MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

UNIVERSITE VIRTUELLE DE CÔTE D'IVOIRE

RECHERCHE OPERATIONNELLE ET AIDE A LA DECISION

Session de mars 2023

Nom : KOUAME Prénom : YAO ARISTIDE JULIUS GILDAS Email (UVCI) : yao24.kouame@uvci.edu.ci Téléphone : 0709919404	NOTE 13.0 **/20**	<u>OBSERVATIONS</u>

EXERCIE 1

1.a. Le degré d'un sommet est le nombre d'arêtes dont le sommet est une extrémité.

Sommets	B	C	D	F	N	T
Degré des sommets du graphe	2	4	4	5	3	4

1.b. Ce graphe est connexe car tous les sommets peuvent être reliés entre eux par (au moins) une chaine. Par exemple, la chaîne BCDNTF contient tous les sommets.

2. L'existence d'un parcours permettant au groupe de passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin est liée à l'existence d'une **chaîne eulérienne**.
Puisque deux sommets exactement sont de degré impair et que les autres sont de degré pair, le **théorème d'euler** nous permet d'affirmer l'existence d'une telle chaîne eulérienne, donc d'un tel parcours. Par exemple, le trajet F-B-C-F-N-T-F-D-C-T-D-N répond au problème.

3.a. n est le nombre chromatique du graphe.
Le graphe admet un sous-graphe complet d'ordre 4 (FCTD est un sous-graphe complet).
Donc $4 \leq n$.
Δ est le degré maximal des sommets.
$\Delta=5$ et $\Delta+1=6$.
Donc $n \leq 6$
<u>Conclusion</u>
$4 \leq n \leq 6$

3.c. On utilise l'algorithme de coloration dit « algorithme glouton » pour colorier le graphe :

Sommet	Degré	Couleur
F	5	Couleur 1
C	4	Couleur 2
D	4	Couleur 3
T	4	Couleur 4
N	3	Couleur 2
B	2	Couleur 4

Le nombre chromatique de ce graphe est donc égal à 4

EXERCIE 2

Première partie : Etude d'un graphe

1.a. Le graphe est connexe car entre tout couple de sommets, il existe au moins une chaîne.

1.b. Le tableau donnant les degrés de chaque sommet est :

NON

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	R	S
Degré	2	4	4	4	4	4	4	2	3	1

1.c. Puisque seuls les deux sommets R et S sont de degré impair, le théorème d'Euler affirme l'existence d'un cycle Eulérien.

2.a. Notons χ le nombre chromatique de ce graphe
Le degré maximal atteint par les sommets du graphe est 4. Ainsi $\chi \leq 4 + 1$, c'est-à-dire $\chi \leq 5$
L'ordre du plus grand sous graphe complet étant de 3 (par exemple le sous-graphe GDE), on aura donc $3 \leq \chi$.
Finalement, un encadrement du nombre chromatique de ce graphe est $3 \leq \chi \leq 5$

2.b. On procède à une coloration du graphe selon l'algorithme Glouton

Sommet(ordre décroissant des degrés)	Degré	Couleur
B	4	Couleur n° 1
C	4	Couleur n° 2
D	4	Couleur n° 3
E	4	Couleur n° 1
F	4	Couleur n° 1
R	3	Couleur n° 3
A	2	Couleur n° 3
H	2	Couleur n° 3
S	1	Couleur n° 3

Ce qui montre que le nombre chromatique est égal à 3.

<u>Deuxième partie : Visite d'un musée</u>

1. Si on représente le musée à l'aide d'un graphe dont les sommets sont les salles et les arêtes sont les portes permettant de communiquer entre les salles, on retombe sur le graphe de la partie 1, à condition de désigner par R la réception et par S la Salle VIP.

2.a. Trouver un tel chemin revient à trouver un cycle eulérien parcourant ce graphe. D'après la partie 1, une telle chaine existe.

2.b. Un exemple de tel chemin est la chaine R(réception)-B-C-R-F-C-D-B-A-E-D-G-E-H-G-F-S (salle VIP), qui parcourt une et une seule fois toutes les arêtes du graphe.

3. En reprenant la coloration établie dans la partie 1, si on choisit de colorier :
- d'une première couleur les salles F, E et B
- d'une deuxième couleur les salles G et C
- d'une troisième couleur les salles D, H, A, la réception et la salle VIP, deux salles communiquant par une porte seront toujours coloriées à l'aide de deux couleurs distinctes.