

Sujet 1 : Le lichen

Nous avons vu en cours un modèle de la dynamique de deux populations en compétition pour les ressources : chaque population limite l'accès au ressource de l'autre. Dans la nature, il existe aussi de nombreux exemples de relation de symbiose entre population. Le lichen est, par exemple, une union entre une algue unicellulaire et un champignon : l'algue retire de la relation un apport important en eau et en sels minéraux. Le champignon, hétérotrophe, retire de l'algue le glucose nécessaire à sa croissance. Autrement dit, chacune des populations favorise la croissance de l'autre, alors que dans une relation de compétition elle l'inhibe.

En vous inspirant du système d'équations donné dans le cas d'une compétition, proposez un modèle de relation symbiotique entre deux populations. Étudiez d'abord mathématiquement ce modèle. Notamment, vous chercherez à savoir quelles sont les conditions permettant d'avoir un état d'équilibre. Déduisez-en les différents comportements possibles du système en fonction de la valeur des paramètres. Interprétez biologiquement le résultat. Écrivez le code Scilab correspondant, et réalisez la simulation pour illustrer vos conclusions.

Sujet 2 : Évolution d'un consommateur et d'une ressource

Dans les modèles vus en cours nous ne modélisons pas explicitement l'évolution des ressources présentes dans le milieu.

Variables :

- $R(t)$ Concentration de ressources disponibles
- $N(t)$ Les consommateurs

Paramètres :

- S Concentration maximale de ressource dans l'habitat
- F Taux de croissance des ressources
- μ Taux de croissance maximum des consommateurs
- D Taux de mortalité des consommateurs
- K Constante de saturation (pour nourrir les consommateurs)
- Q Quantité de ressource nécessaire pour créer un consommateur

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = (\mu \frac{R}{R+K} - D)N \\ \frac{dR}{dt} = F(S - R) - Q\mu \frac{R}{R+K}N \end{cases}$$

Dans un premier temps vous comparerez ce modèle aux autres modèles vus dans le thème. Vous tacherez de justifier les nouveaux termes qui apparaissent dans ce modèle, et d'expliquer leurs noms. Ensuite vous pourrez calculer les points d'équilibre de ce système d'équations différentielles. On pourra ensuite implémenter dans scilab la simulation du modèle afin d'étudier la stabilité des points d'équilibres ainsi que influence des différents paramètres sur la simulation. Pour finir on pourra comparer le comportement du modèle à des situations réelles à choisir.

Sujet 3 : Modèle plus réaliste proie-prédateur

Nous allons nous intéresser à un modèle proie-prédateur plus réaliste que celui vu en cours :

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} &= P_1 k_1 \left(1 - \frac{P_1}{M_1}\right) - \frac{r}{P_1 + D} P_1 P_2 \\ \frac{dP_2}{dt} &= P_2 k_2 \left(1 - \frac{h P_2}{P_1}\right) \end{cases}$$

Dans un premier temps vous comparerez ce modèle aux autres modèles vus dans le thème. Vous tacherez de justifier les nouveaux termes qui apparaissent dans ce modèle, et d'expliquer leurs noms. Ensuite vous pourrez calculer les points d'équilibre de ce système d'équations différentielles. On pourra ensuite implémenter dans scilab la simulation du modèle afin d'étudier la stabilité des points d'équilibres ainsi que influence des différents paramètres sur la simulation. Pour finir on pourra comparer le comportement du modèle à des situations réelles à choisir.

Sujet 4 : le spruce-budworm

Dans ce sujet nous allons étudier l'évolution d'une population de mythes qui peuvent si ils sont en forte concentration ravager des forets et donc poser un problème pour la production locale de bois. Une étude du modèle vous permettra de dégager des solutions pratiques pour contrôler cette population de mythe.