

Versuch 602

Röntgenemission und -absorption

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.05.2018

Abgabe: 22.05.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Zielsetzung	3
1.2	Emission von Röntgenstrahlung	3
1.3	Absorption von Röntgenstrahlung	4
1.4	Bragg-Bedingung	5
2	Vorbereitung	5
3	Durchführung	6
4	Auswertung	7
4.1	Überprüfung der Bragg Bedingung	7
4.2	Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre	7
4.3	Absorptionsspektren	8
4.3.1	Brom	8
4.3.2	Strontium	9
4.3.3	Zink	9
4.3.4	Zirkonium	10
4.3.5	Moseleysches-Gesetz	10
4.3.6	Gold	11
5	Diskussion	11
6	Anhang	12
	Literatur	18

1 Theorie

1.1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird mit Hilfe von Röntgenstrahlung das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre bestimmt. Außerdem werden die Absorptionsspektren verschiedener Materialien untersucht.

1.2 Emission von Röntgenstrahlung

Wenn Elektronen in einer evakuierten Röhre aus einer Glühkathode ausgelöst und dann zur Anode beschleunigt werden, wo sie auf das Anodenmaterial treffen, entsteht Röntgenstrahlung. Diese besteht aus dem kontinuierlichen Bremsspektrum und dem charakteristischen Spektrum des Anodenmaterials.

Im Coulombfeld des Atomkerns wird das Elektron abgebremst, dabei wird ein Photon (Röntgenquant) ausgesendet, das so entstehende Spektrum wird als Bremsspektrum bezeichnet, da das Elektron sowohl einen Teil seiner Energie, als auch seine gesamte Energie abgeben kann. Deshalb ist das Bremsspektrum ein kontinuierliches Spektrum, wie in Abbildung 1 zu sehen. Es hat die maximalen Energie bzw. die minimale Wellenlänge:

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

die bei vollständiger Abbremsung des Elektrons entsteht. Also wird die gesamte kinetische Energie $E_{kin} = E_0 \cdot U$ in die Strahlungsenergie $E = h \cdot \nu$ umgewandelt.

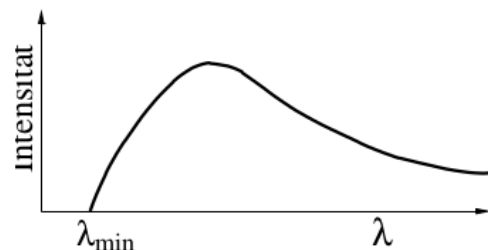


Abbildung 1: Kontinuierliches Bremsspektrum.

[1]

Trifft ein beschleunigtes Elektron genau auf ein Hüllenelektron der Anode, wird dieses Hüllenelektron ausgelöst. Nun kann ein Elektron einer höheren Schale den freien Platz besetzen, bei dem Übergang wird Röntgenstrahlung der Energie

$$h\nu = E_n - E_m \quad (2)$$

freigesetzt. Da die Energiezustände der Hüllenelektronen quantisiert sind, ist auch die Energie der Röntgenstrahlung quantisiert. Diese Strahlung ist charakteristisch für das

Anodenmaterial und wird dementsprechend charakteristische Strahlung genannt. Die einzelnen charakteristischen Linien werden mit $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha \dots$ bezeichnet, wobei $K, L, M \dots$ die Schale angibt auf dem das Elektron endet, während der Index angibt von welcher Schale das Elektron kommt. Das charakteristische Spektrum ist dem Bremsspektrum überlagert.

Bei größeren Atomen wird die Coulombanziehung des Kerns durch die anderen Hüllenelektronen abgeschirmt, deshalb wird eine effektive Kernladungszahl $z_{eff} = z - \sigma$ eingeführt. Damit folgt für die Bindungsenergie eines Hüllenelektrons:

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (3)$$

wobei σ die Abschirmkonstante ist, die sich für jedes Elektron unterscheidet. $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$ ist die Rydbergenergie. Aus 3 lässt sich für die Energie E_{K_α} der K_α -Linie die Formel

$$E_{K_\alpha} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_\infty (z - \sigma_2)^2 \cdot \frac{1}{2^2} \quad (4)$$

herleiten. Jede charakteristische Linie lässt sich in eine Feinstruktur unterteilen, da äußere Elektronen aufgrund des Bahndrehimpulses und des Elektronenspins unterschiedlich viel Energie besitzen. Diese Feinstruktur wird in diesem Versuch jedoch nicht genauer untersucht.

1.3 Absorption von Röntgenstrahlung

Für den Fall, dass die Energie der Röntgenstrahlung unter 1 MeV liegt, sind der Photoeffekt und der Comptoneffekt die dominierenden Effekte. Mit zunehmender Energie nimmt der Absorptionskoeffizient so lange ab, bis er plötzlich sprunghaft ansteigt. Dies geschieht genau dann, wenn die Energie der Röntgenstrahlung gerade größer ist als die Bindungsenergie eines Hüllenelektrons der inneren Schale ist.

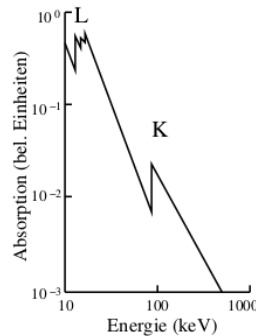


Abbildung 2: Beispielhaftes Spektrum der Absorption.

[1]

Dieser sprunghafte Anstieg wird als Absorptionskante bezeichnet, diese hat die Lage von

$$h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_\infty. \quad (5)$$

Die Absorptionskanten werden je nach Schale aus der das Elektron stammt mit K-, L-, M-,... Absorptionskanten bezeichnet. Diese lassen sich noch weiter in eine Feinstruktur unterteilen, da die Feinstruktur in diesem Versuch nicht untersucht wird, wird nicht näher darauf eingegangen.

Um die Abschirmkonstante aus den L-Kanten zu bestimmen wird zunächst die Energiedifferenz

$$\Delta E_L = E_{LII} - E_{LIII} \quad (6)$$

berechnet. Die E_{LII} Kante wird nicht verwendet, da die Auflösung der Apparatur nicht hoch genug ist. Die Berechnung der Abschirmkonstante erfolgt dann durch die Formel

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{(1/2)} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{(1/2)}, \quad (7)$$

wobei $\alpha = 7,297353 \cdot 10^{-3}$ die Feinstrukturkonstante bezeichnet.

1.4 Bragg-Bedingung

Um die Energie und damit auch die Wellenlänge der Röntgenstrahlung zu bestimmen wird die Bragg-Bedingung ausgenutzt. Hierbei fällt die Röntgenstrahlung auf einen Kristall und wird an den Atomen des Kristalls gebeugt, dadurch kommt es zu Interferenz. Der Ort an dem konstruktive Interferenz beobachtet wird, wird Glanzwinkel θ genannt. Mathematisch ausgedrückt hat die Bragg-Bedingung folgende Gestalt:

$$2d \sin(\theta) = n\lambda. \quad (8)$$

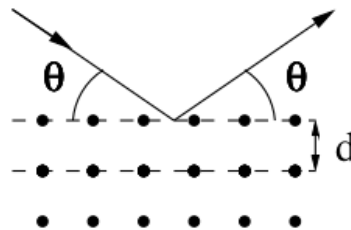


Abbildung 3: Röntgenstrahlung wird an den Atomen des Kristallgitters gebeugt.
[1]

2 Vorbereitung

Zur Vorbereitung auf diesen Versuch wurden Energiewerte sowie zu erwartende Glanzwinkel verschiedener Metalle ermittelt, um den Messbereich genauer wählen zu können.

Für die Überprüfung der Absorption wurden folgende Daten für Kupfer ermittelt:

$$\begin{array}{ll} Cu - K_{\alpha} - Linie : & E_K = 8,10 \text{ keV} \quad \theta = 22,7^{\circ} \\ Cu - K_{\beta} - Linie : & E_K = 8,92 \text{ keV} \quad \theta = 20,15^{\circ} \end{array}$$

[2], [3]. In Tabelle 1 sind Daten zu finden, die für die Absorptionsmessung vorbereitet wurden. Es sind hier nur die Metalle aufgelistet, die auch im Versuch untersucht werden.

	Z	E_K / keV	$\theta_K / ^{\circ}$	σ_K
Zn	30	9,65	18,6	3,37
Sr	38	16,1	11,0	3,60
Br	35	13,5	13,2	3,50
Zr	40	18,0	9,8	3,62

Tabelle 1: Zur Vorbereitung ermittelte Werte der einzelnen Metalle.

[4]

3 Durchführung

Die wesentlichen Bestandteile des Versuchsaufbaus, der in Abbildung 4 dargestellt ist, sind eine Cu-Röntgenröhre, ein LiF-Kristall, sowie ein Geiger-Müller-Zählrohr. Die Elektronik zur Steuerung ist im Röntgengerät integriert und wird über einen Computer gesteuert.

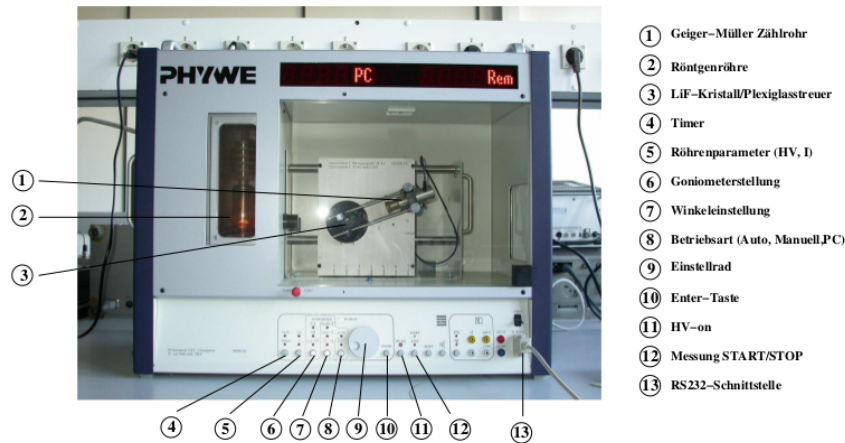


Abbildung 4: Röntgengerät mit Cu-Röntgenröhre, LiF-Kristall und Geiger-Müller-Zählrohr.

Zu Beginn wird die Bragg-Bedingung überprüft, indem der LiF-Kristall auf einen festen Kristallwinkel von $\theta = 14^{\circ}$ eingestellt wird und das Geiger-Müller-Zählrohr die Röntgen-

strahlung in einem Bereich von $\alpha_{GM} = 26 - 30^\circ$ misst.

Anschließend wird das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre untersucht, indem der 2:1 Koppelmodus eingestellt wird und das Röntgenspektrum im Bereich von $\alpha_{GM} = 4 - 26^\circ$ gemessen wird.

Nun wird das Absorptionsspektrum für fünf verschiedener Materialien untersucht. Dazu wird ein abgeschätzter Bereich um den zuvor berechneten gemessen. Für diese Messung wurden Brom, Zink, Strontium, Aluminium und Gold ausgewählt.

4 Auswertung

4.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

Die Messwerte zur Überprüfung der Bragg Bedingung befinden sich in Tabelle 2, welche sich, zusammen mit den anderen Messwerten, im Anhang befindet. Sie sind in Abbildung 5 graphisch dargestellt.

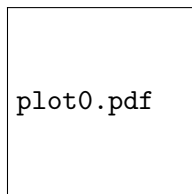


Abbildung 5: Messwerte zur Überprüfung der Bragg-Bedingung

Hieraus lässt sich ein Maximum von 140 Impulsen pro s bei einem Winkel von $28,2^\circ$ ablesen.

4.2 Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre

Die Messwerte des Emissionsspektrums sind in Tabelle 3 abzulesen. In Abbildung 6 sind sie zudem graphisch dargestellt.

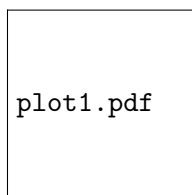


Abbildung 6: Messwerte des Emissionsspektrums

Der Grenzwinkel beträgt hierbei etwa 10° , woraus sich nach Formel 8 eine minimale Wellenlänge von $35,106 \text{ pm}$ und eine maximale Energie von $5,658 \text{ fJ}$ bzw. $35,317 \text{ keV}$

berechnen lässt. Die Theoriewerte ergeben sich aus Gleichung 1 zu einer minimalen Wellenlänge von 35,424 pm und einer maximalen Energie von 5,608 fJ bzw. 35 keV. Durch die Formel

$$\frac{|\text{Wert}_{\text{Theorie}} - \text{Wert}_{\text{Messung}}|}{\text{Wert}_{\text{Theorie}}}$$

ergibt sich somit eine relative Abweichung von 0.9%.

Aus Abbildung 6 lässt sich für die Halbwertsbreite der $K\alpha$ -Linie ein Wert von etwa $\Delta\theta = 0,4^\circ$ (zwischen $22,18^\circ$ und $22,48^\circ$) ablesen und für die $K\beta$ -Linie ein Wert von etwa $\Delta\theta = 0,35^\circ$ (zwischen $19,85^\circ$ und $20,20^\circ$). Hieraus lässt sich durch $\Delta E = E_1 - E_2$ eine Auflösung von 0,14 keV (aus $K\alpha$) bzw. 0,15 keV (aus $K\beta$) berechnen. Durch die Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (9)$$

lässt sich der Mittelwert bilden, wobei der dazugehörige Fehler sich durch

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

ergibt. Somit ergibt sich also insgesamt eine Auflösung von $(0,145 \pm 0,005)$ keV.

Die $K\alpha$ -Linie liegt bei etwa $22,2^\circ$ und die $K\beta$ -Linie bei etwa $20,0^\circ$. Das entspricht Energien von $E_{K\alpha} = 8,146$ keV und $E_{K\beta} = 9,000$ keV. Aus Gleichung 4 ergeben sich somit Abschirmzahlen von

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 3,275 \\ \sigma_2 &= 13,151. \end{aligned}$$

4.3 Absorptionsspektren

4.3.1 Brom

Die Messwerte des Absorptionsspektrums von Brom sind in Tabelle 4 aufgeführt und in Abbildung 7 graphisch dargestellt.

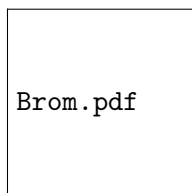


Abbildung 7: Absorptionsspektrum von Brom

Die K-Kante liegt hierbei bei einem Winkel von ungefähr $13,03^\circ$, welcher sich durch das Ablesen des Graphen mittels Python ergibt. Hieraus ergibt sich nach Formel 8 eine Absorptionsenergie von $13,657 \text{ keV}$. Durch Gleichung 4.2 ergibt sich somit eine prozentuale Abweichung von $1,16 \%$ zum Theoriewert aus der Vorbereitung.

Aus Gleichung 3 lässt sich aus dieser Absorptionsenergie eine Abschirmkonstante von $3,317$ berechnen, wobei die relative Abweichung $5,23 \%$ beträgt.

4.3.2 Strontium

Die Messwerte des Absorptionsspektrums von Strontium sind in Tabelle 5 aufgeführt und in Abbildung 8 graphisch dargestellt.

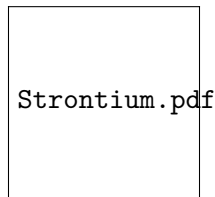


Abbildung 8: Absorptionsspektrum von Strontium

Die K-Kante liegt hierbei bei einem Winkel von etwa $10,85^\circ$. Nach analoger Rechnung zu Brom ergibt sich für Strontium somit eine Absorptionsenergie von $16,352 \text{ keV}$ (relative Abweichung: $1,57 \%$) und eine Abschirmkonstante von $3,332$ (relative Abweichung: $7,44 \%$).

4.3.3 Zink

Die Messwerte des Absorptionsspektrums von Zink sind in Tabelle 6 aufgeführt und in Abbildung 9 graphisch dargestellt.

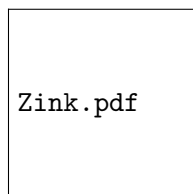


Abbildung 9: Absorptionsspektrum von Zink

Die K-Kante liegt hierbei bei einem Winkel von etwa $18,38^\circ$. Nach analoger Rechnung ergibt sich für Zink somit eine Absorptionsenergie von $9,765 \text{ keV}$ (relative Abweichung: $1,19 \%$) und eine Abschirmkonstante von $3,210$ (relative Abweichung: $4,75 \%$).

4.3.4 Zirkonium

Die Messwerte des Absorptionsspektrums von Zirkonium sind in Tabelle 7 aufgeführt und in Abbildung 10 graphisch dargestellt.

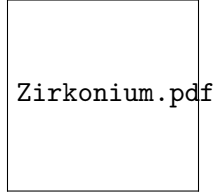


Abbildung 10: Absorptionsspektrum von Zirkonium

Die K-Kante liegt hierbei bei einem Winkel von etwa $9,68^\circ$. Nach analoger Rechnung ergibt sich für Zirkonium somit eine Absorptionsenergie von 18,315 keV (relative Abweichung: 1,75 %) und eine Abschirmkonstante von 3,309 (relative Abweichung: 8,59 %).

4.3.5 Moseleysches-Gesetz

Zur Bestimmung der Rydbergkonstanten wird in Abbildung 11 die Wurzel der Energie der $K\alpha$ -Linie gegen die Kernladungszahl Z aufgetragen und eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt.

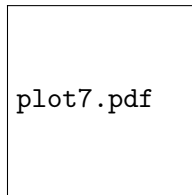


Abbildung 11: Lineare Ausgleichsrechnung der Wertepaare

Hieraus ergeben sich die Parameter

$$a = (3,649 \pm 0,02) \frac{1}{\sqrt{\text{eV}}}$$
$$b = (-10,7 \pm 0,6) \sqrt{\text{eV}}.$$

Nach Gleichung 3 beträgt die Steigung dieser Geraden etwa $\sqrt{R_\infty}$, wobei R_∞ die gesuchte Rydbergenergie bezeichnet, welche somit

$$R_\infty = 13,313 \text{ eV}$$

beträgt und eine relative Abweichung von 2,11 % zum Theoriewert aufweist.

4.3.6 Gold

Die Messwerte des Absorptionsspektrums von Gold sind in Tabelle 8 aufgeführt und in Abbildung 12 graphisch dargestellt.

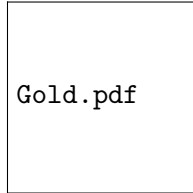


Abbildung 12: Absorptionsspektrum von Gold

Die beiden L-Kanten liegen bei $\theta_1 = 12,9^\circ$ und bei $\theta_2 = 14,9^\circ$, was Energien von $E_1 = 13,788 \text{ keV}$ und $E_2 = 11,971 \text{ keV}$ entspricht, sodass die Energiedifferenz $\Delta E_L = 1,817 \text{ keV}$ ist. Aus Gleichung 7 lässt sich hiermit eine Abschirmkonstante von $\sigma_L = 3,556$ berechnen.

5 Diskussion

Die Messungen sind bei diesem Versuch grundsätzlich mit einer gewissen Ungenauigkeit behaftet, aufgrund des begrenzten Auflösungsvermögens der Apparatur. Auch die begrenzte Integrationszeit von teilweise nur 5s trägt zur Ungenauigkeit und zu Schwankungen in den Messungen bei.

Dennoch liegen die Fehler der Absorptionsenergien nur im Bereich von etwa 1-2 %, somit war die Messung anscheinend doch recht genau. Bei den Abschirmkonstanten liegen die Fehler in einem etwas höheren Bereich bis etwa 8 %, was auf die bereits genannten Fehlerquellen zurückzuführen ist.

6 Anhang

Tabelle 2: Messwerte zur Überprüfung der Bragg Bedingung

Winkel/°	Impulse pro s	Winkel/°	Impulse pro s
26,0	32,0	28,0	122,0
26,1	30,0	28,1	127,0
26,2	29,0	28,2	140,0
26,3	31,0	28,3	134,0
26,4	32,0	28,4	136,0
26,5	33,0	28,5	128,0
26,6	35,0	28,6	110,0
26,7	34,0	28,7	110,0
26,8	39,0	28,8	97,0
26,9	39,0	28,9	86,0
27,0	42,0	29,0	79,0
27,1	48,0	29,1	71,0
27,2	58,0	29,2	57,0
27,3	70,0	29,3	50,0
27,4	81,0	29,4	40,0
27,5	84,0	29,5	37,0
27,6	90,0	29,6	30,0
27,7	100,0	29,7	29,0
27,8	111,0	29,8	29,0
27,9	119,0	29,9	27,0

Tabelle 3: Messwerte des Emissionsspektrums von Kupfer

Winkel/°	Impulse pro s	Winkel/°	Impulse pro s
8,0	16,0	30,4	114,0
8,4	18,0	30,8	103,0
8,8	17,0	31,2	105,0
9,2	17,0	31,6	99,0
9,6	21,0	32,0	96,0
10,0	26,0	32,4	95,0
10,4	27,0	32,8	97,0
10,8	33,0	33,2	89,0
11,2	41,0	33,6	90,0
11,6	42,0	34,0	90,0
12,0	48,0	34,4	87,0
12,4	54,0	34,8	84,0
12,8	65,0	35,2	90,0
13,2	69,0	35,5	87,0
13,6	76,0	36,0	80,0
14,0	79,0	36,4	80,0
14,4	90,0	36,8	75,0
14,8	105,0	37,2	80,0
15,2	92,0	37,5	70,0
15,6	115,0	38,0	86,0
16,0	114,0	38,4	84,0
16,4	116,0	38,8	75,0
16,7	129,0	39,2	78,0
17,2	130,0	39,5	146,0
17,6	137,0	40,0	1004,0
18,0	147,0	40,4	538,0
18,4	153,0	40,8	126,0
18,8	162,0	41,2	104,0
19,2	152,0	41,5	94,0
19,6	159,0	42,0	89,0
20,0	168,0	42,4	84,0
20,4	158,0	42,8	87,0
20,8	175,0	43,2	94,0
21,2	165,0	43,6	101,0
21,6	168,0	44,0	234,0
22,0	161,0	44,4	3529,0
22,4	163,0	44,8	2676,0

Winkel/°	Impulse pro s	Winkel/°	Impulse pro s
22,8	172,0	45,2	333,0
23,2	155,0	45,5	113,0
23,6	167,0	46,0	80,0
24,0	159,0	46,4	66,0
24,4	173,0	46,8	64,0
24,8	156,0	47,2	59,0
25,2	154,0	47,6	60,0
25,6	154,0	48,0	54,0
26,0	157,0	48,4	58,0
26,4	129,0	48,8	50,0
26,8	122,0	49,2	46,0
27,2	122,0	49,6	42,0
27,6	128,0	50,0	47,0
28,0	116,0	50,4	39,0
28,4	114,0	50,8	43,0
28,8	113,0	51,2	41,0
29,2	109,0	51,6	37,0
29,6	111,0	52,0	34,0
30,0	111,0		

Tabelle 4: Messwerte des Absorptionsspektrums von Brom

Winkel/°	Impulse pro s
25,0	10,0
25,2	11,0
25,4	11,0
25,6	9,0
25,8	11,0
26,0	13,0
26,2	20,0
26,4	22,0
26,6	21,0
26,8	20,0
27,0	19,0
27,2	19,0
27,4	19,0
27,6	17,0
27,8	17,0
28,0	16,0
28,2	17,0
28,4	16,0
28,6	15,0
28,8	16,0
29,0	14,0

Tabelle 5: Messwerte des Absorptionsspektrums von Strontium

Winkel/°	Impulse pro s
20,6	23,0
20,8	24,0
21,0	27,0
21,2	26,0
21,4	34,0
21,6	45,0
21,8	62,0
22,0	72,0
22,2	79,0
22,4	80,0
22,6	81,0
22,8	74,0
23,0	75,0
23,2	70,0
23,4	75,0

Tabelle 6: Messwerte des Absorptionsspektrums von Zink

Winkel/°	Impulse pro s
36,0	29,0
36,2	32,0
36,4	29,0
36,5	31,0
36,8	44,0
37,0	45,0
37,2	51,0
37,4	54,0
37,5	52,0
37,8	51,0
38,0	52,0
38,2	51,0
38,4	52,0
38,6	49,0
38,8	51,0
39,0	52,0

Tabelle 7: Messwerte des Absorptionsspektrums von Zirkonium

Winkel/°	Impulse pro s
18,0	59,0
18,2	59,0
18,4	58,0
18,6	56,0
18,8	55,0
19,0	57,0
19,2	70,0
19,4	88,0
19,6	105,0
19,8	105,0
20,0	112,0
20,2	115,0
20,4	113,0
20,6	116,0
20,8	116,0
21,0	114,0

Tabelle 8: Messwerte des Absorptionsspektrums von Gold

Winkel/°	Impulse pro s
24,4	87,0
24,6	89,0
24,8	92,0
25,0	90,0
25,2	92,0
25,4	94,0
25,6	97,0
25,8	98,0
26,0	92,0
26,2	86,0
26,4	81,0
26,6	83,0
26,8	75,0
27,0	75,0
27,2	73,0
27,4	73,0
27,6	70,0
27,8	71,0
28,0	71,0
28,2	68,0
28,4	69,0
28,6	73,0
28,8	67,0
29,0	65,0
29,2	70,0
29,4	68,0
29,6	70,0
29,8	81,0
30,0	80,0
30,2	76,0
30,4	77,0

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 602: Röntgenemission und -absorption.*
- [2] *Energie der K_α -Linie von Kupfer.* URL: <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomarer-energieaustausch/charakteristische-roentgenstrahlung>.
- [3] *Energie der K_β -Linie von Kupfer.* URL: https://www.ld-didactic.de/literatur/hb/d/p6/p6354_d.pdf.

- [4] *Energiewerte der K-Linie der verschiedenen Metalle*. URL: http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html.