Capítulo 5: resolução dos exercícios solicitados

> Do livro-texto "Estatística básica", 5ª edição por Bussab e Morettin.

Exercício 23

Uma companhia produz circuitos em três fábricas, I, II e III. A fábrica I produz 40% dos circuitos, enquanto a II e a III produzem 30% cada uma. As probabilidades de que um circuito integrado produzido por essas fábricas não funcione são 0,01, 0,04 e 0,03, respectivamente. Escolhido um circuito da produção conjunta das três fábricas, qual a probabilidade de o mesmo não funcionar?

Resolução

Sumarizemos os dados descritos acima.

A probabilidade de uma dada peça ter origem em cada uma das três fábricas:

- $P(I) = \frac{4}{10}$
- $P(II) = P(III) = \frac{3}{10}$

A probabilidade da peça apresentar falha (F) quando originada de cada uma destas fabricas:

- $P(F \mid I) = \frac{1}{100}$
- $P(F \mid II) = \frac{4}{100}$
- $P(F \mid III) = \frac{3}{100}$

Estamos aqui buscando encontrar a probabilidade de uma peça apresentar falha tendo sido originada *nalguma* destas três fabricas que, juntas, constituem a *totalidade* do espaço amostral. Ou seja, buscamos $P(F)$. Como as diferentes fabricas constituem origens mutualmente exclusivas para a peça em questão, estas constituem **partições** do espaço amostral e portanto devemos calcular a soma do produto das intersecções "chance de ter se originado naquela fabrica" vezes "de apresentar falha por consequência disto":

$$P(F) = P(I) \cdot P(F \mid I) + P(II) \cdot P(F \mid II) + P(III) \cdot P(F \mid III) =$$

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{1}{100} + \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{100} + \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{100} = \frac{4 + 12 + 9}{1000} = \frac{1}{40} \blacksquare$$

Exercício 38

Um fabricante afirma que apenas 5% de todas as válvulas que produz têm duração inferior a 20 horas. Uma indústria compra semanalmente um grande lote de válvulas desse fabricante, mas sob a seguinte condição: ela aceita o lote se, em dez válvulas escolhidas ao acaso, no máximo uma tiver duração inferior a 20 horas; caso contrário, o lote todo é rejeitado.

a) Se o fabricante de fato tem razão, qual a probabilidade de um lote ser rejeitado?

São as possibilidades em que o lote **não** é rejeitado:

- Nenhuma válvula apresenta duração inferior à 20 horas. A probabilidade disto ocorrer é

$$\frac{19^9}{20^{10}}$$

- Apenas uma das dez válvulas apresenta duração inferior à 20 horas. A probabilidade disto ocorrer é

$$10 \cdot \frac{1}{20} \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^9$$

Assim sendo, descontadas estas possibilidades do universo de possibilidades, temos:

$$1 - \left[\left(\frac{19}{20}\right)^{10} + \frac{10}{20} \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^9\right] = 1 - \frac{19^9}{20^{10}}(19 + 10) = 1 - \frac{19^9}{20^{10}} \cdot 29$$
$$\approx 0,086 = 8,6\% \ \blacksquare$$

b) Suponha agora que o fabricante esteja mentindo, isto é, na verdade a proporção de válvulas com duração inferior a 20 horas é de 10%. Qual a probabilidade de um lote ser aceito, segundo o critério acima?

São as possibilidades em que o lote é aceito:

- Nenhuma válvula apresenta duração inferior à 20 horas. A probabilidade disto ocorrer é

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{10}$$

- Apenas uma das dez válvulas apresenta duração inferior à 20 horas. A probabilidade disto ocorrer é

$$10 \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^9$$

Logo, somadas estas duas possibilidades, temos:

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{10} + 10 \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^9 = \frac{9^9}{10^{10}}(9 + 10) = 19 \cdot \frac{9^9}{10^{10}} \approx 0,736 = 73,6\% \ \blacksquare$$

Exercício 40

A empresa M & B tem 15.800 empregados, classificados de acordo com a tabela abaixo.

Idade	**Homens (M)**	**Mulheres (F)**	**Total**
< 25 anos (A)	2.000	800	2.800
25 - 40 anos (B)	4.500	2.500	7.000
> 40 anos (C)	1.800	4.200	6.000
Total	8.300	7.500	15.800

Se um empregado é selecionado ao acaso, calcular a probabilidade de ser ele:

a. um empregado com 40 anos de idade ou menos;

$$P(A \cup B) = \frac{2\ 800 + 7\ 000}{15\ 800} = \frac{98}{158} \approx 0,62$$

b. um empregado com 40 anos de idade ou menos, e mulher;

$$P((A \cap F) \cup (B \cap F)) = \frac{800 + 2\ 500}{15\ 800} = \frac{33}{158} \approx 0,20$$

c. um empregado com mais de 40 anos de idade e que seja homem;

$$P(M \cap C) = \frac{1\ 800}{15\ 800} \approx 0,11$$

d. uma mulher, dado que é um empregado com menos de 25 anos.

$$P(F \mid A) = \frac{800}{2\ 800} = \frac{8}{28} \approx 0,28$$