ДМ, Дискретная математика

Барашко Арсений

09.04.2024

1. **а)**

   -

   б)

   Знаем, что B разрешимо, тогда для любого числа можем определить, принадлежит ли оно множеству. Для любого x мы можем проверить существование подходящего k, значит множество z разрешимо

2. Пусть A неразрешимо, тогда не существует алгоритм, чтобы понять, принадлежит ли элемент к A, но мы знаем, что $A \bigcup B$ и B разрешимы, в таком случае алгоритм для B и $A \bigcup B$ существует, в свою очередь A - подмножество $A \bigcup B$, тем самым мы каким-то образом все же определяем элементы из A в $A \bigcup B$. В таком случае таких множеств, что A неразрешимо, не существует

3. Так как $A \bigcap B = \emptyset$ и $A \subseteq C \subseteq A \bigcup B$, то любой элемент , не принадлежащий A но принадлежащий C, должен принадлежать B. Так как C разрешимо, мы можем определить принадлежность элемента к C. Если же элемент принадлежит C и не принадлежит B, то элемент должен принадлежать A. Тогда для любого элемента мы можем понять, принадлежит ли он A, а значит множество A разрешимо

4. Пусть множество A - бесконечное неразрешимое множество (может даже перечислимое). Пусть B - конечно и, понятно, разрешимо. Рассмотрим $A \bigcup B$. Для любого элемента, чтобы определить его принадлежность к $A \bigcup B$, алгоритм должен проверить принадлежность элемента к A или B

   Элементы из B проверить алгоритм может, так как оно разрешимо. Если же алгоритм утверждает, что к B элемент не относится, то алгоритму требуется проверить, относится ли элемент к A, но поскольку A неразрешимо, то сделать мы этого не можем

   Тогда множество $A \bigcup B$ не может быть разрешимым при условии, что множество B конечно, а множество A неразрешимо

5. График функции $f(x) = y$ является множеством пар (x, y), где x - входной аргумент функции, y - соответствующее значение функции. Если график f вычислим, тогда существует алгоритм, который для любого x может вычислить значение $f(x)$

   Пусть у нас есть вычислимая тотальная функция $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. Рассмотрим график этой функции. Так как функция $f(x)$ является вычислимой, мы можем написать алгоритм, который для любого входного значения x будет вычислять соответствующее значение $f(x)$, причем мы знаем, что для любого $x \in \mathbb{R}$ существует значение $f(x)$. То есть для любой пары (x, y), принадлежащей графику функции f, мы можем вычислить значение y по x, а значит график вычислимой тотальной функции разрешим

6. -

7. -

8. Для любой пары (a,b) не в E, то есть для пар, которые принадлежат разным классам эквивалентности, мы также можем последовательно проверить их принадлежность, ведь каждое число принадлежит одному из конечного числа классов эквивалентности. Тогда мы можем перечислить все пары, не находящиеся в E, а тогда дополнение E также перечислимо. Тогда по теореме Поста, которая утверждает, что множество является разрешимым тогда и только тогда, когда оно и его дополнение перечислимы, E разрешимо