

Versuch 351

Fourier- Analyse und Sythese

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.11.2018

Abgabe: 21.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	3
3	Auswertung	3
3.1	Bestimmung des Winkels zwischen den brechenden Oberflächen	3
3.2	Bestimmung der Brechungsindizes	3
3.3	Bestimmung der Dispersionskurve	4
3.4	Abbesche Zahl	7
3.5	Auflösungsvermögen	7
3.6	Bestimmung der nächsten Absorptionsstelle	7
4	Diskussion	8

1 Theorie

2 Durchführung

3 Auswertung

3.1 Bestimmung des Winkels zwischen den brechenden Oberflächen

Die Messwerte zur Bestimmung des Winkels φ zwischen den brechenden Oberflächen befinden sich in Tabelle 1, zusammen mit den durch Gleichung ?? errechneten Werten.

Tabelle 1: Messwerte und Ergebnisse der Bestimmung von φ

$\varphi_l / ^\circ$	$\varphi_r / ^\circ$	$\varphi / ^\circ$
101,8	221,9	60,05
97,0	216,9	59,95
93,7	213,6	59,95
96,6	216,7	60,05
89,1	209,2	60,05
87,7	207,7	60,00
84,6	204,6	60,00

Durch die Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1)$$

lässt sich der Mittelwert bilden, wobei der dazugehörige Fehler sich durch

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

ergibt. Somit ergibt sich insgesamt:

$$\varphi = 60,01^\circ \pm 0,02^\circ$$

3.2 Bestimmung der Brechungsindizes

Die gemessenen Wertepaare aus ω_l und ω_r lassen sich in Tabelle 2 ablesen. Aus Gleichung ?? lässt sich hieraus der Winkel η berechnen, aus welchem sich wiederum durch Gleichung ?? der jeweilige Brechungsindex bestimmen lässt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Messwerte und Ergebnisse zur Bestimmung von ω und n

λ / nm	$\omega_l / ^\circ$	$\omega_r / ^\circ$	$\eta / ^\circ$	n	Δn
435,8	63,4	313,5	70,1	1,813	0,020
467,8	64,4	312,4	68,0	1,797	0,019
480,0	65,0	311,8	66,8	1,788	0,019
508,6	65,4	311,5	66,1	1,783	0,019
546,1	65,9	311,0	65,1	1,775	0,018
577,0	66,3	310,4	64,1	1,767	0,018
623,4	66,6	310,2	63,6	1,762	0,018
643,9	67,2	309,8	62,6	1,754	0,018

Der Fehler von n ergibt sich hierbei durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}, \quad (3)$$

in diesem Fall also

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\sin(-\frac{\eta}{2})}{\sin^2(\frac{\varphi}{2})} \right)^2 \cdot (\Delta \varphi)^2}. \quad (4)$$

3.3 Bestimmung der Dispersionskurve

Die Wertepaare aus n^2 und λ werden zunächst in der Abbildung 1 graphisch dargestellt.

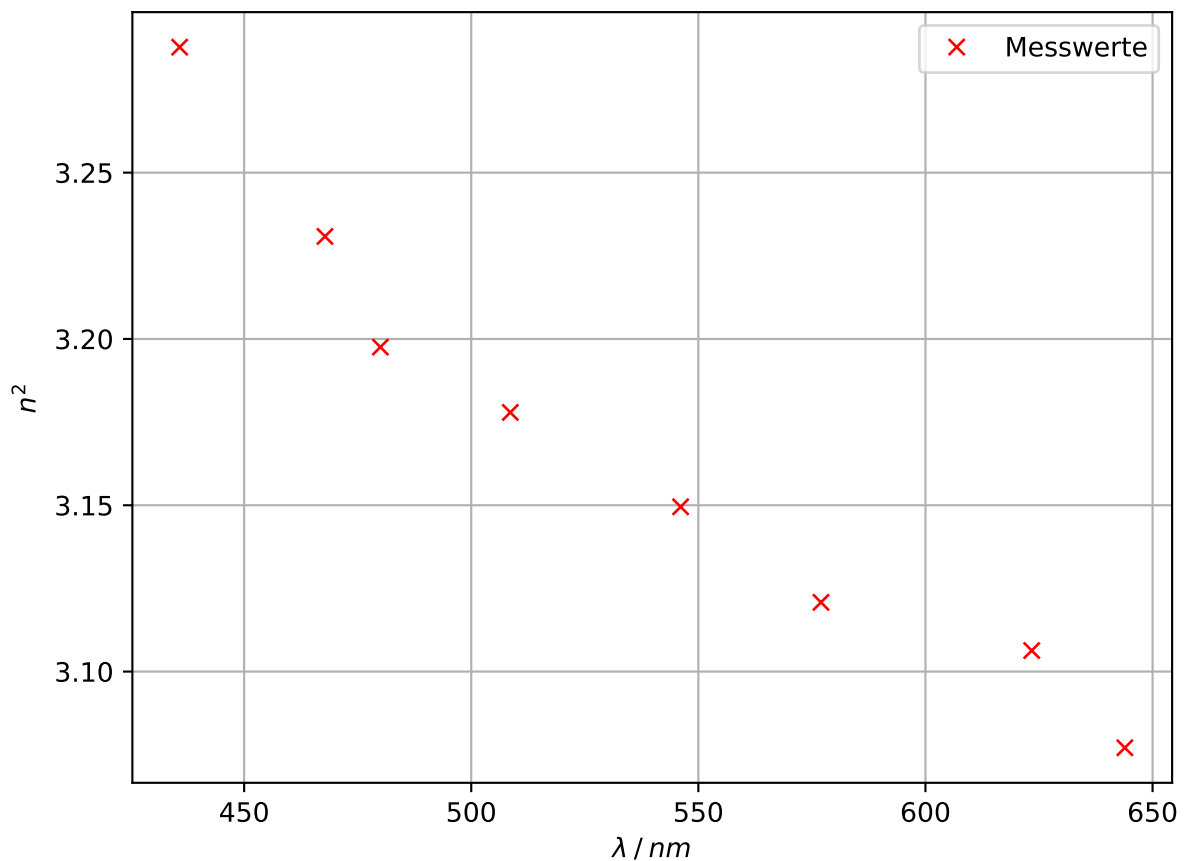


Abbildung 1: Wertepaare zur Ermittlung der Dispersionskurve

Nun muss zwischen den beiden möglichen Dispersionskurven unterschieden werden. Dazu werden zunächst die optimalen Parameter A_0 und A_2 , sowie A'_0 und A'_2 bestimmt, indem eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$y = a \cdot x + b \quad (5)$$

durchgeführt wird. Für die Gleichung ?? werden dazu Wertepaare aus $\frac{1}{\lambda^2}$ und n^2 verwendet (Dispersionskurve 1), für die Gleichung ?? Wertepaare aus λ^2 und n^2 (Dispersionskurve 2). Hieraus ergeben sich die Parameter:

$$A_0 = 2.92 \pm 0,01$$

$$A_2 = (68\,122 \pm 3750) \text{ m}^2$$

$$A'_0 = 3.41 \pm 0.03$$

$$A'_2 = (-8,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{m}^2}$$

Durch diese Parameter lassen sich die jeweiligen Dispersionskurven erstellen, welche in Abbildung 2 graphisch dargestellt sind.

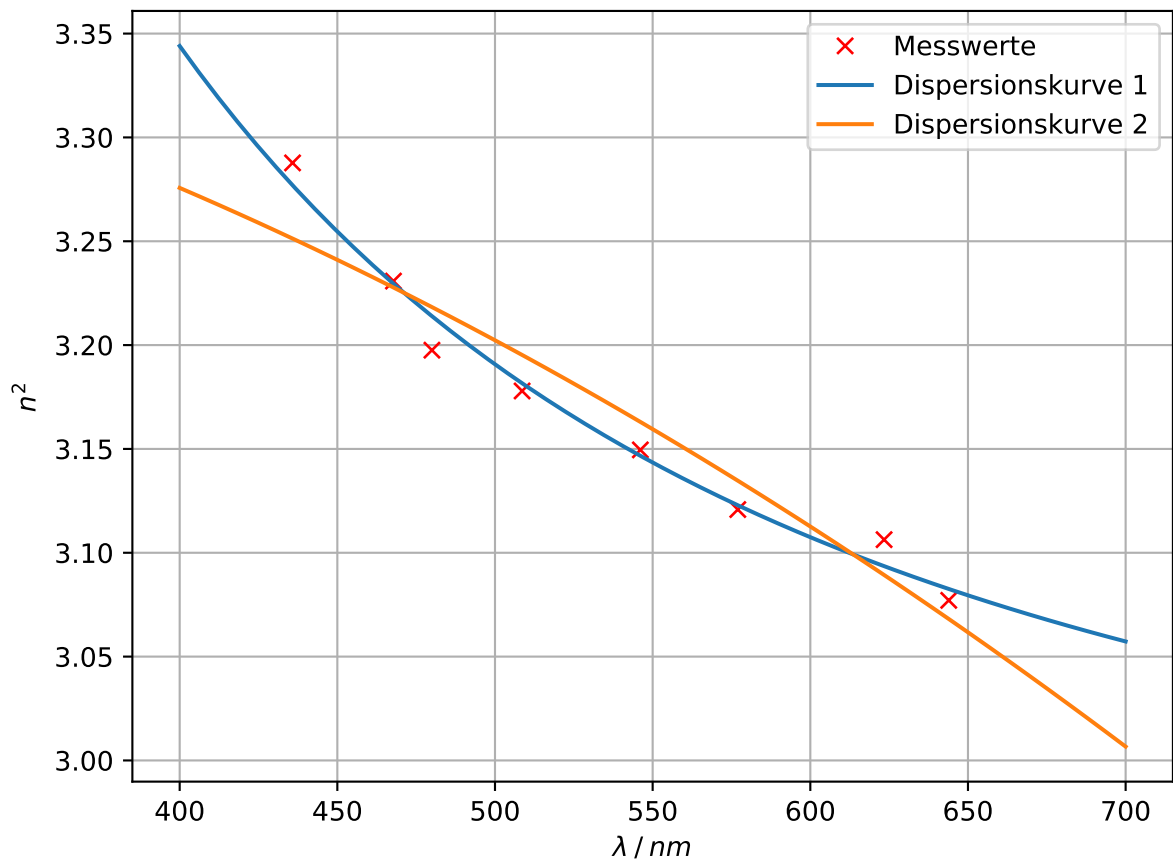


Abbildung 2: Wertepaare und Dispersionskurven

Hieran lässt sich bereits erkennen, dass die Dispersionskurve 1 die Wertepaare genauer approximiert und somit vermutlich geeigneter ist. Um eine genauere Aussage treffen zu können, werden zudem die Abweichungsquadrate gemäß Gleichung ?? bestimmt, woraus sich für die jeweiligen Abweichungsquadrate die Werte

$$s_n^2 = 0,00010$$

$$s_n'^2 = 0,00047$$

ergeben. Auch hieran lässt sich erkennen, dass $s_n'^2$, also das Abweichungsquadrat von Dispersionskurve 2 deutlich größer ist (Faktor 4,7) als s_n^2 . Dispersionskurve 1 approximiert die Kurve also deutlich besser, sodass sich also der Brechungsindex durch die Formel

$$n(\lambda) = \sqrt{2.92 + \frac{68\,122\,\text{m}^2}{\lambda^2}} \quad (6)$$

annähern lässt.

3.4 Abbesche Zahl

Zur Bestimmung der Abbeschen Zahl wird Gleichung ?? verwendet. Hierzu müssen zunächst die Brechungsindizes der Fraunhofer Linien bestimmt werden, wozu Gleichung 6 genutzt wird. Die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 3

Tabelle 3: Brechungsindizes der Fraunhofer Linien

Linie	λ / nm	Brechungsindex
λ_c	656	1,7540
λ_d	589	1,7648
λ_f	486	1,7907

Hieraus ergibt sich die Abbesche Zahl zu

$$\nu = 20.8365 . \quad (7)$$

3.5 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen lässt sich aus der Gleichung ?? bestimmen, wobei $b = 3 \text{ cm}$ die Basislänge des Prismas bezeichnet. Hiermit wird das Auflösungsvermögen für die Fraunhofer Linien bestimmt, wobei die Ergebnisse in Tabelle 4 angegeben sind.

Tabelle 4: Auflösungsvermögen der Fraunhofer Linien

Linie	λ / nm	Auflösungsvermögen
λ_c	656	2353
λ_d	589	3251
λ_f	486	5787

3.6 Bestimmung der nächsten Absorptionsstelle

Aus Gleichung ?? folgt, dass die nächste Absorptionsstelle sich durch die Gleichung

$$\lambda = \sqrt{\frac{A_2}{A_0 - 1}} \quad (8)$$

gegeben ist, die sich somit zu

$$\lambda = 188,45 \text{ nm}$$

ergibt und im ultravioletten Bereich liegt.

4 Diskussion