

Versuch 401

# Das Michelson-Interferometer

Stefanie Hilgers  
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen  
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.04.2018

Abgabe: 17.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Kohärenz und Interferenz von Licht . . . . .	3
1.2	Das Michelson-Interferometer . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
3.1	Bestimmung der Wellenlänge . . . . .	7
3.2	Bestimmung des Brechungsindex von Luft . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>
	<b>Literatur</b>	<b>9</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Kohärenz und Interferenz von Licht

Licht ist eine Elektromagnetische Welle und lässt sich durch die Maxwellgleichungen beschreiben. Der einfachste Fall einer Welle ist die ebene Welle, deren elektrisches Feld wie folgt dargestellt werden kann:

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta). \quad (1)$$

Dabei bezeichnet  $k = 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl mit der Wellenlänge  $\lambda$ ,  $\omega$  ist die Kreisfrequenz und  $\delta$  bezeichnet eine Phasenverschiebung. Da es sich bei den Maxwellgleichungen um lineare Differentialgleichungen handelt gilt das Superpositionsprinzip. Treffen also mehrere Wellen in einem Punkt P aufeinander überlagern sich die einzelnen Wellen.

Die elektrische Feldstärke kann aufgrund ihrer hohen Frequenz nicht direkt gemessen werden. Daher wird folgende Gleichung ausgenutzt

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2 \quad (2)$$

und statt des elektrischen Feldes wird die Intensität bestimmt. Mit Hilfe dieser Gleichung lässt sich eine Formel für die Intensität zweier überlagerter Wellen herleiten:

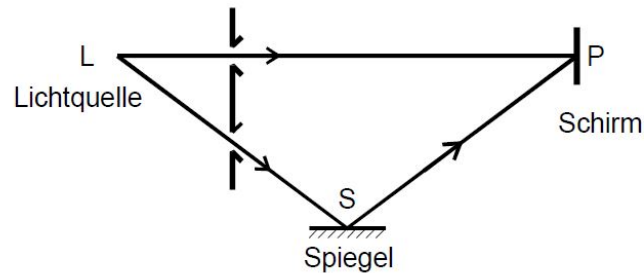
$$I_{\text{ges}} = 2\text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)). \quad (3)$$

Auffällig ist, dass sich nicht einfach die Amplituden addieren. Es kommt ein Interferenzterm  $2\text{const} \vec{E}_0^2 \cos(\delta_2 - \delta_1)$  hinzu, dieser ist abhängig von der Phasenverschiebung  $\delta_2 - \delta_1$  der Wellen und kann Werte zwischen  $-2\text{const} \vec{E}_0^2$  und  $+2\text{const} \vec{E}_0^2$  annehmen. Falls die Phasenverschiebung  $\delta_2 - \delta_1$  ein ungerades Vielfaches von  $\pi$  ist verschwindet dieser Interferenzterm.

Mit Licht aus zwei unterschiedlichen Quellen oder natürlichen Quellen (z.B. der Sonne) lassen sich normalerweise keine Interferenzeffekte beobachten, da die Phasenverschiebung  $\delta_2 - \delta_1$  durch die statistische Verteilung der Phasenkonstanten  $\delta_1$  und  $\delta_2$  nicht konstant ist. Die Ursache dafür liegt in der Entstehung des Lichts: Durch Energiezufuhr werden die Elektronen in der Atomhülle angeregt. Kehren sie wieder in den Grundzustand zurück wird Energie in Form eines Wellenzuges endlicher Länge abgegeben. Da diese Emissionsakte statistisch verteilt sind kann es nicht zu einer konstanten Phasenbeziehung kommen, dieses Licht wird auch als inkohärentes Licht bezeichnet. Dementsprechend spricht man bei Licht mit einem konstanten Phasenunterschied von kohärentem Licht, es wird beispielsweise von Lasern erzeugt.

Unter bestimmten Voraussetzungen kann auch Licht aus konventionellen Quellen Interferenzerscheinungen zeigen. Hierfür muss das Licht aus der gleichen Quelle stammen (Atom/Molekül). Der Lichtstrahl wird mit einem Strahlteiler oder einem Doppelspalt wie in Abbildung 1 zu sehen in zwei Strahlen aufgeteilt und anschließend wieder in einem

Punkt P zusammengeführt. Da die Strahlen unterschiedlich lange Wege zurücklegen kommt es zu einer Phasenverschiebung und diese führt zur Interferenz.



**Abbildung 1:** Aufbau um Interferenzerscheinungen mit einer konventionellen Quelle zu erzeugen

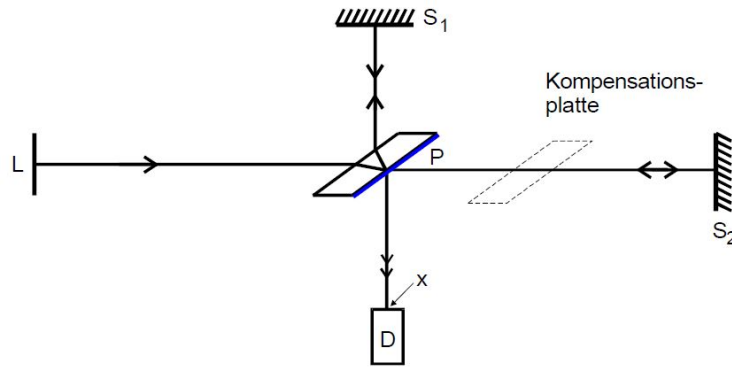
[2].

Eine besondere Rolle spielt jedoch die Kohärenzlänge  $l$ , weshalb es nicht immer zu Interferenzerscheinungen kommt. Da der Emissionsvorgang eine endliche Zeitspanne andauert kann auch nur ein endlicher Wellenzug ausgesendet werden. Ist der Wegunterschied der beiden Strahlen größer als die Länge der Wellenzüge kann es nicht zu Interferenz kommen, da die Wellenzüge zu unterschiedlichen Zeiten im Punkt P ankommen. Die Kohärenzlänge  $l$  gibt genau die Länge an, ab der die Interferenz verschwindet. Es gilt folgender Zusammenhang zwischen der Anzahl der beobachteten Maxima  $N$ , der Wellenlänge  $\lambda$  und der Kohärenzlänge  $l$ :

$$l = N\lambda \quad (4)$$

## 1.2 Das Michelson-Interferometer

Beim Michelson-Interferometer wird der Lichtstrahl mit Hilfe eines semipermeablen Materials im Punkt P, das als Strahlteiler fungiert in zwei Strahlen aufgeteilt. Einer der Strahlen verläuft wie in Abbildung 2 zu sehen von P zu S1 und wird dort gespiegelt. Der andere Strahl läuft von P zu S2 und wird an S2 gespiegelt. Im Punkt P treffen die Strahlen dann wieder zusammen und werden zum Detektor D gelenkt.



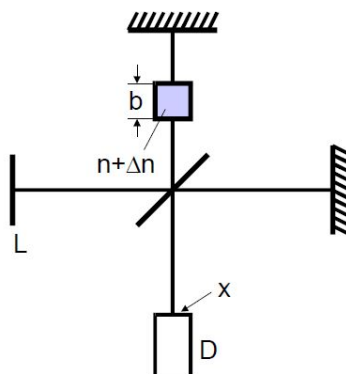
**Abbildung 2:** Aufbau des Michelson-Interferometers [2].

Auf der Strecke  $\overline{PS2}$  wird eine Kompensationsplatte in den Strahlengang gestellt, diese gleicht aus, dass der Strahl  $\overline{PS1}$  das semipermeable Material dreimal durchläuft, während der Strahl  $\overline{PS2}$  dieses nur einmal durchläuft. Sind die Strecken  $\overline{PS1}$  und  $\overline{PS2}$  nicht gleich kommt es zu einem Gangunterschied zwischen den Strahlen und dadurch zur Interferenz. Für den Fall das die Strecken  $\overline{PS1}$  und  $\overline{PS2}$  gleich sind beträgt der Gangunterschied  $\lambda/2$  und somit kommt es zu destruktiver Interferenz. Wird nun einer der Spiegel um  $\Delta d$  verschoben, dann ändert sich das Interferenzmuster am Ort D. Da der Zusammenhang

$$\Delta d = z \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

gilt, kann über diese Methode die Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lasers bestimmt werden. Mit  $z$  wird die Anzahl der Maxima bezeichnet.

Alternativ kann der Wegunterschied über ein Medium mit anderem Brechungsindex  $n + \Delta n$  verursacht werden.



**Abbildung 3:** Aufbau des Michelson-Interferometers mit Medium im Strahlengang [2].

Wenn das Medium die Länge  $b$  hat beträgt der Gangunterschied  $\Delta nb$ . Wird ein Gas als Medium verwendet, kann durch evakuieren oder befüllen der Zelle der Druck  $p$  variiert werden und es können die Interferenzmaxima gezählt werden. Es gilt:

$$b\Delta n = z\frac{\lambda}{2}. \quad (6)$$

Für den Brechungsindex  $n$  lässt sich außerdem die Formel

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N} \quad (7)$$

herleiten, wobei  $N$  die Anzahl der Moleküle ist, die durch Wellen der Wellenlänge  $\lambda$  zu Schwingungen angeregt werden. Für Licht im sichtbaren Bereich lässt sich die Formel durch die Näherung  $fN \ll 1$  zu

$$n = 1 + \frac{f}{2}N \quad (8)$$

vereinfachen. Außerdem wird die Annahme getroffen das sich das Gas im betrachteten Druckbereich wie ein ideales Gas verhält. Deshalb gilt die ideale Gasgleichung

$$pV = RT. \quad (9)$$

Aus der idealen Gasgleichung und Formel 6 lässt sich folgende Formel für den Brechungsindex bei Normalbedingungen  $p_0$  und  $T_0$  herleiten:

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{\lambda z}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \quad (10)$$

Dabei bezeichnet  $T$  die Temperatur und  $p - p'$  bezeichnet die Druckdifferenz in der Kammer. Für die Brechungsindexänderung  $\Delta n$  gilt außerdem

$$\delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p') \quad (11)$$

mit  $N_L$  als Loschmidtsche Zahl.

## 2 Durchführung

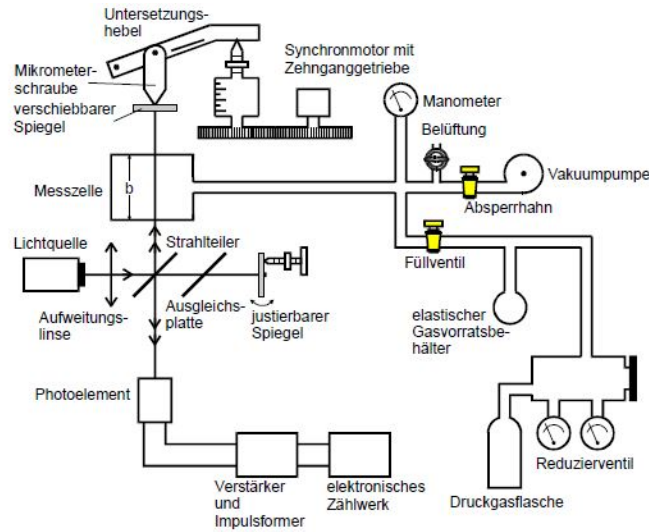


Abbildung 4: Aufbau der verwendeten Mesaperatur [2].

Bevor die Messungen durchgeführt werden können, muss die Aperatur justiert werden. Dazu werden die Spiegel mit Hilfe der Rändelschrauben so verstellt, dass die beiden hellsten Strahlen die aus dem Interferometer kommen sich überlagern. Am besten werden die Strahlen mit einem Stück Papier im Strahlengang sichtbar gemacht. Der Detektor wird nun auf die Position eingestellt, in der sich die Strahlen überlagern.

Um nun die Wellenlänge des verwendeten Lasers zu messen wir ein Spiegel mit Hilfe eines Motors und einer Mikrometerschraube langsam verschoben. Wichtig ist, dass sich der Spiegel nicht zu schnell bewegt, damit das Photoelement alle Maxima registrieren kann. Der Spiegel wird in jeder Messung um 3 mm verschoben, die Messung wird fünfmal wiederholt. Nach jeder Messung wird die Anzahl der registrieren Maxima notiert.

Um den Brechungsindex von Luft zu bestimmen bleiben beide Spiegel in Ruhe. Die Kammer wird mit einer Handpumpe auf einen Druck  $p$  evakuiert, dieser Druck wird notiert. Nun wird die Luft wieder eingelassen und das Photoelement registriert die Maxima, diese werden ebenfalls notiert. Diese Messung wird zehnmal wiederholt.

## 3 Auswertung

### 3.1 Bestimmung der Wellenlänge

Zur Berechnung der Wellenlänge muss zunächst die gemessene Verschiebung  $\Delta d = 3\text{mm}$  mit dem Kehrwert  $\frac{1}{\ddot{U}}$  der Hebelübersetzung  $\ddot{U} = 5.017$  multipliziert werden, um somit die reale Verschiebung des Spiegels  $\Delta d_{\text{real}} \approx 0.598$  zu erhalten. Aus dieser wird zusammen mit den gezählten Interferenzmaxima  $z$  durch die Formel 5 die jeweilige Wellenlänge

$\lambda$  berechnet. Diese Ergebnisse sind zusammen mit den Messwerten für  $z$  in Tabelle 1 abzulesen.

**Tabelle 1:** Messwerte und Ergebnisse der Bestimmung der Wellenlänge

$z$	$\lambda$ / nm
1952	612,70
1946	614,59
1944	615,23
1957	611,39
1949	613,65

Die einzelnen Ergebnisse werden nun durch die Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (12)$$

gemittelt, wobei der dazugehörige Fehler sich durch

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (13)$$

ergibt. Somit ergibt sich insgesamt eine Wellenlänge von

$$\lambda = (613,46 \pm 0,72) \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

### 3.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Der Brechungsindex von Luft wird durch Formel 10 berechnet, wobei die für den Normaldruck  $p_0$ , die Normaltemperatur  $T_0$ , die Umgebungstemperatur  $T$  und die Länge der evakuierten Zelle  $b$  folgende Werte verwendet werden:

$$\begin{aligned} p_0 &= 1,0132 \text{ bar} \\ T_0 &= 273,15 \text{ K} \\ T &= 295,15 \text{ K} \\ b &= 50 \cdot 10^{-3} \text{ m} . \end{aligned}$$

Der Kammerdruck wurde jeweils um etwa 0,8 bar im Vergleich zum Normaldruck gesenkt, sodass dieser ungefähr  $p = 0,2132$  bar beträgt. Da die Wellenlänge des ersten Auswertungsteils bereits fehlerbelastet ist, muss hierbei die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2} \quad (14)$$



beachtet werden, die in diesem Fall

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{z}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p-p'}\right)^2 \cdot \Delta \lambda^2} \quad (15)$$

lautet. Die Messwerte sind zusammen mit den jeweils errechneten Brechungsindizes in Tabelle 2 aufgeführt.

**Tabelle 2:** Messwerte und Ergebnisse der Bestimmung des Brechungsindex

$z$	$n$
35	$1,000\,293\,8 \pm 0,000\,000\,3$
33	$1,000\,277\,0 \pm 0,000\,000\,3$
34	$1,000\,285\,4 \pm 0,000\,000\,3$
35	$1,000\,293\,8 \pm 0,000\,000\,3$
35	$1,000\,293\,8 \pm 0,000\,000\,3$
35	$1,000\,293\,8 \pm 0,000\,000\,3$
34	$1,000\,285\,4 \pm 0,000\,000\,3$
33	$1,000\,277\,0 \pm 0,000\,000\,3$
34	$1,000\,285\,4 \pm 0,000\,000\,3$
34	$1,000\,285\,4 \pm 0,000\,000\,3$

Durch Mittelung durch die Formeln 12 und 13 ergibt sich somit insgesamt ein Brechungsindex von

$$n = 1,00028712 \pm 0,0000021.$$

Der durch Formel 15 berechnete Fehler beträgt hierbei 0,00000034 und ist somit kleiner als der Fehler durch die Bildung des Mittelwertes, also ist letzterer der signifikante Fehler des Ergebnisses.

## 4 Diskussion

Bei beiden Messungen ergibt sich ein Fehler, welcher klein im Hinblick auf den Wert des Ergebnisses ist. Dies lässt auf eine recht präzise Messung schließen.

Der Theoriewert des Brechungsindex von Luft lautet 1,000292 [1], sodass sich durch die Formel

$$\frac{|\text{Wert}_{\text{Theorie}} - \text{Wert}_{\text{Messung}}|}{\text{Wert}_{\text{Theorie}}}$$

eine relative Abweichung von 0,00048 % ergibt, wodurch erneut die Genauigkeit der Messung gezeigt wird.

## Literatur

- [1] *Brechzahl*. 13. Apr. 2018. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html>.

- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 401: Das Michelson-Interferometer*.