

1.1.1 前言

在学习《线性代数》这门课之前，有个很现实的问题，很多人疑问，线代这门课，它到底有什么用？是吧？如果这门课如果没有用，那我们学习它干什么？如果我告诉你，线代是美的，可以陶冶我们的心情，你大概早就让我滚犊子了。其实，没有一门数学课，它是没有用的，更准确地说，世界上没有哪一门课，它是无用的。我举两个例子，说明这一点。

语文是无用的吗？

长久以来，语文学科都被认为是“无用”的，不少家人和学生都认为语文除了影响高考分数外毫无用处，但语文真的是没用的吗？在我看来，语文至少有下列几点用处：

1. **培养理想信念**，就我个人而言，当看到茨威格的《人类群星闪耀时》，我明白，原来人类可以为了个人理想、为了祖国的荣誉而慷慨赴死，而当悲剧注定发生的时候，我们又怎样保留！这些年来一直激励笔者保持个人的人格，努力奋斗（这也是目前我讲解这些事情的初衷）。
2. **日常文字材料的撰写**，包括邮件、述职报告和毕业论文等，我见过：
 - 发过来邮件不按规范（工作时会给别人留下坏印象），洋洋几千字也没有重点的。
 - 毕业论文改了7、8遍，不说内容有没有创新点，关键读起来语句还不通顺的。而且不及格论文是会让你延毕的问题，并且自己光一次次去改论文也是非常痛苦的一件事情。
 - 述职报告，这对工作的人来说尤为重要，怎么让老板快速知道你完成了哪些工作，为公司做了哪些贡献，这样才好给你升职加薪。

除了没有专门去学习怎么写这些材料之外（在这里，推荐清华大学能源与动力工程系祁海鹰教授的[《行云流水——工科的中文写作》](#)），还有一个重要因素就是日常语文修养的缺失。

3. **日常谈吐**，这给人的印象就不好，看到好看的风光只有一句“挖槽，真好看”的。还有，你看，女朋友问你她好不好看，下面的句子反手就甩给她：
 - 芙蓉不及美人妆，水殿风来珠翠香
 - 俏丽若三春之桃，清素若九秋之菊
 - 眉梢眼角藏秀气，声音笑貌露温柔
 - 皎若太阳升朝霞，灼若芙渠出鸿波
 - 淡眉如秋水，玉肌伴轻风
 - 千朝回盼，万载流芳

还有诸如各种项目计划书、出国留学申请、推荐信的撰写，这些无一不影响我们人生的各个重要阶段，这都仰仗于基础语文素养。如果再像早些年我们早恋，要写情书表白，还有用到语文呢，你写的没有文采，女孩都不搭理你。再者，不好点的，拍马屁，怎么说好话。这些都是语文的功劳呀，怎么能说语文是没用的呢？

之所以说这么多，是因为我后来发现，小侄子不是不喜欢数学，他是不喜欢学任何一门学科，简单说：

- 你为什么语文不好？因为语文没用啊，除了考试能拿点分，我会日常交流就行了啊，反正说得好说的坏，都不影响交流啊！
- 你为什么英语不好？我又不出国，学英语干嘛？

- 你为什么科学不好？我以后又不做科学家。
- 你为什么历史不好？记那些过去的事情干吗？
-

我又想给他讲玄奘写《大唐西域记》的故事，泱泱大国印度，研究七世纪古印度历史，竟然只能靠一本中国的巨著。而中国能够源远流长五千年历史，就是因为我们会永远不要忘记历史，永远不要忘记我们共同的根叫做炎黄子孙。你怎么可以说历史这门课是没有用的呢？

玄奘西天取经的故事，其间的凶险远远比西游记要艰险得多，彼时唐朝和吐谷浑、突厥的战事还在进行，从玉门关一出，便是，安息，安息和新疆之间是一片大沙漠，大风飞起，沙土蔽天，狂飙过后，沙砾如雨，旅行人马往往被沙砾吞没。白天阳光似火，夜晚寒风刺骨。一天，玄奘走得精疲力竭，口干舌燥，头晕眼花，连人带马倒在地上失去了知觉，幸亏夜里被凉风吹醒，死里还生，玄奘牢记自己的誓言“宁可西进而死，决不东归而生”，此去十四年，中间不知是历经多少生死。

再有玄奘之前的西行者，法显，六十二岁才从长安出发，要跨过今天新疆的大片沙漠，平均海拔4500米以上的帕米尔高原，一个六十二岁古稀的老人，难道他出发前，就没有考虑过这次出发自己还能活着回来吗？此去十五年，历经三十多个国家终是辗转把印度佛经带回汉地，又用生命最后的几年主持翻译带回来几百万字的经卷.....

关于取经的意义，大致都是当时佛法混乱，有很多派别，这个说这的，那个说那个，差点要打起来。甚至还有不少假和尚，借着佛法大肆收敛钱财，招兵买马，屠戮百姓，肆意抢劫，总而言之对佛徒要遵守的清规戒律存在的争执很大，因而两位大师要西去取经，舍身求法，寄托于用佛教源头的佛法来约束佛教徒的行为。

又想想，得了，他能听我的？于是，我把他领到我们家猪圈前，问他，你看，那头猪，它需要会什么？大概是这样子的：



登山是无用的吗？

再举个例子，登山，许多人觉得它没有意义，但我想不是这样的，可以强身健体，可以激励人永攀高峰，不断进取，许多优秀的科学家同时也是非常优秀的运动员，比如说拿诺贝尔物理学奖的[波尔](#)（丹麦国脚，奥运会银牌），而且我们一直倡导[为祖国健康工作五十年](#)的口号。

[为祖国健康工作五十年](#)：清华的校训之一，据说因为这句口号，清华的体育不及格不能毕业，但事实是你任何一门课不及格都是不能毕业的（笔者没有念过清华，不过以后有机会想参观一下我国的最高学府）。

不说这些，登山作为一个有益的爱好，如果你不是去登顶珠峰这类山的话（死亡率太高），它还是可以给你的生命带来一些快乐的，人生苦短，及时行乐！

另外，讲到登山，最近有个新闻，人民日报发表的[《珠峰测高啦！三维视界看珠峰》](#)，大家线下之余可以去看下。

也有个有趣的历史故事，或者说《攀登者》背后的故事，这不电影或许拍的不尽如人意（大概是夹杂了太多爱情的缘故），但背后的英雄绝对值得我们敬仰，故事是这样的：



1953年5月29日，来自新西兰的34岁英国登山队队员艾德蒙希拉里与39岁的尼泊尔向导丹增诺盖一起沿南坡登上珠穆朗玛峰，是人类有纪录以来第一个登顶成功的登山队伍。

攀登者们都在关注珠峰的首登，然而，也正是因为这次首登是尼泊尔向导丹增与希拉里共同完成的，与中国在珠峰归属问题上一直时有龃龉的尼泊尔一下嚣张起来。

他们认为：尼泊尔人首登了珠峰，而有经验的攀登者只能从尼泊尔一侧登顶珠峰，中国一侧根本登不上去，所以珠峰不属于中国！一次攀登，涉及到了国家的边界之争，这大概也是所有人没有预料到的吧。可是，对啊，这个地方你从来没有上来过，你凭什么说它是你的主权？此时，对中国来说不仅是一个登顶的问题，还夹杂着珠峰所属权的问题。

彼时，登顶珠峰是件异常困难的事情，不像今天，而且从这中国这一侧登上珠峰确实要艰难很多，其中最凶险的是北坳冰壁，相对海拔400多米，垂直度在45-90度之间，攀登时还要选择好的天气，靠运气避开雪崩、冰崩，人就像挂在冰墙上的蚂蚁一样的危险和无助。重要的是，此前从来没有人从这侧成功登顶过珠峰，上世纪英国一支装备精良的珠峰探险队曾试图挑战珠峰的威严，就在北坳冰壁不幸遭遇雪崩遇难，其中七名专业夏尔巴协作人员全部丧生。这其中的吉安娜，那时的中国，甚至要举全国之力长达6年的筹备，才敢发起向珠峰北坡的挑战。

最终在1960年的3月，我国终于完成了所有筹备计划，总计214个人向珠峰进发。队员眼里没有失败二字，失败即意味着死亡，一个人的死亡，甚至带动一个队伍的死亡，而且祖国的荣誉感也绝不允许他们失败。所幸，1960年这次艰难而又重要的北坡攀登获得成功，中国登山队员的这次成功登顶，给此后1961年的中国与尼泊尔两国政府的边界谈判争得了一个非常硬核的砝码，最终签订双方和平友好互助的边界条约。现在，珠峰以最高点为界，珠穆朗玛峰北面属于中国，南面属于尼泊尔，而最高点为双方共有。

纪录片：[《1960年5月25日中国人首次登顶珠峰》](#)

1.1.2 线性代数的作用

线性代数是无用的吗？

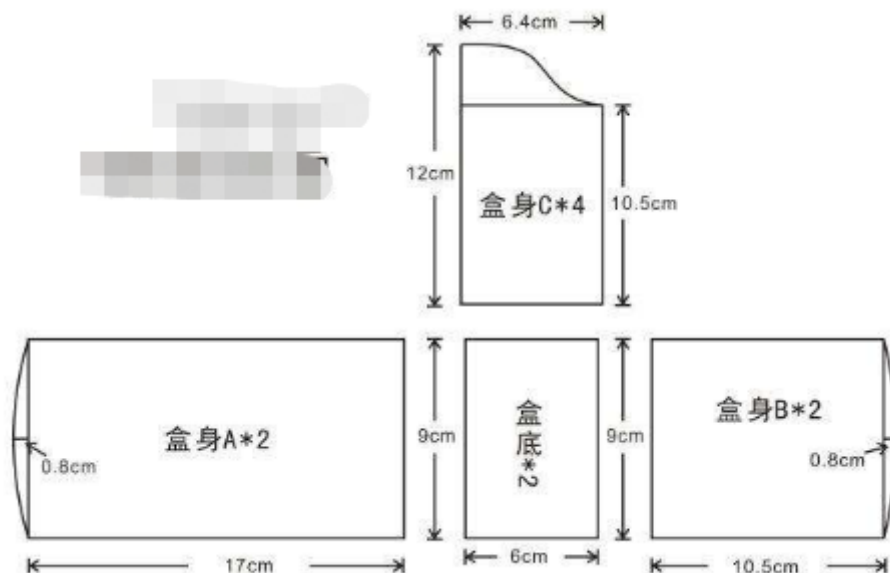
现在敲一敲，回到数学，我们是来讲数学的，不是历史大讲堂。《线性代数》这门课，它最初是用来解方程组的，考虑下面这个二元一次方程组问题：

现用190张铁皮做盒子，每张铁皮可以：做8个盒身/22个盒底，1个盒身与2个盒底配，问用多少张铁皮制盒身，多少张铁皮做盒底，可以正好做成一批完整的盒子。

这是一个非常现实的问题，用料总归不能浪费吧，这是线性代数非常基础的应用之一，线性规划，假设用 x 张铁皮做盒子， y 张铁皮做盒底，我们可以列出以下线性方程组：

$$\begin{cases} x + y = 190 \\ 2 \times (8x) = 22(y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 190 \\ 16x - 22y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

这个问题很简单，通过消元就可以求出，解得： $x = 110$ ， $y = 80$ ，因为这个是给你凑好的，所以答案都是整数（ x, y 有要求是整数），那么如果这个问题没有限制，比如说一张铁皮既可以做盒身又可以做盒底呢？再复杂点，如果考虑盒身和盒底的几何形状呢？一张铁皮裁剪完盒身部分，剩余的部分，可能只能裁剪出盒底（加入了约束），比如下面这个情形：



可能你的心情是这样的：

去你妈个大西瓜



你搞我啊？事实上，现实生活中这样的需求还是很常见，因为如果一个盒子的生产浪费一点材料，那么批量化生产，比如说中秋节月饼盒子的量产，那么浪费的就不是点半点的纸料了，全部都是钱了。

注意：虽然后面这个问题的求解很复杂，但我们依然可以从最简单的问题开始考虑，逐渐推导出复杂问题的求解，不要担心，我们后面会说。

哈，有人说，那这个问题如果我知道求解的方法，用笔也可以算出来的啊，线性代数也没啥用吗？我要用计算机来算干嘛？我只想說：

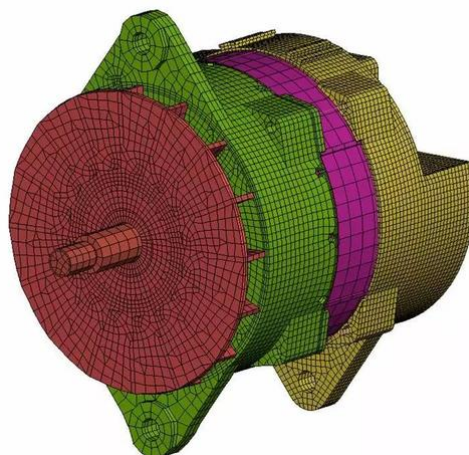


这才几个未知数啊。1949年夏末，哈佛大学教授列昂惕夫(Wassily Leontief, 1973年获诺贝尔经济学奖)，正小心地把最后一部分穿孔卡片插入大学的 Mark-II 计算机，这些卡片包含了美国经济的信息，是美国国家劳动经济局两年紧张工作所得的，对就是下面这个家伙，挺帅的，不过年纪轻轻发际线好像就有点高，因为数学确实让人发愁呀：



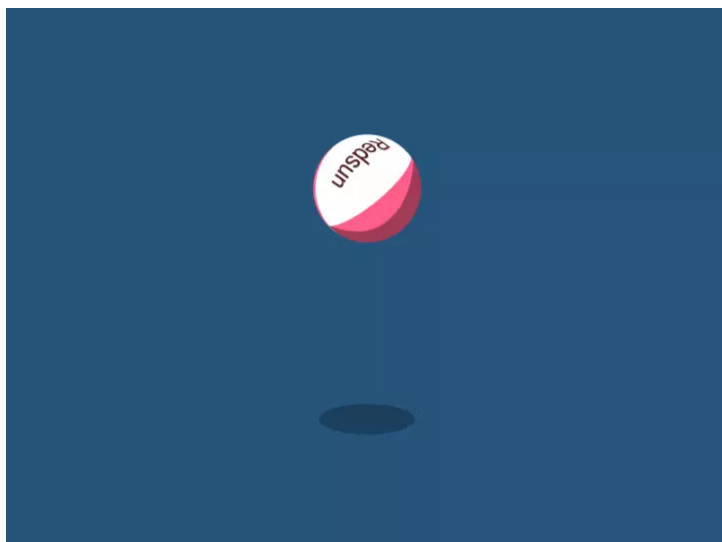
列昂惕夫把美国经济分解为500个部门，例如煤炭工业、汽车工业、交通系统等等，对每个部门，他写出了一个描述该部门的产出如何分配给其他经济部门的线性方程，总计包含25万条信息，它是个方阵（我们后面会说，有一些特殊性质，好计算），该方程组总计包含500个未知数，也有500个方程，他还帮你做了化简，只剩下42个未知数和42个方程，你算呗！消元，消呀。这里就讲到线性代数最核心的功能了，即解方程组。

其实，现在现代工程中用到的线性代数知识远远比这复杂地多，比如说电机的优化仿真设计（一台好的电机可不是简单地通过大量试验不同形状设计出来的），所用到的有限元法（将物体化成一个网格），这之间网格间顶点间的电磁力的传递、温度的传导。看到这么多网格跟格点了吧，都是要用到线性代数，也就是矩阵来进行计算的。



[有限元方法的核心思想是什么？](#)

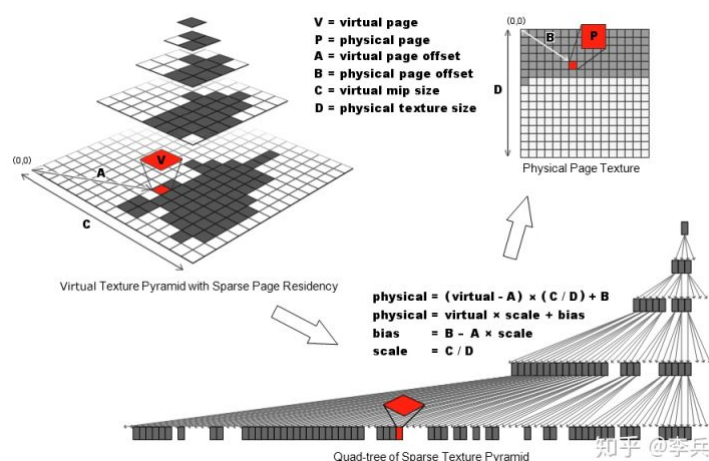
图形学，比如你怎么实现下面这个动画，其实本质是用矩阵对球体像素矩阵一系列猛如虎的操作：



更复杂的，比如游戏引擎里很重要的一个关键技术，Virtual Texture，四叉树映射（别告诉我计算机视觉里的数据结构算法没有用），其实也用到线性代数的计算：

[浅谈Virtual Texture](#)

[游戏动画技术简介](#)



还有你们爱看的特效，不用线性代数，你告诉我那么多像素，像素之间的关系怎么计算？



[电影特效为什么那么贵？](#)

[幕后揭秘：“一秒钟几十万上下”的电影特效为啥这么贵？](#)

还有太多太多的领域要用到线性代数了，更多的例子参考下面这些链接，有浅显的，有深入的：

1. [线性代数73个最有价值的应用](#)
2. [线性代数有什么用？学习线性代数的意义在哪？](#)

我曾经以为线代是研究某一方向所需要的专门数学知识，其实这是一门非常非常重要像高等数学一样的专业基础课！你从事任何一个行业，要进一步做深入研究，这门课是必备的。

还有人说，我考研的时候学过线代，所以不需要再学了，对于这个，我只想說：



用额们陕西话来说：“你就私个瓜皮”

线代比你想象的复杂的多，考研的线代只是会解线代的一些特定类型的题目，不信我？那请你回答下面三个问题：

- 解方程组，我们知道一个很重要的手段是求矩阵的逆，那么如果这个矩阵不可逆怎么办？我们能不能求一个近似的解？也就是求伪逆帮助我们解方程组？这个伪逆怎么求？
- 特征值有什么用？我算它干啥？搞我吗？
- 矩阵怎么进行求导？怎么高效地对矩阵进行求导有非常重要的现实意义，比如说，深度学习框架里必须要实现的变量自动微分和梯度更新这些算法。

还有诸如这等这类问题问题。如果现在，你还不肯学线性代数，那么我只能把你领到我家猪圈前，依，看，它也啥也不会：



1.1.3 总结

这一小节主要告诉你：

- 没有一门课是没有用的，请好好学习
- 线性代数在很多领域都有有用到，请好好学习

最后，学习还是靠自己，如果你所有的一事无成都是因为你的懒惰的话，那么我也没什么可以说的。

不过，这样东西有趣，并且很酷才有动力学下去，我会在这门课告诉你们线代一些有趣的应用，你不需要具体知道怎么计算，只需要了解即可。

另外，不要再跟我说《线性代数》没有用这句话，我们之后也不再讨论这个话题。