Simulado: Resolução da prova A

Questão 1

Seja a matriz de adjacência $M_{i \times j}$, tal que $i = j$ e $0 \leq i$, representativa do dígrafo G, sendo o valor 1 representativo da presença de uma aresta direcionada conectando o vetor i ao j e 0 representativo da ausência desta, tem-se:

$$M_{12 \times 12} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \right\}$$

> **Nota:** na representação textual do dígrafo estava faltando a aresta $(8, 3)$, então esta matriz é representativa do diagrama do dígrafo.

Questão 2

Seja $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_{12}\}$ o vetor das listas de adjacências v do dígrafo G, em que cada $v_i = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, sendo cada x um vetor conectado ao vetor i por uma aresta, tem-se:

$$V = \{\{5, 6, 8, 9\}, \{3, 6\}, \{4, 6\}, \{\}, \{0\}, \{1\}, \{3\}, \{2, 9, 10\}, \{3\}, \{2\}, \{11, 12\}, \{\}, \{1$$

Questão 3

$$L = \{(0, 8), (0, 6, 8), (0, 5, 1, 6, 8), (0, 9, 2, 6, 8)\}$$

Questão 4

Ao executarmos uma busca em profundidade (BP) tendo como vértice inicial o vértice 5 temos que todos os caminhos possíveis iniciados à partir deste terminam no vértice 3, sendo que nenhum destes passa pelo vértice 9. Tal qual o seguinte teste de mesa é capaz de demonstrar. Seja (X, Y) um par ordenado onde X é um vértice e Y A aplicação da BP ao conjunto de vértices ligados a este por uma aresta direcionada neste originada, temos, pela análise da matriz ou lista de adjacências acima que:

$$BP(5) = (5, (1, (3, (6, (3, (8, 3))))))$$

Questão 5

$d = \{0, 2, 12, 3, 13, 1, 5, 18, 6, 11, 19, 20, 22\}$
$f = \{17, 10, 15, 4, 14, 10, 8, 25, 7, 16, 24, 21, 23\}$

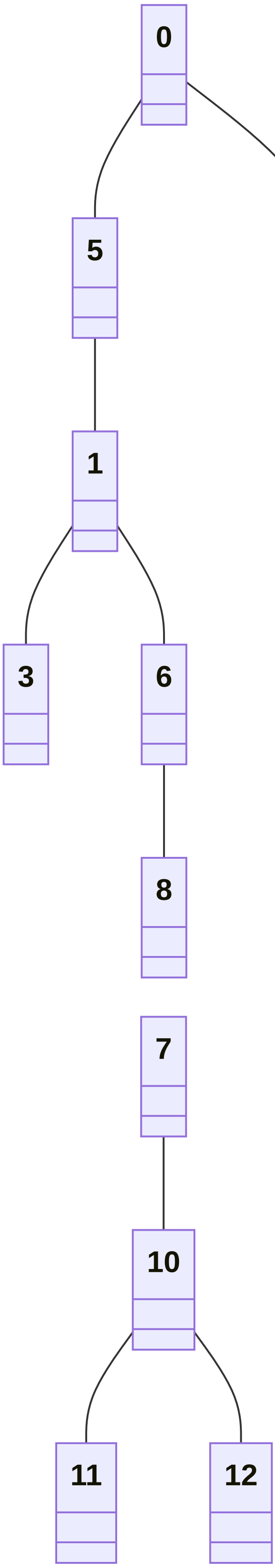
Questão 6

$parnt = \{-1, 5, 9, 1, 2, 0, 1, -1, 6, 0, 7, 10, 10\}$

Onde o valor -1 indica que o vértice em questão não possui antecessor.

Questão 7

Duas, com raiz nos vetores 0 e 7, respectivamente:



Questão 8

O único **arco descendente** (aresta de avanço) é $0 \to 6$. Logo este é o primeiro e último arco deste tipo a ser descoberto.

Questão 9

São os **arcos cruzados** dispostos na ordem em que estes são examinados:

$$8 \rightarrow 3,\ 2 \rightarrow 6,\ 7 \rightarrow 9, 7 \rightarrow 2,\ 12 \rightarrow 11$$

Questão 10

São os **arcos de retorno** dispostos na ordem em que estes são examinados:

$$4 \rightarrow 0,\ 12 \rightarrow 7$$

Questão 11

Basta que este passe a retornar "verdadeiro", ou imprima recursivamente os vértices percorridos, assim que este se depare com uma aresta de retorno. Feito desta forma, o primeiro ciclo a ser identificado no presente exemplo seria aquele do ciclo:

$$0 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 0$$

Questão 12

Respectivamente, sim e não. Justifiquemos o primeiro caso. Imagine um grafo composto por três vértices, onde o primeiro acessa os demais, e o segundo acessa o terceiro. Teremos as seguintes arestas e respectivas classificações sendo feitas, conforme as definições de arestas e na ordem em que estas são examinadas:

- $1 \rightarrow 2$, aresta de árvore;
- $1 \rightarrow 3$, aresta de árvore;
- $2 \rightarrow 3$, aresta de cruzamento;

Agora, se fossem acessados os vértices na ordem $2, 3, 1$, teríamos:

- $2 \rightarrow 3$ aresta de árvore;
- $1 \rightarrow 2$, aresta de cruzamento;
- $1 \rightarrow 3$, aresta de cruzamento.

Passemos ao segundo caso. Como visto na questão anterior havendo vértice de retorno, há ciclo no grafo. O fato de que vértices são acessados em diferentes ordens não faz com que o grafo deixe de possuir ciclos e portanto arestas de retorno. Assim o sendo, embora a classificação da aresta enquanto aresta de retorno pode ser atribuída a outra aresta em função da ordem de acesso, havendo ciclo, é inevitável que ocorra a classificação de *pelo menos uma* aresta enquanto uma aresta de retorno.