

Versuch 18

Hochreine Germaniumdetektoren in der Gammaspektrometrie

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.04.2019

Abgabe: ???.???.???

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	3
2.2 Grundlagen der Halbleiterinstrumente	5
2.3 Der Halbleiterdetektor	6
2.4 Das Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers	8
3 Durchführung	9
4 Auswertung	9
4.1 Energiekalibration und Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	9
4.2 Untersuchung eines monochromatischen Gamma-Spektrums	15
4.3 Aktivitätsbestimmung	19
4.4 Nuklididentifikation	21
5 Diskussion	25
Literatur	25

1 Zielsetzung

Ziel ist es für eine unbekannte Probe die aktiven Isotope und deren Aktivität zu ermitteln, dafür ist es zuvor notwendig mit bekannten Elementen die Detektoreigenschaften zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

Wechselwirkt Strahlung mit Materie, so wird die Intensität der Strahlung durch das Material abgeschwächt, diese Intensitätsabnahme kann allgemein über das Lambert-Beersche-Gesetz beschrieben werden:

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu x). \quad (1)$$

Dabei bezeichnet μ den Extinktionskoeffizienten oder auch Abschwächungskoeffizient genannt, dieser setzt sich aus Absorption und Streuung zusammen und lässt sich durch die Formel

$$\mu = Zn\sigma \quad (2)$$

beschreiben. Z bezeichnet die Ordnungszahl des Materials, n die Teilchenzahldichte und σ den Wirkungsquerschnitt der sich aus den verschiedenen Wechselwirkungen zusammensetzt.

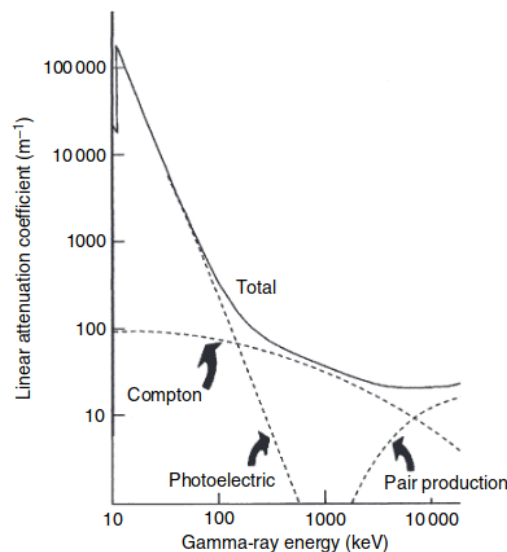


Abbildung 1: Der Extinktionskoeffizient in Abhängigkeit der Energie. [1]

Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, dominieren bei verschiedenen Energien unterschiedliche Prozesse. Für geringe Energien dominiert der Photoeffekt, welcher mit steigender

Energie abnimmt, dadurch gewinnt der Comptoneffekt an Bedeutung. Für hohe Energien dominiert die Paarerzeugung. Da diese drei Prozesse für die Wechselwirkung von Gammaquanten mit Materie von großer Bedeutung sind werden sie im Folgenden näher betrachtet. [3]

1. Photoeffekt

Ein Gammaquant wird von einem kernnahen Hüllenelektron (bevorzugt aus der K-Schale) absorbiert, wodurch das Hüllenelektron ausgelöst wird. Voraussetzung für diesen Effekt ist, dass das Gammaquant mindestens die Bindungsenergie des Elektrons besitzt, überschüssige Energie wird als kinetische Energie an das Elektron übertragen. Das so entstandene "Loch" in der Elektronenhülle wird durch ein energiereicheres Hüllenelektron gefüllt welches bei dem Übergang aus einer höheren Schale in eine niedrigere Schale charakteristische Röntgenstrahlung emittiert. Da sowohl die Röntgenstrahlung als auch das ausgelöste Elektron im Detektor verbleiben und dort detektiert werden, verbleibt beim Photoeffekt die gesamte Gammaenergie im Detektor, weshalb der Photopeak besonders wichtig für die Gammaspektroskopie ist. Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Energie lässt sich über die Formel

$$\frac{d\sigma}{dE} = \left(-\frac{64}{7E^9} \right)^{1/2} \alpha^4 Z^5 \sigma_{Th} \quad (3)$$

beschreiben, wobei σ_{Th} den Thomson-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi r_e^2$ beschreibt mit r_e als klassischen Elektronenradius. (Thomson-Streuung: Streuung niederenergetischer Photonen an Elektronen)[Springer3] Der totale Wirkungsquerschnitt für den Photoeffekt ist von der Ordnungszahl des Materials und der Photonenergie abhängig:

$$\sigma_{Photo} \sim Z^5 \cdot E_\gamma^{-7/2}. \quad (4)$$

[4]

2. Comptoneffekt

Der Comptoneffekt beschreibt die Streuung von Photonen an äußeren Hüllenelektronen. Da diese Streuung sehr stark winkelabhängig ist, kann von der gemessenen Elektronenenergie nicht auf die Energie des Gammaquants geschlossen werden wodurch sich ein kontinuierliches Spektrum, das Comptonkontinuum bildet. Dieses Spektrum bricht an der Comptonkante ab, hier beträgt der Streuwinkel 180° und der Energieübertrag E_{max} ist maximal, trotzdem gibt das Gammaquant nicht seine gesamte Energie ab

$$E_{max} = E_\gamma \cdot \frac{2\epsilon}{1+2\epsilon} < E_\gamma. \quad (5)$$

[Springer3] Hier ist der Wirkungsquerschnitt über die Klein-Nishina-Formel gegeben, aus dieser ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{3}{8}\sigma_{Th}\frac{1}{m_0c^2e^2}\left(2 + \left(\frac{E}{h\nu - E}\right)^2\left[\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{h\nu - E}{h\nu} - \frac{2}{\epsilon}\left(\frac{h\nu - E}{h\nu}\right)\right]\right) \quad (6)$$

mit $\epsilon = E_\gamma/m_e c^2$. Für den totalen Wirkungsquerschnitt gilt der Zusammenhang

$$\sigma_{\text{Compton}} \sim \frac{Z}{E_\gamma}. \quad (7)$$

3. Paarerzeugung

Sind die Photonen energiereich genug können Elektron-Positron-Paare erzeugt werden, dafür müssen die Photonen eine Mindestenergie von $E = 2m_0 c^2$ besitzen, also die doppelte Ruheenergie des Elektrons. Das so entstandene Positron annihiliert mit den im Detektor vorhandenen Elektronen und es entstehen zwei Photonen. Wenn beide Photonen den Detektor verlassen wird dies als Double-Escape bezeichnet, verlässt nur eins den Detektor entsteht der Single-Escape Peak. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den Prozess der Paarerzeugung ist durch

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{28\alpha Z^2 r_e^2}{9E_\gamma} \quad (8)$$

gegeben, während der totale Wirkungsquerschnitt folgende Proportionalität besitzt:

$$\sigma_{\text{Paar}} \sim Z^2 \cdot \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right). \quad (9)$$

Eine Übersicht über die möglichen Wechselwirkungen von Gammaquanten mit Materie liefert Abbildung 2.

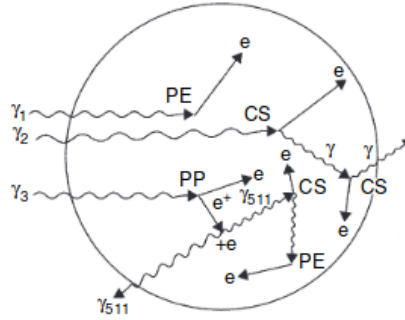


Abbildung 2: Übersicht der Prozesse im Detektor. [1]

2.2 Grundlagen der Halbleiterinstrumente

Halbleiter werden zwischen direkten und indirekten Halbleitern unterschieden, dies wird in Abbildung 3 dargestellt. Bei direkten Halbleitern liegt das Maximum des Valenzbands

genau unter dem Minimum des Leitungsbandes, somit ist ein direkter Bandübergang möglich. Bei indirekten Halbleitern liegen Minima und Maxima nicht übereinander, für diesen indirekten Bandübergang ist ein weiteres Photon nötig.

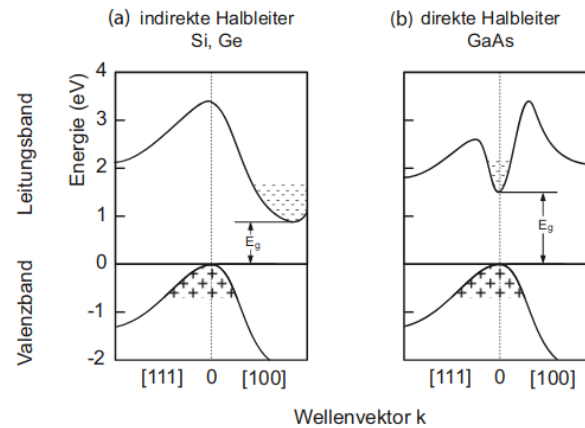


Abbildung 3: Bandstruktur für direkte und indirekte Halbleiter.
[3]

Außerdem werden die Eigenschaften von Halbleitern durch ihre Dotierung beeinflusst. Germanium besitzt beispielsweise 4 Valenzelektronen, wird nun ein Material mit fünf Valenzelektronen hinzugegeben bleibt nach Eingehen der Bindungen ein freies Elektron übrig, somit dominieren die Elektronen als Ladungsträger und es handelt sich um einen n-dotierten Halbleiter. Wird stattdessen ein dreiwertiges Element verwendet bleibt ein Loch, somit stehen die Löcher als positive Ladungsträger zur Verfügung und es handelt sich um einen p-dotierten Halbleiter.

Wie in Abbildung 4 gezeigt entsteht ein pn-Übergang wenn p- und n-dotierte Halbleiter zusammengebracht werden, Elektronen und Löcher vernichten sich in einem Teilbereich wodurch eine Verarmungszone entsteht. Durch anlegen einer äußeren Spannung kann die Größe der Verarmungszone verändert werden. Für die Verwendung als Detektor ist eine große Verarmungszone gewünscht, da dieser Bereich den Detektorbereich bildet, also wird die Spannung in Sperrrichtung angelegt.

2.3 Der Halbleiterdetektor

Bei dem verwendeten Detektor handelt es sich um einen koaxialen Ge-Detektor wie in Abbildung 5 zu sehen ist. Der gesamte Detektor befindet sich unter einer Aluminium Schutzhaube und ist von außen mit Li-Atomen n-dotiert, wodurch die Oberfläche gut leitend wird. Im Inneren befindet sich eine Bohrung, diese innere Oberfläche ist mit Au-Atomen p-dotiert. (Die Dotierung ist hier etwas anders als oben beschrieben, da es sich um Metall-Halbleiterkontakte handelt.) An diese dotierten Schichten wird die äußere

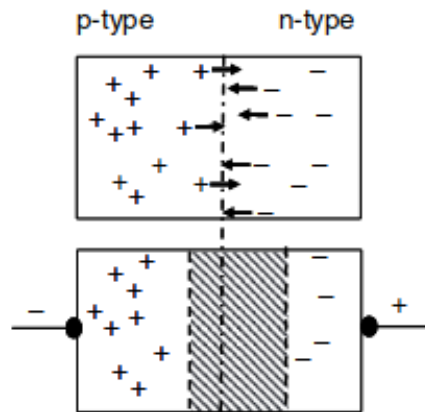


Abbildung 4: Bildung einer Verarmungsschicht im pn-Übergang und Verbreiterung dieser durch anlegen einer äußeren Spannung.

[1]

Spannung angelegt, die n-dotierte Schicht dient als Anschluss für den Pluspol. Durch die p- und n-dotierten Bereiche bildet sich eine Verarmungszone im Detektor die den Detektorbereich bildet. Somit müssen die Gammaquanten erst die Al-Schicht und die Li-Schicht durchdringen um detektiert zu werden, dadurch kommt es zu einer unteren Nachweisenergie der Gammaenergie, diese liegt bei 40 bis 50 keV.

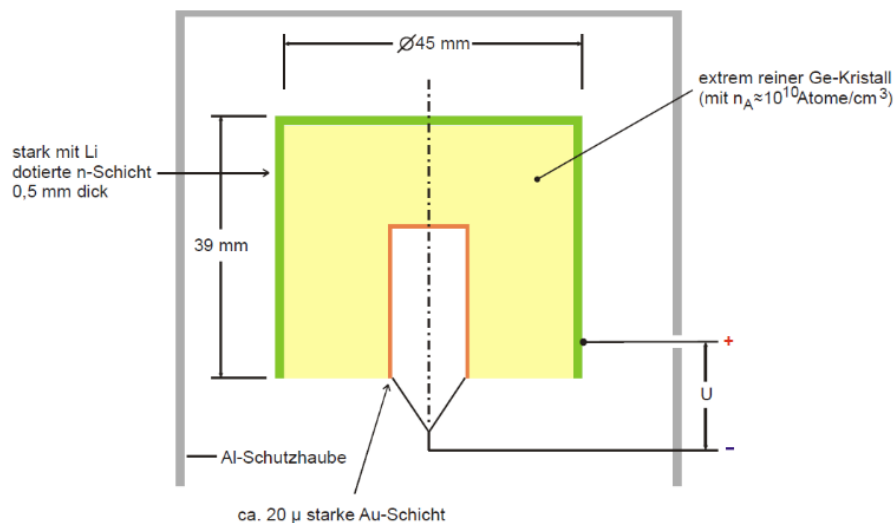


Abbildung 5: Schematischer Aufbau des Ge-Detektors. [skript]

Dringt ein Gammaquant in die Verarmungszone ein wechselwirkt es mit der Materie und kann z.B. ein Elektron auslösen welches mit anderen Elektronen stößt und ein Elektronen-Loch-Paar erzeugt. Durch die angelegte Spannung wird das Paar räumlich

getrennt wodurch eine Rekombination verhindert wird, der dadurch entstehende Ladungsimpuls wird verstärkt und bildet das Detektorsignal. Dieses ist proportional zu der einfallenden Photonenergie, da mit einer höheren Energie auch mehr Elektronen-Loch-Paare erzeugt werden können. Dringt das Gammaquant außerhalb der Verarmungszone in den Detektor ein rekombinieren die Elektronen-Loch-Paare sofort, somit kann kein Signal gemessen werden.

Um Störsignale zu minimieren wird der Detektor mit Stickstoff auf 77 K gekühlt, denn durch die hohe externe Spannung kommt es zu thermischen Effekten wodurch sich noch Ladungsträger in der Verarmungszone befinden und das Signal stören können.

Eigenschaften eines Halbleiterdetektors

Eine charakteristische Größe des Detektors ist das Auflösungsvermögen, dieses wird durch die Halbwertsbreite $\Delta E_{1/2}$ der Impulshöhenverteilung beschrieben. Energien mit den Mittelwerten E_1 und E_2 können noch voneinander unterschieden werden, wenn der Energieunterschied mindestens $\Delta E_{1/2}$ beträgt.

Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit eines Detektors gibt die Nachweiswahrscheinlichkeit eines Detektors in Abhängigkeit der Energie an. Um sie zu bestimmen wird aus der aktuellen Aktivität der Probe der theoretische Linieninhalt bestimmt, der Quotient aus gemessenem Linieninhalt und theoretischem Linieninhalt gibt die Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors an.

2.4 Das Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers

Das Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers zeigt mehrere Besonderheiten auf, wie in Abbildung 6 zu sehen. Wesentliche Bestandteile sind das Comptonkontinuum mit der Comptonkante, der Rückstreupeak und der Photopeak. Der Photopeak entsteht dadurch, dass die Gammaquanten ihre gesamte Energie im Detektor deponieren und wird daher auch Vollenergiepeak genannt. Er entsteht wenn die Gammaquanten im Detektor durch Comptonstreuung genügend Energie verlieren bis der Photoeffekt eintreten kann und die restliche Energie an den Detektor abgegeben wird. Auf diese Weise deponieren die Gammaquanten ihre gesamte Energie im Detektor, so dass das Maximum des Photopeaks die Energie der Gammastrahlung angibt.

Das Comptonkontinuum entsteht durch Comptonstreuung der Gammaquanten, erfolgt die Streuung im 180° Winkel wobei der Energieübertrag maximal ist entsteht die Comptonkante. Da durch mehrfache Comptonstreuung ein größerer Energieübertrag möglich ist als durch eine einmalige Streuung im 180° Winkel ist die Comptonkante ausgeschmiert. Da die Strahlung der Probe keine Vorzugsrichtung hat, wechselwirken einige Gammaquanten auch mit der Abschirmung des Detektors und verlieren so Energie, werden sie dann so zurückgestreut, dass sie den Detektor erreichen bilden sie den Rückstreupeak, dieser liegt bei

$$E_{\text{Rück}} = E_\gamma \frac{1}{1 + 2\epsilon} \quad (10)$$

Zwei weitere mögliche Peaks sind double- und single-escape Peak. Fällt ein Gammaquant in den Detektor und wechselwirkt über Paarerzeugung entsteht ein Elektron und ein

Positron, das Positron annihiliert mit den Elektronen der umgebenden Materie wobei zwei Photonen erzeugt werden. Verlässt eins dieser Photonen den detektor komm es zu single-escape Peak, verlassen beide Photonen den Detektor entsteht der double-escape Peak. [Gilmore2]

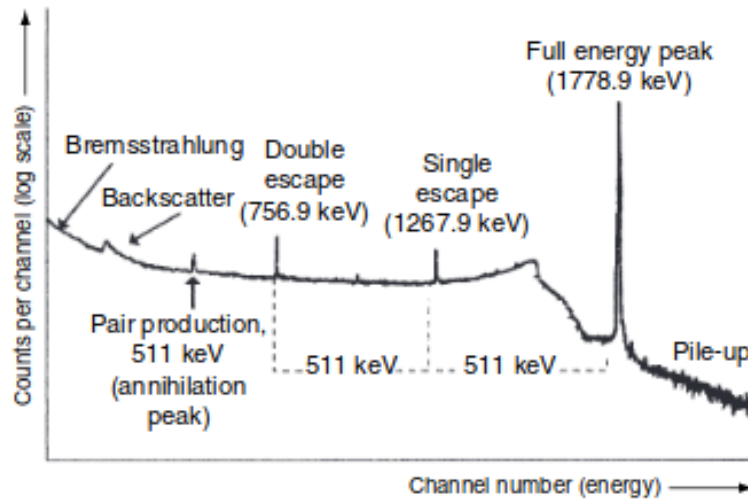


Abbildung 6: Gammaspektrum von ^{28}Al . Die Comptonkante ist hier nicht eingezeichnet, sie ist der Peak zwischen single escape und Photopeak, das Comptonkontinuum verläuft von der y-Achse bis zur Comptonkante.

[1]

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Energiekalibration und Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Zur Kalibration wird ein ^{152}Eu -Strahler verwendet, dessen Aktivität am 01.10.2000 (4130 ± 60) Bq betrug.

Nach dem Gesetz des radioaktiven Zerfalls berechnet sich die Aktivität am Messtag (08.04.2019) durch

$$A(t) = A(0) \cdot e^{-\lambda t}, \quad (11)$$

wobei $\lambda = (1,6244 \pm 0,0019) \cdot 10^{-9}/\text{s}$ [2] die Zerfallskonstante von ^{152}Eu bezeichnet.

Der Fehler ergibt sich hierbei nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}, \quad (12)$$

also gemäß

$$\Delta A(t) = \sqrt{(e^{-\lambda t})^2 \cdot (\Delta A(0))^2 + (-t \cdot A(0) \cdot e^{-\lambda t})^2 \cdot (\Delta \lambda)^2} \quad (13)$$

Die Anzahl der Tage vom 01.10.2000 bis zum 08.04.2019 beträgt 6763 Tage, was 584323200 Sekunden entspricht, sodass sich insgesamt der Wert (1599 ± 29) Bq für die Aktivität der Probe am Messtag ergibt.

Der abgedeckte Raumwinkel lässt sich aus dem gemessenen Abstand a der Probe zum Detektor, wobei auch der Abstand von 1,5 cm zwischen Al-Haube und Detektor berücksichtigt wird, und dem angegebenen Radius r des Detektorvolumens bestimmen. Die entsprechenden Werte betragen

$$\begin{aligned} a &= 8,8 \text{ cm} \\ r &= 2,25 \text{ cm} . \end{aligned}$$

Die Formel zur Berechnung des abgedeckten Raumwinkelanteils ergibt sich dabei über geometrische Überlegungen zu

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right) , \quad (14)$$

in diesem Fall also $\frac{\Omega}{4\pi} = 0.01558$. Diese somit errechneten Werte sind später wichtig zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit.

Das gemessene Spektrum des kalibrierten ^{152}Eu -Strahlers ist in Abbildung 7 dargestellt. Es sind jedoch nur die ersten 4000 Kanäle dargestellt, da bei höheren Kanälen keine signifikanten Messwerte mehr zu sehen sind. Die Messwerte reichen bis Kanalnummer 8191 und die Messzeit beträgt 3598 s.

Um mit diesem die Energiekalibration durchzuführen, werden die Peaks des Spektrums jeweils mit einer Gaußverteilung der Form

$$g(x) = a + b \cdot e^{\left(\frac{x-z}{c}\right)^2} \quad (15)$$

gefittet.

Die sich daraus ergebenden Parameter sind in Tabelle 1 angegeben.

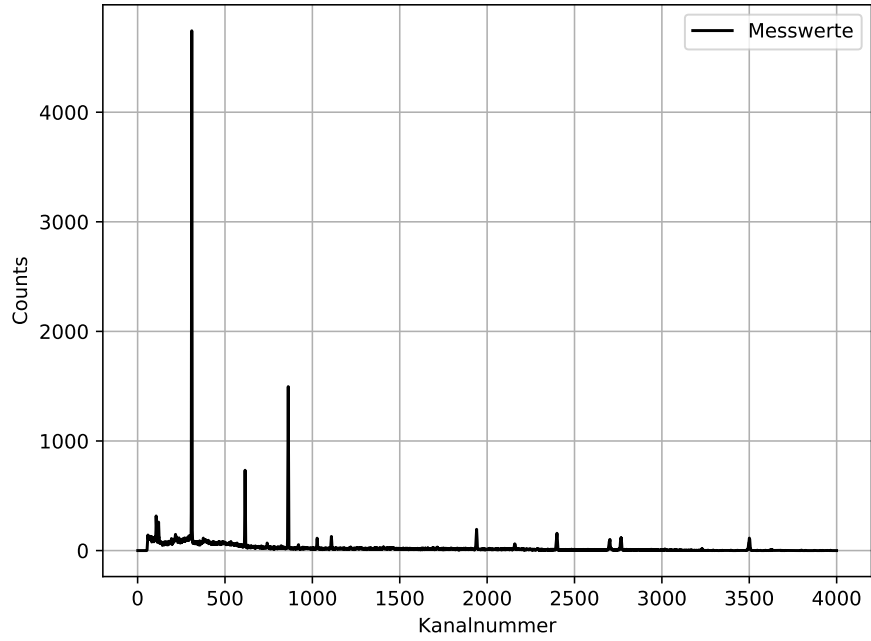


Abbildung 7: Spektrum des ^{152}Eu -Strahlers

Tabelle 1: Parameter der gefitteten Gaußkurven

z	a	b	c
309.7021 ± 0.0050	91.44 ± 3.1	4760 ± 17	1.6202 ± 0.0072
614.649 ± 0.017	40.0 ± 1.5	698.9 ± 7.8	1.939 ± 0.025
861.5933 ± 0.0046	21.61 ± 0.82	1504.2 ± 4.0	2.1596 ± 0.0068
1027.214 ± 0.061	19.05 ± 0.67	95.8 ± 3.2	2.305 ± 0.090
1108.725 ± 0.062	17.95 ± 0.73	108.4 ± 3.1	2.657 ± 0.091
1939.357 ± 0.051	12.08 ± 0.89	179.2 ± 3.1	3.614 ± 0.076
2158.45 ± 0.13	11.94 ± 0.64	49.4 ± 2.2	3.72 ± 0.20
2398.828 ± 0.086	6.5 ± 1.1	144.3 ± 3.8	4.11 ± 0.13
2700.81 ± 0.14	7.3 ± 1.1	83.1 ± 3.1	4.73 ± 0.21
2765.961 ± 0.089	6.10 ± 0.90	111.0 ± 2.7	4.55 ± 0.14
3500.35 ± 0.12	1.3 ± 1.1	105.0 ± 3.0	5.52 ± 0.19

Die zentrale Lage der Peaks im Hinblick auf die Kanalnummer ist durch den Parameter z gegeben. Diese Werte werden zusammen mit der jeweiligen relativen Höhe mit den theoretischen Emissionslinien der Datenbank [2] verglichen und es wird jedem Peak eine Linie zugeordnet. Diese Zuordnung ist zusammen mit der jeweiligen relativen Emissionswahrscheinlichkeit P in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Zuordnung der Peaks zu den Emissionslinien und die jeweilige relative Emissionswahrscheinlichkeit

z	E_γ/keV	$P/\%$
309.7021 ± 0.0050	121.7817 ± 0.0003	28.41 ± 0.13
614.649 ± 0.017	244.6974 ± 0.0008	7.55 ± 0.04
861.5933 ± 0.0046	344.2785 ± 0.0012	26.59 ± 0.12
1027.214 ± 0.061	411.1165 ± 0.0012	2.238 ± 0.010
1108.725 ± 0.062	443.965 ± 0.003	3.120 ± 0.010
1939.357 ± 0.051	778.9045 ± 0.0024	12.97 ± 0.06
2158.45 ± 0.13	867.380 ± 0.003	4.243 ± 0.023
2398.828 ± 0.086	964.079 ± 0.018	14.50 ± 0.06
2700.81 ± 0.14	1085.837 ± 0.010	10.13 ± 0.06
2765.961 ± 0.089	1112.076 ± 0.003	13.41 ± 0.06
3500.35 ± 0.12	1408.013 ± 0.003	20.85 ± 0.003

Mit den Wertepaaren aus Kanalnummer und Linienenergie wird nun eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$f(x) = a \cdot x + b \quad (16)$$

durchgeföhrt, woraus sich die Parameter

$$a = (0,403\,169 \pm 0,000\,029) \text{ keV} \quad (17)$$

$$b = (-3,034 \pm 0,060) \text{ keV} \quad (18)$$

ergeben. Die Wertepaare sind zusammen mit der resultierenden Gerade in Abbildung 8 dargestellt. Die Fehler der Messwerte sind aufgrund ihrer sehr geringen relativen Größe dabei zu vernachlässigen. Die Energiekalibration erfolgt somit gemäß

$$E_\gamma(x) = 0,403\,169 \text{ keV} \cdot x - 3,034 \text{ keV} \quad (19)$$

wobei x die Kanalnummer bezeichnet. Der dazugehörige Fehler ergibt mittels Gleichung 12 durch

$$\Delta E_\gamma(x) = \sqrt{(0,000\,029 \text{ keV} \cdot x)^2 + (0,060 \text{ keV})^2} \quad (20)$$

Zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit wird zunächst die Gleichung 15 integriert, um den Inhalt der Peaks zu bestimmen, wobei der Unteground a vorher abgezogen wird. Es ergibt sich somit ein Linieninhalt von

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} c \cdot e^{\left(\frac{x-z}{b}\right)^2} dx = c \cdot b \cdot \sqrt{\pi} \quad (21)$$

in Abhängigkeit der Parameter b und c . Der Fehler ergibt sich durch Gleichung 12 über die Gleichung

$$\Delta I = \sqrt{(\Delta c \cdot b \cdot \sqrt{\pi})^2 + (c \cdot \Delta b \cdot \sqrt{\pi})^2} . \quad (22)$$

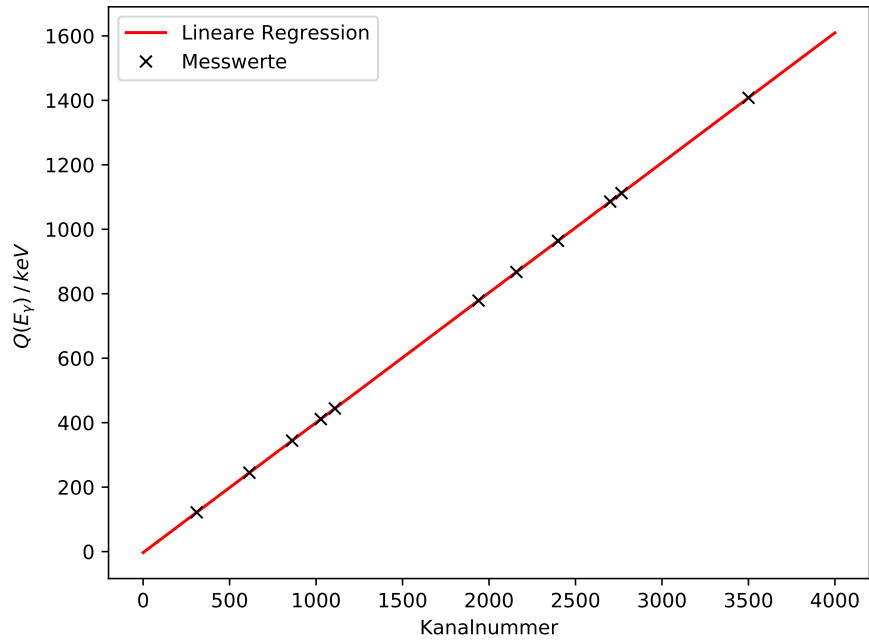


Abbildung 8: Lineare Ausgleichsrechnung zur Energiekalibration

Mit den Werten aus Tabelle 1 lassen sich somit die einzelnen Linieninhalte berechnen, welche in Tabelle 3 angegeben sind.

Tabelle 3: Linieninhalt der einzelnen Peaks

E_γ/keV	b	c	I
121.7817 ± 0.0003	4760 ± 17	1.6202 ± 0.0072	13669 ± 78
244.6974 ± 0.0008	698.9 ± 7.8	1.939 ± 0.025	2402 ± 41
344.2785 ± 0.0012	1504.2 ± 4.0	2.1596 ± 0.0068	5758 ± 42
411.1165 ± 0.0012	95.8 ± 3.2	2.305 ± 0.090	391 ± 20
443.965 ± 0.003	108.4 ± 3.1	2.657 ± 0.091	511 ± 23
778.9045 ± 0.0024	179.2 ± 3.1	3.614 ± 0.076	1148 ± 31
867.380 ± 0.003	49.4 ± 2.2	3.72 ± 0.20	326 ± 23
964.079 ± 0.018	144.3 ± 3.8	4.11 ± 0.13	1051 ± 43
1085.837 ± 0.010	83.1 ± 3.1	4.73 ± 0.21	697 ± 40
1112.076 ± 0.003	111.0 ± 2.7	4.55 ± 0.14	896 ± 35
1408.013 ± 0.003	105.0 ± 3.0	5.52 ± 0.19	1027 ± 46

Zum Vergleich werden nun die Theoriewerte berechnet, als Produkt der Emissionswahrscheinlichkeiten P aus Tabelle 2, dem abgedeckten Raumwinkelanteil $\frac{\Omega}{4\pi} = 0.01558$, der

errechneten Aktivität $A = (1599 \pm 29) \text{ Bq}$ und der Messzeit von $t = 3598 \text{ s}$

$$I_{\text{theo}} = P \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot A \cdot t \quad (23)$$

mit dem Fehler über Gleichung 12 von

$$\Delta I_{\text{theo}} = \sqrt{(\Delta P \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot A \cdot t)^2 + (P \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot \Delta A \cdot t)^2} \quad (24)$$

Aus dem jeweiligen Quotienten

$$Q = \frac{I}{I_{\text{theo}}} \quad (25)$$

mit dem dazugehörigen Fehler

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{1}{I_{\text{theo}} \cdot \Delta I}\right)^2 \cdot \Delta I_{\text{theo}}^2} \quad (26)$$

ergibt sich somit jeweils die Nachweiswahrscheinlichkeit des Peaks, wie in Tabelle 4 dargestellt ist.

Tabelle 4: Gemessene und theoretische Linieninhalt der einzelnen Peaks sowie Q

E_γ/keV	I	I_{theo}	Q
121.7817 ± 0.0003	13669 ± 78	25465 ± 476	0.5368 ± 0.0105
244.6974 ± 0.0008	2402 ± 41	6767 ± 128	0.3549 ± 0.0090
344.2785 ± 0.0012	5758 ± 42	23834 ± 445	0.2416 ± 0.0048
411.1165 ± 0.0012	391 ± 20	2006 ± 37	0.1949 ± 0.0106
443.965 ± 0.003	511 ± 23	2797 ± 52	0.1827 ± 0.0089
778.9045 ± 0.0024	1148 ± 31	11626 ± 218	0.0987 ± 0.0032
867.380 ± 0.003	326 ± 23	3803 ± 72	0.0857 ± 0.0063
964.079 ± 0.018	1051 ± 43	12997 ± 242	0.0809 ± 0.0036
1085.837 ± 0.010	697 ± 40	9080 ± 173	0.0768 ± 0.0046
1112.076 ± 0.003	896 ± 35	12020 ± 225	0.0745 ± 0.0032
1408.013 ± 0.003	1027 ± 46	18689 ± 339	0.0550 ± 0.0027

Da die Nachweiswahrscheinlichkeit im Allgemeinen energieabhängig ist, wird Q in Abhängigkeit von E_γ dargestellt und mit einer Potenzfunktion der Form

$$Q(E_\gamma) = c \cdot (E_\gamma - a)^d \quad (27)$$

gefittet, wie in Abbildung 9 dargestellt ist. Es ergeben sich hierbei die Parameter

$$\begin{aligned} a &= -191 \pm 64 \\ c &= 2474 \pm 3467 \\ d &= -1.47 \pm 0.19 \end{aligned}$$

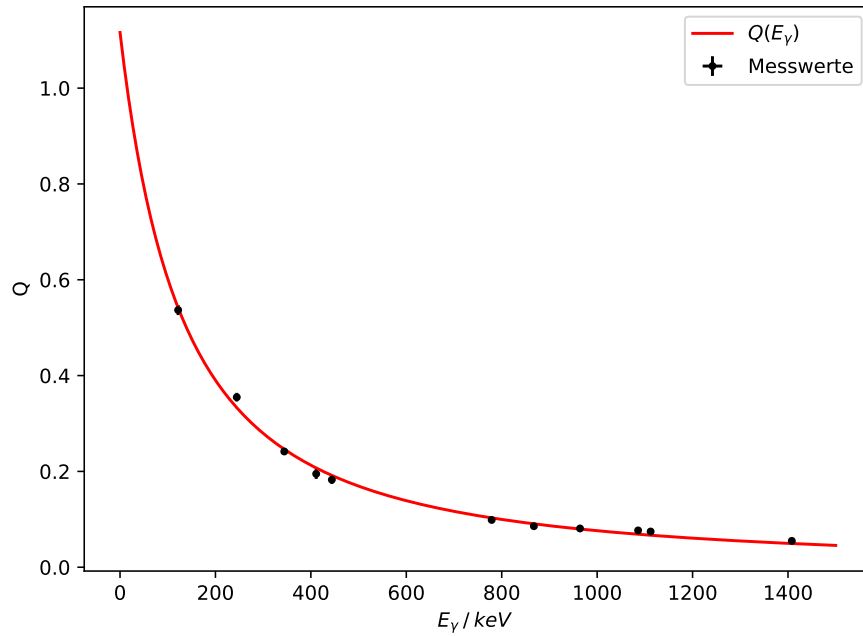


Abbildung 9: Werte zur Bestimmung der Vollenenergienachweiswahrscheinlichkeit sowie gefittete Potenzfunktion

4.2 Untersuchung eines monochromatischen Gamma-Spektrums

Zur Untersuchung des monochromatischen Gamma-Spektrums wird das aufgenommene Spektrum zunächst durch die Gleichung 19 kalibriert, wobei sich der Fehler über 20 ergibt. Die so erhaltenen Werte sind in Abbildung 10 dargestellt, wobei auf Fehlerbalken aufgrund der geringen Fehler verzichtet wird. Die Messzeit beträgt 2593 s und es wurden 8191 Kanäle gemessen, wobei nur die ersten 2000 dargestellt sind, da bei höheren Kanalnummern keine signifikanten Messwerte mehr zu erkennen sind. Zur Bestimmung der Energie wird die Vollenenergielinie mit der Gaußverteilung aus Gleichung 15 gefittet, wobei sich die Parameter

$$a = 5.7 \pm 4.2$$

$$b = 1674 \pm 17$$

$$c = (1,227 \pm 0,015) \text{ keV}$$

$$z = (661,5985 \pm 0,0098) \text{ keV}$$

ergeben. Die Energie des Strahlers ist dabei durch den Parameter z gegeben, also

$$E_{Cs} = (661,5985 \pm 0,0098) \text{ keV} .$$

Der Theoriewert von ^{137}Cs beträgt $(661,657 \pm 0,003) \text{ keV}$ [2].

Der Bereich um die Vollenenergielinie ist in Abbildung 11 dargestellt, woraus sich die

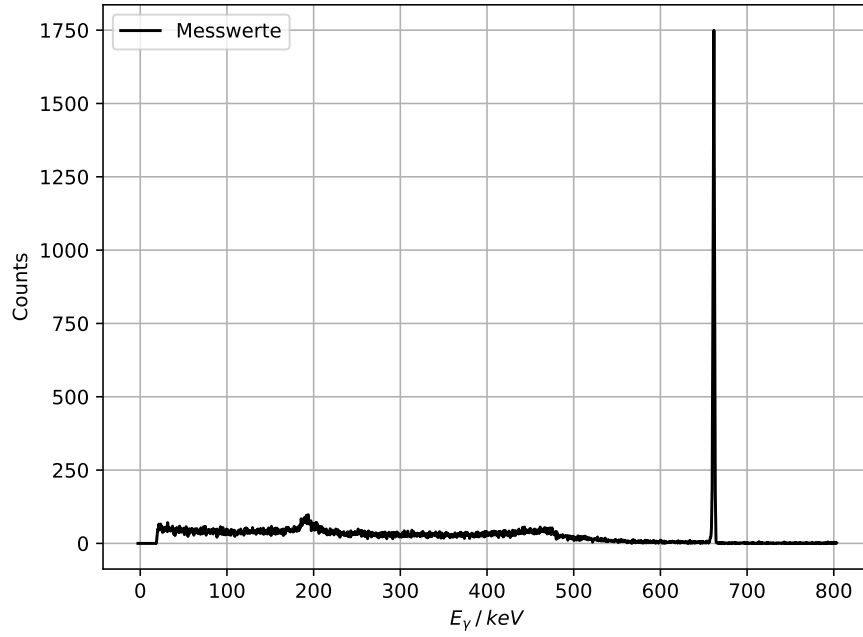


Abbildung 10: Kalibriertes Spektrum des ^{137}Cs -Strahlers

Halbwertsbreite und die Zehntelwertsbreite ablesen lässt, wobei eine Ungenauigkeit durch Ablesefehler von etwa $0,2\text{ keV}$ angenommen wird. Es ergibt sich hierdurch

$$E_{1/2} = (662,6 \pm 0,2) \text{ keV} - (660,6 \pm 0,2) \text{ keV} = (2,0 \pm 0,3) \text{ keV}$$

$$E_{1/10} = (663,3 \pm 0,2) \text{ keV} - (659,6 \pm 0,2) \text{ keV} = (3,7 \pm 0,3) \text{ keV}$$

woraus sich ein Verhältniss von

$$\frac{E_{1/2}}{E_{1/10}} = 0.54 \pm 0.09 \quad (28)$$

ergibt. Die Halbwertsbreite einer Gaußkurve gemäß Gleichung 15 ist durch die Formel

$$E_{1/2} = 2c \cdot \sqrt{\ln 2} \quad (29)$$

mit dem Fehler

$$\Delta E_{1/2} = 2\Delta b \cdot \sqrt{\ln 2}, \quad (30)$$

gegeben und beträgt somit

$$E_{1/2,theo} = (1,701 \pm 0,021) \text{ keV}.$$

Die Zehntelwertsbreite ergibt sich analog über die Gleichung

$$E_{1/10} = 2c \cdot \sqrt{\ln 10} \quad (31)$$

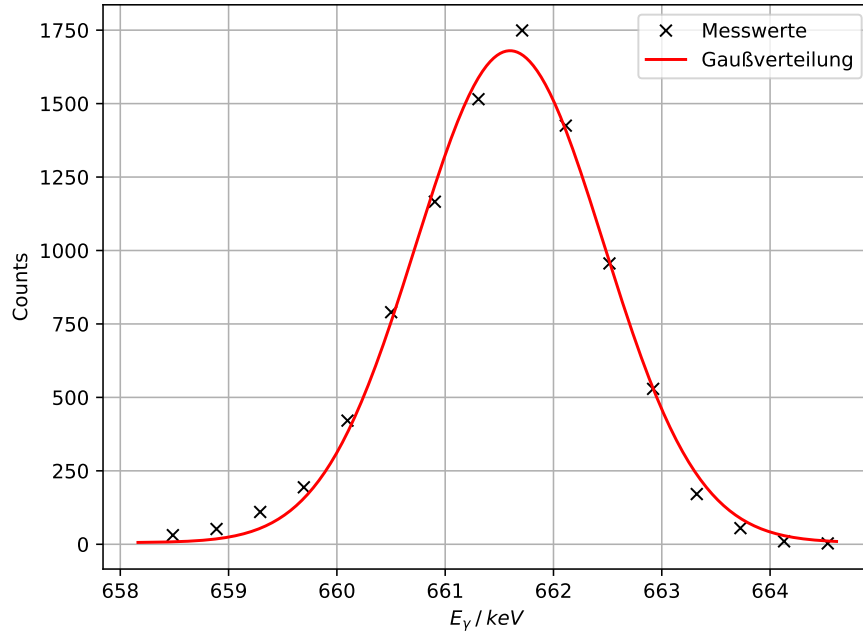


Abbildung 11: Vollenergielinie

mit dem Fehler

$$\Delta E_{1/10} = 2\Delta b \cdot \sqrt{\ln 10}, \quad (32)$$

zu

$$E_{1/10,theo} = (5,651 \pm 0,069) \text{ keV}.$$

Das Verhältniss dieser beiden Größen ist unabhängig von den jeweiligen Parametern der Kurve stets

$$\frac{E_{1/2}}{E_{1/10}} = \sqrt{\frac{\ln 2}{\ln 10}} \approx 0.549, \quad (33)$$

Diese theoretisch erhaltenen Werte werden mit den abgelesenen verglichen, wobei sich die Abweichung über die Formel

$$\frac{|\text{Wert}_{\text{Theorie}} - \text{Wert}_{\text{Messung}}|}{\text{Wert}_{\text{Theorie}}} \quad (34)$$

berechnen lässt zu 1.64 %. Diese Abweichung ist offensichtlich sehr gering und liegt innerhalb der Ableseunsicherheit, was auf eine gute Beschreibung der Vollenergielinie durch eine Gaußkurve schließen lässt. Die recht große Abweichung der Halb- und Zehntelwertsbreite an sich lässt sich dadurch erklären, dass wohlmöglich eine falsche Maximalhöhe des Peaks angenommen wurde. Der Inhalt der Vollenergielinie ergibt sich durch Gleichungen 21 und 22 zu

$$I_{VEL} = 3641 \pm 58.$$

Aus den Messwerten und Abbildung 10 lässt sich erkennen, dass die Compton-Kante bei etwa (478 ± 3) keV liegt, da dort (Kanalnummer 1198) das Spektrum ein lokales Maximum von 53 Counts annimmt und anschließend abfällt, wobei die Ableseunsicherheit auf etwa 3 keV geschätzt wird. Aus Gleichung 5 ergibt sich der theoretische Wert zu $(477,280 \pm 0,090)$ keV und die Abweichung somit zu 0.15 %. Um den Inhalt des Comptonkontinuums zu bestimmen wird der Bereich zwischen 20 keV und 478 keV mit der Funktion aus Gleichung 6 gefittet, wobei der Term $a = \frac{3}{8}\sigma_{\text{Th}}\frac{1}{m_0c^2e^2}$ als Fitparameter verwendet wird. Für diesen ergibt sich

$$a = 4.297 \pm 0.056 .$$

Dieser Wert wird nun verwendet, um die Funktion numerisch in dem Bereich zwischen 20 keV und 478 keV zu integrieren, wodurch sich der Inhalt des Comptonkontinuums zu

$$I_{\text{Compton}} = 16266 \pm 214$$

ergibt.

Der Rückstreupeak wird erneut mit der Gleichung 15 gefittet, wodurch sich die Parameter

$$a = 65.8 \pm 2.0$$

$$b = 36 \pm 28$$

$$c = (0,28 \pm 0,28) \text{ keV}$$

$$z = (193,78 \pm 0,24) \text{ keV}$$

ergeben, der Rückstreupeak liegt also bei $(193,78 \pm 0,24)$ keV. Der Theoriewert nach Gleichung 10 ergibt sich zu $(184,3184 \pm 0,0076)$ keV.

Zur Bestimmung der Absorptionswahrscheinlichkeiten wird die Formel

$$p = 1 - \exp - \mu \cdot l \quad (35)$$

verwendet, wobei l die Länge des Detektors, in diesem Fall also 3,9 cm, bezeichnet und μ den Extinktionskoeffizient, welcher für den Comptoneffekt etwa $\mu_c = 0,38/\text{cm}$ und für den Photoeffekt etwa $\mu_p = 0,008/\text{cm}$ beträgt. Dies führt zu Absorptionswahrscheinlichkeiten von

$$p_c = 0.7728$$

$$p_p = 0.0307 ,$$

sodass sich theoretisch ein Verhältniss zwischen den Inhalten des Photopeaks und des Comptonkontinuums von

$$\left(\frac{I_{\text{VEL}}}{I_{\text{Compton}}}\right)_{\text{theo}} = 1 - e^{-\mu \cdot l} = 0.03975$$

ergeben sollte. Das tatsächliche Verhältniss aus den Messdaten beträgt

$$\frac{I_{\text{VEL}}}{I_{\text{Compton}}} = 0.224 \pm 0.005$$

und weist somit eine Abweichung von 463.52 % auf, gemäß Formel 34.

4.3 Aktivitätsbestimmung

Bei dem dritten vermessenen Spektrum soll zunächst festgestellt werden, ob es sich bei der gemessenen Probe um einen ^{133}Ba -Strahler oder einen ^{125}Sb -Strahler handelt. Zu diesem Zweck wird das Spektrum zunächst gemäß Gleichung 19 kalibriert, wie in Abbildung 12 dargestellt ist. Die Messzeit beträgt 4378 s; von den 8191 verwendeten Kanälen werden nur die ersten 2000 verwendet, da darüber hinaus keine signifikanten Messwerte mehr zu erkennen sind. Die Peaks werden erneut mit Gleichung 15 gefittet und die resultierenden

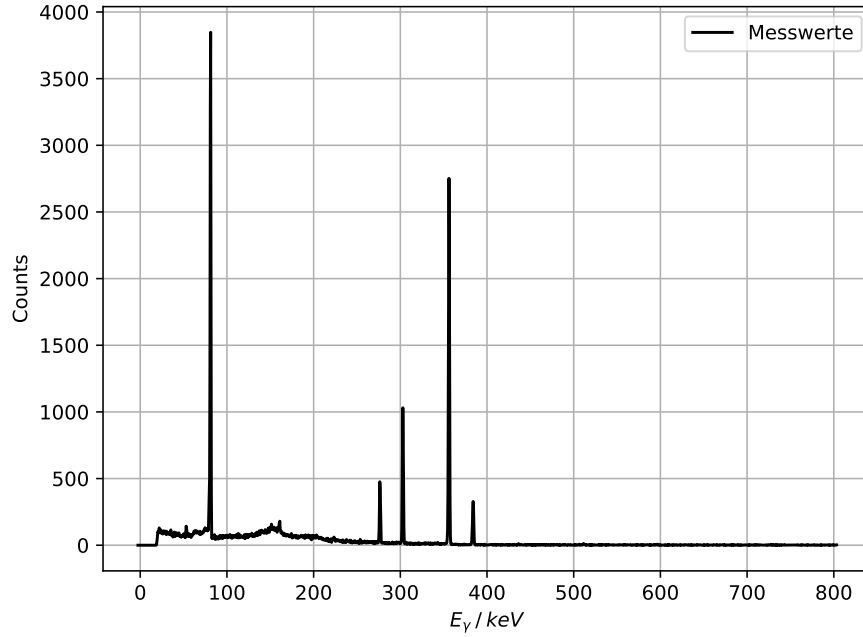


Abbildung 12: Unbekanntes Spektrum

Parameter in Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5: Parameter der gefitteten Gaußkurven

z/keV	a	b	c
81.0657 ± 0.0083	97 ± 11	3876 ± 65	0.611 ± 0.012
276.5106 ± 0.0066	19.33 ± 0.95	466.3 ± 4.9	0.775 ± 0.010
302.9454 ± 0.0024	14.63 ± 0.73	1012.4 ± 3.7	0.8137 ± 0.0035
356.1268 ± 0.0017	9.6 ± 1.4	2748.3 ± 6.9	0.8515 ± 0.0025
383.9482 ± 0.0097	3.80 ± 0.95	343.00 ± 4.4	0.931 ± 0.014

Durch einen Vergleich mit der Datenbank [Lara] fällt auf, dass die Peaks mit denen von Barium übereinstimmen und es sich somit bei der Probe offensichtlich um Barium

handelt. Die Zuordnung zu den theoretischen Emissionslinien und die entsprechenden Absorptionswahrscheinlichkeiten sind in Tabelle 6 angegeben.

Tabelle 6: Zuordnung der Peaks zu den Emissionslinien und die jeweilige relative Emissionswahrscheinlichkeit

z/keV	E_γ/keV	$P/\%$
81.0657 ± 0.0083	80.9979 ± 0.0011	33.31 ± 0.30
276.5106 ± 0.0066	276.3989 ± 0.0012	7.13 ± 0.06
302.9454 ± 0.0024	302.8508 ± 0.0005	18.31 ± 0.11
356.1268 ± 0.0017	356.0129 ± 0.0007	62.05 ± 0.19
383.9482 ± 0.0097	383.8485 ± 0.0012	8.94 ± 0.06

Zur Bestimmung der Aktivität wird mittels Gleichung 21 zunächst der Inhalt der Peaks errechnet. Aus Gleichung 23 lässt sich ein linearer Zusammenhang zwischen diesem Inhalt und der Aktivität erkennen, wobei der Proportionalitätsfaktor durch

$$l = P \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot t \cdot Q \quad (36)$$

gegeben ist. Zur Bestimmung der Aktivität wird also eine Lineare Ausgleichsrechnung gemäß Formel 16 mit Wertepaaren aus l und I durchgeführt, wobei der Fitparameter a die Aktivität angibt. Dabei wird die $81,0657 \text{ keV}$ außer Acht gelassen, da bei so niedrigen Energien der Quotient Q der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit zu ungenau ist. Somit ergeben sich die Parameter

$$\begin{aligned} a &= 416.4 \pm 2.7 \\ b &= 35 \pm 14 \end{aligned}$$

und damit eine Aktivität von $(416,4 \pm 2,7) \text{ Bq}$. Die Wertepaare und die Ausgleichsgerade sind in Abbildung 13 dargestellt.

4.4 Nuklididentifikation

Im letzten Versuchsteil wird eine Probe unbekannter Zusammensetzung untersucht, wobei die Messzeit 4064 s beträgt. Von den 8191 gemessenen Kanälen werden die ersten 6000 zur Auswertung verwendet, die entsprechenden Messwerte werden gemäß Gleichung 19 kalibriert und sind in Abbildung 14 dargestellt.

Um die Energie der Peaks zu bestimmen und sie somit zuordnen zu können, werden sie wieder an die Gaußkurve gemäß Gleichung 15 angepasst. Die Fitparameter sind in Tabelle 7 angegeben.

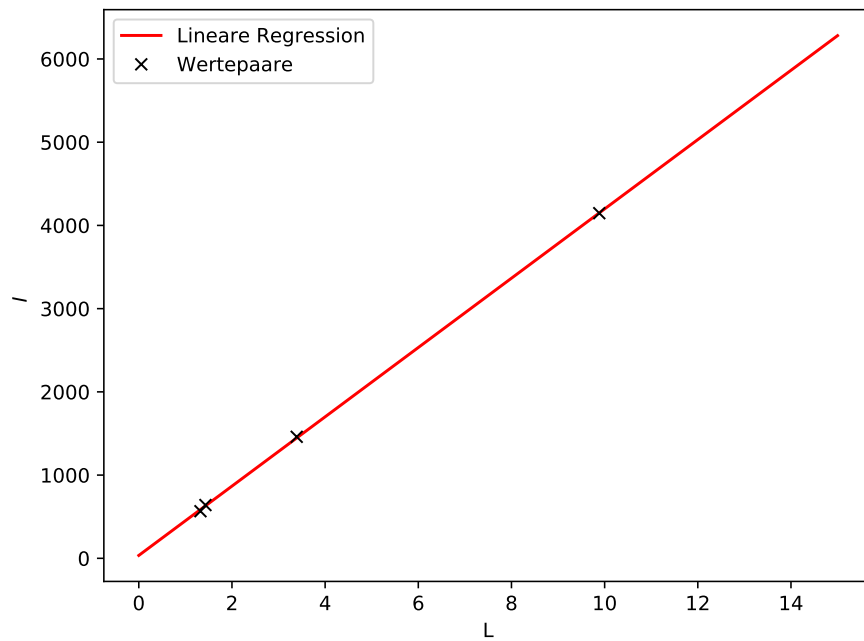


Abbildung 13: Lineare Regression zur Aktivitätsbestimmung von ^{133}Ba

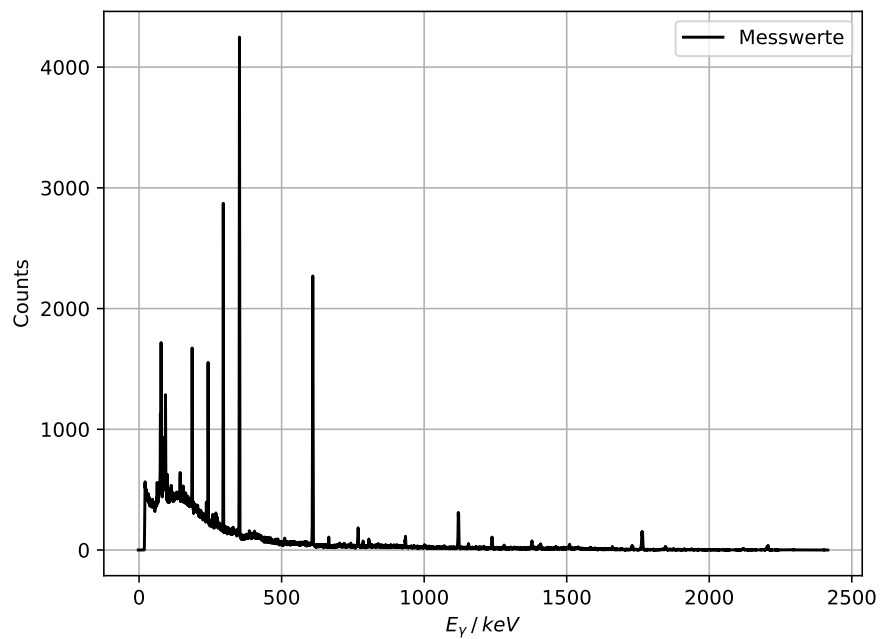


Abbildung 14: Unbekanntes Spektrum

Tabelle 7: Parameter der gefitteten Gaußkurven

a	b	c	z / keV
593 ± 23	1156 ± 143	0.573 ± 0.083	77.124 ± 0.058
556 ± 17	769 ± 104	0.603 ± 0.095	92.632 ± 0.066
375.6 ± 4.9	1335 ± 25	0.772 ± 0.017	186.090 ± 0.012
252.8 ± 6.2	1308 ± 33	0.719 ± 0.022	242.066 ± 0.015
179.7 ± 2.7	2711 ± 14	0.7850 ± 0.0048	295.3181 ± 0.0033
130.2 ± 4.2	4164 ± 21	0.8586 ± 0.0050	352.0054 ± 0.0034
46.7 ± 3.0	2230 ± 12	1.1737 ± 0.0076	609.2939 ± 0.0052
31.3 ± 1.1	64.9 ± 4.2	1.33 ± 0.10	665.409 ± 0.070
31.3 ± 1.3	158.5 ± 4.6	1.451 ± 0.051	768.246 ± 0.034
30.9 ± 1.0	38.9 ± 3.9	1.29 ± 0.16	785.87 ± 0.10
30.7 ± 1.0	46.6 ± 4.1	1.20 ± 0.13	806.244 ± 0.085
26.3 ± 1.1	72.9 ± 3.7	1.68 ± 0.10	934.015 ± 0.067
18.2 ± 1.9	292.3 ± 5.8	1.782 ± 0.043	1120.275 ± 0.028
16.44 ± 0.76	32.8 ± 2.3	1.87 ± 0.16	1155.44 ± 0.10
13.1 ± 1.1	98.2 ± 3.1	2.037 ± 0.078	1238.098 ± 0.051
16.17 ± 0.93	55.9 ± 2.7	1.91 ± 0.11	1377.862 ± 0.074
17.5 ± 1.3	25.6 ± 3.8	1.95 ± 0.36	1408.31 ± 0.23
13.89 ± 0.95	19.6 ± 2.4	2.33 ± 0.36	1509.44 ± 0.22
4.78 ± 0.63	12.2 ± 1.3	2.96 ± 0.40	1661.07 ± 0.24
3.029 ± 0.73	28.2 ± 1.6	2.75 ± 0.20	1729.76 ± 0.12
3.0 ± 1.79	145.9 ± 3.9	2.725 ± 0.093	1764.689 ± 0.057
3.56 ± 0.78	20.2 ± 1.7	2.77 ± 0.29	1847.40 ± 0.18
0.71 ± 0.87	29.1 ± 1.6	3.35 ± 0.24	2204.71 ± 0.13

Die Linienenergien werden dann mit der Datenbank [2] abgeglichen und passenden Nukliden zugeordnet. Diese Zuordnung ist in Tabelle 8 zusammen mit den jeweiligen Emissionswahrscheinlichkeiten dargestellt.

Tabelle 8: Zuordnung der Linien

z / keV	E_γ /keV	Nuklid	P/%
77.124 \pm 0.058	77.1088	^{214}Pb	10.47 \pm 0.20
92.632 \pm 0.066	92.38 \pm 0.01	^{234}Th	2.18 \pm 0.19
	92.80 \pm 0.02	^{234}Th	2.15 \pm 0.19
186.090 \pm 0.012	186.211 \pm 0.013	^{226}Ra	3.555 \pm 0.019
242.066 \pm 0.015	241.997 \pm 0.003	^{214}Pb	7.268 \pm 0.022
295.3181 \pm 0.0033	295.224 \pm 0.002	^{214}Pb	18.414 \pm 0.036
352.0054 \pm 0.0034	351.932 \pm 0.002	^{214}Pb	35.60 \pm 0.07
609.2939 \pm 0.0052	609.312 \pm 0.007	^{214}Bi	45.49 \pm 0.19
665.409 \pm 0.070	665.43 \pm 0.022	^{214}Bi	1.530 \pm 0.007
768.246 \pm 0.034	768.356 \pm 0.010	^{214}Bi	4.892 \pm 0.016
785.87 \pm 0.10	785.96 \pm 0.009	^{214}Pb	1.064 \pm 0.013
806.244 \pm 0.085	806.174 \pm 0.018	^{214}Bi	1.262 \pm 0.006
934.015 \pm 0.067	934.061 \pm 0.012	^{214}Bi	3.10 \pm 0.01
1120.275 \pm 0.028	1120.278 \pm 0.012	^{214}Bi	14.91 \pm 0.03
1155.44 \pm 0.10	1155.19 \pm 0.02	^{214}Bi	1.635 \pm 0.007
1238.098 \pm 0.051	1238.111 \pm 0.012	^{214}Bi	5.831 \pm 0.014
1377.862 \pm 0.074	1377.669 \pm 0.012	^{214}Bi	3.968 \pm 0.011
1408.31 \pm 0.23	1407.98 \pm 0.04	^{214}Bi	2.389 \pm 0.008
1509.44 \pm 0.22	1509.228 \pm 0.015	^{214}Bi	2.128 \pm 0.010
1661.07 \pm 0.24	1661.28 \pm 0.06	^{214}Bi	1.048 \pm 0.009
1729.76 \pm 0.12	1729.595 \pm 0.015	^{214}Bi	2.844 \pm 0.010
1764.689 \pm 0.057	1764.494 \pm 0.014	^{214}Bi	15.31 \pm 0.05
1847.40 \pm 0.18	1847.420 \pm 0.025	^{214}Bi	2.025 \pm 0.012
2204.71 \pm 0.13	2204.21 \pm 0.04	^{214}Bi	4.913 \pm 0.023

Alle identifizierten Nuklide gehören zu der Uran-Radium Zerfallsreihe, welche auch als $4n+2$ Reihe bekannt ist. Es lässt sich also vermuten, dass die Probe ursprünglich zum Teil aus ^{238}U oder ^{234}Th bestand, welches über die Zeit zerfallen ist und somit die radioaktiven Tochternuklide ^{226}Ra , ^{214}Pb und ^{214}Bi erklärt. Alle weiteren Nuklide der Reihe haben keine, oder zumindest nur sehr schwache Gammasignaturen, sodass diese nicht detektiert werden können. Für die Aktivitätsbestimmung sind nur bei ^{214}Pb und ^{214}Bi genügend Linien vorhanden um eine nicht allzu ungenaue Rechnung durchführen zu können. Das Vorgehen ist analog zur Bestimmung der Aktivität von ^{133}Ba und die resultierenden Ausgleichsgeraden sind in den Abbildungen 15 und 16 dargestellt. Bei der Aktivitätsbestimmung von ^{214}Pb wurde die 77,1088 keV Linie außer acht gelassen, da

hier der Quotient Q zu ungenau ist. Es ergeben sich die Fitparameter

$$a_{\text{Pb}} = 1106 \pm 17$$

$$b_{\text{Pb}} = -6 \pm 69$$

$$a_{\text{Bi}} = 1442 \pm 89$$

$$b_{\text{Bi}} = 7 \pm 21$$

und somit Aktivitäten von (1106 ± 17) Bq für ^{214}Pb und (1442 ± 89) Bq für ^{214}Bi .

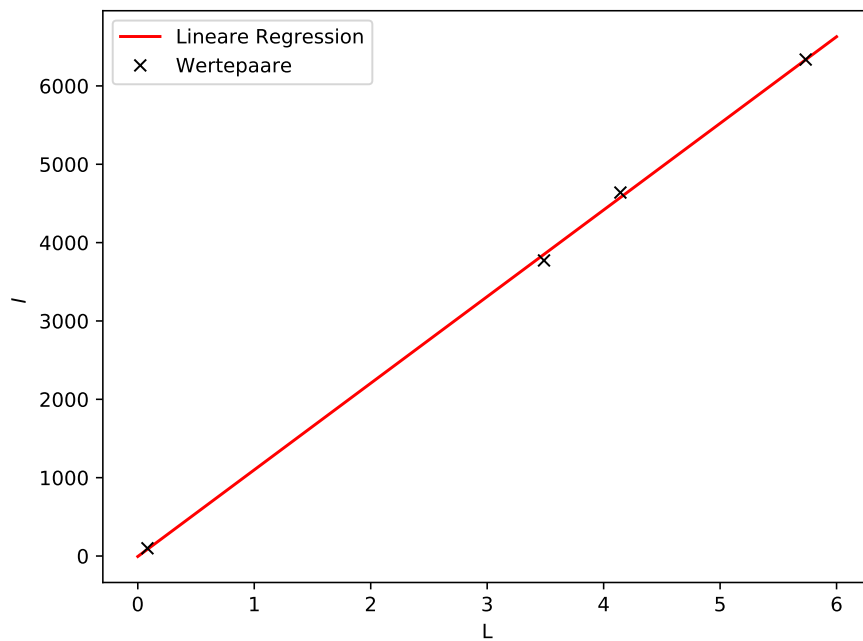


Abbildung 15: Lineare Regression zur Aktivitätsbestimmung von ^{214}Pb

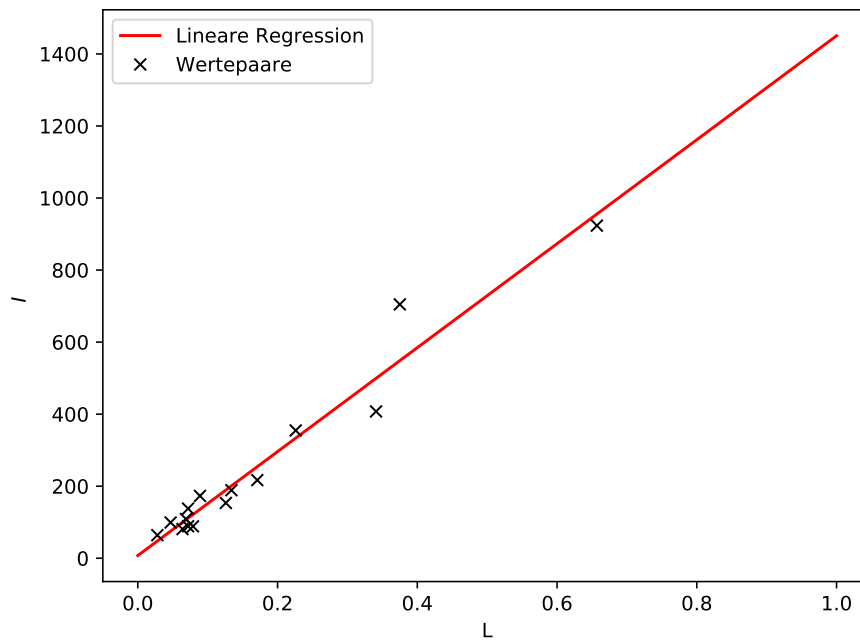


Abbildung 16: Lineare Regression zur Aktivitätsbestimmung von ^{214}Bi

5 Diskussion

Die lineare Regression zur Bestimmung der Energiekalibration liefert sehr geringe Ungenauigkeiten der Fitparameter und scheint somit sehr exakt zu sein, was für ein gutes Auflösungsvermögen des Detektors spricht. Die Parameter des Fits für die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit sind hingegen mit einem großen relativen Fehler behaftet, welche teilweise sogar größer als der eigentliche Wert sind. Dies lässt darauf schließen, dass eine Potenzfunktion nicht vollständig zur Beschreibung der Energieabhängigkeit geeignet ist und eine andere Funktion eventuell besser zu den Daten passen würde.

Die Abweichung in der gemessenen Energie des ^{137}Cs -Strahlers beträgt lediglich 0.0088%, wodurch erneut die gute Energieauflösung gezeigt wird. Wie bereits erwähnt ist die Beschreibung der Peaks durch Gaußkurve sehr genau und weist im Verhältniss von Halb- und Zehntelwertsbreite nur eine Abweichung von 1.64 % auf.

Auch die Comptonkante und das Comptonkontinuum können recht genau bestimmt werden, jedoch ergibt sich bei dem Rückstreupeak eine Abweichung von 5,14 % , wobei der Theoriewert etwa 39,44 Fehlerintervalle von dem experimentellen Wert abweicht. Es wird somit vermutlich ein systematischer Fehler vorliegen.

Auch bei dem Verhältniss des Inhalts von Comptonkontinuum und Photopeak weist eine sehr große Abweichung auf, was vermutlich daran liegt, dass Mehrfachstreuung beim Comptoneffekt in den theoretischen Formeln nicht berücksichtigt wird. Durch diese Mehrfachstreuung deponiert die Gammastrahlung einen größeren Anteil oder eventuell auch die gesamte Energie in dem Detektor, sodass der Inhalt des Comptonkontinuums

sinkt und der Inhalt des Photopeaks steigt, was den Betrag des Verhältnisses ansteigen lässt.

Die Aktivität der letzten beiden Proben lässt sich ebenfalls bis auf einen geringen relativen Fehler bestimmen und auch die Zuordnung der Proben ist aufgrund der guten Energieauflösung problemlos möglich.

Literatur

- [1] *Gilmore, Gamma-ray Spectrometry*. 11. Apr. 2019. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9780470861981.ch2>.
- [2] *Laboratoire National Henri Becquerel*. 8. Apr. 2019. URL: <http://www.nucleide.org/Laraweb/index.php>.
- [3] *Teilchendetektoren, Kolanoski, Wermes*. 11. Apr. 2019. URL: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-662-45350-6.pdf>.
- [4] *Wechselwirkung von Photonen in Materie*. 12. Apr. 2019. URL: http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~jwagner/WS0809/Vorlesung/tp_detektoren_02.pdf.