

Versuch 351

Fourier- Analyse und Sythese

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.11.2018

Abgabe: 21.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Totzeit und Nachentladung	4
1.1.1	Zwei-Quellen-Methode	5
1.2	Nachentladung	5
1.3	Die Charakteristik	6
1.4	Ansprechvermögen	6
2	Durchführung	7
3	Auswertung	8
3.1	Zählrohr-Charakteristik	8
3.2	Bestimmung der Totzeit	10
3.3	Freigesetzte Ladung	11
4	Diskussion	13
	Literatur	13

1 Theorie

Mit dem Geiger-Müller-Zählrohr kann α - β - und γ -Strahlung gemessen werden, indem ein elektrischer Impuls erzeugt wird. Es ist besonders aufgrund seiner einfachen Konstruktion und den geringen Ansprüchen an die Elektronik beliebt, obwohl es einige Nachteile besitzt.

1.1 Aufbau

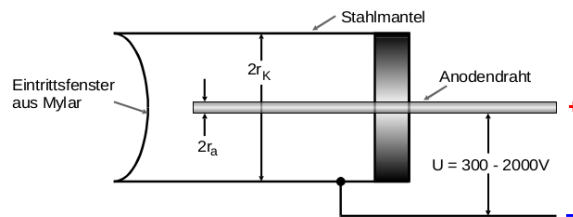


Abbildung 1: Das Geiger-Müller-Zählrohr
[1]

Das Geiger-Müller-Zählrohr besteht aus einem positiv geladenem Anodendraht (Radius r_a) und einem negativ geladenem Kathodenzyylinder (Radius r_k). Das innere Volumen ist mit einem Gasgemisch aus Argon und Ethylalkohol gefüllt. Wird nun eine äußere Spannung angelegt, bildet sich ein radial symmetrisches Feld, die Feldstärke im Abstand r wird durch

$$E(r) = \frac{U}{r \ln\left(\frac{r_k}{r_a}\right)} \quad (1)$$

beschrieben. Die Beschleunigung eines geladenen Teilchens in diesem Feld wächst also mit $1/r$, also kann sie beliebig groß werden, wenn r_a hinreichend klein ist. Tritt nun ein Teilchen in das Zählrohr ein, bewegt es sich so lange durch den Gasraum, bis die gesamte Energie durch Ionisationsakte aufgebraucht ist. Dabei ist die Anzahl der entstehenden Elektronen und positiven Ionen proportional zur Energie des einfallenden Teilchens. Die Vorgänge im Zählrohr hängen stark von der angelegten Spannung ab, daher werden die folgenden Bereiche unterschieden.

Bereich 1: Bei niedrigen Spannungen erreicht nur ein Teil der Strahlung den Anodendraht. Der Rest geht durch Rekombination verloren.

Bereich 2: Hier sinkt die Rekombinationswahrscheinlichkeit ab, fast alle Elektronen gelangen zum Anodendraht. Der nun fließende Strom ist proportional zur Energie und Intensität der einfallenden Teilchen. Geräte, die mit dieser Spannung arbeiten, sind Ionisationskammern und stellen eine Vorstufe zum Zählrohr dar. Aufgrund der geringen Ionisationsströme kann sie nur bei hohen Strahlintensitäten eingesetzt werden.

Bereich 3: In diesem Bereich nehmen die Elektronen zwischen den Zusammenstößen mit den Argon-Atomen genügend Energie auf, um die Gas-Atome durch Stoßionisation zu

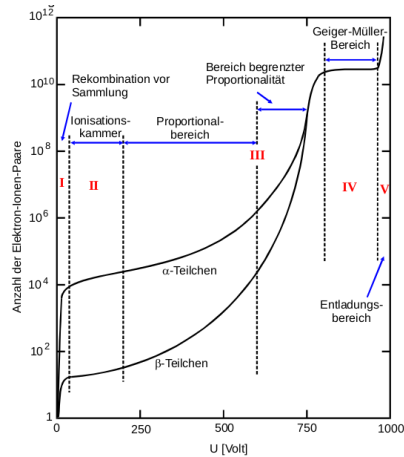


Abbildung 2: Anzahl der Elektronen-Ionenpaare aufgetragen gegen die Spannung.
[1]

ionisieren. Die so frei werdenden Elektronen werden ebenfalls beschleunigt und lösen weitere Elektronen aus. So kommt es zu einer Lawine von ausgelösten Elektronen, der Townsend-Lawine. Die Ladung Q am Zählrohr pro einfallendes Teilchen ist nun groß genug, um sie als Ladungsimpuls zu messen. Dabei ist der Ladungsimpuls proportional zur Energie des Teilchens. Dieses Zählrohr wird als Proportionalitätszählrohr bezeichnet und ist in der Lage sowohl Intensitäts-, als auch Energiemessungen durchzuführen.

Bereich 4: Dies ist der Auslösebereich, der Arbeitsbereich der Geiger-Müller-Zählrohrs. Durch Elektronenstoß werden die Argon-Atome angeregt, wodurch UV-Photonen entstehen. Aufgrund ihrer Ladungsneutralität können sie sich auch senkrecht zum Feld ausbreiten und die Elektronen-Lawine ist nicht länger lokal beschränkt. Jetzt werden im gesamten Zählrohrvolumen Elektronen ausgelöst. Die Ladung am Zählrohrdraht hängt jetzt von dem Volumen des Zählrohres und der Spannung ab. Hier kann nur eine Intensitätsmessung, keine Energiemessung vorgenommen werden. Da die Ladung aber so groß ist, ist kein großer elektronischer Aufwand nötig um die Ladung nachzuweisen.

1.2 Totzeit und Nachentladung

Die positiven Ionen halten sich aufgrund ihrer großen Masse lange im Gasraum auf, bis sie zur Kathode wandern. Dadurch baut sich im Zählrohrvolumen eine positive Raumladung auf, die das elektrische Feld abschirmt. Dadurch wird die Feldstärke für eine Zeit T so stark herabgesetzt, dass keine Stoßionisation mehr möglich ist. Diese Zeit wird Totzeit genannt. Teilchen die in diesem Moment in das Zählrohr einfallen werden also nicht registriert. Die positiv geladenen Ionen wandern dann zum Zählrohrmantel, wo sie neutralisiert werden. Dann können neu einfallende Teilchen auch wieder registriert werden. Die Ladungsimpulse Q erreichen erst dann wieder ihre ursprüngliche Höhe, wenn die

Ionen vollständig neutralisiert sind, daher schließt sich an die Totzeit die Erholungszeit T_E an.

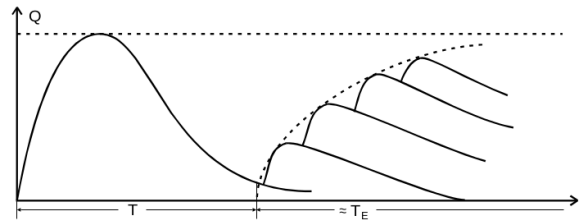


Abbildung 3: Tot- und Erholungszeit einer Zählrohres.
[1]

1.2.1 Zwei-Quellen-Methode

Mit der Zwei-Quellen-Methode kann die Totzeit eines Zählrohrs bestimmt werden. Dazu werden zwei verschiedene Quellen benötigt. Die Zählrate der Quellen wird sowohl einzeln als auch zusammen gemessen. Die in das Zählrohr eintretende Teilchenzahl wird dabei mit N_W bezeichnet, während die tatsächlich registrierte Teilchenzahl mit N_r bezeichnet wird. Für die in das Zählrohr eintretende Teilchenzahl ergibt sich die Formel:

$$N_W = \frac{N_r}{1 - TN_r}. \quad (2)$$

Dabei ist TN_r die Totzeit und $1 - TN_r$ somit die messbereite Zeit. Für die beiden Einzelmessungen N_{W1} , N_{W2} , als auch die Doppelmessung N_{W1+2} ergibt sich somit aus Gleichung 2:

$$N_{W1} = \frac{N_1}{1 - TN_1}. \quad (3)$$

Diese Formel gilt äquivalent für die anderen Messungen. Einsetzen in die Beziehung $N_{W1+2} = N_{W1} + N_{W2}$ ergibt näherungsweise:

$$T = \frac{N_1 + N_2 - N_{1+2}}{2N_1N_2}. \quad (4)$$

1.3 Nachentladung

Treffen die Ionen auf den Zählrohrmantel könne sie dort Elektronen aus dem Zylindermantel auslösen, da bei der Neutralisation genügend Energie frei wird um die Austrittsarbeit für Elektronen aufzubringen. Diese Sekundärelektronen durchlaufen das gesamte Zählrohrpotential und können eine erneute Zählrohrentladung auslösen. Dadurch kommt es nach dem Durchgang eines einzelnen Teilchens zu mehreren zeitlich versetzten Ausgangsimpulsen. Dieser Vorgang wird als Nachentladung bezeichnet. Nachentladungen sind unerwünscht, da sie den Durchgang von ionisierenden Teilchen vortäuschen. Um sie zu vermeiden werden Alkoholdämpfe zum Zählrohrgas hinzugegeben. Die Ionen stoßen

nun auf ihrem Weg zur Kathode mit den Alkoholmolekülen zusammen, wobei diese ionisiert werden, da sie eine geringer Ionisierungsenergie besitzen. Die Alkoholionen werden ebenfalls an der Kathode neutralisiert, doch wird die frei werdende Energie zur Anregung Schwingungen der Alkoholmoleküle verwendet.

1.4 Die Charakteristik

Die Charakteristik eines Zählrohres ergibt sich, indem die Teilchenanzahl N bei konstanter Strahlungsintensität gegen die angelegte Spannung U aufgetragen wird. Der Auslösebereich setzt bei einer Spannung U_E ein, der anschließende lineare Teil heißt Plateau. Bei idealen Zählrohren ist die Plateausteigung Null. Durch wenige Nachentladungen ist aber immer ein geringer Anstieg vorhanden. Ein gutes Zählrohr ist ein einem langen Plateau mit geringem Anstieg zu erkennen. Am Ende des Plateaus ist ein gewaltiger Anstieg zu beobachten, hier kann durch ein einziges Teilchen eine Dauerentladung gezündet werden. Dieser Bereich der selbstständigen Gasentladung kann das Zählrohr leicht zerstören.

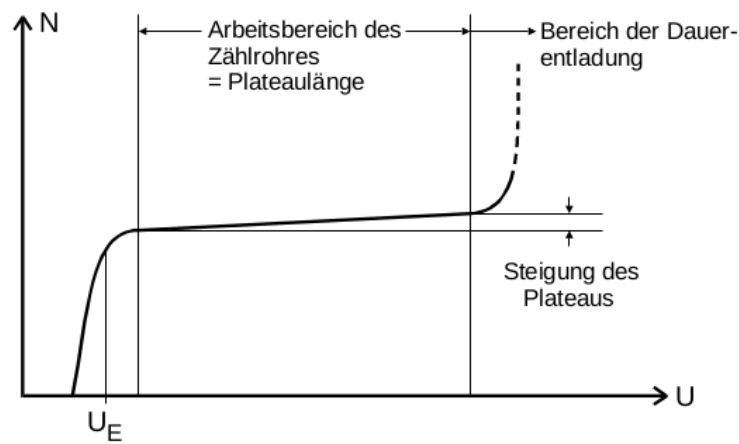


Abbildung 4: Charakteristik eines Zählrohres.

[1]

1.5 Ansprechvermögen

Dies ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein einfallendes Teilchen im Zählrohr nachgewiesen wird. Aufgrund ihres hohen Ionisationsvermögens haben α - und β -Teilchen ein Ansprechvermögen von nahezu 100%. Dafür muss aber garantiert werden, dass die Teilchen in das Zählrohrvolumen gelangen. Da α - und β -Teilchen eine hohe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit Materie haben, wird an einem Ende des Zählrohres ein Fenster aus einem Material mit geringer Ordnungszahl verbaut, damit α - und β -Teilchen in das Zählrohr eindringen können. Solche Zählrohre werden Endfensterzählrohre genannt. Das Ansprechvermögen für Photonen ist hingegen sehr gering. Deshalb kann das Geiger-Müller-Zählrohr nur für Messungen hoher γ -Intensitäten sinnvoll eingesetzt werden. Eine

Ausnahme bilden die vergleichsweise niederenergetischen Röntgen-Quanten, wenn ein schweres Füllgas wie z.B. Xeon verwendet wird.

2 Durchführung

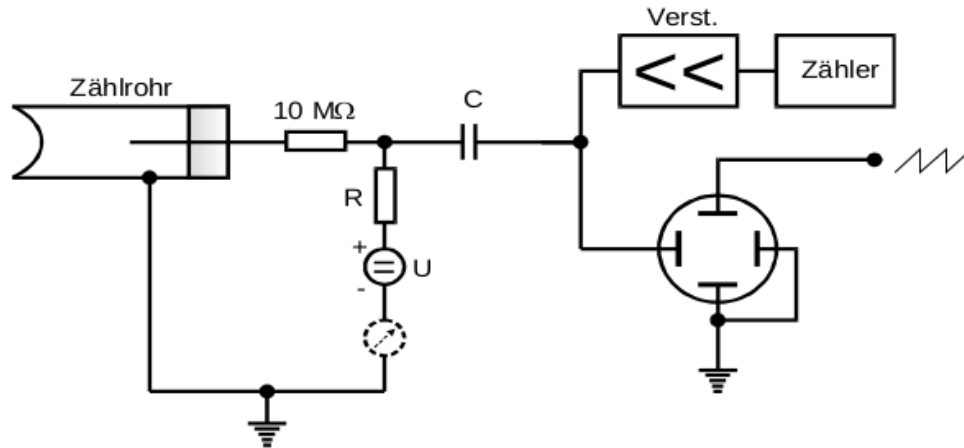


Abbildung 5: Aufbau der Messapparatur.
[1]

Zur Durchführung der Messungen wurde der Aufbau aus Abbildung ?? verwendet. Zunächst wird die Charakteristik der Zählrohrs aufgenommen, dazu wird eine β -Quelle vor dem Zählrohr platziert. Nun wird die Zählrate in Abhängigkeit der Spannung U gemessen, dabei wird diese von 300- 700 V variiert. Es ist zu beachten 700 V nicht zu überschreiten, das sonst der Bereich der selbstständigen Gasentladung erreicht wird und das Zählrohr zerstört wird.

Die Nachentladung wird nur qualitativ überprüft, indem sie auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht wird. Um die Totzeit zu messen gibt es zwei Varianten.

- 1) Die Totzeit sowie die Erholungszeit werden auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht.
- 2) Zwei-Quellen-Methode: Die Zählrate zwei verschiedener Quellen wird sowohl einzeln als auch zusammen gemessen.

3 Auswertung

3.1 Zählrohr-Charakteristik

Die Messwerte der Zählrohr-Charakteristik sind in Tabelle 1 abzulesen. Aus den Werten für die Anzahl N der Impulse pro min lässt sich durch

$$\Delta N = \sqrt{N} \quad (5)$$

der Fehler der Messung bestimmen.

Tabelle 1: Messwerte der Zählrohrcharakteristik

U/V	N pro min	ΔN pro min	I/A
300	0	0	0,05
310	11 511	107	0,10
320	12 126	110	0,15
330	12 288	111	0,20
340	12 304	111	0,20
350	12 449	112	0,20
360	12 240	111	0,20
370	12 498	112	0,20
380	12 484	112	0,25
390	12 615	112	0,30
400	12 668	113	0,32
410	12 663	113	0,39
420	12 648	112	0,40
430	12 899	114	0,40
440	12 715	113	0,40
450	12 858	113	0,41
460	12 931	114	0,50
470	12 905	114	0,55
480	12 744	113	0,60
490	12 745	113	0,60
500	12 750	113	0,60
510	12 784	113	0,60
520	12 767	113	0,60
530	12 693	113	0,65
540	12 860	113	0,70
550	12 623	112	0,70
560	12 936	114	0,80
570	12 704	113	0,80
580	12 952	114	0,80
590	13 016	114	0,85
600	12 937	114	0,90
610	12 956	114	0,90
620	13 136	115	1,00
630	12 962	114	1,00
640	13 118	115	1,00
650	13 053	114	1,00
660	13 338	115	1,10
670	13 150	115	1,00
680	13 358	116	1,10
690	13 630	117	1,20
700	13 539	116	1,20

Die Werte sind, zusammen mit den entsprechenden Fehlerbalken, in Abbildung ?? dargestellt, wobei der erste Wert bei 300 V zur besseren Skalierung außer Acht gelassen wird. Es lässt sich erkennen, dass das Plateau in einem Bereich von etwa 400 V bis 650 V liegt. In diesem Bereich wird dann eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$y = a \cdot x + b \quad (6)$$

durchgeführt, woraus sich die Parameter

$$a = 1.32 \pm 0.29 \frac{1}{V}$$

$$b = 12154 \pm 154 \text{ V} ,$$

ergeben. Da der Startwert bei 400 V bei 12668 Impulsen pro Minute liegt, entspricht a einer Steigung von $0,0104\% \pm 0,0023\%$ pro 1 V, also $1,04\% \pm 0,23\%$ pro 100 V.

Die gemessenen Werte zum zeitlichen Abstand der Primär- und Nachentladungsimpulsen befinden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2: Messwerte der Nachentladung

U / V	t / ms
350	0,4
400	2,6
450	2,5
500	3,75

3.2 Bestimmung der Totzeit

Bei der Zwei-Quellen-Methode lauten die gemessenen Werte bei einer Spannung von 450 V in einer Minute :

$$N_1 = 12835 \pm 113$$

$$N_2 = 15937 \pm 126$$

$$N_{1+2} = 28081 \pm 168$$

Aus Gleichung ?? ergibt sich somit eine Totzeit von

$$T \approx (101 \pm 34) \text{ s} ,$$

wobei sich der Fehler nach Gleichung ?? durch die Formel

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{N_1^2 - N_2^2 - N_{12}}{2N_1^2 N_2}\right)^2 \cdot (\Delta N_1)^2 + \left(\frac{N_2^2 - N_1^2 - N_{12}}{2N_1 N_2^2}\right)^2 \cdot (\Delta N_2)^2 + \left(\frac{1}{2N_1 N_2}\right)^2 \cdot (\Delta N_{12})^2} \quad (7)$$

ergibt.

Die mithilfe des Oszilloskops gemessenen Totzeiten sind in Tabelle 3 abzulesen.

Tabelle 3: Messwerte der Totzeit

U / V	t / s
400	160
450	175
500	175
550	200
600	210

Durch die Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (8)$$

lässt sich der Mittelwert bilden, wobei der dazugehörige Fehler sich durch

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (9)$$

ergibt. Hierdurch ergibt sich somit insgesamt eine Totzeit von

$$T \approx (184 \pm 9) \text{ s}$$

3.3 Freigesetzte Ladung

Die pro Teilchen vom Zählrohr freigesetzten Ladungsmenge lässt sich die Formel ?? berechnen, wobei $\Delta t = 60 \text{ s}$ beträgt. Der Fehler lässt sich nach Gleichung ?? durch

$$\text{Fehler } \Delta Q = \frac{\bar{I} \cdot \Delta t}{N^2} \cdot \Delta N \quad (10)$$

berechnen. Die so berechneten Werte lassen sich in Tabelle 4 ablesen.

Tabelle 4: Werte der pro Teilchen vom Zählrohr freigesetzten Ladungsmenge

U/V	N pro min	ΔN pro min	I/A	$\Delta Q/e_0$	Fehler $\Delta Q/e_0$
300	0	0	0,05	0	0
310	11 511	107	0,10	$0,325 \cdot 10^{10}$	$0,00 \cdot 10^{10}$
320	12 126	110	0,15	$0,463 \cdot 10^{10}$	$0,004 \cdot 10^{10}$
330	12 288	111	0,20	$0,610 \cdot 10^{10}$	$0,006 \cdot 10^{10}$
340	12 304	111	0,20	$0,609 \cdot 10^{10}$	$0,005 \cdot 10^{10}$
350	12 449	112	0,20	$0,602 \cdot 10^{10}$	$0,005 \cdot 10^{10}$
360	12 240	111	0,20	$0,612 \cdot 10^{10}$	$0,006 \cdot 10^{10}$
370	12 498	112	0,20	$0,599 \cdot 10^{10}$	$0,005 \cdot 10^{10}$
380	12 484	112	0,25	$0,750 \cdot 10^{10}$	$0,007 \cdot 10^{10}$
390	12 615	112	0,30	$0,891 \cdot 10^{10}$	$0,008 \cdot 10^{10}$
400	12 668	113	0,32	$0,946 \cdot 10^{10}$	$0,008 \cdot 10^{10}$
410	12 663	113	0,39	$1,153 \cdot 10^{10}$	$0,010 \cdot 10^{10}$
420	12 648	112	0,40	$1,184 \cdot 10^{10}$	$0,010 \cdot 10^{10}$
430	12 899	114	0,40	$1,161 \cdot 10^{10}$	$0,010 \cdot 10^{10}$
440	12 715	113	0,40	$1,178 \cdot 10^{10}$	$0,010 \cdot 10^{10}$
450	12 858	113	0,41	$1,194 \cdot 10^{10}$	$0,010 \cdot 10^{10}$
460	12 931	114	0,50	$1,448 \cdot 10^{10}$	$0,013 \cdot 10^{10}$
470	12 905	114	0,55	$1,596 \cdot 10^{10}$	$0,014 \cdot 10^{10}$
480	12 744	113	0,60	$1,763 \cdot 10^{10}$	$0,016 \cdot 10^{10}$
490	12 745	113	0,60	$1,763 \cdot 10^{10}$	$0,016 \cdot 10^{10}$
500	12 750	113	0,60	$1,762 \cdot 10^{10}$	$0,016 \cdot 10^{10}$
510	12 784	113	0,60	$1,758 \cdot 10^{10}$	$0,016 \cdot 10^{10}$
520	12 767	113	0,60	$1,760 \cdot 10^{10}$	$0,016 \cdot 10^{10}$
530	12 693	113	0,65	$1,918 \cdot 10^{10}$	$0,017 \cdot 10^{10}$
540	12 860	113	0,70	$2,038 \cdot 10^{10}$	$0,018 \cdot 10^{10}$
550	12 623	112	0,70	$2,077 \cdot 10^{10}$	$0,018 \cdot 10^{10}$
560	12 936	114	0,80	$2,316 \cdot 10^{10}$	$0,020 \cdot 10^{10}$
570	12 704	113	0,80	$2,358 \cdot 10^{10}$	$0,021 \cdot 10^{10}$
580	12 952	114	0,80	$2,313 \cdot 10^{10}$	$0,020 \cdot 10^{10}$
590	13 016	114	0,85	$2,446 \cdot 10^{10}$	$0,021 \cdot 10^{10}$
600	12 937	114	0,90	$2,605 \cdot 10^{10}$	$0,023 \cdot 10^{10}$
610	12 956	114	0,90	$2,601 \cdot 10^{10}$	$0,023 \cdot 10^{10}$
620	13 136	115	1,00	$2,851 \cdot 10^{10}$	$0,025 \cdot 10^{10}$
630	12 962	114	1,00	$2,889 \cdot 10^{10}$	$0,025 \cdot 10^{10}$
640	13 118	115	1,00	$2,855 \cdot 10^{10}$	$0,025 \cdot 10^{10}$
650	13 053	114	1,00	$2,869 \cdot 10^{10}$	$0,025 \cdot 10^{10}$
660	13 338	115	1,10	$3,088 \cdot 10^{10}$	$0,027 \cdot 10^{10}$
670	13 150	115	1,00	$2,848 \cdot 10^{10}$	$0,025 \cdot 10^{10}$
680	13 358	116	1,10	$3,084 \cdot 10^{10}$	$0,027 \cdot 10^{10}$
690	13 630	117	1,20	$3,297 \cdot 10^{10}$	$0,028 \cdot 10^{10}$
700	13 539	116	1,20	$3,319 \cdot 10^{10}$	$0,028 \cdot 10^{10}$

4 Diskussion

Da bereits die gemessenen Werte für die Anzahl der Impulse N mit einem Fehler von \sqrt{N} belegt sind, sind auch die meisten errechneten Werte aufgrund der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung mit einem recht hohen Fehler behaftet.

Bei der Bestimmung der Totzeit ist der Fehler bei der Methode mit dem Oszilloskop geringer, da sich hier nur ein Fehler aus der Mittelwertbildung ergibt. Die beiden Werte aus den beiden Methoden zur Totzeit Bestimmung unterscheiden sich um 45,1%, was sich durch die Formel

$$\frac{|\text{Wert}_{\text{Osz}} - \text{Wert}_{\text{2Quel}}|}{\text{Wert}_{\text{Osz}}}$$

ergibt. Dieser großer Unterschied deutet darauf hin, dass bei einer der beiden Methoden ein systematischer Fehler vorliegt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuchs 703: Das Geiger-Müller-Zählrohr.*