

Versuch 601

Der Franck-Hertz-Versuch

Stefanie Hilgers
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 22.05.2018

Abgabe: 29.05.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Einleitung	3
2.2 Aufbau	3
2.3 Einflüsse auf die Franck-Hertz Kurve	5
3 Durchführung	6
4 Auswertung	7
4.1 Mittlere Weglänge	7
4.2 Differentielle Energieverteilung	8
4.3 Frank-Hertz-Kurve	12
4.4 Ionisierungsenergie	13
5 Diskussion	13
Literatur	14

1 Zielsetzung

Bei diesem Versuch sollen die Anregungsenergie und die Ionisationsenergie von Quecksilber bestimmt werden. Außerdem sollen die integrale Energieverteilung sowie das Kontaktpotential des verwendeten Aufbaus untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Einleitung

Der Franck-Hertz Versuch gehört zu den sogenannten Elektronenstoßexperimenten, bei welchen Atome mit Elektronen beschossen werden und aus den Energiedifferenzen Rückschlüsse auf die Struktur der Elektronenhülle geschlossen werden. In diesem Fall werden Elektronen mit möglichst gleichmäßiger Energie in einem abgeschlossenen Raum auf Hg-Dampf geschossen, wobei zwischen den Elektronen und den Atomen elastische sowie inelastische Stöße stattfinden. Bei einem inelastischen Stoß werden die Hg-Atome angeregt und nehmen dabei die Energiedifferenz

$$\frac{m_0 v_{\text{vor}}^2}{2} - \frac{m_0 v_{\text{nach}}^2}{2} = E_1 - E_0 \quad (1)$$

zwischen dem Grundzustand mit Energie E_0 und dem ersten angeregten Zustand mit Energie E_1 vom Elektron auf. Hierbei bezeichnet m_0 die Ruhemasse der Elektronen und v die Geschwindigkeit. Mithilfe der Gegenfeldmethode lässt sich hierbei die Energie der Elektronen messen und somit diese Energiedifferenz bestimmen.

2.2 Aufbau

Der schematische Aufbau des Franck-Hertz-Versuchs ist in Abbildung 1 dargestellt.

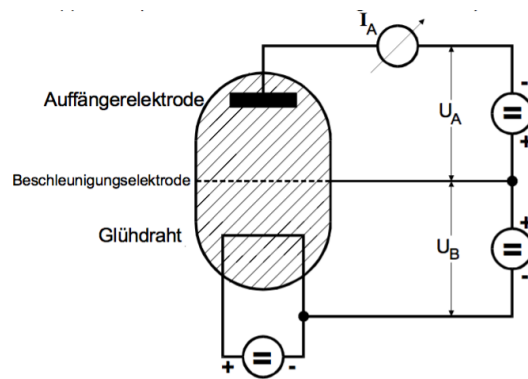


Abbildung 1: Aufbau des Franck-Hertz Versuchs [1].

Der Aufbau besteht prinzipiell aus einem evakuierten Gefäß, welches zum Teil mit Quecksilberdampf gefüllt ist. Es stellt sich hierbei, abhängig von der Umgebungstemperatur,

ein Gleichgewichtsdampfdruck $p_{\text{Sät}}$ ein. In das Gefäß ist zudem ein Glühdraht eingelassen, durch welchen ein Gleichstrom fließt, welcher mittels des glühelektrischen Effekts dafür sorgt, dass freie Elektronen austreten. Diese werden dann von einer Beschleunigungsspannung U_B zu einer netzförmigen Elektrode beschleunigt, wobei sie die kinetische Energie

$$\frac{m_0 v_{\text{vor}}^2}{2} = e_0 U_B \quad (2)$$

aufnehmen. Hierbei bezeichnet e_0 die Elementarladung. Hinter dieser Beschleunigungselektrode liegt dann die Auffängerelektrode, an welcher sich der Auffängerstrom I_A messen lässt. Wird an dieser nun ein Gegenfeld mit Gegenspannung U_A angelegt, können nur noch Elektronen, deren Geschwindigkeitskomponente in Z-Richtung die Ungleichung

$$\frac{m_0 v_z^2}{2} \geq e_0 U_A \quad (3)$$

erfüllt, gegen die Bremsspannung anlaufen und somit an die Auffängerelektrode gelangen, der Rest kehrt zur Beschleunigungselektrode zurück.

Im Bereich, in dem sich die Hg-Atome aufhalten kommt es nun zu Zusammenstößen mit den Elektronen. Ist die kinetische Energie der Elektronen gering, kommt es zu elastischen Stößen, bei denen die Energieabgabe aufgrund des großen Massenunterschiedes vernachlässigbar klein ist, beim zentralen Stoß beträgt sie beispielsweise nur

$$\Delta E = \frac{4m_0 M}{(m_0 + M)^2} E \approx 1,1 \cdot 10^{-5} E,$$

wobei E die Energie des Elektrons angibt. Wichtig ist hierbei jedoch die Richtungsänderung, die das Elektron erfährt.

Beträgt die kinetische Energie des Elektrons aber mindestens die der Energiedifferenz $E_1 - E_0$ zwischen dem Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand des Hg-Atoms, kann es auch zu einem inelastischen Stoß kommen, bei welchem genau der Betrag dieser Energiedifferenz übertragen wird, und das Hg-Atom wird somit angeregt. Nach einer sehr kurzen Relaxationszeit geht es jedoch, unter Aussendung eines Lichtquants der Energie

$$h\nu = E_1 - E_0 \quad (4)$$

wieder in den Grundzustand über, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz des Lichts bezeichnet. Um diesen Effekt zu beobachten, wird U_B nun langsam erhöht und dabei der Auffängerstrom gemessen. Sobald U_B das Gegenpotential U_A überschreitet, lässt sich ein starkes Anwachsen des Auffängerstroms beobachten, da immer mehr austretende Elektronen durch das Potentialgefälle genügend beschleunigt werden und das Gegenfeld überwinden können. Wird dabei die Elektronenenergie von $E_1 - E_0$ überschritten, kommt es zu inelastischen Stößen, bei denen die Elektronen einen Großteil ihrer Energie verlieren und somit nicht mehr genügend Energie besitzen um das Gegenfeld zu überwinden und zur Auffängerelektrode zu gelangen, sodass der Auffängerstrom abrupt abfällt. Wird die Beschleunigungsspannung weiter erhöht, können die Elektronen nach dem Stoß allerdings noch genügend Energie aufnehmen um das

Gegenpotential zu überwinden, wodurch der Strom wieder ansteigt. Dies geschieht so lange, bis das Elektron auch ein zweites mal ein Atom anregen kann, wobei es erneut fast seine ganze Energie abgibt und der Strom wieder abfällt. Dieser Vorgang lässt sich noch einige Male wiederholen, wie in Abbildung 2 zu sehen ist.

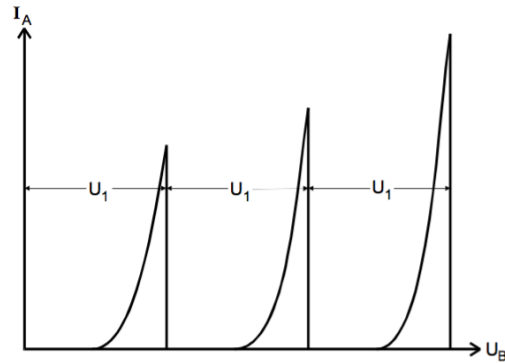


Abbildung 2: Idealisierte Franck-Hertz Kure [1].

Der Abstand zweier Maxima beträgt hierbei stets

$$U_1 := \frac{1}{e_0}(E_1 - E_0) \quad (5)$$

2.3 Einflüsse auf die Franck-Hertz Kurve

Eine Idealisierte Franck-Hertz Kurve, wie sie in Abbildung 2 dargestellt ist, lässt sich in der Realität nicht beobachten, was an einer Reihe von Nebeneffekten liegt. Zum einen weicht die tatsächliche Beschleunigungsspannung U_B von der von Außen angelegten Spannung ab, da der Glühdraht und die Beschleunigungselektrode aus verschiedenen Materialien gefertigt werden und somit jeweils eine unterschiedliche Austrittsarbeit besitzen, wodurch ein Potentialgefälle entsteht, wie in Abbildung 3 dargestellt ist.

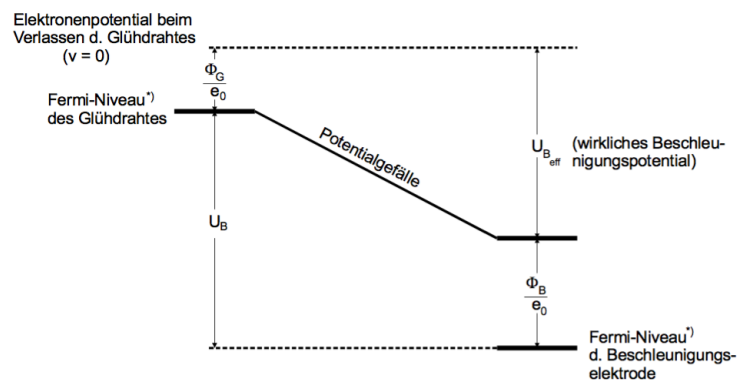


Abbildung 3: Potentialgefälle zwischen Glühdraht und Beschleunigungselektrode [1].

Somit ergibt sich das effektive Beschleunigungspotential zu

$$U_{B,\text{eff}} = U_B - \frac{1}{e_0}(\phi_B - \phi_G), \quad (6)$$

wobei der Ausdruck

$$K := \frac{1}{e_0}(\phi_B - \phi_G) \quad (7)$$

als Kontaktpotential bezeichnet wird und die Verschiebung der Franck-Hertz Kurve angibt.

Zudem haben nicht alle Elektronen, welche aus dem Glühdraht austreten dieselbe Energie, wie zunächst angenommen, sondern unterliegen der Fermi-Dirac-Verteilung. Somit besitzen die Elektronen nach durchlaufen der Beschleunigungsspannung nicht eine feste Energie, sondern ein kontinuierliches Spektrum, weshalb sich nicht genau ein Punkt festlegen lässt, ab welchem inelastische Stöße stattfinden. Dadurch besitzt die Kurve einen nicht mehr ganz so starken Anstieg zum Maximum und fällt anschließend auch nicht unstetig auf Null, sondern stetig auf ein Stromminimum ab.

Außerdem wird die Kurve auch durch elastische Stöße im Bereich zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode abgeflacht und verbreitet, da diese Art von Stößen Richtungsänderungen verursachen, wodurch es zu einer Verteilung der Z-Komponente der Geschwindigkeit kommt. Ist die Z-Komponente nun zu klein, erreicht das Elektron nicht mehr die Auffängerelektrode und wird somit nicht mehr detektiert.

Auch der Dampfdruck hat einen Einfluss auf die Gestalt der Franck-Hertz Kurve, denn die mittlere freie Weglänge \bar{w} sollte etwa um den Faktor 1000-4000 kleiner sein als der Abstand a zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode. Diese ist über die Gleichung

$$\bar{w}[\text{cm}] = \frac{0,0029}{p_{\text{Sät}}} [p \text{ in mbar}] \quad (8)$$

mit dem Sättigungsdruck verknüpft, welcher sich wiederum durch

$$p_{\text{Sät}}(T) = 5,5 \cdot 10^7 \exp(-6876/T) \quad (9)$$

ergibt. Wählt man die Temperatur so, dass $p_{\text{Sät}}$ zu klein ist, erreichen zu viele Elektronen die Auffängerelektrode, die nicht mit einem Hg-Atom zusammen gestoßen sind. Ist $p_{\text{Sät}}$ zu groß, finden zu viele elastische Stöße statt, sodass zu wenig Elektronen das Gegenfeld überwinden können.

3 Durchführung

Die Schaltung des Versuchs ist in Abbildung 4 dargestellt.

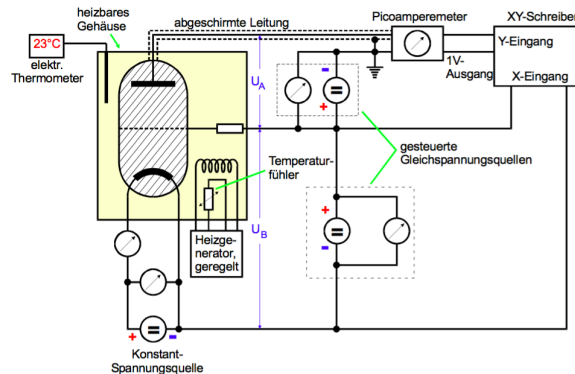


Abbildung 4: Versuchsaufbau und Schaltung [1].

Die Aufzeichnung der Messergebnisse erfolgt über einen XY-Schreiber, welcher vor Versuchsbeginn zuerst noch justiert werden muss. Dazu wird das Millimeterpapier eingelegt und zunächst mit den Knöpfen "Zero" der Nullpunkt in die linke untere Ecke gelegt. Anschließend wird die Empfindlichkeit eingestellt, wobei in einem Unempfindlichen Bereich angefangen wird und dann langsam hochgedreht wird, um den Antriebsmotor nicht zu überlasten. Liegt die Maximalspannung der Messreihe für den X-Eingang schlussendlich am rechten Rand, muss die x-Achse nun noch kalibriert werden, indem der gesamte Bereich ohne Y-Ausschlag einmal abgefahren wird und einige Zwischenpunkte makiert werden.

Zur Messung der integralen Energieverteilung der Elektronen wird eine konstante Beschleunigungsspannung von $U_B = 11\text{ V}$ eingestellt. Dann wird die Bremsspannung U_A mit dem X-Eingang und die proportionale Spannung zum Auffängerstrom I_A mit dem Y-Eingang des XY-Schreibers verbunden. Die Bremsspannung wird dann zeitproportional zwischen 0-10V variiert und der entsprechende Auffängerstrom gemessen. Eine Messung wird dabei bei etwa 20°C durchgeführt und eine im Bereich von etwa 140°C bis 160°C . Für die Aufnahme der Franck-Hertz Kurven wird U_A konstant auf etwa 1 V eingestellt. Der X-Eingang wird mit der Beschleunigungsspannung U_B verbunden und der Y-Eingang erneut mit der Spannung proportional zu I_A . Nach erneuter Justierung wird nun die Beschleunigungsspannung zwischen 0 und 60V variiert und dabei der zugehörige Auffängerstrom gemessen. Dabei werden solange Franck-Hertz Kurven im Temperaturbereich zwischen 160°C und 200°C aufgezeichnet, bis eine zur Auswertung brauchbare gefunden wird.

Anschließend wird noch die Ionisationsenergie von Hg gemessen, indem $U_A = -30\text{ V}$ eingestellt wird und bei einer Temperatur zwischen 100°C und 110°C erneut der Auffängerstrom in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung aufgezeichnet wird.

4 Auswertung

4.1 Mittlere Weglänge

Um die mittlere Weglänge \bar{w} der Elektronen zu bestimmen werden die Gleichungen 8 und 9 genutzt. Die berechneten Werte sind in Tabelle 1 zu finden. Die mittlere Weglänge \bar{w} wird mit dem Abstand $a = 1 \cdot 10^{-2}$ m zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode verglichen.

T/K	$p_{\text{sät}}/\text{mbar}$	\bar{w}/m	Verhältnis $\frac{a}{\bar{w}}$
300	$6.12 \cdot 10^{-3}$	$4.74 \cdot 10^{-3}$	2.11
422	4.61	$6.29 \cdot 10^{-6}$	$1.59 \cdot 10^3$
320	$2.15 \cdot 10^1$	$1.35 \cdot 10^{-6}$	$7.41 \cdot 10^3$
446	$1.11 \cdot 10^1$	$2.62 \cdot 10^{-6}$	$3.82 \cdot 10^3$
379	$7.26 \cdot 10^{-1}$	$3.99 \cdot 10^{-5}$	$2.50 \cdot 10^2$
435	8.07	$3.59 \cdot 10^{-6}$	$2.78 \cdot 10^3$

Tabelle 1: Der von der Temperatur abhängige Gasdruck, die dazugehörige freie Weglänge und das Verhältnis von dem Abstand Kathode-Beschleunigungselektrode zur freien Weglänge.

4.2 Differentielle Energieverteilung

Hier werden die Graphen 1 und 2 aus dem Anhang verwendet. Zunächst wird aus der Skalierung der x-Achse ermittelt, wie viele Skalenteile einem Volt entsprechen. Dazu werden die Skalenteile zwischen einer Markierung (entspricht einem Volt) abgezählt, die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu sehen. Da auf Millimeterpapier gezeichnet wird entspricht ein Skalenteil einem Millimeter.

ΔU	Skalenteile (T=300 K)	Skalenteile (T=422 K)
0-1	23	23
1-2	24	23
2-3	24	23
3-4	23	24
4-5	24	24
5-6	24	24
6-7	24	24
7-8	25	24
8-9	25	24
9-10	27	26
\Rightarrow	$24,3 \pm 0,4$	$23,9 \pm 0,3$

Tabelle 2: Werte zur Skalierung der x-Achse.

Dabei werden die Mittelwerte mit

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (10)$$

berechnet, wobei der dazugehörige Fehler sich durch

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (11)$$

ergibt.

Da der Abstand zwischen zwei Markierungen einem Volt entspricht wird der Kehrwert der Mittelwerte gebildet:

$$V_1 = (0,041 \pm 0,001) \text{ V}$$

$$V_2 = (0,042 \pm 0,001) \text{ V}.$$

Um aus der integralen Energieverteilung die differentielle Energieverteilung zu erhalten, werden Steigungsdreiecke eingezeichnet. Die Abgelesenen Steigungen, sowie die dazugehörigen Werte der Bremsspannung stehen in Tabelle 3.

Messreihe 1 (T=300 K)		Messreihe 2 (T=422 K)	
Position	Steigung	Position	Steigung
$x \cdot V_1 / \text{V}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} / Skt_y / Skt_x$	$x \cdot V_2 / \text{V}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} / Skt_y / Skt_x$
0,00	0,11	0,00	2,00
0,37	0,100	0,17	2,00
0,78	0,10	0,38	2,50
1,19	0,20	0,55	2,50
1,60	0,20	0,71	2,00
2,01	0,10	0,92	2,00
2,42	0,20	1,13	2,00
2,82	0,20	1,34	2,00
3,24	0,20	1,55	2,50
3,65	0,30	1,72	2,00
4,06	0,30	1,93	1,25
4,47	0,40	2,25	1,40
4,88	0,40	2,65	0,75
5,23	0,60	2,81	0,25
5,70	0,80	3,65	0
6,11	1,20	4,07	0,10
6,52	2,30	4,49	0,10
6,60	0,60	4,91	0,10
6,68	10,00	5,33	0,10
6,77	10,00	5,75	0,20
6,85	5,00	6,17	0,20
6,93	5,00	6,59	0,20
7,05	1,67	7,01	0,10
7,18	0,33	7,43	0,20
9,23	0	10,78	0

Tabelle 3: Bestimmung der differentiellen Enrgieverteilung.

In Abbildung 5 und 6 wird diese Steigung gegen die Bremsspannung U_A aufgetragen. Dabei ist zu beachten, dass die Steigung proportional zu Anzahl der Elektronen ist, während die Bremsspannung U_A ein Maß für die Energie der Elektronen ist.

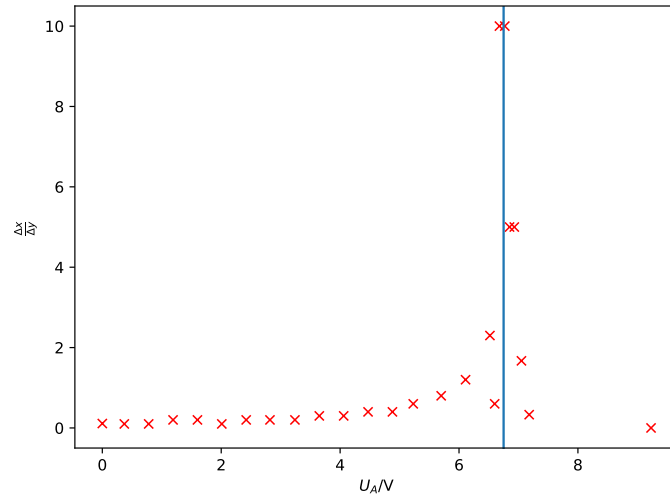


Abbildung 5: Differentielle Energieverteilung bei 300 K

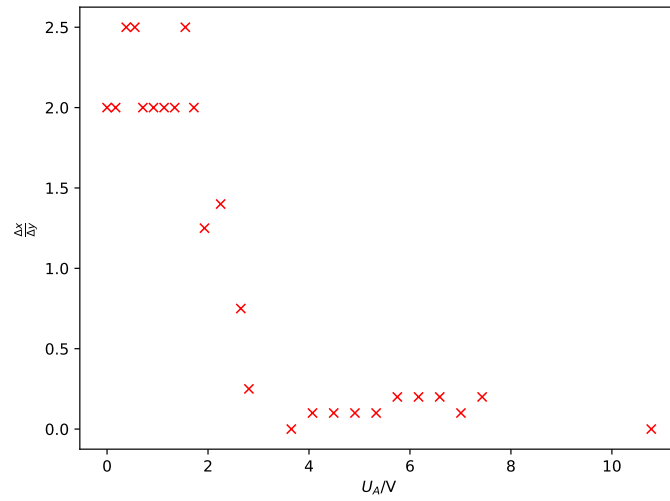


Abbildung 6: Differentielle Energieverteilung bei 422 K

Aus Abbildung 5 lässt sich ablesen, dass die meisten Elektronen die Energie $E = 6,73 \text{ eV}$ besitzen. Da eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 9 \text{ V}$ angelegt wurde berechnet sich das Kontaktpotential nach Formel 7 wie folgt:

$$K = \frac{1}{e_0}(2,27 \text{ eV}) = 2,27 \text{ V}. \quad (12)$$

Daraus ergibt sich das effektive Beschleunigungspotential:

$$U_{B,\text{eff}} = U_B - K = 6,73 \text{ V}. \quad (13)$$

Zwischen Abbildung 5 und 6 ist ein deutlicher Unterschied zu erkennen. Das lässt sich über die freie Weglänge, bzw. das Verhältnis $\frac{a}{\bar{w}}$ erklären. Bei Zimmertemperatur ist der Gasdruck deutlich geringer, also ist die freie Weglänge größer und damit das Verhältnis $\frac{a}{\bar{w}}$ kleiner. Also stoßen die Elektronen nicht so häufig gegen Hg-Atome. Das ist bei der zweiten Messreihe schon deutlich öfter der Fall und da die Elektronen bei jedem Stoß ihre Richtung und Geschwindigkeit ändern, kommt es zu einer breiteren Energieverteilung an der Anode. Ein weiterer Faktor ist, dass es auch zu inelastischen Stößen mit den Hg-Atomen kommt und die Elektronen so Energie verlieren.

4.3 Frank-Hertz-Kurve

Hier wird zu Beginn ebenfalls über die Skalierung der x-Achse ermittelt wie viele Skalenteile einem Volt entsprechen.

ΔU	Skalenteile (T=466 K)	Skalenteile (T=437 K)	Skalenteile (T=446 K)
0-5	23	19	17
5-10	20	20	20
10-15	20	20	22
15-20	20	20	19
20-25	22	23	22
25-30	22	20	20
30-35	21	20	21
35-40	20	22	21
40-45	20	20	26
45-50	21	20	17
50-55	21	22	20
\Rightarrow	$20,91 \pm 0,31$	$20,55 \pm 0,37$	$20,45 \pm 0,76$

Tabelle 4: Werte zur Skalierung der x-Achse.

Hier wurden die Markierungen in Abständen von 5 V gemacht, somit ergibt sich aus den Mittelwerten der Skaleneinheiten:

$$V3 = (0,239 \pm 0,004) \text{ V}$$

$$V4 = (0,243 \pm 0,004) \text{ V}$$

$$V5 = (0,244 \pm 0,009) \text{ V}.$$

Um die erste Anregungsenergie E_1 zu bestimmen werden die Abstände zwischen den Maxima von Anhang 3-5 gemessen, dies ist in Tabelle 5 zu sehen. Denn der Abstand zwischen den Maxima multipliziert mit e_0 entspricht der ersten Anregungsenergie.

ΔU	$U_{k+1} - U_K/\text{Skt (T=466 K)}$	$U_{k+1} - U_K/\text{Skt (T=437 K)}$	$U_{k+1} - U_K/\text{Skt (T=446 K)}$
1	18	19	20
2	20	20	19
3	21	20	20
4	21	22	20
5	21	23	20
6	22		21
7	22		22
8	22		21
\Rightarrow	$20,88 \pm 0,48$	$20,8 \pm 0,7$	$20,38 \pm 0,32$

Tabelle 5: Abstände zwischen den Maxima der Frank-Hertz-Kurve.

Die Abstände der Maxima umgerechnet in Volt ergeben:

$$V_{3,A} = (4,99 \pm 0,14) \text{ V}$$

$$V_{4,A} = (5,05 \pm 0,20) \text{ V}$$

$$V_{5,A} = (4,97 \pm 0,20) \text{ V}.$$

So ergibt sich der Mittelwert für die erste Anregungsenergie E_1 :

$$E_1 = (5,01 \pm 0,10) \text{ eV}.$$

Mit der Beziehung $\lambda = \frac{c}{\nu}$ und $E = h\nu$ ergibt sich für die Wellenlänge

$$\lambda = (247 \pm 5) \text{ nm}. \quad (14)$$

4.4 Ionisierungsenergie

Um die Ionisierungsenergie zu ermitteln wird in Anhang 6 eine Asymptote eingezeichnet, diese schneidet die x-Achse bei $X = 15,2 \text{ V}$. Mit dem Kontaktpotential, dass schon in Rechnung 12 bestimmt wurde ergibt sich:

$$U_{\text{Ionisierung}} = (X - K) \cdot e_0 = 12,93 \text{ eV}. \quad (15)$$

5 Diskussion

Aus der ersten Messreihe wurde die Energie der Elektronen zu $6,73 \text{ eV}$ bestimmt, daraus berechnet sich das Kontaktpotential zu $2,27 \text{ V}$. Hier kann kein konkreter Fehler angegeben werden, doch dadurch, dass der Wert durch ablesen bestimmt wird ist diese Größe natürlich fehlerbehaftet. Besonders, da da die Steigungsdreiecke per Hand eingezeichnet und abgelesen werden. Anschließend wurde aus der Frank-Hertz-Kurve die erste Anregungsenergie von Quecksilber ermittelt, diese beträgt:

$$E_1 = (5,01 \pm 0,10) \text{ eV}. \quad (16)$$

Umgerechnet mit $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ergibt sich die Wellenlänge von

$$\lambda = (247 \pm 5) \text{ nm.} \quad (17)$$

Somit handelt es sich um Ultraviolette Strahlung und liegt nicht mehr im sichtbaren Bereich. Wird die Anregungsenergie mit dem Theoriewert von

$$E_{1\text{Theorie}} = 4,9 \text{ eV} \quad (18)$$

[2] verglichen, beträgt die Abweichung 2,2%.

Im letzten Versuchsteil wurde die Ionisierungsenergie von Quecksilber bestimmt. Diese beträgt

$$U_{\text{Ionisierung}} = 12,93 \text{ eV.} \quad (19)$$

Dieser Wert wird nun mit dem Theoriewert von

$$U_{\text{Io,Theorie}} = 10,437 \text{ eV} \quad (20)$$

[3] verglichen, es ergibt sich eine Abweichung von 23,88%.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 601: Der Franck-Hertz-Versuch.*
- [2] *Theoriewert der Anregungsenergie.* URL: <http://hydrogen.physik.uni-wuppertal.de/hyperphysics/hyperphysics/hbase/FrHz.html#FHD>.
- [3] *Theoriewert der Ionisierungsenergie.* URL: http://www.uniterra.de/rutherford/tab_iong.htm.