：

- one
- two
- ...

有序列表是这样子的：

1. one
2. two
3. ...