Versuch 354

Gedämpfte und erzwungene Schwingungen

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.12.2017 Abgabe: 09.01.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie **3**
1.1 Gedämpfte Schwingung . . . 3
1.2 Erzwungene Schwingung . . . 5

2 Theorie **6**
2.1 Gedämpfte Schwingung . . . 7
2.2 Erzwungene Schwingung . . . 8

3 Theorie **10**
3.1 Gedämpfte Schwingung . . . 11
3.2 Erzwungene Schwingung . . . 12

4 Durchführung **13**

5 Auswertung **16**
5.1 Bestimmung des Dämpfungswiderstands . . . 16
5.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstands mit dem Aperiodischen Grenzfall 19
5.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . 19
5.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung . . . 23

6 Auswertung **26**
6.1 Bestimmung des Dämpfungswiderstands . . . 26
6.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstands mit dem Aperiodischen Grenzfall 29
6.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . 29
6.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung . . . 33

7 Auswertung **36**
7.1 Bestimmung des Dämpfungswiderstands . . . 36
7.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstands mit dem Aperiodischen Grenzfall 39
7.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . 39
7.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung . . . 43

8 Diskussion **46**

Literatur **46**

«««< 748b67fd60b26d45750e10209255345ebe612814

1 Theorie

Im diesem Versuch wird der RLC-Schwingkreis untersucht, dieser besteht aus folgenden Bauteilen: Widerstand R, Induktivität L und Kondensator C. Ähnlich zum RLC-Schingkreis ist der RC-Schwingkreis aufgebaut, er bestitzt nur einen Energiespeicher, den Kondensator C. Daher kann der Strom I nur in eine Richtung fließen. Der RLC-Schwingkreis besitzt zwei Energiespeicher, einen Kondensator und eine Spule. Wird nun Energie in das System hineingepumt, pendelt diese zwischen Kondensator und Spule, wodurch der Strom sein Vorzeichen ändert. Der Widerstand, der hier dem Dämpfungsfaktor entspricht, wandelt einen Teil der Energie in Wärme um. Nach einer gewissen Zeitspanne ist keine elektrische Energie mehr vorhangen und die Schwingung kommt zum erliegen. Dieses Verhalten wirdauch als gedämpfte Schwingung bezeichnet. Wenn kein Widerstand R im System verbaut ist, wird dieses System als ungedämpften Schwingung bezeichnet.

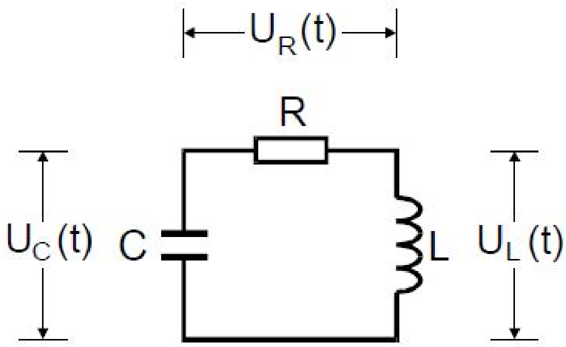

Abbildung 1: Darstellung eines RLC-Scwingkreises [2].

Wird an den Schwingkreis von außen eine Spannung angelegt, schwingt dieser mit der Frequenz der angelegten Spannung. Die so erhaltene Schwingung wird als ezwungene Schwingung bezeichnet. Hat die von außen angelete Spannung die "richtige" Frequenz (abhänging vom verwendeten System/Schwingkreis), dann erreicht die Stromamplitude im Schwingkreis ihr Maximum. Dieser Fall wird als Resonanzfall bezeichnet und tritt bei der sogenannten Resonanzfrequenz auf.

1.1 Gedämpfte Schwingung

In einem RLC-Schwingkreis, der wie in Abbildung 5 aufgebaut ist, gilt nach dem 2. Kirchfoffschen Gesetz:

$$U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) = 0. \tag{1}$$

Die Spannungen lassen sich auch wie folgt ausdrücken:

$$U_R = RI \tag{2}$$

$$U_C = \frac{Q(t)}{C} \tag{3}$$

$$U_L = L\frac{dI}{dt} \tag{4}$$

$$\text{außerdem gilt: } I = \frac{dQ}{dt}. \tag{5}$$

Eingesetzt in Gleichung 39 und ableiten nach der Zeit liefert dann die Differentialgleichung für die gedämpfte Schwingung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = 0. \tag{6}$$

Diese Differentialgleichung hat die allgemeine Lösung:

$$I(t) = e^{-2\pi\mu t}(A_1 e^{2\pi i\nu t} + A_2 e^{-2\pi i\nu t}) \tag{7}$$

mit den Abkürzungen

$$\mu = \frac{R}{4\pi L} \quad \text{und}$$
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Jetzt müssen noch folgende Fallunterscheidungen für ein reelles und ein imaginäres ν getroffen weden:
1.Fall:
Wenn ν reell ist muss

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \tag{8}$$

gelten, damit lässt sich Gleichung 41 zu

$$I(t) = A_0 e^{-2\pi\mu t}\cos(2\pi\nu t) \tag{9}$$

umschreiben. Unter der Bedingung 42 handelt es sich also um eine gedämpfte Schwingung, da $I(t)$ für $t \to \infty$ gegen Null strebt. Für die Abklingdauer gilt:

$$T_{ex} = \frac{1}{2\pi\mu}. \tag{10}$$

2.Fall:
Wenn ν imaginär ist, muss

$$\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2} \tag{11}$$

gelten, damit kann Gleichung 41 zu

$$I(t) \propto e^{-(2\pi\mu - 2\pi i\nu)t} \tag{12}$$

umgeformt werden. Da ν nun imaginär ist, kommen nur noch reelle Exponenten vor und es gibt keinen oszillierenden Anteil mehr. Dieser Fall wird aperiodische Dämpfung genannt.

3.Fall:
Ein Spezialfall ist, wenn

$$\frac{1}{LC} = \frac{R_{\mathrm{ap}}^2}{4L^2} \tag{13}$$

gilt, also wenn $\nu = 0$ ist. Für den Strom folgt dann:

$$I(t) = Ae^{\frac{-t}{\sqrt{LC}}}. \tag{14}$$

Dieser Fall ist der aperiodische Grenzfall. $I(t)$ geht direkt, ohne Überschwingen, gegen Null.

1.2 Erzwungene Schwingung

Nun wird an den gedämpften Schwingkreis eine Spannungsquelle angeschlossen, die eine Sinusförmige Wechselspannung $U_S = U_0 e^{i\omega t}$ liefert.

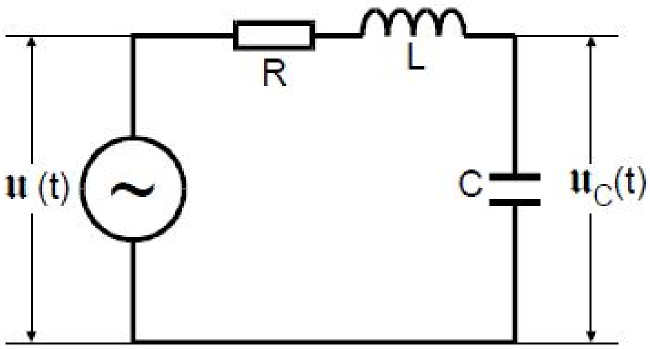

Abbildung 2: Schwingkreis mit äußerer Spannungsquelle [2].

Die Differentialgleichung 40 wird nun zu einer inhomogenen DGL der Form

$$LC\ddot{U}_C + RC\dot{U}_C + U_C = U_0 e^{i\omega t}. \tag{15}$$

Für die Spannung in Abhängigkeit der Zeit folgt daraus

$$U(t) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2 R^2 C^2)}. \tag{16}$$

Die Phasenverschiebung zur Erregerspannung ergibt sich durch vergleichen von Real- und Imaginärteil:

$$\Phi(t) = \arctan\Big(\frac{Im(U)}{Re(U)}\Big) = \arctan\Big(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\Big). \tag{17}$$

Die Spannung kann auch in Abhängigkeit der Frequenz ω angegeben werden

$$U_C(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{18}$$

Diese Funktion wird auch als Resonanzkurve bezeichnet. Für den Fall, $\omega \to \infty$ geht U_C gegen Null, während U_C für $\omega \to 0$ gegen die Erregeramplitude U_0 strebt. Für eine "spezielle" Frequenz erreicht U_C ein Maximun, dass größer als U_0 sein kann. Diese Frequenz ω_{res} wird als Resonanzfrequenz bezeichnet. Für sie gilt:

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}. \tag{19}$$

Für den Spezialfall, dass

$$\frac{R^2}{2L^2} << \frac{1}{LC} \tag{20}$$

gilt, wird von schwacher Dämpfung gesprochen. Für diesen Fall nähert sich ω_{res} der Frequenz der ungedämpften Schwingung ω_0. Das Maximum der Kondensatorspannung ist für diesen Fall um den Faktor

$$q = \frac{1}{\omega_0 RC} \tag{21}$$

größer als die Erregerspannung. Dieser Fakror q wird als Güte des Schwingkreises bezeichnet.
||||||| merged common ancestors

2 Theorie

Im diesem Versuch wird der RLC-Schwingkreis untersucht, dieser besteht aus folgenden Bauteilen: Widerstand R, Induktivität L und Kondensator C. Ähnlich zum RLC-Schingkreis ist der RC-Schwingkreis aufgebaut, er bestitzt nur einen Energiespeicher, den Kondensator C. Der RLC-Schwingkreis besitzt zwei Energiespeicher, einen Kondensator und eine Spule. Wird nun Energie in das System hineingepumt, pendelt diese zwischen Kondensator und Spule, wodurch der Strom sein Vorzeichen ändert. Der Widerstand, der hier dem Dämpfungsfaktor entspricht, wandelt einen Teil der Energie in Wärme um. Nach einer gewissen Zeitspanne ist keine elektrische Energie mehr vorhanden und die Schwingung kommt zum erliegen. Dieses Verhalten wird auch als gedämpfte Schwingung bezeichnet. Wenn kein Widerstand R im System verbaut ist, wird dieses System als ungedämpften Schwingung bezeichnet.

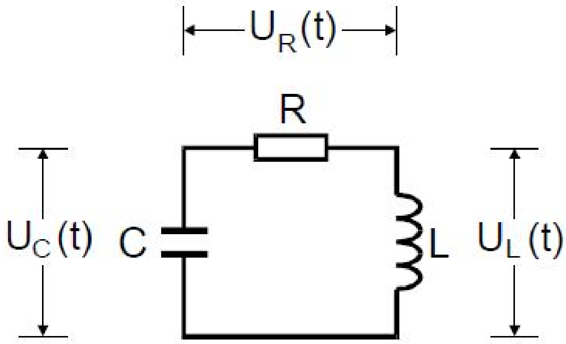

Abbildung 3: Darstellung eines RLC-Scwingkreises
[2].

Wird an den Schwingkreis von außen eine Spannung angelegt, schwingt dieser mit der Frequenz der angelegten Spannung. Die so erhaltene Schwingung wird als ezwungene Schwingung bezeichnet. Hat die von außen angelete Spannung die "richtige" Frequenz (abhänging vom verwendeten System/Schwingkreis), dann erreicht die Stromamplitude im Schwingkreis ihr Maximum. Dieser Fall wird als Resonanzfall bezeichnet und tritt bei der sogenannten Resonanzfrequenz auf.

2.1 Gedämpfte Schwingung

In einem RLC-Schwingkreis, der wie in Abbildung 5 aufgebaut ist, gilt nach dem 2. Kirchfoffschen Gesetz:

$$U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) = 0. \tag{22}$$

Ableiten nach der Zeit und umschreiben der Spanungen liefert dann die Differentialgleichung für die gedämpfte Schwingung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = 0. \tag{23}$$

Diese Differentialgleichung hat die allgemeine Lösung:

$$I(t) = e^{-2\pi\mu t}(A_1 e^{2\pi i\nu t} + A_2 e^{-2\pi i\nu t}) \tag{24}$$

mit den Abkürzungen

$$\mu = \frac{R}{4\pi L} \quad \text{und}$$
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Jetzt müssen noch folgende Fallunterscheidungen für ein reelles und ein imaginäres ν getroffen weden:

1.Fall:
Wenn ν reell ist muss

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \tag{25}$$

gelten, damit lässt sich Gleichung 41 zu

$$I(t) = A_0 e^{-2\pi\mu t} \cos(2\pi\nu t) \tag{26}$$

umschreiben. Unter der Bedingung 42 handelt es sich also um eine gedämpfte Schwingung, da $I(t)$ für $t \to \infty$ gegen Null strebt. Für die Abklingdauer gilt:

$$T_{ex} = \frac{1}{2\pi\mu}. \tag{27}$$

2.Fall:
Wenn ν imaginär ist, muss

$$\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2} \tag{28}$$

gelten, damit kann Gleichung 41 zu

$$I(t) \propto e^{-(2\pi\mu - 2\pi i\nu)t} \tag{29}$$

umgeformt werden. Da ν nun imaginär ist, kommen nur noch reelle Exponenten vor und es gibt keinen oszillierenden Anteil mehr. Dieser Fall wird aperiodische Dämpfung genannt.

3.Fall:
Ein Spezialfall ist, wenn

$$\frac{1}{LC} = \frac{R_{\text{ap}}^2}{4L^2} \tag{30}$$

gilt, also wenn $\nu = 0$ ist. Für den Strom folgt dann:

$$I(t) = Ae^{\frac{-t}{\sqrt{LC}}}. \tag{31}$$

Dieser Fall ist der aperiodische Grenzfall. $I(t)$ geht direkt, ohne Überschwingen, gegen Null.

2.2 Erzwungene Schwingung

Nun wird an den gedämpften Schwingkreis eine Spannungsquelle angeschlossen, die eine Sinusförmige Wechselspannung $U_S = U_0 e^{i\omega t}$ liefert.

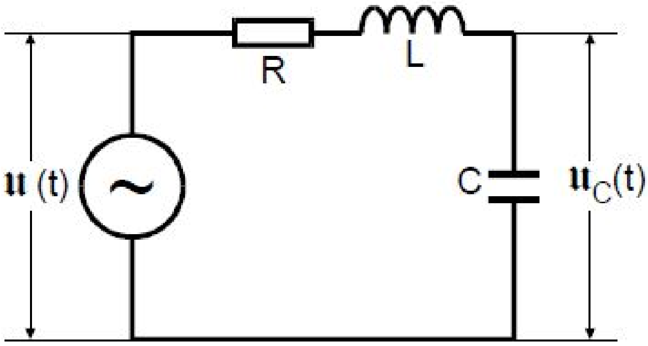

Abbildung 4: Schwingkreis mit äußerer Spannungsquelle
[2].

Die Differentialgleichung 40 wird nun zu einer inhomogenen DGL der Form

$$LC\ddot{U}_C + RC\dot{U}_C + U_C = U_0 e^{i\omega t}. \tag{32}$$

Für die Spannung in Abhängigkeit der Zeit folgt daraus

$$U(t) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2 R^2 C^2)}. \tag{33}$$

Die Phasenverschiebung zur Erregerspannung ergibt sich durch vergleichen von Real- und Imaginärteil:

$$\Phi(t) = \arctan\Big(\frac{Im(U)}{Re(U)}\Big) = \arctan\Big(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\Big). \tag{34}$$

Die Spannung kann auch in Abhängigkeit der Frequenz ω angegeben werden

$$U_C(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{35}$$

Diese Funktion wird auch als Resonanzkurve bezeichnet. Für den Fall, $\omega \to \infty$ geht U_C gegen Null, während U_C für $\omega \to 0$ gegen die Erregeramplitude U_0 strebt. Für eine "spezielle" Frequenz erreicht U_C ein Maximun, dass größer als U_0 sein kann. Diese Frequenz ω_{res} wird als Resonanzfrequenz bezeichnet. Für sie gilt:

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}. \tag{36}$$

Für den Spezialfall, dass

$$\frac{R^2}{2L^2} << \frac{1}{LC} \tag{37}$$

gilt, wird von schwacher Dämpfung gesprochen. Für diesen Fall nähert sich ω_{res} der Frequenz der ungedämpften Schwingung ω_0. Das Maximum der Kondensatorspannung ist für diesen Fall um den Faktor

$$q = \frac{1}{\omega_0 RC} \tag{38}$$

größer als die Erregerspannung. Dieser Fakror q wird als Güte des Schwingkreises bezeichnet.
=======

3 Theorie

Im diesem Versuch wird der RLC-Schwingkreis untersucht, dieser besteht aus folgenden Bauteilen: Widerstand R, Induktivität L und Kondensator C. Ähnlich zum RLC-Schingkreis ist der RC-Schwingkreis aufgebaut, er bestitzt nur einen Energiespeicher, den Kondensator C. Der RLC-Schwingkreis besitzt zwei Energiespeicher, einen Kondensator und eine Spule. Wird nun Energie in das System hineingepumt, pendelt diese zwischen Kondensator und Spule, wodurch der Strom sein Vorzeichen ändert. Der Widerstand, der hier dem Dämpfungsfaktor entspricht, wandelt einen Teil der Energie in Wärme um. Nach einer gewissen Zeitspanne ist keine elektrische Energie mehr vorhanden und die Schwingung kommt zum erliegen. Dieses Verhalten wird auch als gedämpfte Schwingung bezeichnet. Wenn kein Widerstand R im System verbaut ist, wird dieses System als ungedämpften Schwingung bezeichnet.

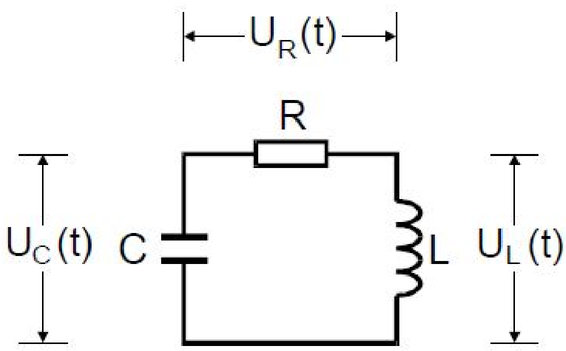

Abbildung 5: Darstellung eines RLC-Scwingkreises [2].

Wird an den Schwingkreis von außen eine Spannung angelegt, schwingt dieser mit der Frequenz der angelegten Spannung. Die so erhaltene Schwingung wird als ezwungene Schwingung bezeichnet. Hat die von außen angelete Spannung die "richtige" Frequenz (abhänging vom verwendeten System/Schwingkreis), dann erreicht die Stromamplitude im Schwingkreis ihr Maximum. Dieser Fall wird als Resonanzfall bezeichnet und tritt bei der sogenannten Resonanzfrequenz auf.

3.1 Gedämpfte Schwingung

In einem RLC-Schwingkreis, der wie in Abbildung 5 aufgebaut ist, gilt nach dem 2. Kirchfoffschen Gesetz:

$$U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) = 0. \tag{39}$$

Ableiten nach der Zeit und umschreiben der Spanungen liefert dann die Differentialgleichung für die gedämpfte Schwingung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = 0. \tag{40}$$

Diese Differentialgleichung hat die allgemeine Lösung:

$$I(t) = e^{-2\pi\mu t}(A_1 e^{2\pi i\nu t} + A_2 e^{-2\pi i\nu t}) \tag{41}$$

mit den Abkürzungen

$$\mu = \frac{R}{4\pi L} \quad \text{und}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Jetzt müssen noch folgende Fallunterscheidungen für ein reelles und ein imaginäres ν getroffen weden:

1.Fall:

Wenn ν reell ist muss

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \tag{42}$$

gelten, damit lässt sich Gleichung 41 zu

$$I(t) = A_0 e^{-2\pi\mu t}\cos(2\pi\nu t) \tag{43}$$

umschreiben. Unter der Bedingung 42 handelt es sich also um eine gedämpfte Schwingung, da $I(t)$ für $t \to \infty$ gegen Null strebt. Für die Abklingdauer gilt:

$$T_{ex} = \frac{1}{2\pi\mu}. \tag{44}$$

2.Fall:

Wenn ν imaginär ist, muss

$$\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2} \tag{45}$$

gelten, damit kann Gleichung 41 zu

$$I(t) \propto e^{-(2\pi\mu - 2\pi i\nu)t} \tag{46}$$

umgeformt werden. Da ν nun imaginär ist, kommen nur noch reelle Exponenten vor und es gibt keinen oszillierenden Anteil mehr. Dieser Fall wird aperiodische Dämpfung genannt.

3.Fall:
Ein Spezialfall ist, wenn

$$\frac{1}{LC} = \frac{R_{\text{ap}}^2}{4L^2} \tag{47}$$

gilt, also wenn $\nu = 0$ ist. Für den Strom folgt dann:

$$I(t) = Ae^{\frac{-t}{\sqrt{LC}}}. \tag{48}$$

Dieser Fall ist der aperiodische Grenzfall. $I(t)$ geht direkt, ohne Überschwingen, gegen Null.

3.2 Erzwungene Schwingung

Nun wird an den gedämpften Schwingkreis eine Spannungsquelle angeschlossen, die eine Sinusförmige Wechselspannung $U_S = U_0 e^{i\omega t}$ liefert.

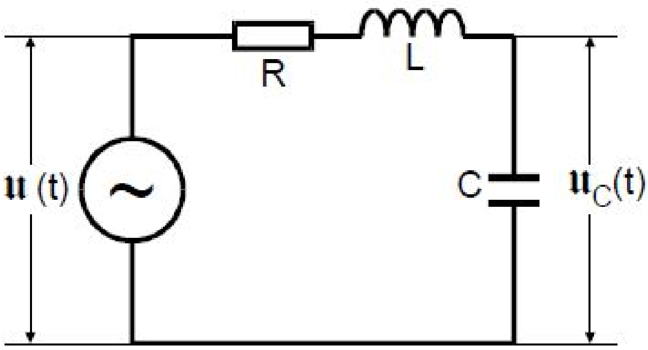

Abbildung 6: Schwingkreis mit äußerer Spannungsquelle [2].

Die Differentialgleichung 40 wird nun zu einer inhomogenen DGL der Form

$$LC\ddot{U}_C + RC\dot{U}_C + U_C = U_0 e^{i\omega t}. \tag{49}$$

Für die Spannung in Abhängigkeit der Zeit folgt daraus

$$U(t) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2 R^2 C^2)}. \tag{50}$$

Die Phasenverschiebung zur Erregerspannung ergibt sich durch vergleichen von Real- und Imaginärteil:

$$\Phi(t) = \arctan\Big(\frac{Im(U)}{Re(U)}\Big) = \arctan\Big(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\Big). \tag{51}$$

Die Spannung kann auch in Abhängigkeit der Frequenz ω angegeben werden

$$U_C(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{52}$$

Diese Funktion wird auch als Resonanzkurve bezeichnet. Für den Fall, $\omega \to \infty$ geht U_C gegen Null, während U_C für $\omega \to 0$ gegen die Erregeramplitude U_0 strebt. Für eine ”spezielle” Frequenz erreicht U_C ein Maximun, dass größer als U_0 sein kann. Diese Frequenz ω_{res} wird als Resonanzfrequenz bezeichnet. Für sie gilt:

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}. \tag{53}$$

Für den Spezialfall, dass

$$\frac{R^2}{2L^2} << \frac{1}{LC} \tag{54}$$

gilt, wird von schwacher Dämpfung gesprochen. Für diesen Fall nähert sich ω_{res} der Frequenz der ungedämpften Schwingung ω_0. Das Maximum der Kondensatorspannung ist für diesen Fall um den Faktor

$$q = \frac{1}{\omega_0 RC} \tag{55}$$

größer als die Erregerspannung. Dieser Fakror q wird als Güte des Schwingkreises bezeichnet.
»»»> michelson

4 Durchführung

Zu Beginn soll die Zeitabhängigkeit der Schwingungsamplitude untersucht werden, dafür wird der kleinere der beiden in der Schaltung verfügbaren Widerstände verwendet. Eine Darstellung der verwendeten Schaltung ist in Abbildung 7 zu sehen.

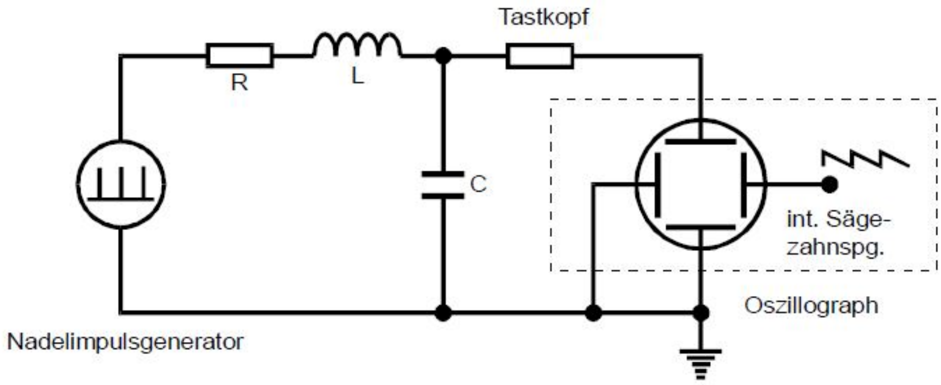

Abbildung 7: Schaltung zur Untersuchung der Zeitabhängigkeit der Ampitude [2].

Der Schwingkreis wird mit einem Nadelimpuls angeregt. Es ist darauf zu achten, dass eine erneute Anregung erst erfolgt, wenn die Amplitude der gedämpften Schwingung um den Faktor 3 bis 8 abgeklungen ist. Auf dem Oszilloskop lässt sich nun der Verlauf der Schwingungskurve verfolgen und es wird ein Thermodruck angefertigt. Der Eingangswiderstand des Oszilloskops kann hier vernachlässigt werden, da der Tastknopf einen sehr hohen Innenwiderstand ($R_i = 10\,\mathrm{M\Omega}$) besitzt.
Im Folgenden soll der Widerstand R_{ap} bestimmt werden, ab dem der aperiodische Grenzfall eintritt. Dazu wird die Schaltung aus Abbildung 8 verwendet.

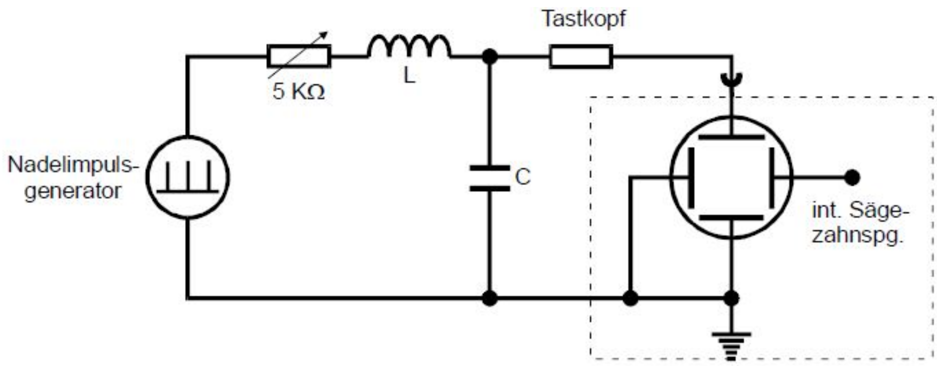

Abbildung 8: Schaltung zur Bestimmung des aperiodischen Grenzwiderstandes R_{ap} [2].

An dem regelbaren Widerstand wird zunächst ein maximaler Widerstand eingestellt, sodass die Kondensatorspannung monoton abnimmt. Nun wird R langsam verringert, bis am Oszilloskop ein "Überschwingen" zu erkennen ist. Ist dies der Fall, dann wurde R_{ap} bereits unterschritten, deshalb wird R wirder vergrößert, bis der "Überschwinger" verschwindet.
Anschließend wird die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung an einem Serienresonanzkreis untersucht. Dazu wird eine Schaltung wie in Abbildung 9 zu sehen aufgebaut,

außerdem wird der größere der zur Verfügung stehenden Widerstände verwendet.

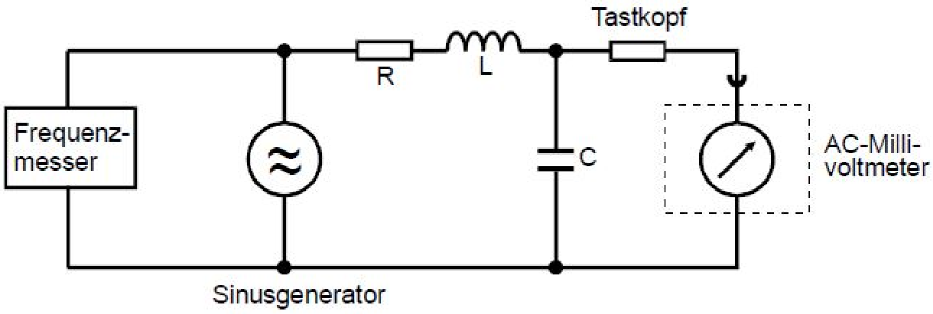

Abbildung 9: Schaltung zurMessung der frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

[2].

Zunächst wird die Erregerspannung U in Abhängigkeit der Frequenz gemessen, diese ist frequenzabhängig, da sie über den Tastknopf gemessen wird und dessen Ausgansspannung nicht frequenzunabhängig ist, wie es im Idealfall sein sollte. Dazu wird die Frequenz am Sinusgenerator variiert und die zusammengehörigen Wertepaare notiert. Anschließend wird die Kondensatorspannung in Abhängigkeit der Frequenz, im Bereich von 100 - 100 000 Hz gemessen. Dazu wird erneut die Frequenz am Sinusgenerator variiert und die zusammengehörigen Wertepaare notiert. Im Bereich der Resonanzfrequez, die zuvor ermittelt wurde, werden dabei mehr Messwerte aufgenommen, da dieser Bereich später genauer untersucht werden soll.
Zuletzt wird die Phasenverschiebung Φ der Kondensatorspannung und der Erregerspannung gemessen, dazu wird wieder die Schaltung aus Abbildung 9 verwendet. Wenn beide Spannungsverläufe am Oszilloskop übereinander angezeigt werden, ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 27.

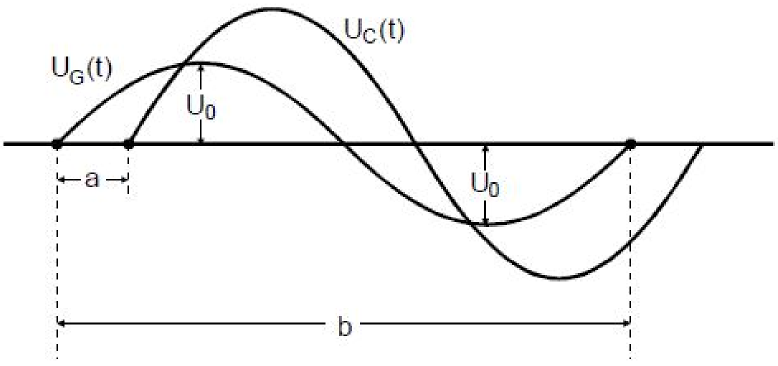

Abbildung 10: Darstellung der Phasenverschiebung

[1].

Um die Phasenverschiebung zu bestimmen, genügt es den Wert a (Abstand der Nulldurchgänge) zu messen, denn b (Periodenlänge) kann aus der Frequnz berechnet werden. Für die Frequenz werden die gleichen Werte wie bei der Messung der Kondensatorspannung verwendet.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung des Dämpfungswiderstands

Die Werte des im Versuch verwendeten Schwingkreises (Gerät 2) lauten

$$\begin{aligned} L &= (10{,}11 \pm 0{,}03)\,\mathrm{mH} \\ C &= (2{,}098 \pm 0{,}006)\,\mathrm{nF} \\ R_1 &= (48{,}1 \pm 0{,}1)\,\Omega \\ R_2 &= (509{,}5 \pm 0{,}5)\,\Omega \end{aligned}$$

Der Spannungsverlauf, der zur Messung verwendet wurde ist in Abbildung 23 mit eingezeicneter Einhüllender zu sehen.

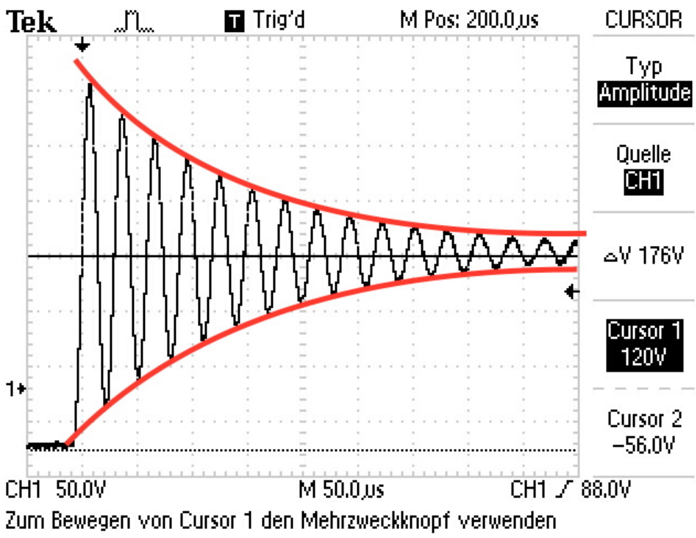

Abbildung 11: Schwingungsverlauf des Oszilloskops mit Einhüllender

Die sich hieraus ergebenden Wertepaare aus Kondensatorspannung U_c und Zeit t befinden sich, getrennt nach Minima und Maxima, in Tabelle 7

Tabelle 1: Messwerte der gedämpften Schwingung

U_cMinima /V	t /µs	U_cMaxima /V	t /µs
172	0	152	20
140	32	126	48
112	64	102	78
96	92	88	108
80	122	72	136
66	152	60	166
54	180	48	196
46	210	42	226
36	240	36	254
30	270	30	284
26	298	26	314
22	828	22	344
18	358	18	372
14	388	16	402
12	416	14	432
10	466		

In Abbildung 24 sind die Messwerte zusammen mit der jeweils erechnete Ausgleichsfunktion zu sehen, welche sich durch eine Ausgleichsrechnung mt der Funktion

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(-2\pi \cdot \mu \cdot t\right) \tag{56}$$

ergibt.

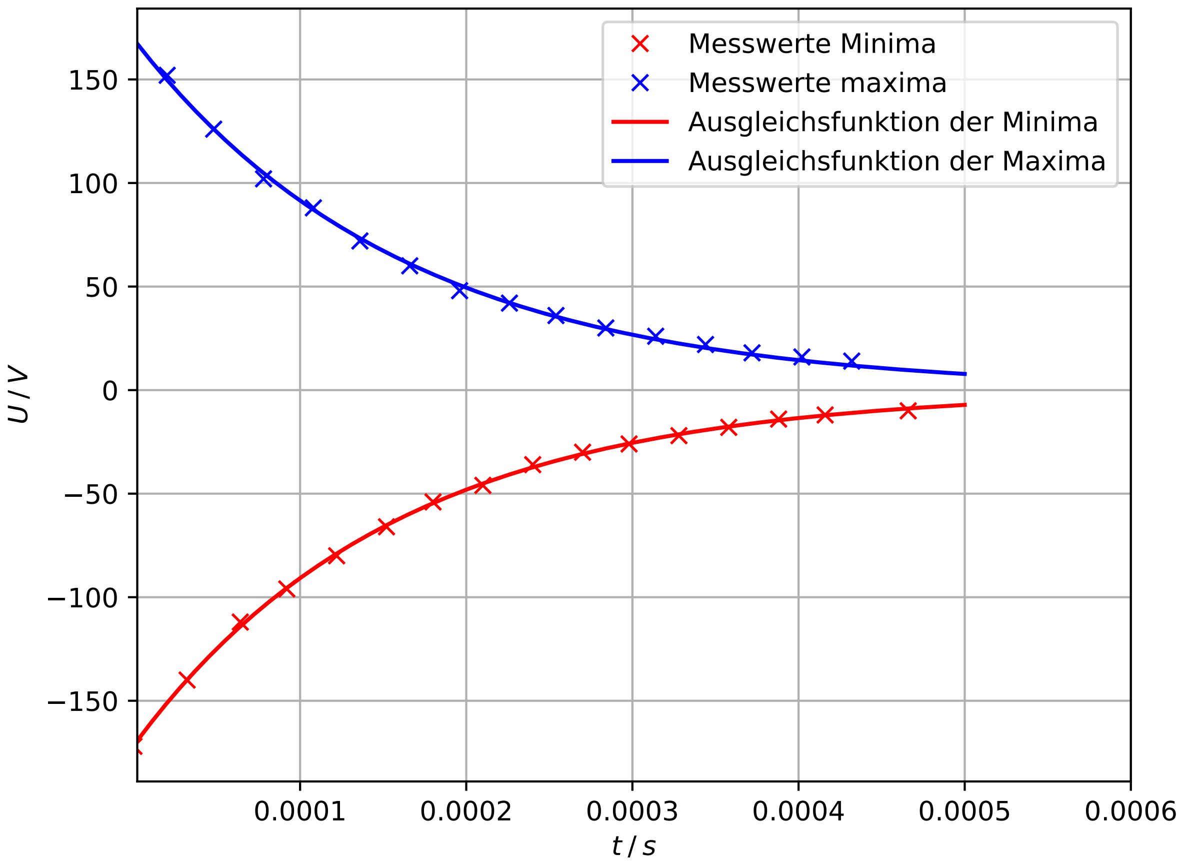

Abbildung 12: Messwerte und Ausgleichsfunktionen der ersten Messung

Hieraus ergeben sich bei den Minima die Parameter

$$A_0 = (-171{,}45 \pm 0{,}71)\,\mathrm{V}$$
$$\mu = (1011{,}7 \pm 6{,}6)\,1/\mathrm{s}$$

und bei den Maxima

$$A_0 = (169{,}3 \pm 1{,}6)\,\mathrm{V}$$
$$\mu = (980 \pm 13)\,1/\mathrm{s}$$

sodass sich für μ ein gemittelter Wert von

$$\mu = \frac{\mu_{\mathrm{min}} + \mu_{\mathrm{max}}}{2} = (996 \pm 7)\,1/\mathrm{s}$$

ergibt, wobei sich der Fehler durch

$$\Delta\mu = \sqrt{(\frac{1}{2}\Delta\mu_{min})^2 + (\frac{1}{2}\Delta\mu_{max})^2} \tag{57}$$

berechnet. Hieraus ergibt sich durch die Gleichungen 41 und 44

$$R = (126{,}5 \pm 1{,}0)\,\Omega$$
$$T = (159{,}9 \pm 1{,}2)\,\mu\text{s}\,.$$

Die Fehler berechnen sich hierbei durch die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}\,. \tag{58}$$

Also:

$$\mathit{\Delta} R = 4\pi\sqrt{(\mu \mathit{\Delta} L)^2 + (L \mathit{\Delta} \mu)^2} \tag{59}$$

$$\mathit{\Delta} T = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi\mu}\mathit{\Delta}\mu\right)^2} \tag{60}$$

5.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstands mit dem Aperiodischen Grenzfall

Die gemessenen Werte des Widerstands R_{ap} beim aperiodischen Grenzfall lauten $3360\,\Omega$, $3330\,\Omega$ und $3370\,\Omega$, sodass sich hierbei ein Mittelwert von $(3353 \pm 17)\,\Omega$ ergibt. Theoretisch berechnet ergibt sich durch die Formel 47 ein Wert von

$$\mathrm{R}_{ap} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = (4390 \pm 9)\,\Omega$$

5.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Die Messwerte zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit befinden sich in Tabelle 8.

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

ν /Hz	U_c /V	U /V	ν /Hz	U_c /V	U /V
100	41,6	41,6	26 000	100	41,6
200	41,6	41,6	27 000	108	41,6
300	41,6	41,6	28 000	118	41,6
500	41,6	41,6	29 000	130	40,8
800	41,6	41,6	30 000	142	40,0
1000	41,6	41,6	31 000	156	40,0
2000	41,6	41,6	32 000	166	38,4
3000	41,6	41,6	33 000	172	38,4
5000	42,4	41,6	34 000	170	38,4
8000	44,8	41,6	34 000	170	38,4
10 000	46,4	41,6	36 000	148	38,4
12 000	48,0	41,6	37 000	132	39,2
13 000	49,6	41,6	38 000	116	40,0
14 000	51,2	41,6	39 000	102	40,0
15 000	52,8	41,6	40 000	90,0	40,8
16 000	54,4	41,6	42 000	72,0	40,8
17 000	56,0	41,6	45 000	52,0	41,6
18 000	58,4	41,6	48 000	40,0	41,6
19 000	61,6	41,6	53 000	26,4	41,6
20 000	64,8	41,6	60 000	16,8	41,6
21 000	68,8	41,6	65 000	12,0	41,6
22 000	74,0	41,6	75 000	7,2	41,6
23 000	80,0	41,6	85 000	2,8	42,4
24 000	86,0	41,6	100 000	0,2	42,4
25 000	92,0	41,6			

In Abbildung 25 ist das Verhältniss von $\frac{U}{U_c}$ in einem halblogarithmischen Diagramm gegen die Frequenz ν aufgetragen.

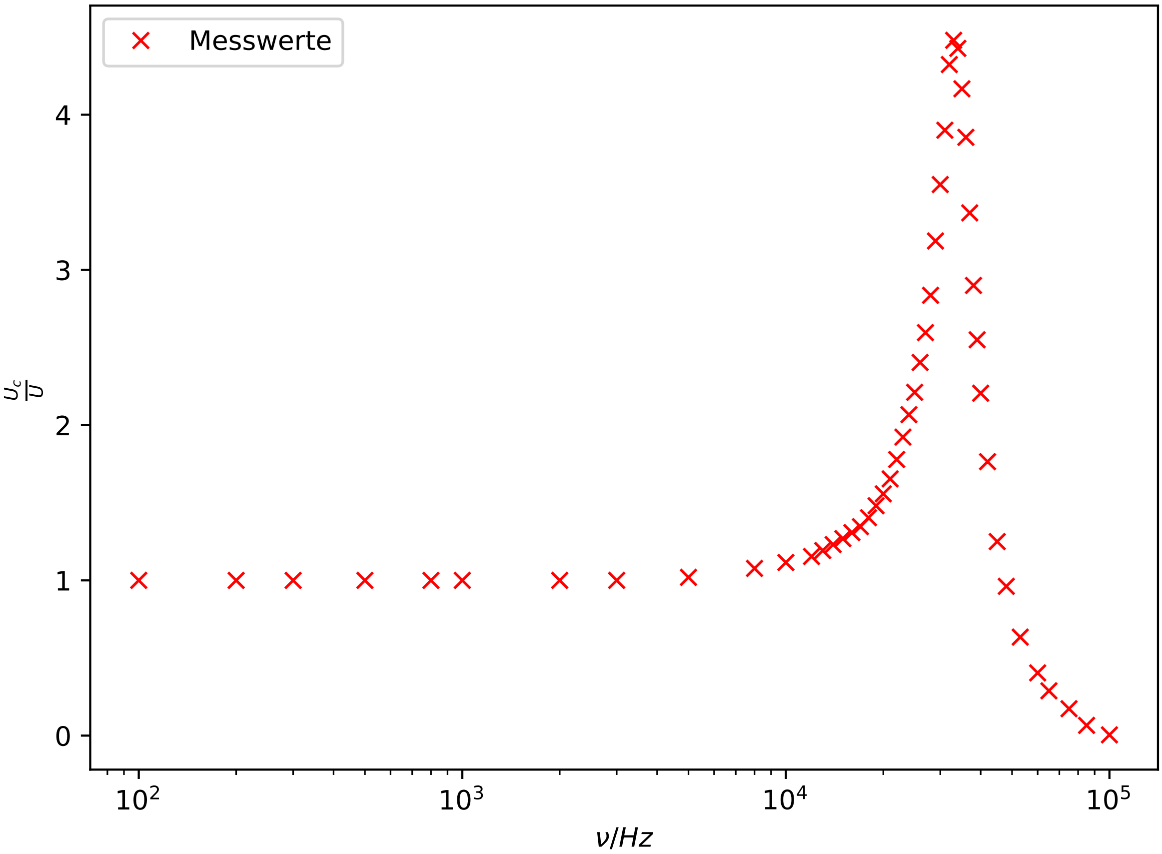

Abbildung 13: Spannungsverhältniss in Abhängigkeit der Frequenz.

Um die Güte zu bestimmen, wird der Bereich um die Resonanzfrequenz in Abbildung 26 zudem linear dargestellt.

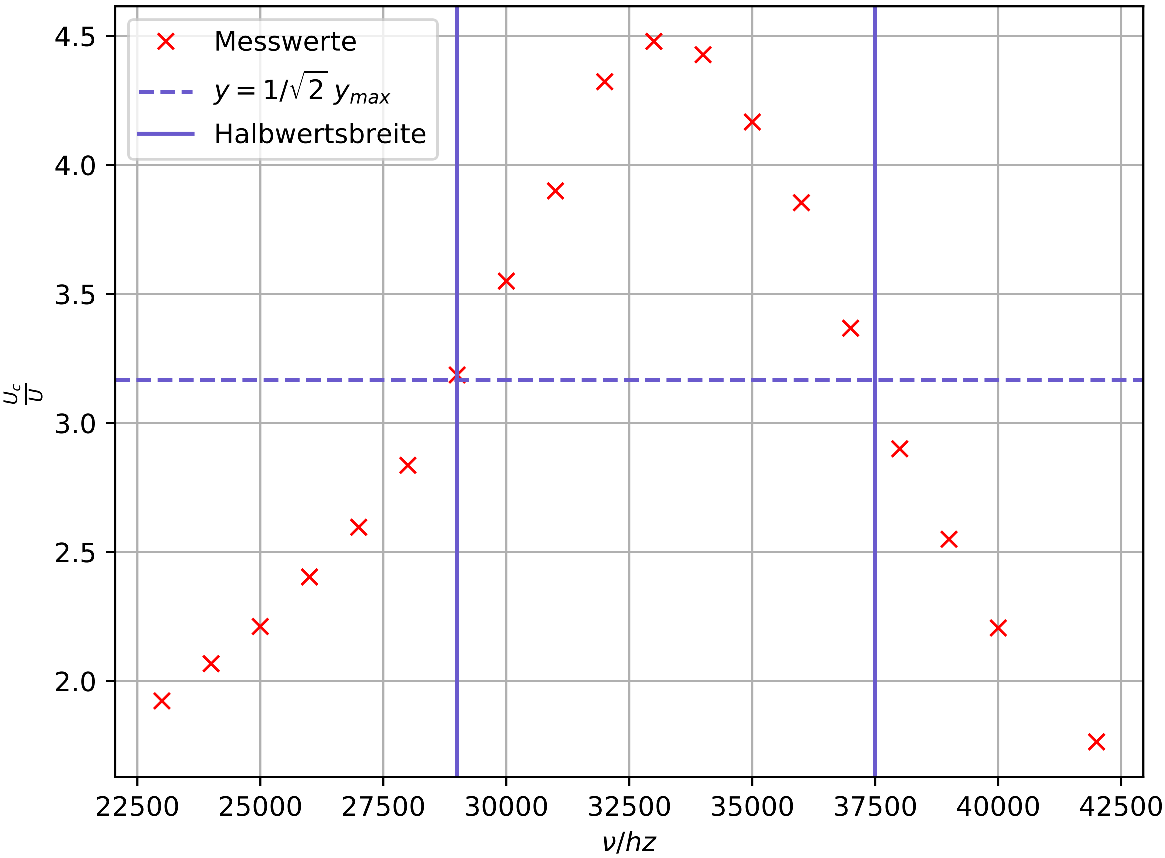

Abbildung 14: Spannungsverhältniss in Abhängigkeit der Frequenz

Hierraus lässt sich die Resonanzüberhöhung q = 4.4791 ablesen. Aus den Werten des Schaltkreises lässt sich durch die Gleichung

$$q = \frac{\omega_0}{\omega_+ - \omega_-} \tag{61}$$

eine theoretische Resonanzüberhöhung von

$$\mathrm{q}_{theo} = 3.923 \pm 0.009$$

berechnen.
Die abgelesenen Werte der Resonanzkurve lauten

$$\nu_- = 29\,000\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_+ = 37\,500\,\mathrm{Hz}$$

woraus sich die Breite

$$\nu_+ - \nu_- = 8500\,\mathrm{Hz}$$

ergibt. Theoretisch lässt sich durch Gleichung 55 eine Breite von $(8808 \pm 27)\,\mathrm{Hz}$ erechnen.

5.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

Die Messwerte zur Bestimmung der Frequnezabhängigkeit der Phasenverschiebung, sowie die daraus erechnete Phase befinden sich in Tabelle 9.

Tabelle 3: Messwerte zur Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

ν /Hz	a /µs	ϕ /rad
100	204	0,128
300	76	0,143
500	46	0,145
1000	20	0,126
2000	13,6	0,171
5000	5,5	0,173
10 000	3,36	0,211
15 000	2,48	0,234
20 000	2,44	0,307
22 000	2,44	0,337
24 000	2,44	0,368
26 000	2,92	0,477
28 000	3,4	0,598
30 000	4,4	0,829
32 000	5,7	1,146
34 000	7,7	1,645
36 000	9,2	2,081
38 000	9,9	2,364
40 000	10,0	2,513
50 000	9,2	2,890
60 000	8,0	3,016
70 000	7,3	3,211
80 000	6,6	3,318
90 000	6,1	3,450
100 000	5,1	3,204

In Abbildung 27 ist die Phasenverschiebung gegen die Frequenz in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen.

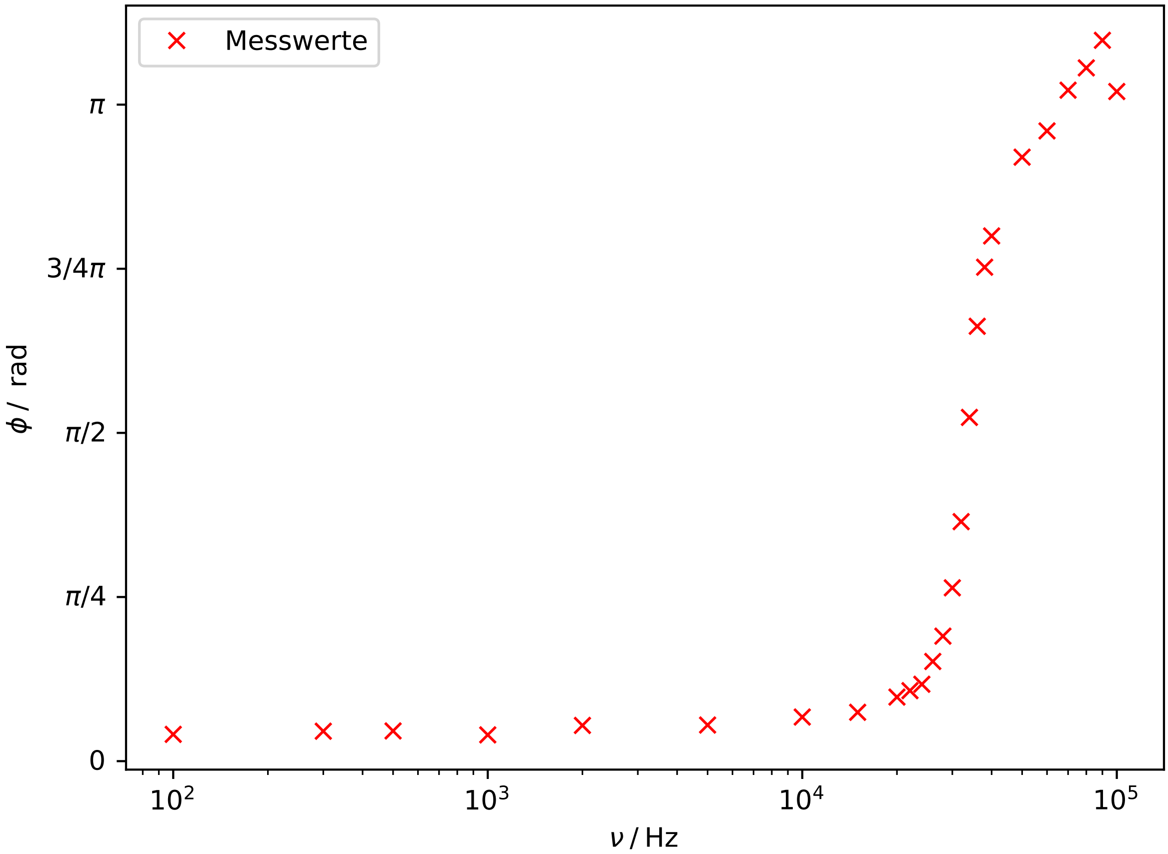

Abbildung 15: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz

Zudem ist in Abbildung 28 der Bereich um die Resonanzfrequenz linear dargestellt.

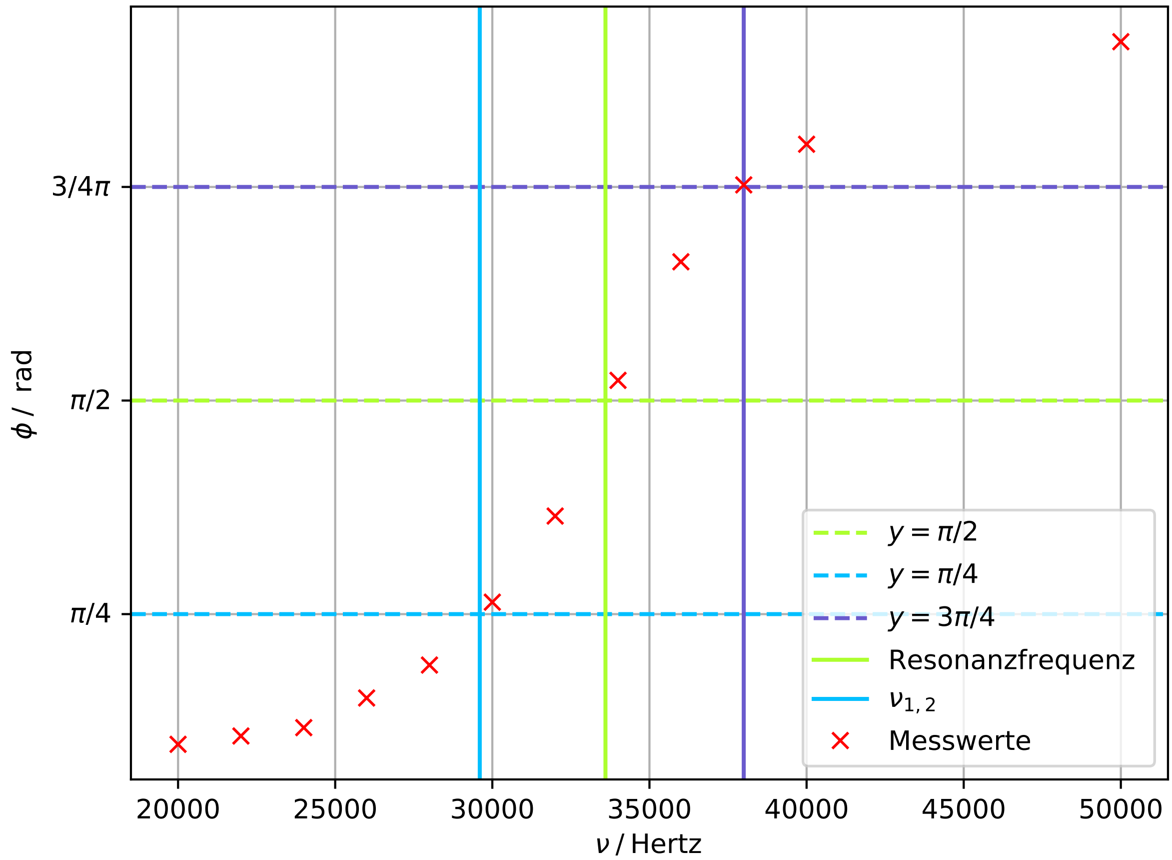

Abbildung 16: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz

Hieraus lassen sich die Resonanzfrequenz

$$\nu_{res} = 33\,600\,\mathrm{Hz}$$

sowie die beiden Frequenzen

$$\begin{aligned}\nu_1 &= 29\,600\,\mathrm{Hz}\\ \nu_2 &= 38\,000\,\mathrm{Hz}\end{aligned}$$

bei welchen die Phasenverschiebung gerade $\phi = \frac{\pi}{4}$ bzw. $\phi = \frac{3\cdot\pi}{4}$ ist, ablesen.
Die nach Gleichungen 19 und

$$\omega_{1,2} = \pm\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \tag{62}$$

berechneten Theoriewerte lauten

$$\nu_{res} = (33\,990 \pm 70)\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_1 = (30\,430 \pm 60)\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_2 = (39\,240 \pm 80)\,\mathrm{Hz}$$

||||||| merged common ancestors

6 Auswertung

6.1 Bestimmung des Dämpfungswiderstands

Die Werte des im Versuch verwendeten Schwingkreises (Gerät 2) lauten

$$L = (10{,}11 \pm 0{,}03)\,\mathrm{mH}$$
$$C = (2{,}098 \pm 0{,}006)\,\mathrm{nF}$$
$$R_1 = (48{,}1 \pm 0{,}1)\,\Omega$$
$$R_2 = (509{,}5 \pm 0{,}5)\,\Omega$$

Der Spannungsverlauf, der zur Messung verwendet wurde ist in Abbildung 23 mit eingezeicneter Einhüllender zu sehen.

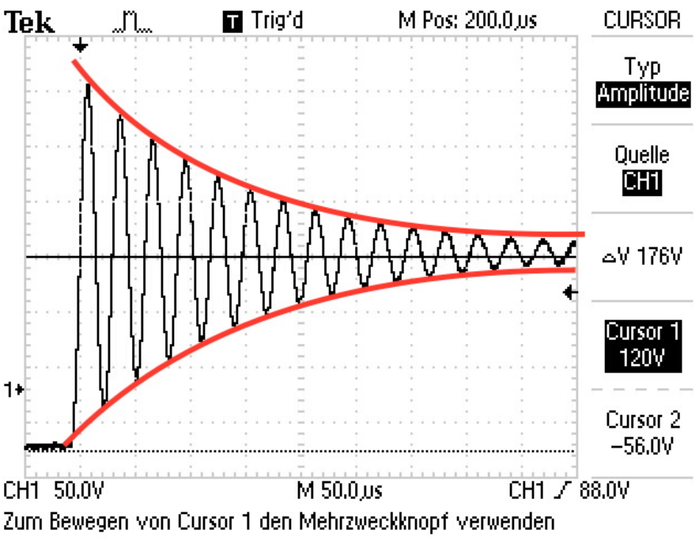

Abbildung 17: Schwingungsverlauf des Oszilloskops mit Einhüllender

Die sich hieraus ergebenden Wertepaare aus Kondensatorspannung U_c und Zeit t befinden sich, getrennt nach Minima und Maxima, in Tabelle 7

Tabelle 4: Messwerte der gedämpften Schwingung

U_cMinima /V	t /µs	U_cMaxima /V	t /µs
172	0	152	20
140	32	126	48
112	64	102	78
96	92	88	108
80	122	72	136
66	152	60	166
54	180	48	196
46	210	42	226
36	240	36	254
30	270	30	284
26	298	26	314
22	828	22	344
18	358	18	372
14	388	16	402
12	416	14	432
10	466		

In Abbildung 24 sind die Messwerte zusammen mit der jeweils erechnete Ausgleichsfunktion zu sehen, welche sich durch eine Ausgleichsrechnung mt der Funktion

$$A(t) = A_0 \cdot \exp -2\pi \cdot \mu \cdot t \tag{63}$$

ergibt.

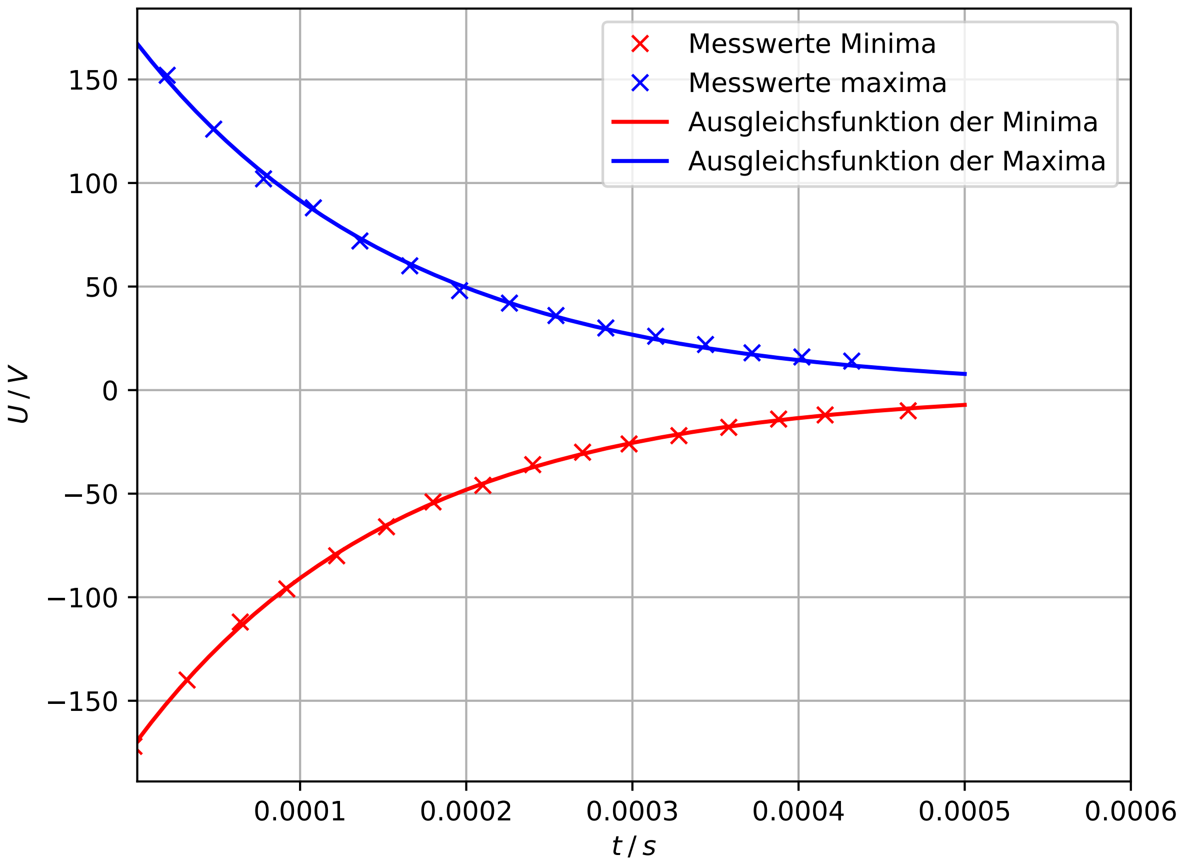

Abbildung 18: Messwerte und Ausgleichsfunktionen der ersten Messung

Hieraus ergeben sich bei den Minima die Parameter

$$A_0 = (-171{,}45 \pm 0{,}71)\,\mathrm{V}$$
$$\mu = (1011{,}7 \pm 6{,}6)\,1/\mathrm{s}$$

und bei den Maxima

$$A_0 = (169{,}3 \pm 1{,}6)\,\mathrm{V}$$
$$\mu = (980 \pm 13)\,1/\mathrm{s}$$

sodass sich für μ insgesamt ein Wert von

$$\mu = (996 \pm 7)\,1/\mathrm{s}$$

ergibt. Hieraus ergibt sich durch die Gleichungen **??** und 44

$$R = (126{,}5 \pm 1{,}0)\,\Omega$$
$$T = (159{,}9 \pm 1{,}2)\,\mathrm{\mu s}\,.$$

Die Fehler berechnen sich hierbei durch die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2} \,. \tag{64}$$

6.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstands mit dem Aperiodischen Grenzfall

Die gemessenen Werte des Widerstands R_{ap} beim aperiodischen Grenzfall lauten $3360\,\Omega$, $3330\,\Omega$ und $3370\,\Omega$, sodass sich hierbei ein Mittelwert von $(3353 \pm 17)\,\Omega$ ergibt. Theoretisch berechnet ergibt sich durch die Formel 47 ein Wert von

$$\mathrm{R}_{ap} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = (4390 \pm 9)\,\Omega$$

6.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Die Messwerte zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit befinden sich in Tabelle 8.

Tabelle 5: Messwerte zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

ν /Hz	U_c /V	U /V	ν /Hz	U_c /V	U /V
100	41,6	41,6	26 000	100	41,6
200	41,6	41,6	27 000	108	41,6
300	41,6	41,6	28 000	118	41,6
500	41,6	41,6	29 000	130	40,8
800	41,6	41,6	30 000	142	40,0
1000	41,6	41,6	31 000	156	40,0
2000	41,6	41,6	32 000	166	38,4
3000	41,6	41,6	33 000	172	38,4
5000	42,4	41,6	34 000	170	38,4
8000	44,8	41,6	34 000	170	38,4
10 000	46,4	41,6	36 000	148	38,4
12 000	48,0	41,6	37 000	132	39,2
13 000	49,6	41,6	38 000	116	40,0
14 000	51,2	41,6	39 000	102	40,0
15 000	52,8	41,6	40 000	90,0	40,8
16 000	54,4	41,6	42 000	72,0	40,8
17 000	56,0	41,6	45 000	52,0	41,6
18 000	58,4	41,6	48 000	40,0	41,6
19 000	61,6	41,6	53 000	26,4	41,6
20 000	64,8	41,6	60 000	16,8	41,6
21 000	68,8	41,6	65 000	12,0	41,6
22 000	74,0	41,6	75 000	7,2	41,6
23 000	80,0	41,6	85 000	2,8	42,4
24 000	86,0	41,6	100 000	0,2	42,4
25 000	92,0	41,6			

In Abbildung 25 ist das Verhältniss von $\frac{U}{U_c}$ in einem halblogarithmischen Diagramm gegen die Frequenz ν aufgetragen.

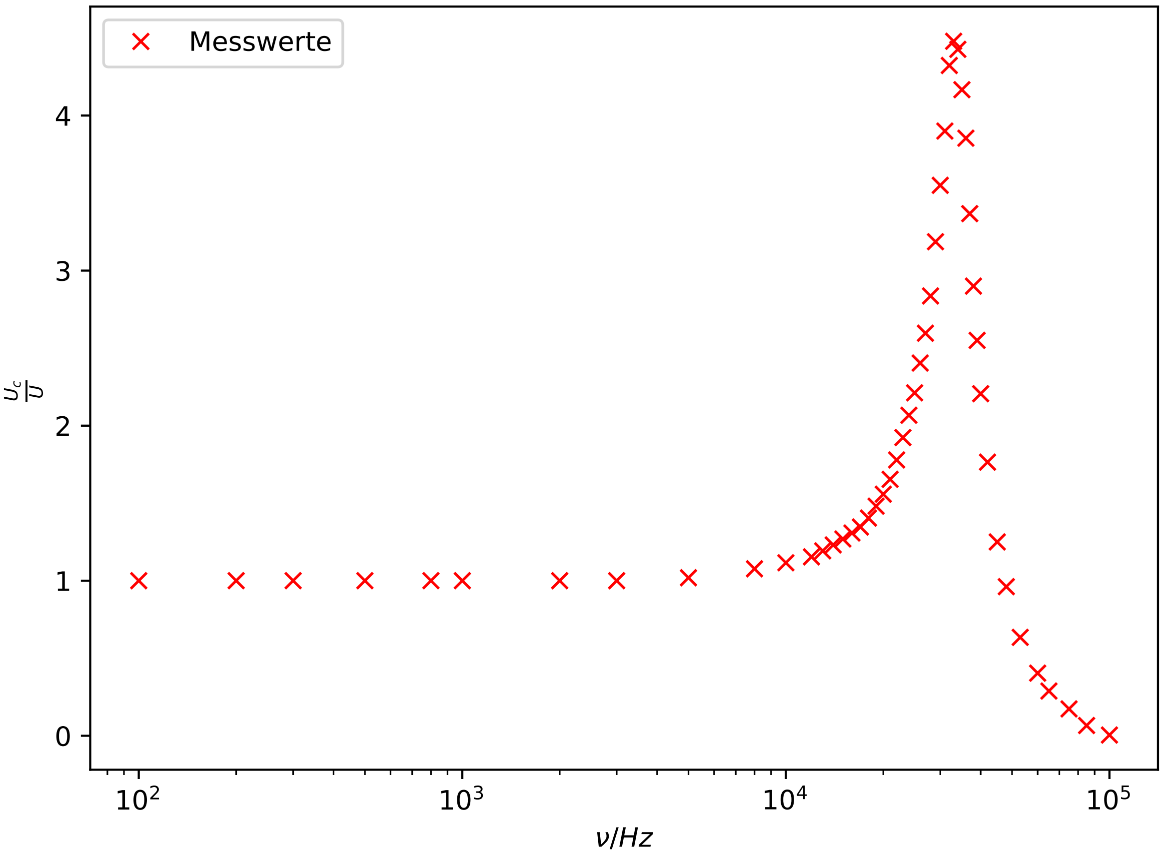

Abbildung 19: Spannungsverhältniss in Abhängigkeit der Frequenz.

Um die Güte zu bestimmen, wird der Bereich um die Resonanzfrequenz in Abbildung 26 zudem linear dargestellt.

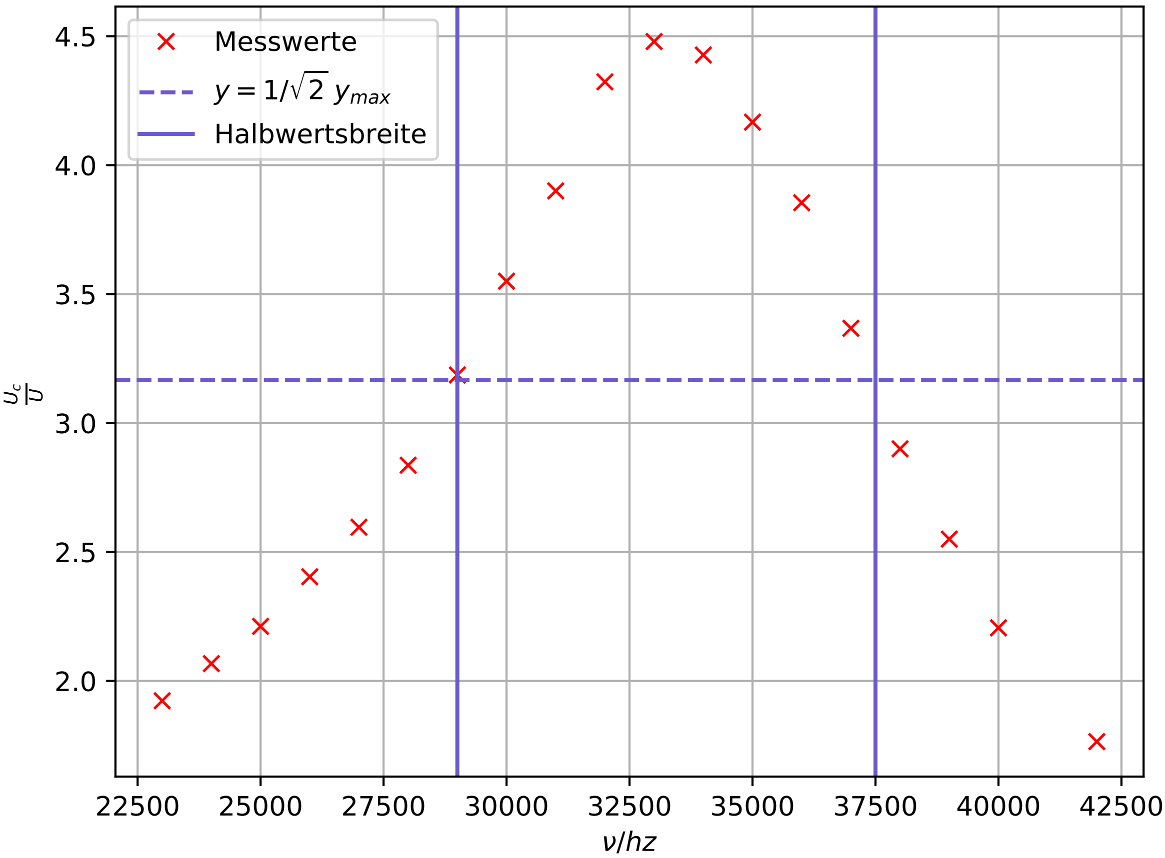

Abbildung 20: Spannungsverhältniss in Abhängigkeit der Frequenz

Hierraus lässt sich die Resonanzüberhöhung q = 4.4791 ablesen. Aus den Werten des Schaltkreises lässt sich durch die Gleichung

$$q = \frac{\omega_0}{\omega_+ - \omega_-} \tag{65}$$

eine theoretische Resonanzüberhöhung von

$$\mathrm{q}_{theo} = 3.923 \pm 0.009$$

berechnen.
Die abgelesenen Werte der Resonanzkurve lauten

$$\nu_- = 29\,000\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_+ = 37\,500\,\mathrm{Hz}$$

woraus sich die Breite

$$\nu_+ - \nu_- = 8500\,\mathrm{Hz}$$

ergibt. Theoretisch lässt sich durch Gleichung 55 eine Breite von $(8808 \pm 27)\,\mathrm{Hz}$ erechnen.

6.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

Die Messwerte zur Bestimmung der Frequnezabhängigkeit der Phasenverschiebung, sowie die daraus erechnete Phase befinden sich in Tabelle 9.

Tabelle 6: Messwerte zur Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

ν /Hz	a /µs	ϕ /rad
100	204	0,128
300	76	0,143
500	46	0,145
1000	20	0,126
2000	13,6	0,171
5000	5,5	0,173
10 000	3,36	0,211
15 000	2,48	0,234
20 000	2,44	0,307
22 000	2,44	0,337
24 000	2,44	0,368
26 000	2,92	0,477
28 000	3,4	0,598
30 000	4,4	0,829
32 000	5,7	1,146
34 000	7,7	1,645
36 000	9,2	2,081
38 000	9,9	2,364
40 000	10,0	2,513
50 000	9,2	2,890
60 000	8,0	3,016
70 000	7,3	3,211
80 000	6,6	3,318
90 000	6,1	3,450
100 000	5,1	3,204

In Abbildung 27 ist die Phasenverschiebung gegen die Frequenz in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen.

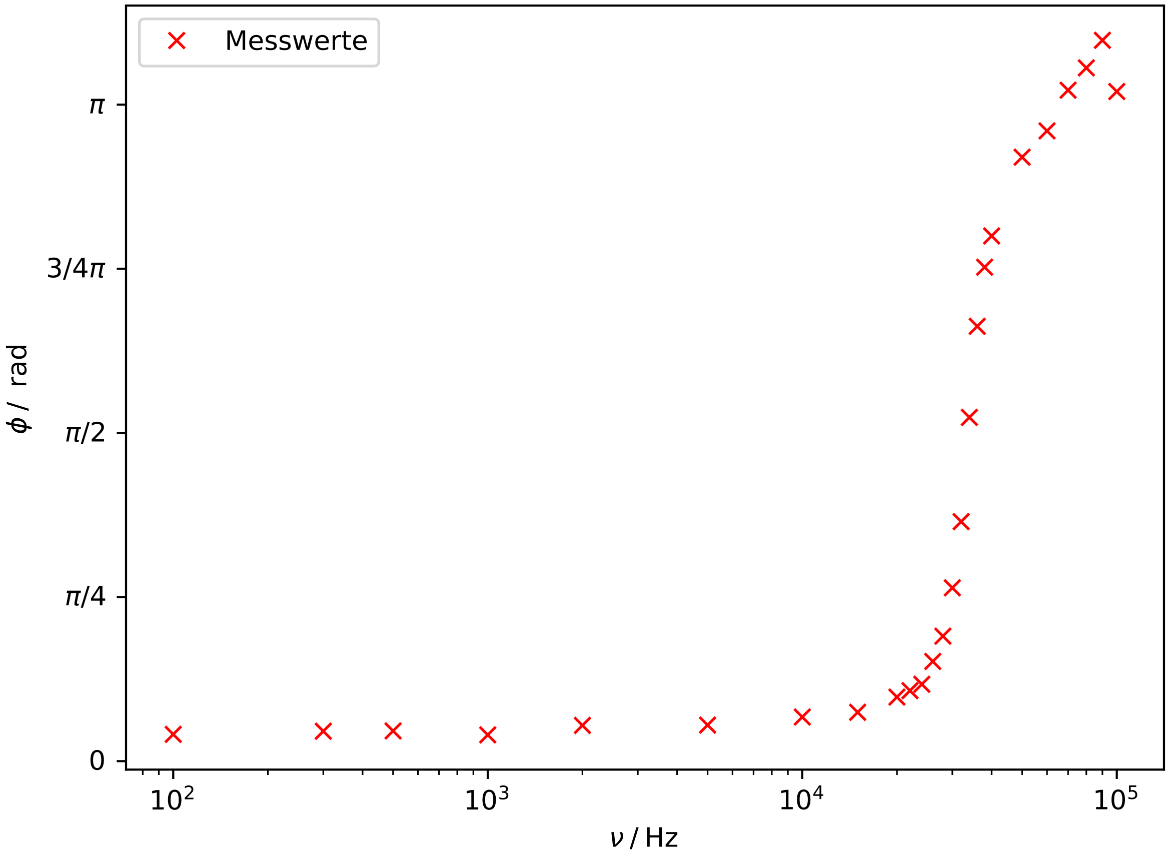

Abbildung 21: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz

Zudem ist in Abbildung 28 der Bereich um die Resonanzfrequenz linear dargestellt.

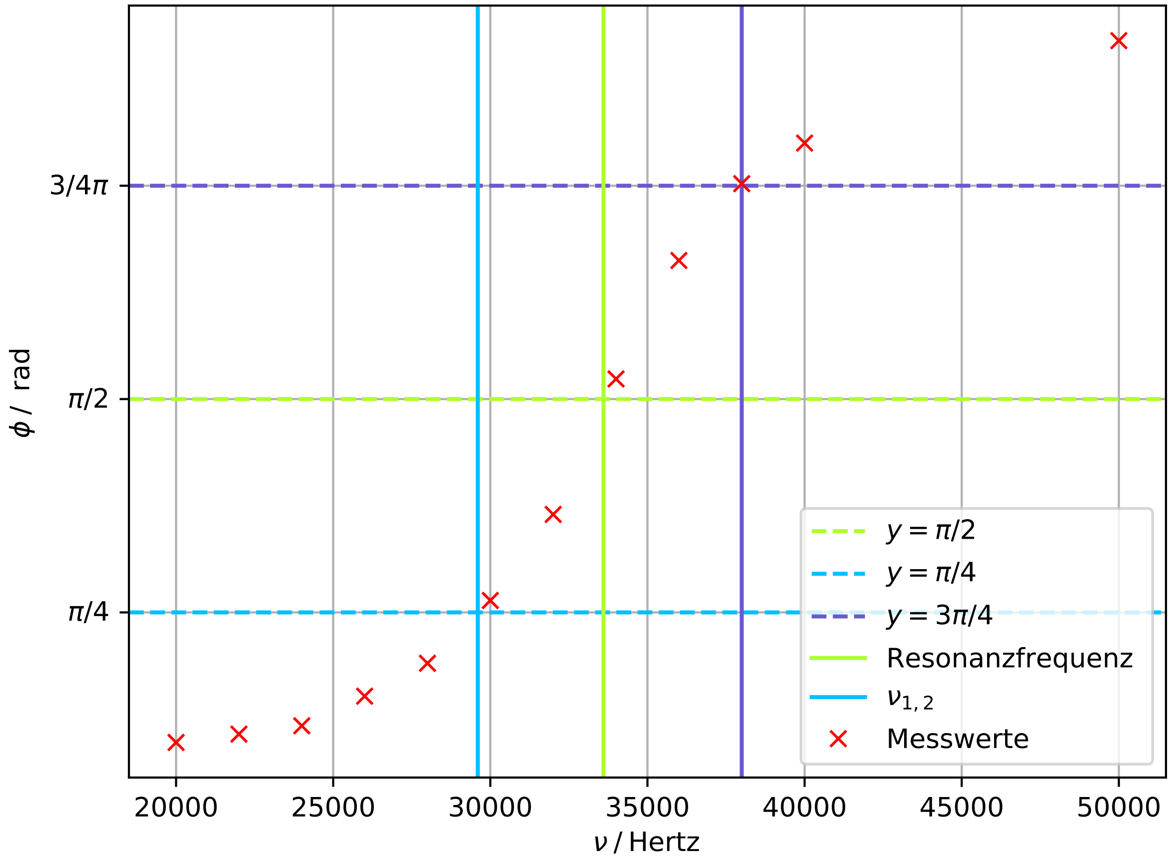

Abbildung 22: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz

Hieraus lassen sich die Resonanzfrequenz

$$\nu_{res} = 33\,600\,\mathrm{Hz}$$

sowie die beiden Frequenzen

$$\nu_1 = 29\,600\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_2 = 38\,000\,\mathrm{Hz}$$

bei welchen die Phasenverschiebung gerade $\phi = \frac{\pi}{4}$ bzw. $\phi = \frac{3 \cdot \pi}{4}$ ist, ablesen.
Die nach Gleichungen 19 und

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \tag{66}$$

berechneten Theoriewerte lauten

$$\nu_{res} = (33\,990 \pm 70)\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_1 = (30\,430 \pm 60)\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_2 = (39\,240 \pm 80)\,\mathrm{Hz}$$

=======

7 Auswertung

7.1 Bestimmung des Dämpfungswiderstands

Die Werte des im Versuch verwendeten Schwingkreises (Gerät 2) lauten

$$L = (10{,}11 \pm 0{,}03)\,\mathrm{mH}$$
$$C = (2{,}098 \pm 0{,}006)\,\mathrm{nF}$$
$$R_1 = (48{,}1 \pm 0{,}1)\,\Omega$$
$$R_2 = (509{,}5 \pm 0{,}5)\,\Omega$$

Der Spannungsverlauf, der zur Messung verwendet wurde ist in Abbildung 23 mit eingezeicneter Einhüllender zu sehen.

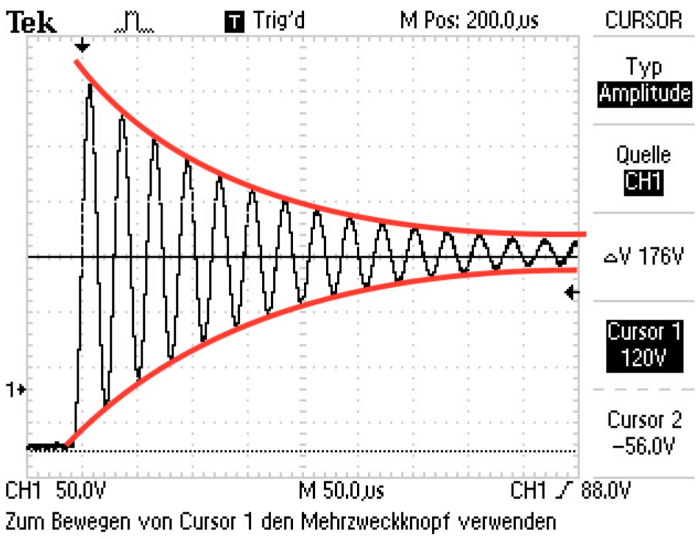

Abbildung 23: Schwingungsverlauf des Oszilloskops mit Einhüllender

Die sich hieraus ergebenden Wertepaare aus Kondensatorspannung U_c und Zeit t befinden sich, getrennt nach Minima und Maxima, in Tabelle 7

Tabelle 7: Messwerte der gedämpften Schwingung

U_cMinima /V	t /µs	U_cMaxima /V	t /µs
172	0	152	20
140	32	126	48
112	64	102	78
96	92	88	108
80	122	72	136
66	152	60	166
54	180	48	196
46	210	42	226
36	240	36	254
30	270	30	284
26	298	26	314
22	828	22	344
18	358	18	372
14	388	16	402
12	416	14	432
10	466		

In Abbildung 24 sind die Messwerte zusammen mit der jeweils erechnete Ausgleichsfunktion zu sehen, welche sich durch eine Ausgleichsrechnung mt der Funktion

$$A(t) = A_0 \cdot \exp -2\pi \cdot \mu \cdot t \tag{67}$$

ergibt.

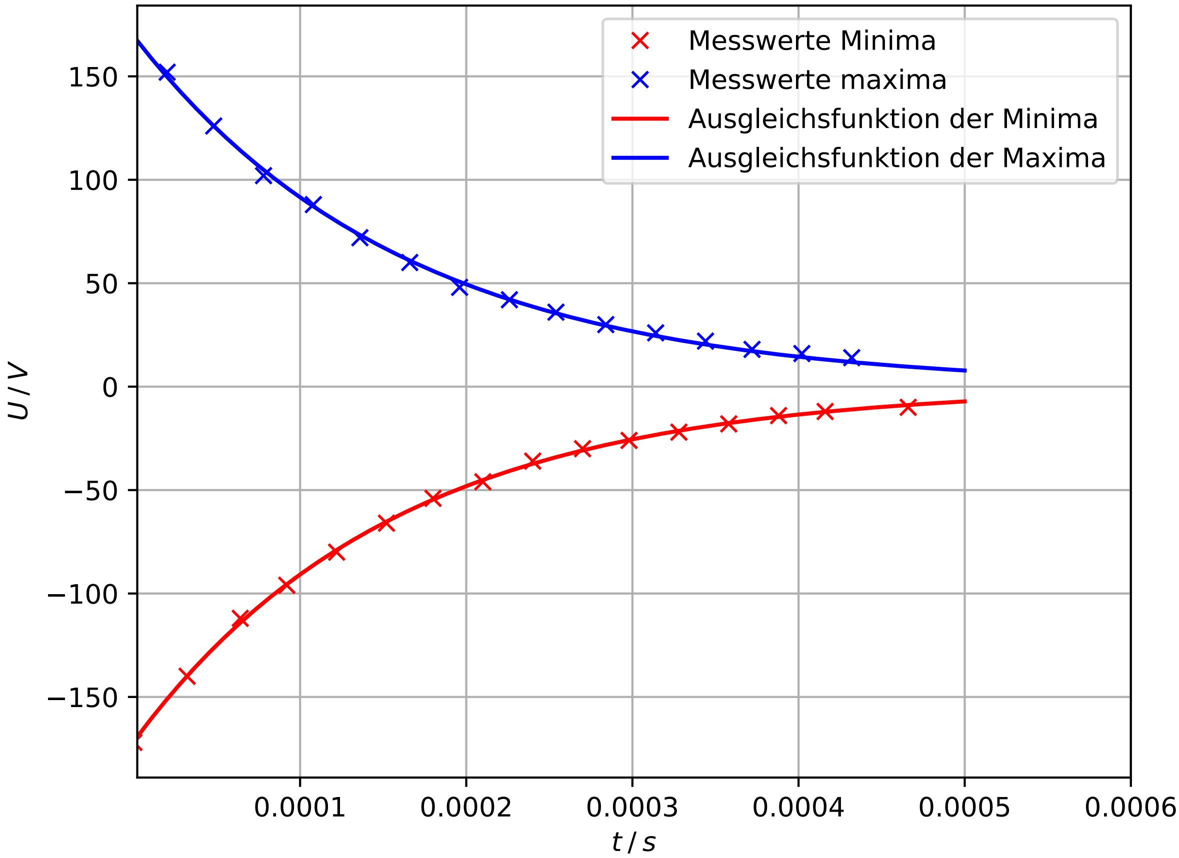

Abbildung 24: Messwerte und Ausgleichsfunktionen der ersten Messung

Hieraus ergeben sich bei den Minima die Parameter

$$A_0 = (-171{,}45 \pm 0{,}71)\,\mathrm{V}$$
$$\mu = (1011{,}7 \pm 6{,}6)\,1/\mathrm{s}$$

und bei den Maxima

$$A_0 = (169{,}3 \pm 1{,}6)\,\mathrm{V}$$
$$\mu = (980 \pm 13)\,1/\mathrm{s}$$

sodass sich für μ insgesamt ein Wert von

$$\mu = (996 \pm 7)\,1/\mathrm{s}$$

ergibt. Hieraus ergibt sich durch die Gleichungen **??** und 44

$$R = (126{,}5 \pm 1{,}0)\,\Omega$$
$$T = (159{,}9 \pm 1{,}2)\,\mu\mathrm{s}\,.$$

Die Fehler berechnen sich hierbei durch die Gauß´sche Fhlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2} \,. \tag{68}$$

7.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstands mit dem Aperiodischen Grenzfall

Die gemessenen Werte des Widerstands R_{ap} beim aperiodischen Grenzfall lauten 3360 Ω, 3330 Ω und 3370 Ω , sodass sich hierbei ein Mittelwert von (3353 ± 17) Ω ergibt. Theoretisch berechnet ergibt sich durch die Formel 47 ein Wert von

$$\mathrm{R}_{ap} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = (4390 \pm 9)\,\Omega$$

7.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Die Messwerte zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit befinden sich in Tabelle 8.

Tabelle 8: Messwerte zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

ν /Hz	U_c /V	U /V	ν /Hz	U_c /V	U /V
100	41,6	41,6	26 000	100	41,6
200	41,6	41,6	27 000	108	41,6
300	41,6	41,6	28 000	118	41,6
500	41,6	41,6	29 000	130	40,8
800	41,6	41,6	30 000	142	40,0
1000	41,6	41,6	31 000	156	40,0
2000	41,6	41,6	32 000	166	38,4
3000	41,6	41,6	33 000	172	38,4
5000	42,4	41,6	34 000	170	38,4
8000	44,8	41,6	34 000	170	38,4
10 000	46,4	41,6	36 000	148	38,4
12 000	48,0	41,6	37 000	132	39,2
13 000	49,6	41,6	38 000	116	40,0
14 000	51,2	41,6	39 000	102	40,0
15 000	52,8	41,6	40 000	90,0	40,8
16 000	54,4	41,6	42 000	72,0	40,8
17 000	56,0	41,6	45 000	52,0	41,6
18 000	58,4	41,6	48 000	40,0	41,6
19 000	61,6	41,6	53 000	26,4	41,6
20 000	64,8	41,6	60 000	16,8	41,6
21 000	68,8	41,6	65 000	12,0	41,6
22 000	74,0	41,6	75 000	7,2	41,6
23 000	80,0	41,6	85 000	2,8	42,4
24 000	86,0	41,6	100 000	0,2	42,4
25 000	92,0	41,6			

In Abbildung 25 ist das Verhältniss von $\frac{U}{U_c}$ in einem halblogarithmischen Diagramm gegen die Frequenz ν aufgetragen.

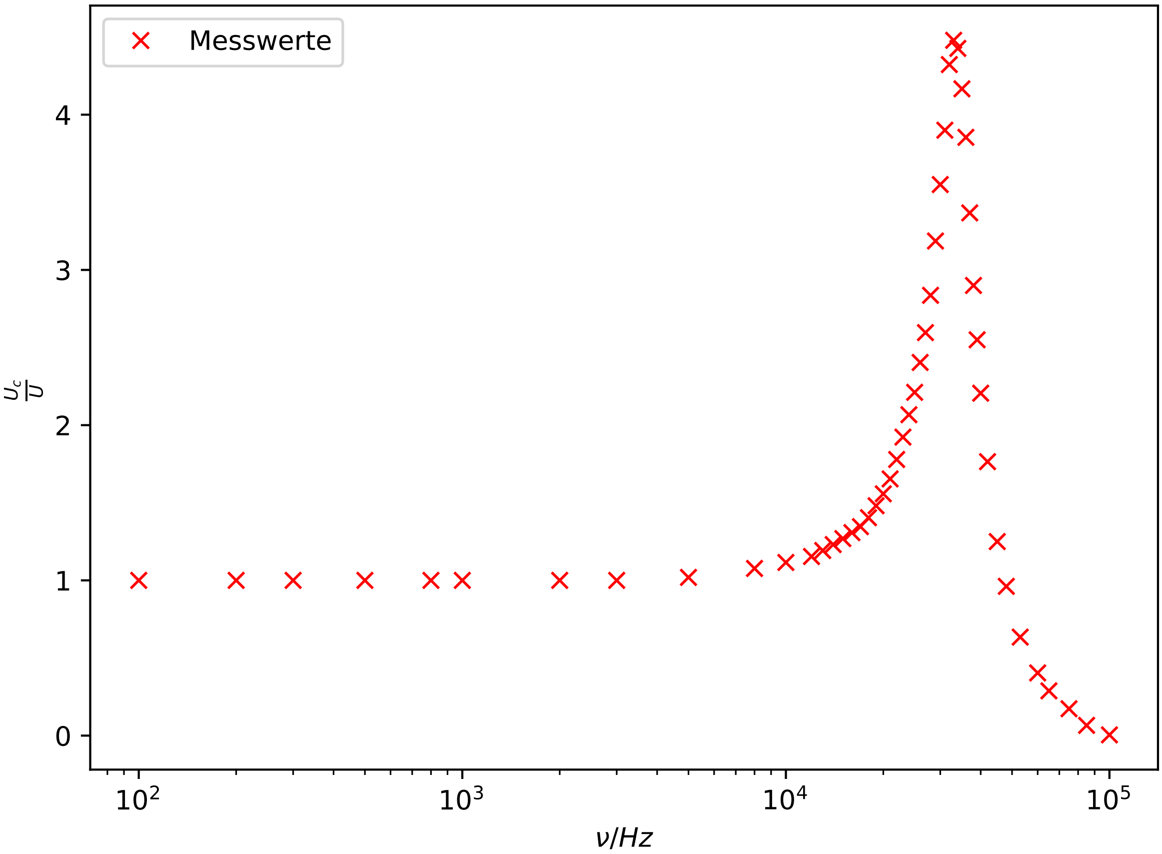

Abbildung 25: Spannungsverhältniss in Abhängigkeit der Frequenz.

Um die Güte zu bestimmen, wird der Bereich um die Resonanzfrequenz in Abbildung 26 zudem linear dargestellt.

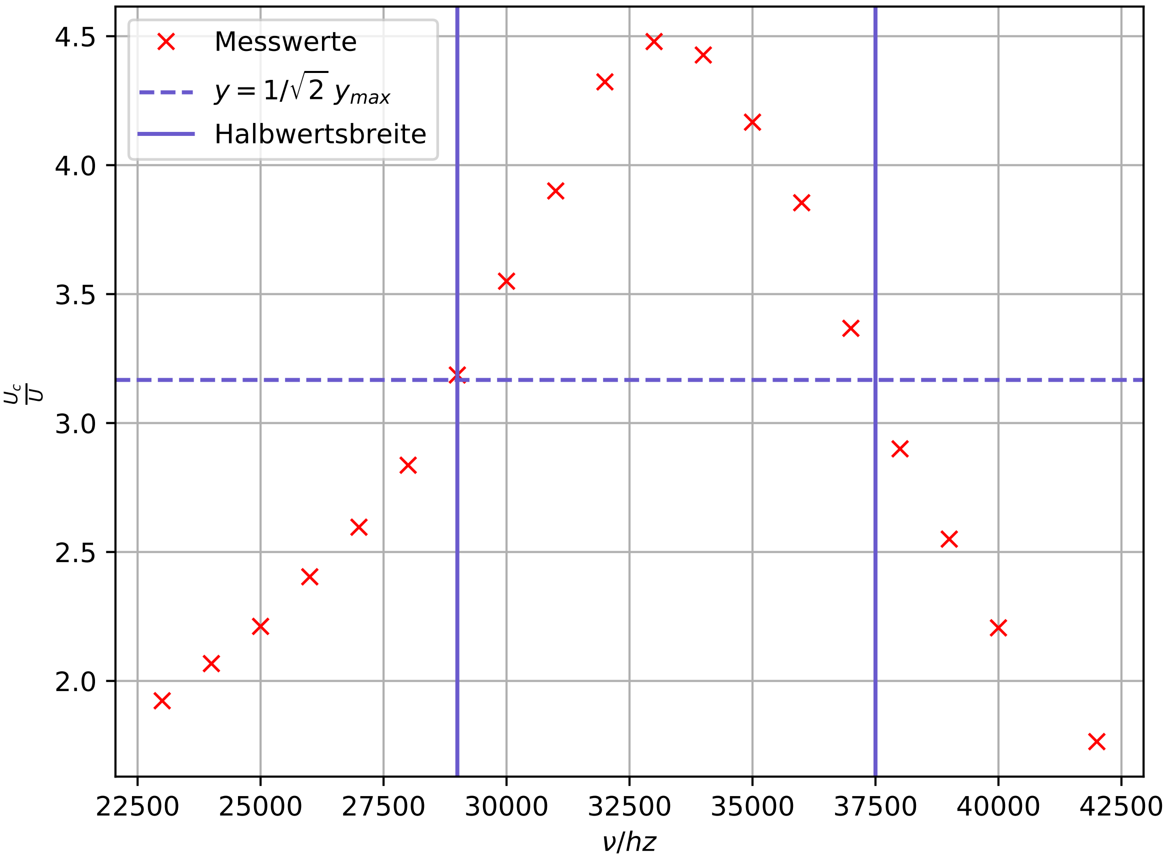

Abbildung 26: Spannungsverhältniss in Abhängigkeit der Frequenz

Hierraus lässt sich die Resonanzüberhöhung q = 4.4791 ablesen. Aus den Werten des Schaltkreises lässt sich durch die Gleichung

$$q = \frac{\omega_0}{\omega_+ - \omega_-} \tag{69}$$

eine theoretische Resonanzüberhöhung von

$$\mathrm{q}_{theo} = 3.923 \pm 0.009$$

berechnen.
Die abgelesenen Werte der Resonanzkurve lauten

$$\nu_- = 29\,000\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_+ = 37\,500\,\mathrm{Hz}$$

woraus sich die Breite

$$\nu_+ - \nu_- = 8500\,\mathrm{Hz}$$

ergibt. Theoretisch lässt sich durch Gleichung 55 eine Breite von $(8808 \pm 27)\,\mathrm{Hz}$ erechnen.

7.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

Die Messwerte zur Bestimmung der Frequnezabhängigkeit der Phasenverschiebung, sowie die daraus erechnete Phase befinden sich in Tabelle 9.

Tabelle 9: Messwerte zur Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

ν /Hz	a /µs	ϕ /rad
100	204	0,128
300	76	0,143
500	46	0,145
1000	20	0,126
2000	13,6	0,171
5000	5,5	0,173
10 000	3,36	0,211
15 000	2,48	0,234
20 000	2,44	0,307
22 000	2,44	0,337
24 000	2,44	0,368
26 000	2,92	0,477
28 000	3,4	0,598
30 000	4,4	0,829
32 000	5,7	1,146
34 000	7,7	1,645
36 000	9,2	2,081
38 000	9,9	2,364
40 000	10,0	2,513
50 000	9,2	2,890
60 000	8,0	3,016
70 000	7,3	3,211
80 000	6,6	3,318
90 000	6,1	3,450
100 000	5,1	3,204

In Abbildung 27 ist die Phasenverschiebung gegen die Frequenz in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen.

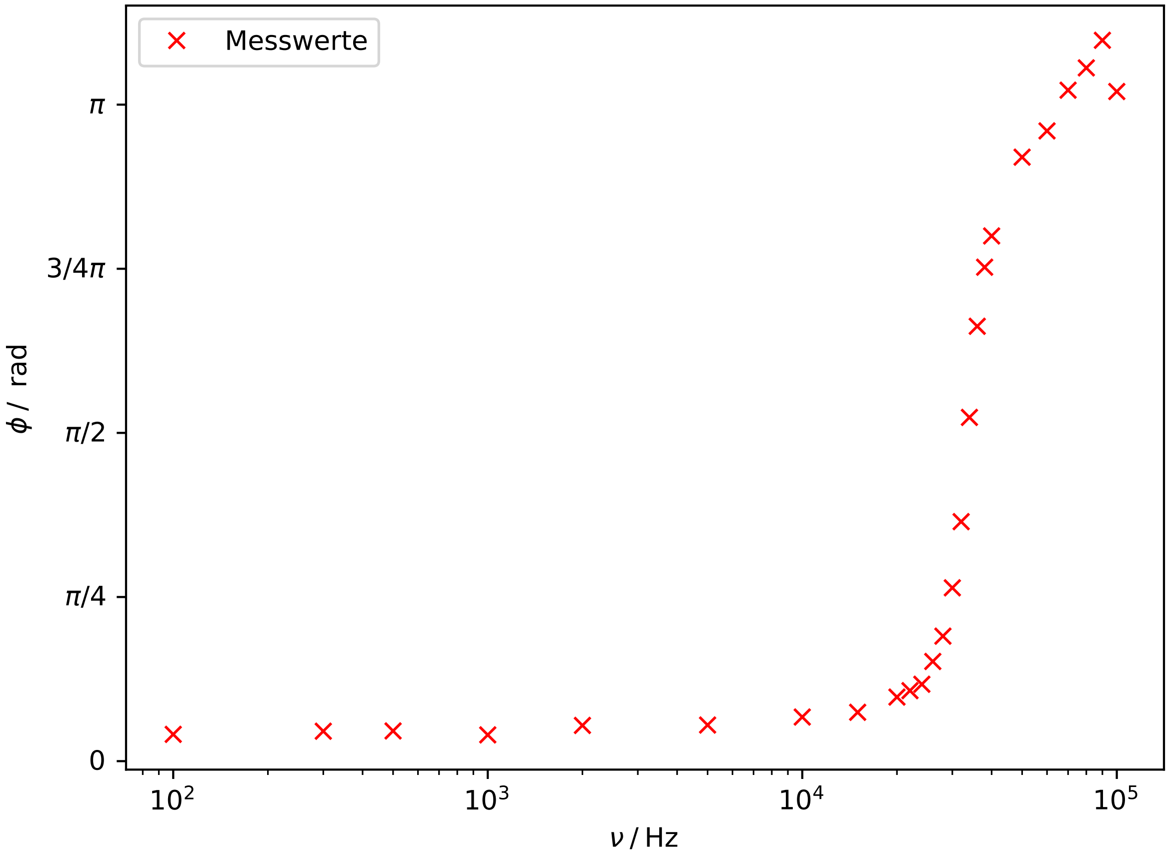

Abbildung 27: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz

Zudem ist in Abbildung 28 der Bereich um die Resonanzfrequenz linear dargestellt.

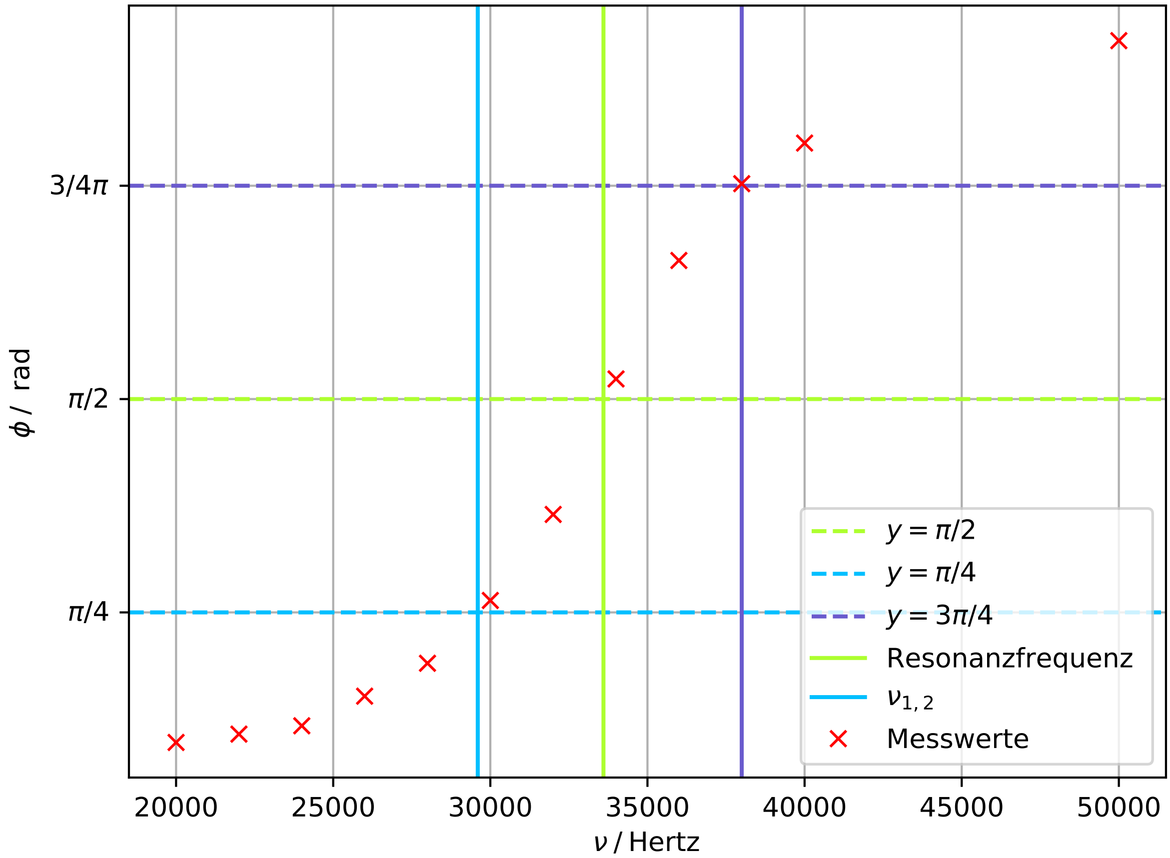

Abbildung 28: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz

Hieraus lassen sich die Resonanzfrequenz

$$\nu_{res} = 33\,600\,\mathrm{Hz}$$

sowie die beiden Frequenzen

$$\nu_1 = 29\,600\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_2 = 38\,000\,\mathrm{Hz}$$

bei welchen die Phasenverschiebung gerade $\phi = \frac{\pi}{4}$ bzw. $\phi = \frac{3 \cdot \pi}{4}$ ist, ablesen.
Die nach Gleichungen 19 und

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \tag{70}$$

berechneten Theoriewerte lauten

$$\nu_{res} = (33\,990 \pm 70)\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_1 = (30\,430 \pm 60)\,\mathrm{Hz}$$
$$\nu_2 = (39\,240 \pm 80)\,\mathrm{Hz}$$

»»»> michelson

8 Diskussion

Im ersten Auswertungsteil weicht der erechnete Wert des effektiven Widerstands um etwa 78,4 Ω von dem erwarteten Wert ($R_1 = (48{,}1 \pm 0{,}1)\,\Omega$) ab. Dies liegt zum einen daran, dass der Innenwiderstand des Generators beim Erwartungswert nicht beachtet wird, welcher etwa im Bereich von 50 Ω liegt. Dieser wird daher auch in den folgenden Rechnungen berücksichtigt. Zum anderen erhöhen auch die nicht angegeben Innenwiderstände der einzelnen Bauteile (Spule, Kondensator) den effektiven Widerstand, sodass dieser höher ist als der des eingebauten Widerstands.
Bei der Auswertung des Aperiodischen Grenzfalls ergibt sich eine prozentuale Abweichung von etwa 30,93 %, welche durch die Formel

$$\frac{|\mathrm{Wert}_{\mathrm{Theorie}} - \mathrm{Wert}_{\mathrm{Messung}}|}{\mathrm{Wert}_{\mathrm{Theorie}}}$$

berechnet wurde. Diese Abweichung liegt deutlich außerhalb der Fehlerintervalle und ist somit vermutlich durch einen systematischen Fehler zu erklären, beispielsweise das erneute Missachten der Widerstände von Spule und Kondensator. Auch ist das Ablesen und Einstellen nur ungenau möglich.
Die prozentuale Abweichung der Güte liegt bei etwa 14,18 % und ist erneut außerhalb der Fehlerintervalle; sie ist vermutlich auf die bereits genannten Gründe in der vorhergegangenen Diskussion zurückzuführen. Die Abweichung der Breite ist mit ca. 3,50 % hingegen recht gering.
Bei der Messung der Phasenverschiebung ergeben sich relative Abweichungen von

$$\nu_{res} : 1,15\%$$
$$\nu_1 : 2,73\%$$
$$\nu_2 : 3,16\%$$

Somit scheint auch diese Messung recht genau gewesen zu seien.

Literatur

[1] TU Dormund. *Versuchsanleitung zum Versuch 353: Relaxationsverhalten eines RC-Kreises.*

[2] TU Dormund. *Versuchsanleitung zum Versuch 354: Gedämpfte und erzwungene Schwingungen.*