

1) Изоморфизм групп. Примеры.

Взаимно однозначное соответствие между элементами двух групп.

То есть есть две группы (A, \circ) и (B, \odot)

и выполняется функция такая что

$$f: A \rightarrow B, \text{ что для любых элементов } x, y \Rightarrow f(x \circ y) = f(x) \odot f(y)$$

операция
первой
группы

операция
второй
группы

Группа - это непустое множество с бинарной операцией \times , обладающей следующими свойствами

$$\text{Ассоциативность: } a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Существование нейтрального и обратных элементов

Пример изоморфизма:

Любая циклическая группа порядка n изоморфна группе вычетов по модулю n

2) Поле. Примеры.

Множество, элементы которого содержат нейтральный элемент, умножения, деления, операции сложения и обратный элемент,

$$1) a+b=b+a$$

$$2) a+(b+c)=(a+b)+c$$

$$3) a+e=a \text{ - нейтральный элемент}$$

$$4) a+(-a)=e \text{ - противоположный}$$

$$5) a \cdot b = b \cdot a$$

$$6) a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$7) a \cdot e = a$$

$$8) a \cdot a^{-1} = e$$

$$9) (a+b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$$

элементов в поле $\cdot p^n$

характеристика p

Пример

Зр. поле \mathbb{Z}_p состоит из p элементов

Пример Изоморфизма ~~поле~~ аддитивная группа \mathbb{Z} изоморфна аддитивной группе $G' = \{ \dots, -2m, -m, 0, m, 2m, \dots \}$ для любого m

$$f(a) = ma \quad a \in \mathbb{Z} \quad ma \in G'$$

$$\forall a \quad f(a+b) = m(a+b) = ma + mb = f(a) + f(b)$$