

Versuch 301

# **Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen**

Stefanie Hilgers  
Stefanie.Hilgers@tu-dortmund.de

Lara Nollen  
Lara.Nollen@tu-dortmund.de

Durchführung: 28.11.2017

Abgabe: 05.12.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>5</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>15</b>

## 1 Zielsetzung

Bei dem Versuch sollen die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand einer Monozelle auf verschiedene Weisen bestimmt werden. Diese beiden Größen sollen zudem auch von einem Sinus- und Rechteckspannungsgenerator berechnet werden.

## 2 Theorie

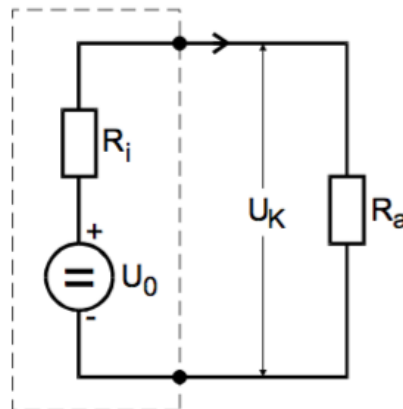
Jede Spannungsquelle, unter welcher man ein Gerät versteht was eine zeitlich konstante elektrische Leistung liefert, besitzt eine feste Leerlaufspannung  $U_0$ , welche anliegt wenn kein Strom fließt. Sobald die Spannungsquelle in einen geschlossenen Stromkreis eingebaut wird und somit ein Strom fließt, liefert diese nur noch die Klemmspannung  $U_k$ , welche stets kleiner als die Leerlaufspannung ist, was sich über die zweite Kirchhoffsche Regel

$$\sum_i U_i = 0 \quad (1)$$

beweisen lässt. Dies liegt daran, dass jede Spannungsquelle einen Innenwiderstand  $R_i$  besitzt, sodass bei einem zusätzlich in Reihe geschalteten Widerstand  $R_a$  gilt:

$$U_0 = I \cdot R_a + I \cdot R_i \Leftrightarrow I \cdot R_a = U_k = U_0 - I \cdot R_i \quad (2)$$

Dies lässt sich auch an einem Ersatzschaltbild darstellen, wobei die reale Spannungsquelle in eine ideale Spannungsquelle (ohne Innenwiderstand) und einen in Reihe geschalteten externen Widerstand aufgeteilt ist, wie in Abbildung 1 zu sehen ist.



**Abbildung 1:** Ersatzschaltbild einer Spannungsquelle mit Widerstand [1]

Um die Leerlaufspannung zu messen, sollte also ein möglichst hochohmiges Voltmeter verwendet werden, da somit der Strom  $I$  sehr klein wird und der Term  $I \cdot R_i \rightarrow 0$  läuft, sodass dieser vernachlässigbar ist und  $U_k \approx U_0$  gilt.

Eine weitere Folge ist, dass die entnommene elektrische Leistung nicht beliebig hoch werden kann sondern begrenzt ist, da diese durch die Formel

$$N(R_a) = I^2 \cdot R_a \quad (3)$$

gegeben ist und bei  $R_I = R_a$  ein Maximum durchläuft.

Falls  $R_a$  entsprechend gewählt wird, wird dies auch Leistungsanpassung genannt, was vor allem in der Nachrichten- und Mess- Technik Anwendung findet.

### 3 Durchführung

Zunächst wird die Leerlaufspannung der zu vermessenden Monozelle direkt mit einem hochohmigen Voltmeter vermessend, indem dieses direkt mit den Anschlüssen der Monozelle verbunden wird, wobei die angezeigte Spannung sowie der Innenwiderstand des Voltmeters notiert wird.

Im zweiten Teil wird die Monozelle dann mit einem Amperemeter und einem verstellbaren Widerstand  $R_a$  in Reihe geschaltet, wobei das Voltmeter aus dem ersten Teil weiterhin parallel geschaltet wird, um den Spannungsabfall über die Monozelle zu messen. Diese Schaltung ist auch in Abbildung 2 dargestellt.

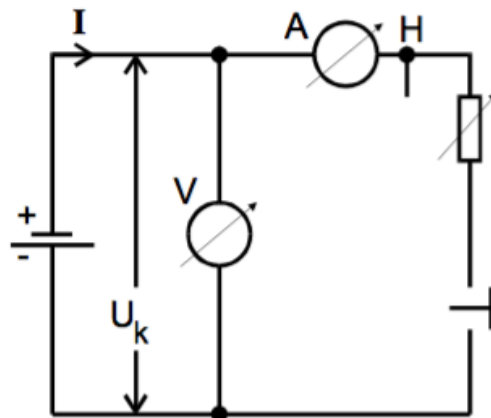
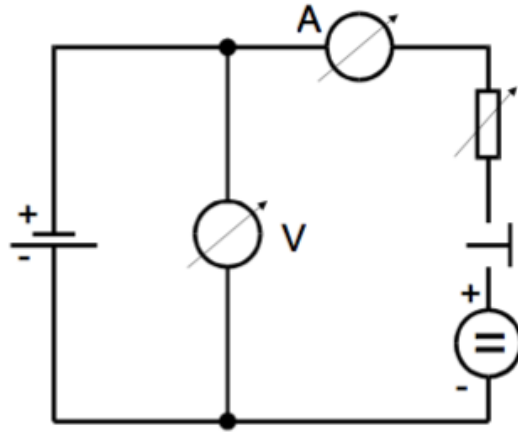


Abbildung 2: Schaltung der zweiten Messung [1]

Dabei wird der Widerstand  $R_a$  zwischen  $0 - 50\Omega$  variiert und Wertepaare aus dem Strom  $I$  und der Spannung  $U_k$  gemessen.

Anschließend wird zusätzlich eine Gleichspannungsquelle mit etwa 2 V Spannung mehr als die der Monozelle in Reihe in genau entgegengesetzte Richtung geschaltet, wie in Abbildung 3 zu sehen ist.



**Abbildung 3:** Schaltung der dritten Messung [1]

Die Messung erfolgt analog wieder durch Variation des Widerstands und Messung von Strom und Spannung.

Danach wird die zusätzliche Spannungsquelle wieder ausgebaut und die Monozele durch einen RC-Generator ersetzt. Auf diesem wird dann eine Rechteckspannung eingestellt, woraufhin der Widerstand zwischen  $20 - 250\Omega$  variiert wird und erneut Messwerpaare aus Strom und Spannung am Ampere- und Volt-Meter abgelesen werden. Schlussendlich wird diese Messung noch mit einer Sinusspannung wiederholt, wobei der Wertebereich des Widerstands diesmal zwischen  $0.1 - 5k\Omega$  liegen soll.

## 4 Auswertung

Die zu Beginn gemessene Leerlaufspannung  $U_0$  der Monozele und der Innenwiderstand  $R_V$  des Voltmeters lauten:

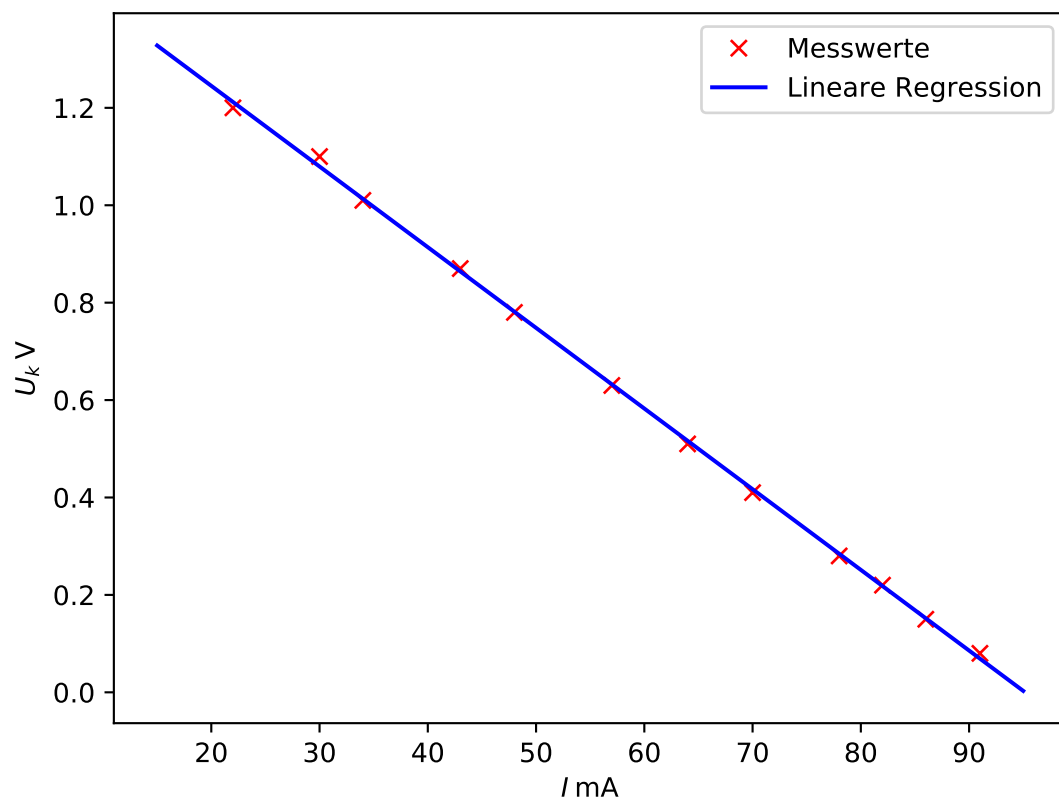
$$U_0 = 1,53 \text{ V}$$

$$R_V \approx 10 \text{ M}\Omega.$$

Um den Innenwiderstand  $R_i$  und die Leerlaufspannung der Monozele zu bestimmen, wird die Klemmspannung  $U_k$  gegen den Belastungsstrom  $I$  aufgetragen. Dies ist in Abbildung 4 zu sehen, die Steigung  $a$  der Ausgleichsgeraden entspricht dabei dem Innenwiderstand  $R_i$  und der y-Achsenabschnitt  $b$  entspricht der Leerlaufspannung  $U_0$ . Die Messwerte dazu finden sich in Tabelle 1.

$U_k / V$	$I / mA$
0.08	91
0.15	86
0.22	82
0.28	78
0.41	70
0.51	64
0.63	57
0.78	48
0.87	43
1.01	34
1.10	30
1.20	22

**Tabelle 1:** Messdaten für die Klemmspannung  $U_k$  in Abhängigkeit des Belastungsstroms  $I$ .



**Abbildung 4:** Lineare Regression der ersten Messung: Monozelle ohne Gegenspannung.

$$-a = R_i = (16,563 \pm 0,119) \Omega$$

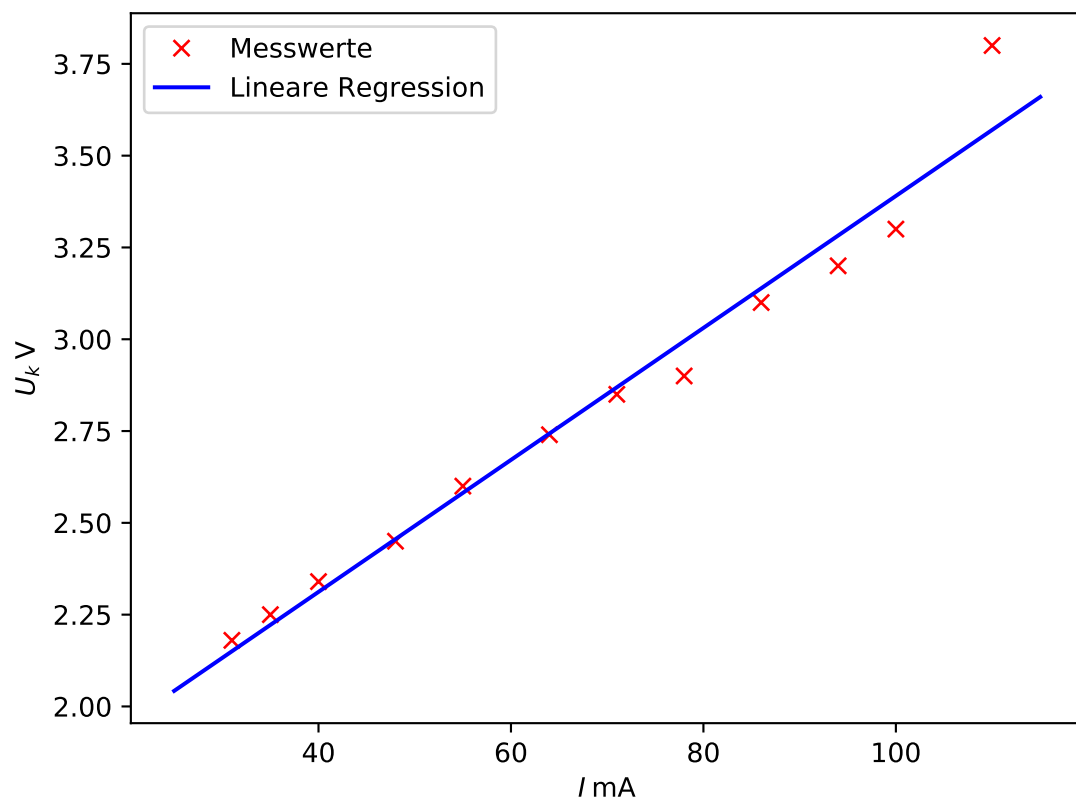
$$b = U_0 = (1,576 \pm 0,007) \text{ V}$$

Die Berechnung des Innenwiderstandes  $R_i$  und der Leerlaufspannung  $U_0$  für die zweite Messung, die mit einer Gegenspannung an der Monozelle durchgeführt wurde, erfolgen äquivalent. Hier ist zu erwähnen, dass die Steigung im Vergleich zu Abbildung 4 genau andersherum verläuft, da der Strom nun in entgegengesetzte Richtung fließt.

$U_k / V$	$I / mA$
3.80	110
3.30	100
3.20	94
3.10	86
2.90	78
2.85	71
2.74	64
2.60	55
2.45	48
2.34	40
2.25	35
2.18	31

**Tabelle 2:** Messdaten für die Klemmspannung  $U_k$  mit Gegenspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom  $I$ .





**Abbildung 5:** Lineare Regression der zweiten Messung: Monozelle mit Gegenspannung.

$$a = R_i = (17,97 \pm 1,02) \Omega$$

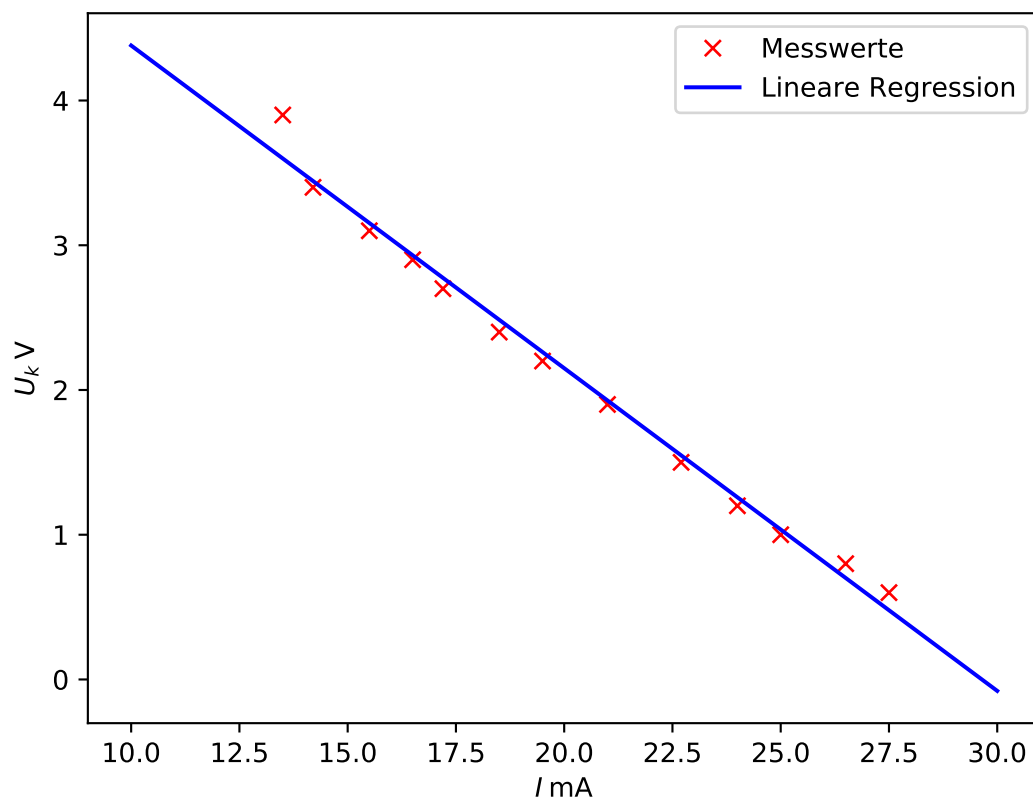
$$b = U_0 = (1,593 \pm 0,074) \text{ V}$$

Nun folgt die Messung einer Rechteck- und Sinusschwingung eines RC-Generators. Die Messwerte sind in Tabelle 3 und dargestellt.

$U_k / V$	$I / mA$	$U_k / V$	$I / mA$
0.6	27.5	5.7	23.0
0.8	26.5	6.5	21.0
1.0	25.0	7.1	19.7
1.2	24.0	7.9	16.9
1.5	22.7	8.7	13.2
1.9	21.0	9.4	8.9
2.2	19.5	9.9	5.5
2.4	18.5	10.1	4.5
2.7	17.2	10.0	2.9
2.9	16.5	10.1	2.4
3.1	15.5	10.1	2.2
3.4	14.2	10.2	1.9
3.9	13.5	10.2	1.8

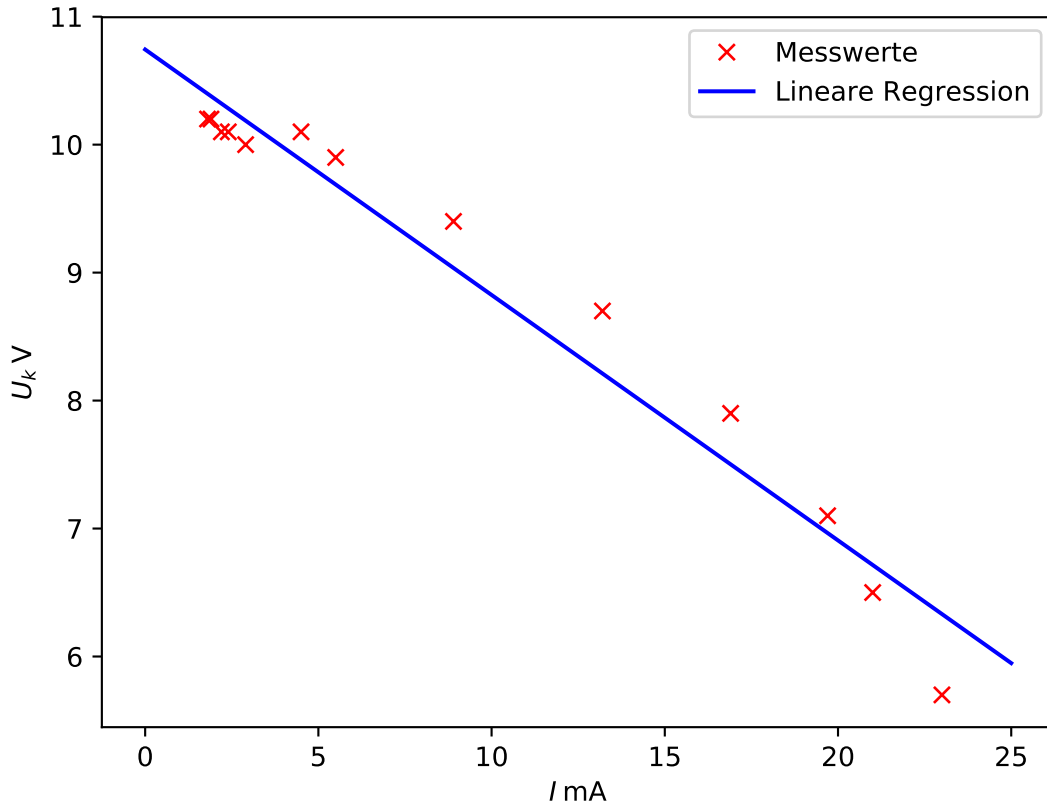
**Tabelle 3:** Messdaten der Klemmspannung  $U_k$  in Abhängigkeit des Belastungsstroms  $I$  für eine Rechteckspannung (links) und Sinusspannung (rechts).

Der Innenwiderstand  $R_i$  und die Leerlaufspannung  $U_0$  werden erneut über Lineare Regression bestimmt, dass ist in Abbildung 6 zu sehen.



**Abbildung 6:** Lineare Regression der dritten Messung: Rechteckspannung ohne Gegenspannung.

$$\begin{aligned}
 -a &= R_i = (222,95 \pm 7,03) \, \Omega \\
 b &= U_0 = (6,610 \pm 0,145) \, \text{V}
 \end{aligned}$$



**Abbildung 7:** Lineare Regression der vierten Messung: Sinusspannung ohne Gegenspannung.

$$\begin{aligned}
 -a &= R_i = (191,8 \pm 12,1) \, \Omega \\
 b &= U_0 = (10,743 \pm 0,149) \, \text{V}
 \end{aligned}$$

Im Folgenden wird der systematische Fehler der Leerlaufspannung  $U_0$  berechnet, der dadurch entsteht, dass der Widerstand der Voltmeters nicht unendlich groß sein kann. Dafür wird die folgende Formel verwendet, die sich aus Gleichung 2 ergibt, indem die Beziehung  $I = \frac{U_k}{R_V}$  verwendet wird:

$$U_0 = U_k + U_k \cdot \frac{R_i}{R_a}. \quad (4)$$

Dabei entspricht  $U_k$  dem anfangs gemessenen  $U_0$  und  $R_a$  ist der Widerstand des Voltmeters. Somit berechnet sich der Fehler zu

$$\Delta U_0 = \frac{R_i}{R_a} = 1,7 \cdot 10^{-9} \, \Omega. \quad (5)$$

Da dieser systematische Fehler sehr klein ist, kann er vernachlässigt werden und die Annahme eines unendlich großen Widerstandes im Voltmeter kann bestätigt werden. Wenn das Voltmeter an dem Punkt "H", wie in Abbildung 2 zu sehen angeschlossen wird, entsteht ein systematischer Fehler. Denn dann wird das Amperemeter in der Messung mit berücksichtigt und es wird nicht die reine Klemmspannung gemessen.

Im Folgenden werden aus den Messwerten der ersten Messreihe die im Belastungswiderstand umgesetzte Leistung über  $N = UI$  sowie der Belastungswiderstand über  $R_a = U_k/I$  berechnet, dies ist in in folgender Tabelle 4 zu sehen.

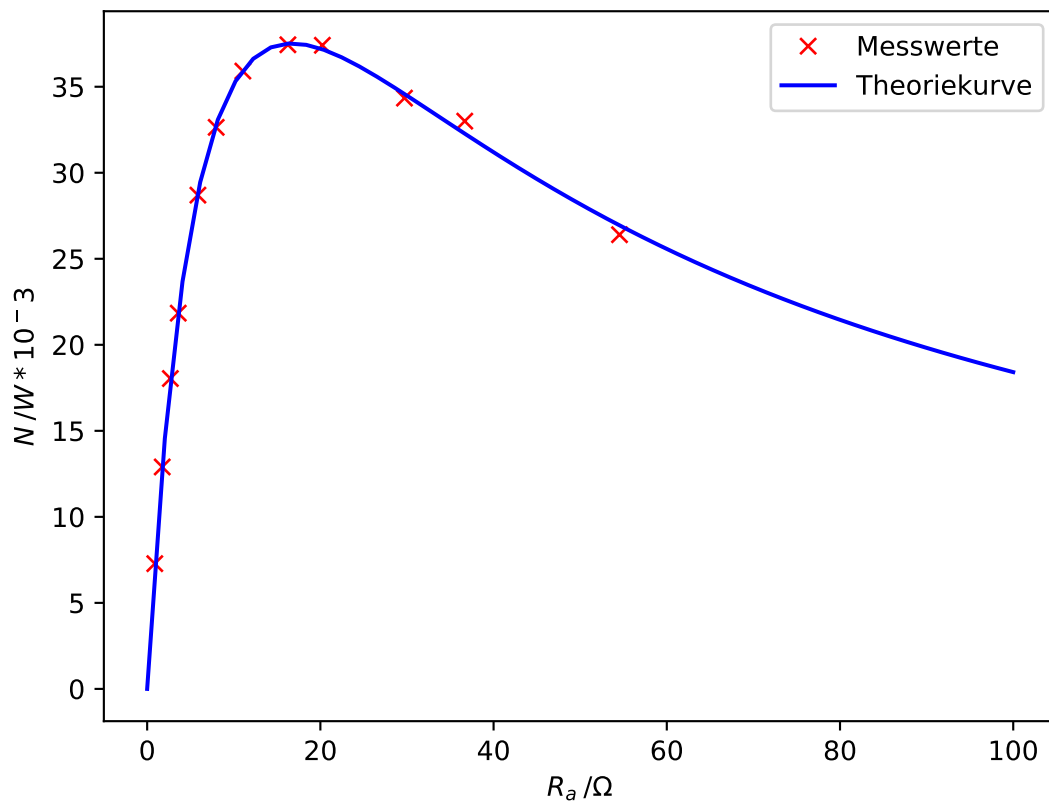
$U_k / V$	$I / mA$	$U_k \cdot I / W$	$\frac{U_k}{I} / \Omega \cdot 10^{-3}$
0.08	91	7.28	0.88
0.15	86	12.9	1.74
0.22	82	18.04	2.68
0.28	78	21.84	3.59
0.41	70	28.7	5.86
0.51	64	32.64	7.97
0.63	57	35.91	11.05
0.78	48	37.44	16.25
0.87	43	37.41	20.23
1.01	34	34.34	29.71
1.10	30	33.00	36.67
1.20	22	26.40	54.54

**Tabelle 4:** Messdaten für die Klemmspannung  $U_k$  in Abhängigkeit des Belastungsstroms  $I$  und die berechneten Werte für die Leistung sowie den Widerstand.

Die hier errechneten Werte für den Belastungswiderstand werden nun gegen die Leistung aufgetragen und mit der Theoriekurve

$$N = I^2 R_a = \frac{U_0^2}{(R_a + R_i)^2} R_a$$

verglichen.



**Abbildung 8:** Vergleich der Messwertw mit der Theoriekurve.

Wie in Abbildung 8 zu sehen liegen die Messwerte genau auf der Theoriekurve. Nur zwei Messwerte weichen geringfügig von der Theoriekurve ab, da diese Abweichung aber sehr minimal ist nicht von einem systematischen Fehler auszugehen.

## 5 Diskussion

Bei allen Messreihen bestand das Problem, dass die analogen Mesgeräte oft ungenau abzulesen waren. Dieses Problem trat besonders bei Messungen mit dem RC-Generator auf, da der Zeiger um eine Ruhelage schwankte. In den Graphen der zweiten und vierten Messreihe sind Abweichungen der Messwerte von den Ausgleichsgeraden zu erkennen. Diese lassen sich dadurch erklären, dass die Messbereiche am Voltmeter beziehungsweise am Amperemeter geändert wurden, dadurch ändert sich der Innenwiderstand der Messgeräte. Doch diese Abweichungen sind recht klein und deuten daher nicht auf einen systematischen Fehler hin. Das bestätigt auch der Vergleich der über die Ausgleichsgeraden berechneten Werte für den Innenwiderstand  $R_i$ . Diese liegen für die Monozelle sowie

für den RC-Generator recht nah beieinander und weisen nur geringe Abweichungen auf.

## **Literatur**

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch 301: Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen.*