

Versuch 308

Spulen und Magnetfelder

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.12.2017

Abgabe: 19.12.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
3.1 Messung einer kurzen und einer langen Spule	5
3.2 Helmholtzspulen	6
3.3 Hysteresekurve	6
4 Auswertung	6
4.1 Daten	6
4.2 Hysteresekurve	7
4.3 Helmholtzspulen	8
4.4 Magnetfeld von Spulen	12
5 Diskussion	14
Literatur	15

1 Zielsetzung

Bei dem Versuch sollen die Eigenschaften des Magnetfelds verschiedener Spulen untersucht werden. Insbesondere sollen die Magnetfelder einer kurzen und einer langen Spule, sowie eines Helmholtz-Spulenpaares gemessen werden, zudem soll die Hystrese-Kurve einer Toroidspule mit Eisenkern und Luftspalt untersucht werden.

2 Theorie

Magnetische Felder, welche sich durch die vektorielle magnetische Feldstärke \vec{H} beschreiben und durch geschlossene Magnetfeldlinien darstellen lassen, werden durch bewegte elektrische Ladungen erzeugt. Durch Elektronenbewegung besitzen auch viele Atome ein magnetisches Moment, sodass sich, wenn diese durch Wärme zufällig verteilt sind, die Relation

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

ergibt, wobei μ das Produkt aus der Vakuumspermeabilität $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ und der relativen Permeabilität μ_r ist.

Somit ist auch jeder stromdurchflossene Leiter mit einem konzentrischen, kreisförmigen Magnetfeld senkrecht zum Stromfluss umgeben, wodurch eine Rechtsschraube gebildet wird. Die genaue Feldstärke im Abstand \vec{r} lässt sich durch das Biot-Savart-Gesetz der Form

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2)$$

berechnen.

Hierdurch ergibt sich das Magnetfeld im Mittelpunkt einer stromdurchflossenen Spule zu

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \hat{x} \quad (3)$$

wobei die Magnetfeldstärke mit der Anzahl der Windungen steigt. Bei einer langen Spule, die auch Solenoid genannt wird, ist das Magnetfeld im Zentrum beinahe konstant und parallel zu der Spulenachse, sodass das Feld in diesem Bereich als homogen beschrieben wird. Als Formel ergibt sich somit

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{n}{l} \cdot I. \quad (4)$$

Wird aus so einer langen Spule ein Torus gebogen ist das Magnetfeld im Inneren komplett konstant und außerhalb ergibt sich $\vec{B} = 0$. Im Inneren lässt sich die Magnetfeldstärke über

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{n}{\pi \cdot r} \cdot I \quad (5)$$

beschreiben.

Ein weiterer, häufig verwendeter Aufbau ist ein Helmholtz-Spulenpaar, bei dem zwei Kreispulen mit gemeinsamer Achse genau in dem Abstand zueinander aufgestellt werden, welcher dem Radius der Spule entspricht, der im Übrigen bei beiden gleich sein muss. Dies ist auch in Abbildung 1 zu sehen.

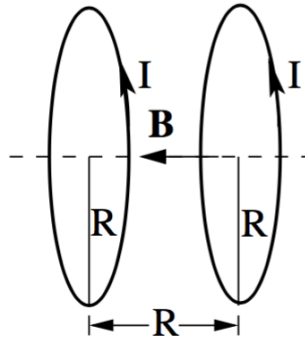


Abbildung 1: Skizze einer Helmholtzspule [1].

Hierdurch ergibt sich im Zentrum wieder ein homogenes Magnetfeld, welches durch die Überlagerung der beiden einzelnen Felder durch Gleichung 3 zu

$$B(x) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

ergibt, wobei der Gradient entlang der Achse durch die Formel

$$\frac{dB}{dx} = -3\mu_0 \cdot I \cdot R^2 \frac{x}{(R^2 + x^2)^{5/2}} \quad (7)$$

bilden lässt.

In einem ferromagnetischen Material gibt es permanente magnetische Momente, welche sich in kleinen Bereichen, den sogenannten Weiß'schen Bezirken, gegenseitig beeinflussen und sich somit parallel zueinander ausrichten. Wird hier ein äußeres Magnetfeld angelegt, richten sich die zunächst zufällig verteilten Bereiche nach und nach entlang der Magnetfeldlinien aus, bis alle Weiß'schen Bezirke in Richtung des Magnetfelds liegen, das ursprüngliche Feld wird somit verstärkt. In solchen Materialien ist die relative Permeabilität μ_r sehr hoch und unterliegt zudem nicht mehr der linearen Beziehung aus Gleichung 1, sondern ergibt sich als Funktion der magnetischen Feldstärke H , wobei sie in Größenordnungen von 10^2 bis 10^7 liegt. Dazu verwendet man die differentielle Permeabilität μ_{diff} mit

$$\mu_{diff} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (8)$$

Dadurch ergibt sich die sogenannte Hysterese-Kurve, die in Abbildung 2 dargestellt ist.

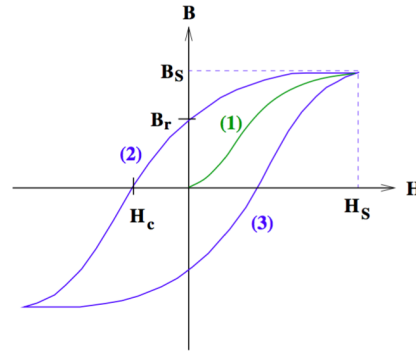


Abbildung 2: Skizze einer Hysterese-Kurve [1].

Dadurch, dass nach einer Magnetisierung auch ohne äußeres Magnetfeld noch eine Restmagnetisierung bestehen bleibt hängt der Verlauf von der vorherigen Geschichte des Materials ab und ist somit nicht eindeutig.

Ist die Verteilung der Weiß'schen Bezirke zunächst zufällig verteilt, steigt die Magnetisierung asymptotisch gegen einen Sättigungswert B_s , bei welchem dann alle Weiß'schen Bezirke ausgerichtet sind. Der Verlauf dieses Prozesses wird Neukurve (in der Abbildung: Verlauf (1)) genannt. Wird das äußere Magnetfeld dann abgeschaltet, bleibt die bereits erwähnte Restmagnetisierung, welche als Remanenz bezeichnet wird. Um diese zu entfernen, muss ein entgegengerichtetes Magnetfeld angelegt werden, was als Koerzitivkraft H_c bezeichnet wird. Wird das Gegenfeld weiter erhöht, läuft die Magnetisierung dann asymptotisch gegen den negativen Wert der Remanenz $-B_s$ (Verlauf(2)). Durch ein erneut positives Feld ergibt sich nun wieder ein Verlauf (3), welcher punktsymmetrisch zu Verlauf (2) ist und erneut gegen B_s strebt. Die Breite und die Eigenschaften der Hysterese-Kurve hängen hierbei von den Eigenschaften des zu untersuchenden Materials ab.

Wird ein ferromagnetisches Material in eine Spule gebracht, ergibt sich der dadurch erhöhte magnetische Fluss zu

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H}_0 + \vec{H}_r + \vec{M}) \quad (9)$$

wobei durch \vec{H}_r auch Randeffekte berücksichtigt werden. Dieser Term fällt bei Toroid-Spulen jedoch weg, sodass hier die Relation $\vec{H} = \vec{H}_0 = \vec{B}/\mu_0$ gilt.

3 Durchführung

3.1 Messung einer kurzen und einer langen Spule

Zunächst soll das Magnetfeld einer kurzen und einer langen Spule vermessen werden. Dazu wird eine longitudinale Hall-Sonde verwendet, welche auf die Höhe der Spulenachse

eingestellt wird. Es muss dabei auf den maximal zulässigen Strom der Spule geachtet werden, zudem wird der Strom erst bei fertigem Aufbau eingeschaltet. Es sollen pro Spule mindestens je 10 Messwerte innerhalb und außerhalb der Spule aufgenommen werden.

3.2 Helmholtzspulen

Im zweiten Versuchsteil werden zwei Spulen mit gleichem Radius in genau dem Abstand voneinander aufgestellt, der ihrem Radius entspricht, sodass sie ein Helmholtz-Spulenpaar bilden. Sie werden dann in Reihe geschaltet, damit sichergestellt ist, dass der gleiche Strom in beiden fließt. Es ist erneut darauf zu achten, dass der maximal zulässige Strom nicht überschritten wird. Mit einer transversalen Hallsonde werden dann wieder je mindestens 10 Messwerte auf der Spulenachse vor und zwischen den beiden Spulen aufgenommen. Die Messung wird anschließend mit einer anderen Stromstärke wiederholt.

3.3 Hysterese-Kurve

Schlussendlich wird mit einer transversalen Hallsonde in dem Luftspalt einer Ringspule mit einem ferromagnetischen Material als Kern das Magnetfeld in Abhängigkeit des Stromes gemessen wird, welcher dazu in 1 Ampere Schritten erhöht bzw. erniedrigt wird. Wichtig ist, dass vorher keine Restmagnetisierung vorhanden ist. Man misst nun zunächst den Bereich von 0-10 A, um eine Neukurve aufzunehmen, anschließend verringert man den Strom wieder schrittweise bis auf 0 und anschließend bis -10 A. Zuletzt misst man dann nochmal den Bereich von -10 bis 10 A um zusätzlich zur Neukurve eine vollständige Hysteresekurve zu messen.

4 Auswertung

4.1 Daten

Hier sind die Daten der verwendeten Spulen aufgelistet.
Ringspule mit Luftspalt:

Breite Luftspalt: $d = 3mm$

Windungszahl: $n = 595$

Helmholtzspulen:

Windungszahl:(je) $n = 100$

Spulenbreite: $b = 33mm$

Durchmesser: $d = 125mm$

Lange Spule:

Windungszahl: $n = 300$

Länge: $l = 16cm$

Durchmesser: $d = 41mm$

Kurze Spule:

Windungszahl: $n = 3400$

Länge: $l = 10\text{cm}$

4.2 Hysteresekurve

Um die Hysteresekurve einer Ringspule mit Luftspalt zu bestimmen, wurden die in Tabelle 1 dargestellten Messwerte in einem Diagramm aufgetragen. Dieses Diagramm ist in Abbildung 3 dargestellt.

I/A	B/mT	I/A	B/mT	I/A	B/mT
0	6.66	0	-119.1	0	123.5
0.7	-	-0.7	0	0.7	0
1	-87.4	-1	56.9	1	-60.4
2	-248.5	-2	231.7	2	-237.3
3	-380.1	-3	369.4	3	-370.7
4	-466.4	-4	461.3	4	-462.3
5	-525.0	-5	522.7	5	-523.1
6	-571.5	-6	570.1	6	-569.0
7	-608.7	-7	607.2	7	-605.2
8	-640.4	-8	639.1	8	-636.0
9	-670.2	-9	667.3	9	-663.0
10	-693.2	-10	692.0	10	-689.3
9	-677.3	-9	675.4		
8	-660.1	-8	658.3		
7	-630.8	-7	638.8		
6	-616.3	-6	615.2		
5	-587.9	-5	585.3		
4	-552.7	-4	552.4		
3	-507.7	-3	506.3		
2	-442.4	-2	443.9		
1	-311.6	-1	310.4		

Tabelle 1: Magnetfeld einer Ringspule mit Luftspalt in Abhängigkeit des angelegten Stromes.

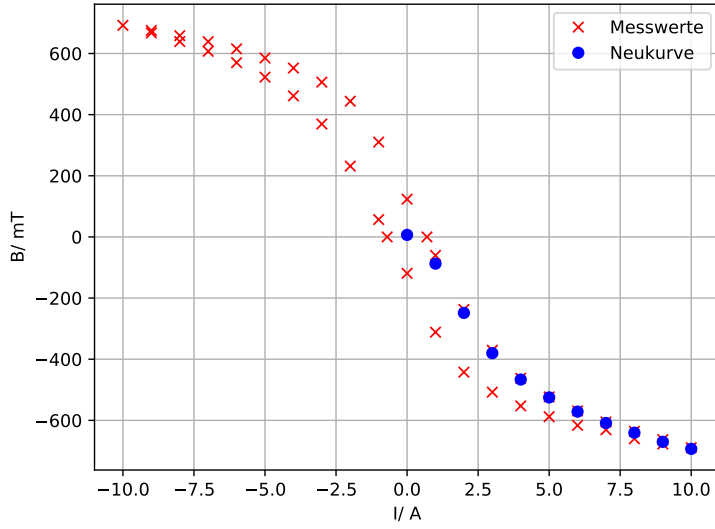


Abbildung 3: Hysteresekurve einer Ringspule mit Luftspalt.

An Abbildung 3 und auch an den Messwerten aus Tabelle 1 kann die Sättigungsmagnetisierung B_S , die Remanenz B_r für $I = 0$ sowie die Koerzitivfeldstärke H_k abgelesen werden. Die Beträge der Werte werden nach der Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (10)$$

gemittelt, dabei bezeichnet N die Anzahl der zu mittelnden Werte. Wenn die Messwerte aus Tabelle 1 verwendet werden, kann der dazugehörige Fehler über

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (11)$$

berechnet werden. Für die Sättigungsmagnetisierung und Remanenz ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} B_S &= (691,5 \pm 1,2) \text{ mT} \\ B_r &= (121,3 \pm 2,2) \text{ mT} \end{aligned}$$

Die Koerzitivfeldstärke H_k , kann aus den Werten in Tabelle 1 wie folgt berechnet werden:

$$H_k = 0,7 \text{ A} - (-0,7 \text{ A}) = 1,4 \text{ A}. \quad (12)$$

4.3 Helmholtzspulen

Die Messwerte für die erste Messung mit $I = 2 \text{ A}$ sind in Tabelle 2 dargestellt.

$d/ \text{ cm}$	$B/ \text{ mT}$	$d/ \text{ cm}$	$B/ \text{ mT}$	$d/ \text{ cm}$	$B/ \text{ mT}$
25.0	0.090	13.0	0.559	1.1	2.821
24.0	0.102	12.0	0.686	1.15	2.821
23.0	0.115	11.0	0.845	1.2	2.821
22.0	0.130	10.0	1.055	1.25	2.821
21.0	0.149	9.0	1.288	1.3	2.821
20.0	0.171	8.0	1.587	1.35	2.821
19.0	0.198	7.0	1.897	1.4	2.821
18.0	0.231	0.85	2.819	1.5	2.821
17.0	0.269	0.9	2.819	1.55	2.820
16.0	0.319	0.95	2.820	1.6	2.819
15.0	0.382	1.0	2.820		
14.0	0.459	1.05	2.821		

Tabelle 2: Gemessene Daten für die Helmholtzspule mit $I=2\text{A}$.

Die Messwerte für den Innenbereich der Spulen und den Außenbereich wurden getrennt in einem xB -Diagramm aufgetragen und mit der Theoriekurve aus Gleichung 6 verglichen. Die Diagramme sind in Abbildung 4 und 5 dargestellt. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Theoriekurve den Mittelpunkt zwischen den Spulen als Nullpunkt annimmt, sich der der Nullpunkt der Messwerte jedoch an Rand der ersten Spule befindet.

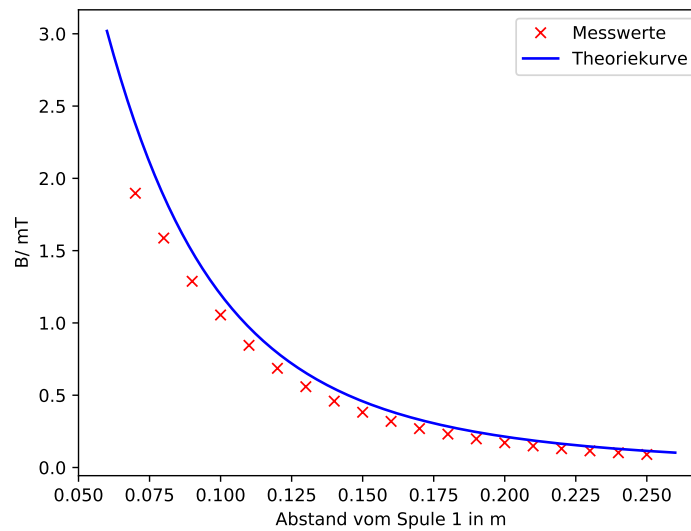


Abbildung 4: xB -Diagramm des Außenbereiches eines Helmholtzspulenpaares im Vergleich zur Theoriekurve ($I=2\text{A}$).

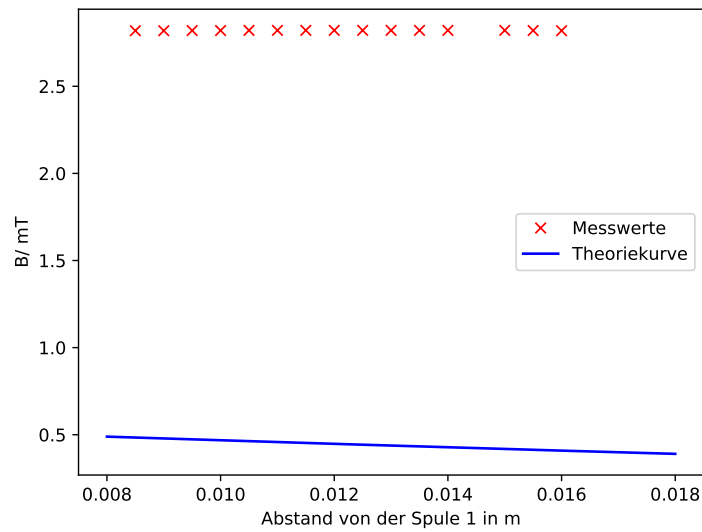


Abbildung 5: xB-Diagramm des Innenbereiches eines Helmholtzspulenpaares im Vergleich zur Theoriekurve ($I=2A$).

Für die zweite Messreihe mit einer Stromstärke von $I = 5A$ wird äquivalent zur ersten Messreihe vorgegangen. Im folgenden sind die Messwerte sowie die xB-Diagramme für den Außen- und Innenbereich dargestellt.

$d/ \text{ cm}$	$B/ \text{ mT}$	$d/ \text{ cm}$	$B/ \text{ mT}$
25.0	0.211	0.85	7.014
23.0	0.269	0.9	7.018
21.0	0.349	0.95	7.019
19.0	0.465	1.05	7.021
17.0	0.639	1.15	7.022
15.0	0.917	1.25	7.022
13.0	1.361	1.35	7.022
11.0	2.068	1.45	7.021
9.0	3.201	1.55	7.019
7.0	4.690	1.60	7.014

Tabelle 3: Gemessene Daten für die Helmholtzspule mit $I = 5 \text{ A}$.

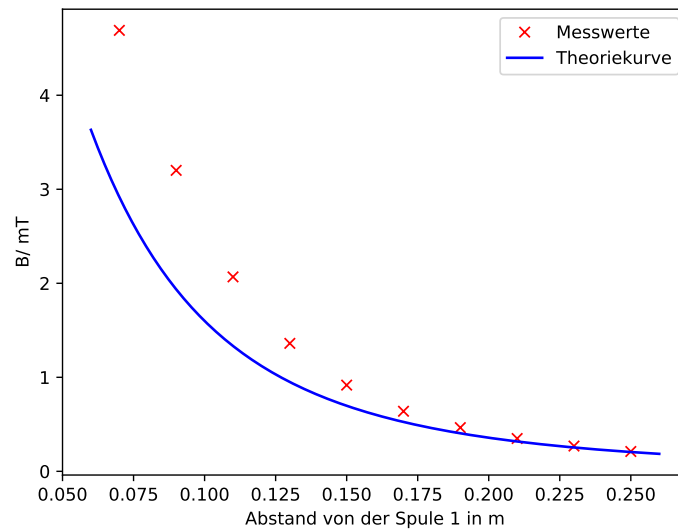


Abbildung 6: x B-Diagramm des Außenbereiches eines Helmholtzspulenpaares im Vergleich zur Theoriekurve ($I=5A$).

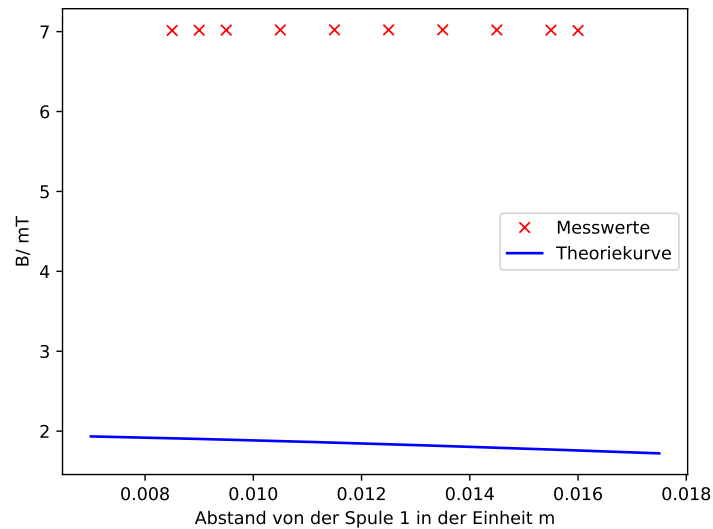


Abbildung 7: x B-Diagramm des Innenbereiches eines Helmholtzspulenpaares im Vergleich zur Theoriekurve ($I=5A$).

An den Abbildungen 4 und 6 wird deutlich sichtbar, dass das Magnetfeld quadratisch abfällt und für große Abstände gegen Null strebt. Dieses Ergebnis stimmt auch mit der Formel 13 überein. Jedoch weichen beide Graphen für kleine Abstände von der

Theoriekurve ab. An den Messdaten sowie der Theoriekurve aus Abbildung 5 und 7 für den Innenbereich der Helmholtzspulen wird deutlich, dass das Magnetfeld in Inneren der Helmholtzspulen nahezu konstant ist. Doch beide Graphen liegen deutlich unter der Theoriekurve.

4.4 Magnetfeld von Spulen

Die aufgenommenen Messwerte für die kurze und lange Spule sind in der folgenden Tabelle zu finden.

Kurze Spule		Lange Spule	
$d/$ cm	$B/$ mT	$d/$ mA	$B/$ mT
-10	-2.812	13.0	0.076
-9	-3.526	12.0	0.118
-8	-4.397	11.0	0.186
-7	-5.451	10.0	0.330
-6	-6.948	9.0	0.574
-5	-8.456	8.0	1.156
-4	-10.97	7.0	1.603
-3	-12.82	6.0	2.040
-2	-14.34	5.0	2.198
-1	-15.23	4.0	2.256
0	-15.48	3.0	2.297
0	15.37	2.0	2.315
1	15.26	1.0	2.322
2	14.40	0	2.323
3	12.96	0	2.367
4	11.05	-1.0	-2.366
5	9.172	-2.0	-2.356
6	7.173	-3.0	-2.332
7	5.315	-4.0	-2.291
8	4.115	-5.0	-2.221
9	5.112	-6.0	-2.093
10	2.316	-7.0	-1.813
		-8.0	-1.253
		-9.0	-0.743
		-10.0	-0.427
		-11.0	-0.264
		-12.0	-0.172
		-13.0	-0.134

Tabelle 4: Gemessene Daten für Kurze und Lange Spule.

Ähnlich zum Vorgehen bei den Helmholtzspulen wird hier ebenfalls ein x_B -Diagramm

erstellt, welches mit der Theoriekurve

$$B(z) = \frac{\mu_0 n I}{2} \left(\frac{z + (l/2)}{\sqrt{R^2 + (z + (l/2))^2}} - \frac{z - (l/2)}{\sqrt{R^2 + (z - (l/2))^2}} \right) \quad (13)$$

verglichen wird. Es wird diese Formel zur Berechnung der Theoriekurve verwendet, da sich darüber sowohl das Magnetfeld im Inneren als auch im Außenbereich der Spule berechnen lässt. Außerdem beziehen sich hier die Abstände z auf den Mittelpunkt der Spule, genau wie die Messwerte auch.

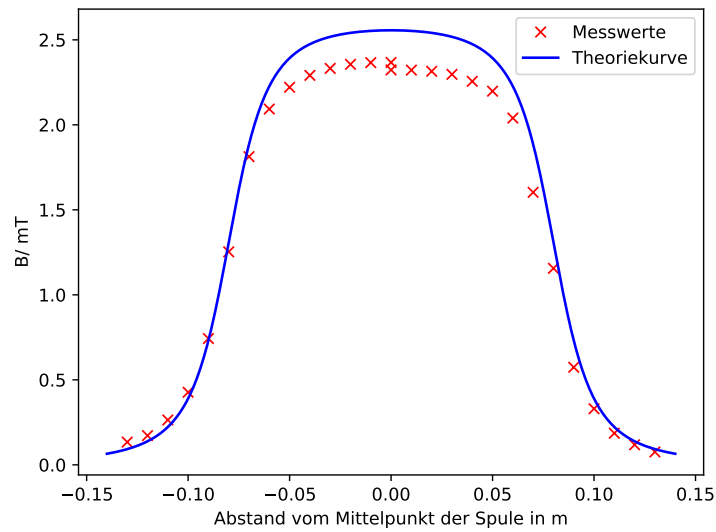


Abbildung 8: xB-Diagramm der langen Spule.

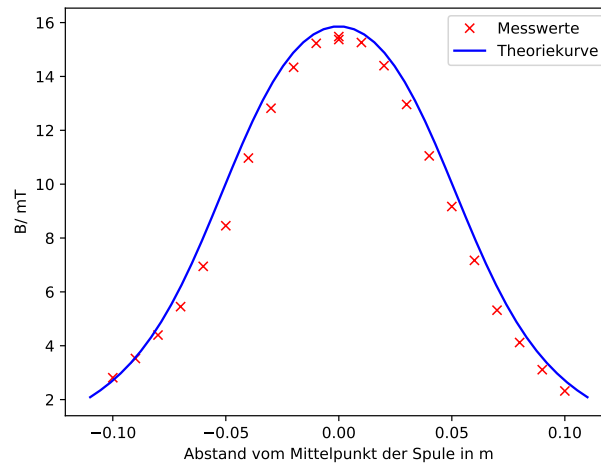


Abbildung 9: xB-Diagramm der kurzen Spule.

An den Abbildungen 8 und 9 wird deutlich, dass das Magnetfeld im Mittelpunkt am stärksten ist, innerhalb der langen Spule ist es sogar konstant. Nach außen hin fallen beide Felder ab und streben für große Abstände gegen Null.

5 Diskussion

Über die Hysteresekurve konnten folgende Werte für die Ringspule mit Luftspalt ermittelt werden:

$$B_S = (691,5 \pm 1,2) \text{ mT}$$

$$B_r = (121,3 \pm 2,2) \text{ mT}$$

dabei bezeichnet B_S die Sättigungsmagnetisierung und B_r die Remanenzfeldstärke. Außerdem wurde die Koerzitivfeldstärke $H_k = 1,4 \text{ A}$ ermittelt. Aus den Messdaten für die Helmholtzspule geht hervor, dass das Magnetfeld im Inneren konstant ist und für größere Abstände quadratisch abfällt und gegen Null strebt. Die Abweichungen der Messdaten von der Theoriekurve können dadurch erklärt werden, dass die Hall-Sonde nicht fest eingespannt war und dadurch nicht garantiert ist das sie auch nach dem Verschieben immer senkrecht nach unten zeigt. Eine weitere Erklärung ist, dass sich die Hall-Sonde beim Verschieben verdreht haben könnte und dadurch nicht mehr senkrecht zum Magnetfeld stand, wodurch kleinere Werte gemessen werden. Da die Abweichungen für die erste Messung doch sehr hoch sind ist von einem weitem systematischen Fehler auszugehen.

An den Daten der langen und kurzen Spule kann erkannt werden, dass das Magnetfeld im Mittelpunkt der Spule am stärksten ist. Innerhalb der langen Spule ist das Magnetfeld konstant. Außerhalb der Spulen fällt das Magnetfeld ab und strebt auch hier für große

Abstände gegen Null. Die Abweichungen von den Theoriekurven können dadurch begründet werden, dass sich die Theoriekurve exakt auf die Mittelachse der Spule bezieht, für die Messung wurde die Mittelachse der Spule jedoch nur nach Augenmaß bestimmt. Außerdem musste die Apperatur mit der Hall-Sonde nach der Hälfte der Messung umgedreht werden, um auch die andere Seite der Spule zu erreichen. Deshalb ist es möglich, dass die Achse auf der gemessen wurde nicht erneut exakt getroffen wurde.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch 308: Spulen und Magnetfelder.*