

# Юстина Иванова

Программист, data scientist

Основы описательной статистики,  
Виды распределений

# Спикер



**Юстина Иванова,**  
Data scientist по  
Компьютерному зрению  
в компании ОЦРВ,  
Выпускница МГТУ им. Баумана  
Магистр по Artificial Intelligence  
В University of Southampton

# Где применяется статистический анализ

Компьютерное зрение;  
Перевод языков;  
Генетический анализ данных (молекулярная биология);  
Финансовый анализ данных;  
Рекомендательные системы;  
Моделирование физиологических сигналов;  
в любых табличных данных.

# Основные понятия статистики

Среднее значение;  
Медиана;  
Мода;  
Минимум;  
Максимум;  
Стандартное отклонение;  
Кореляция;  
Выбросы

# Математическое ожидание

Среднее значение выборки. Оно же математическое ожидание. Оно же  $\mu$

# Медиана

Возьмите ваши наблюдения: 80, 87, 95, 83, 92

Расположите их в  
возрастающем порядке: 80, 83, 87, 92, 95

Среднее значение и есть  
медиана  


80, 83, **87**, 92, 95

Если значений чётное кол-во, то  
медианой будет среднее  
арифметическое двух средних  
значений  
  
89.5  
80, 83, **87, 92**, 95, 98

# Мода

Мода определяется как значение, которое наиболее часто встречается в наборе данных.

# Выбросы

Если в данных есть выбросы — значения, которые имеют слишком большое отклонение от среднего значения, — это может негативно повлиять на анализ.

# Стандартное отклонение

Мера разброса данных (насколько данные варьируются от среднего значения).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Греческая буква «сигма» используется для обозначения стандартного отклонения

1. Вычтите каждое наблюдение из среднего значения
2. Возведите каждую разность в квадрат
3. Сложите все разности
4. Разделите сумму на количество наблюдений минус 1
5. Из результата извлеките квадратный корень

# Дисперсия

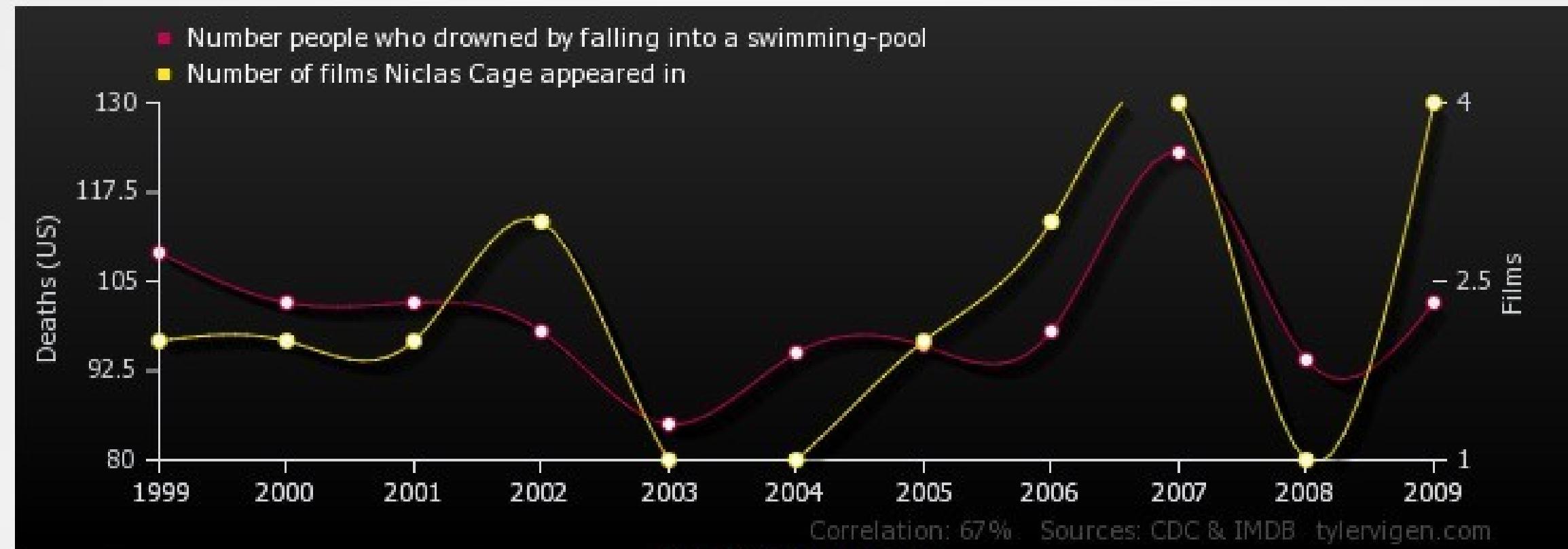
Квадрат стандартного отклонения. Дисперсия показывает, насколько в среднем значения сосредоточены, сгруппированы около среднего: если дисперсия маленькая - значения сравнительно близки друг к другу, если большая - далеки друг от друга (см. примеры нахождения дисперсии ниже).

# Корреляция

Корреля́ция (от лат. *correlatio* «соотношение, взаимосвязь»), корреляционная зависимость, — статистическая взаимосвязь двух или более случайных величин

# Неожиданные случаи корреляции

**Number people who drowned by falling into a swimming-pool**  
 correlates with  
**Number of films Nicolas Cage appeared in**

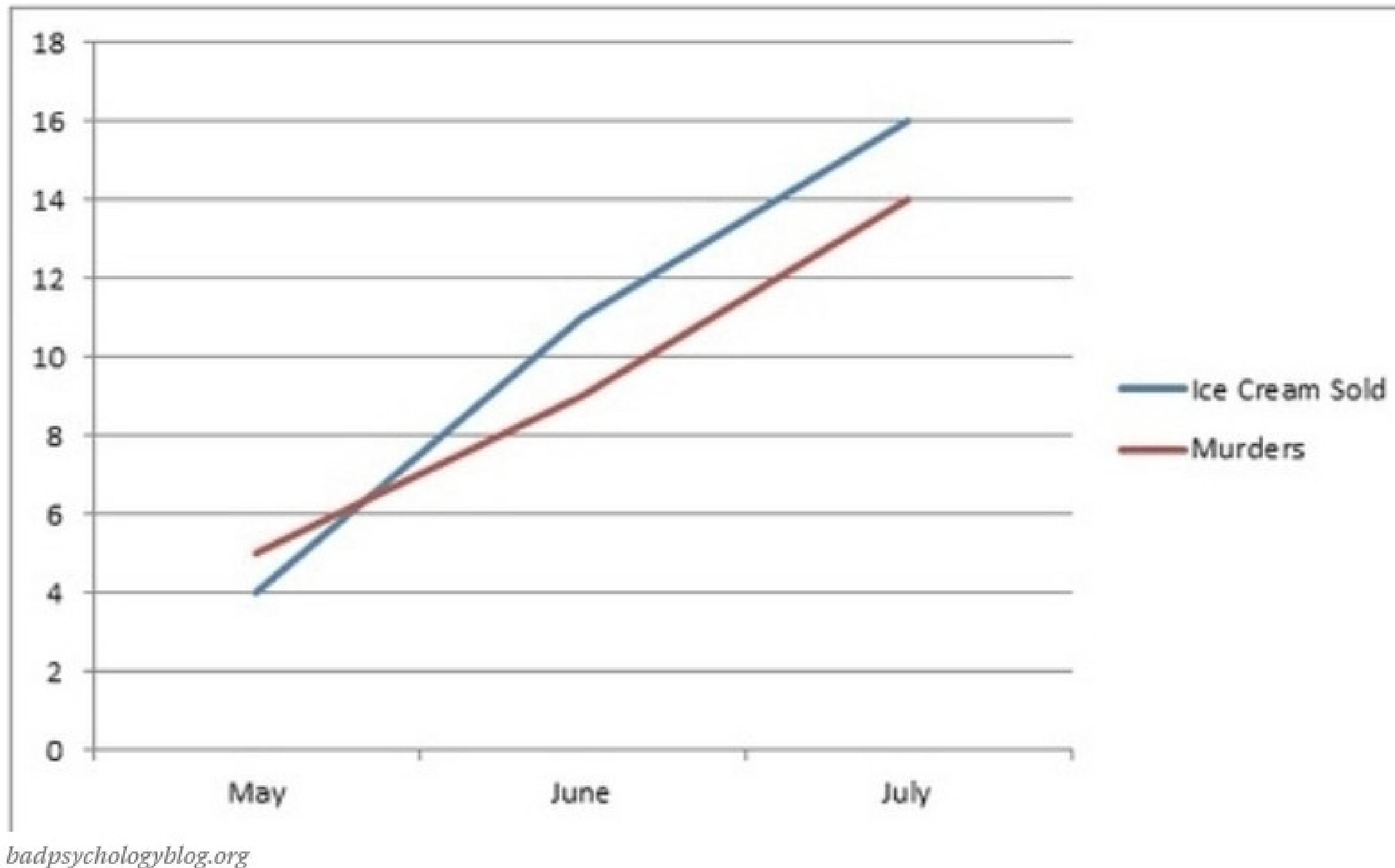


	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Number people who drowned by falling into a swimming-pool Deaths (US) (CDC)	109	102	102	98	85	95	96	98	123	94	102
Number of films Nicolas Cage appeared in Films (IMDB)	2	2	2	3	1	1	2	3	4	1	4

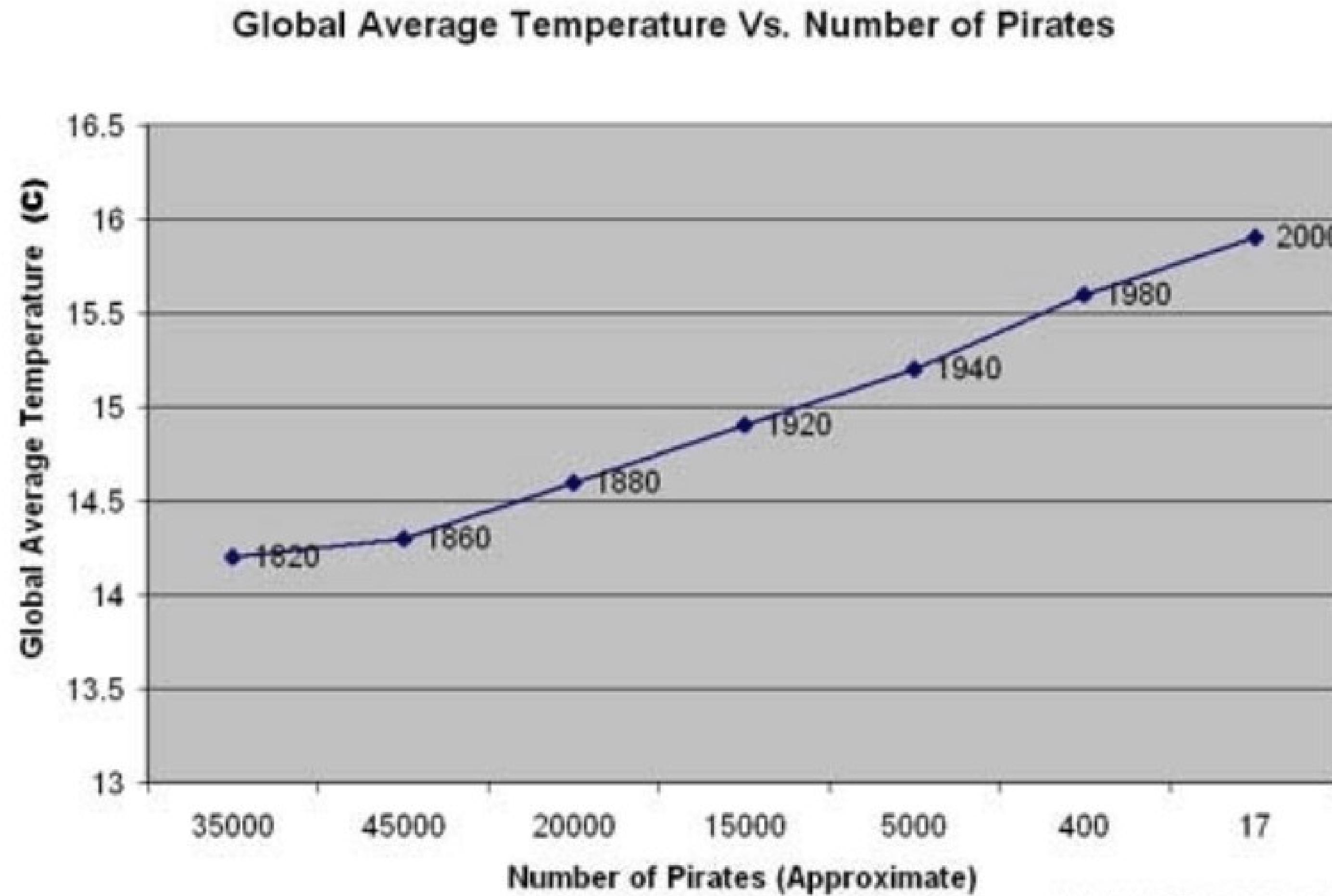
Correlation: 0.666004

# Неожиданные случаи корреляции

## 1. Ice cream consumption leads to murder.



# Неожиданные случаи корреляции

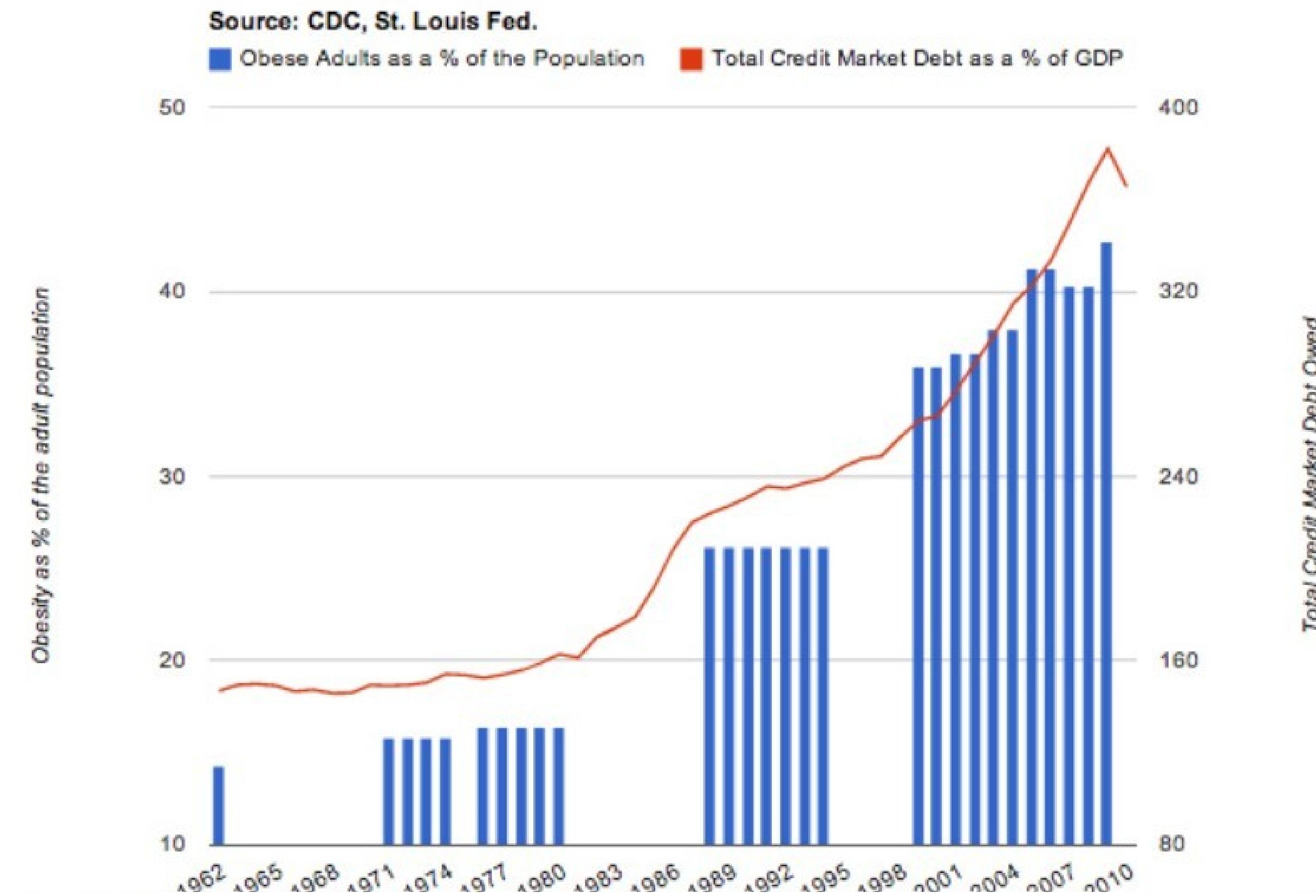


[www.venganza.org](http://www.venganza.org)

<https://www.buzzfeednews.com/article/kjh2110/the-10-most-bizarre-correlations>

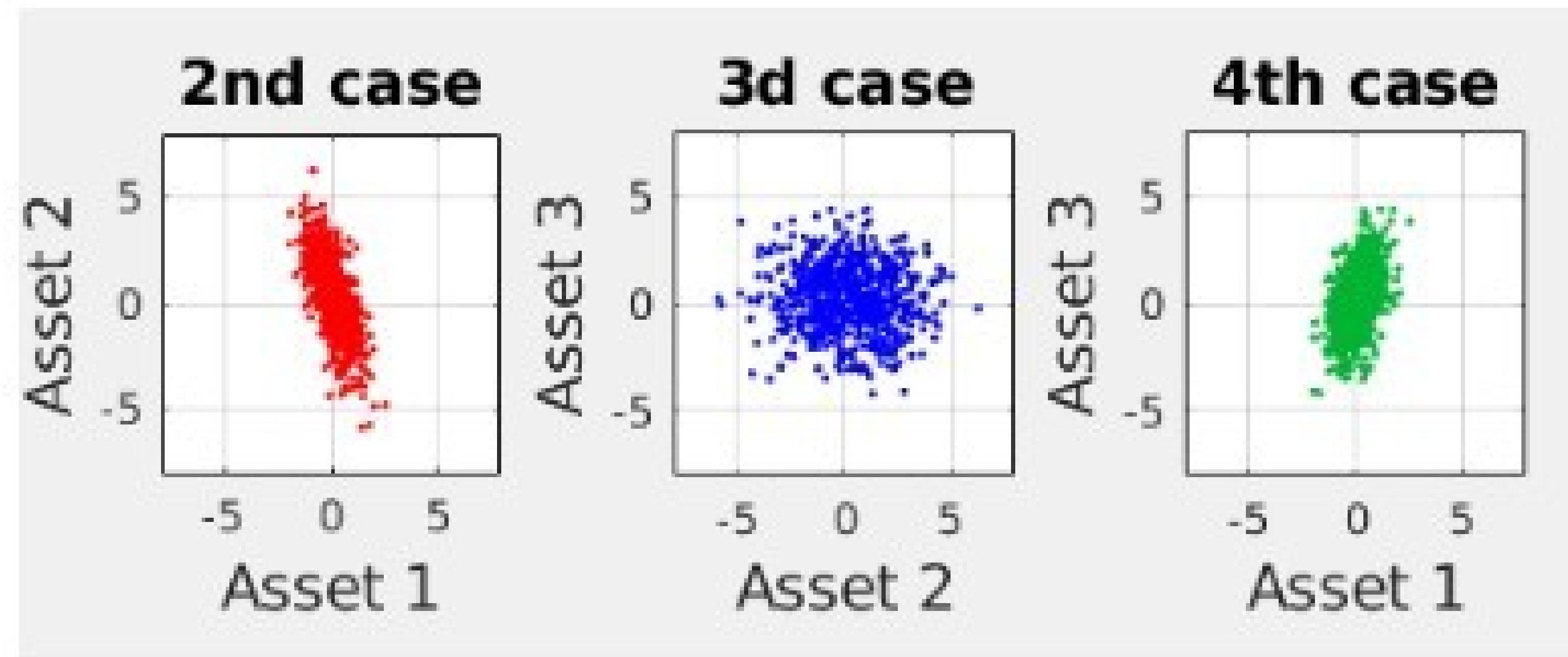
# Неожиданные случаи корреляции

## 8. Obesity caused the debt bubble.



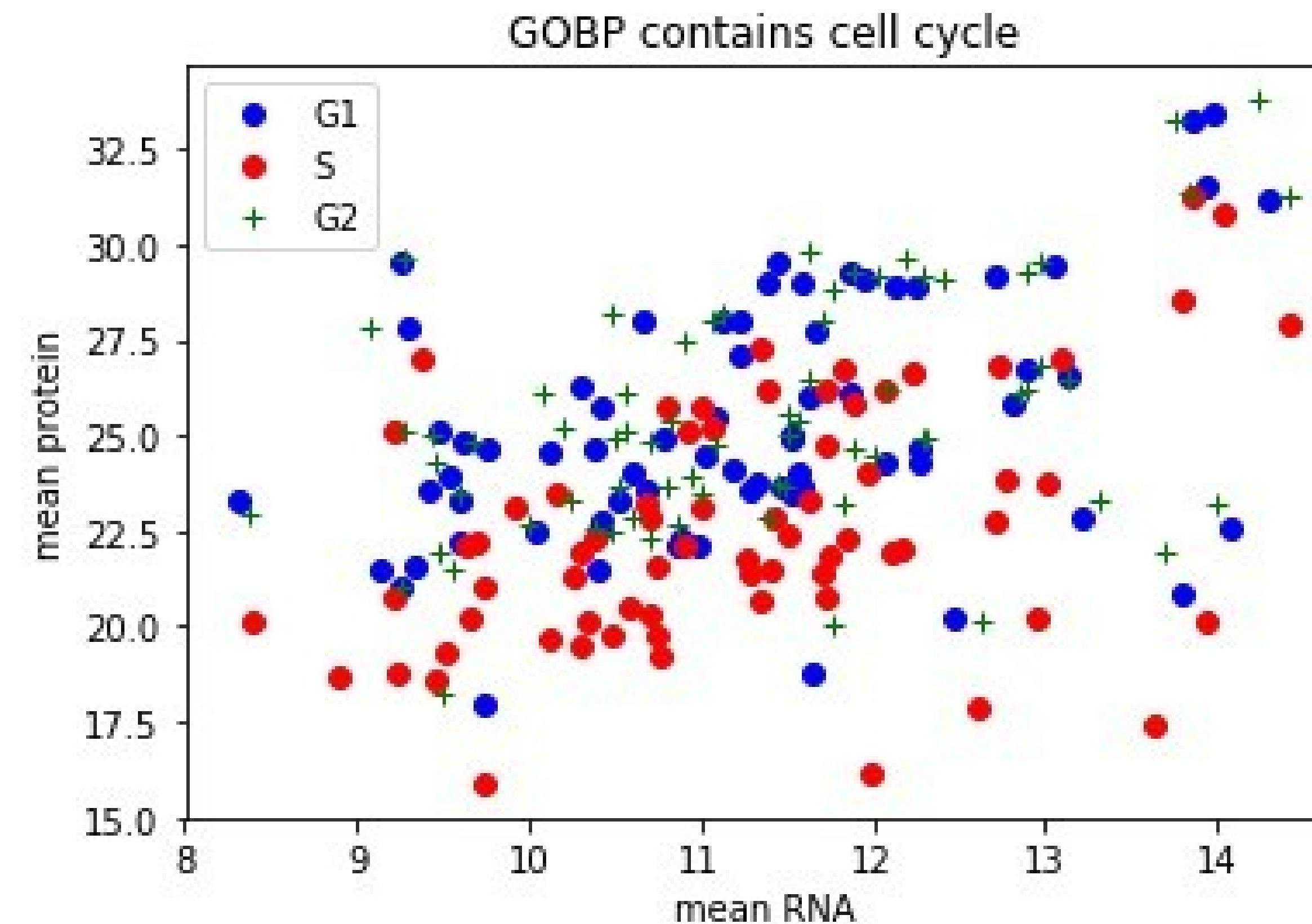
# Финансовый анализ данных

Предсказание колебания цены на акции фирмы.  
Анализ корреляции необходим для анализа соотношения  
двух компаний.



# Анализ молекулярной биологии

Насколько соотносится протеины и РНК



# Нормальное распределение Гаусса.

**Функция плотности распределения:**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

**Математическое ожидание (среднее значение):**

медиана и мода распределения

$$\mu, \bar{x}$$

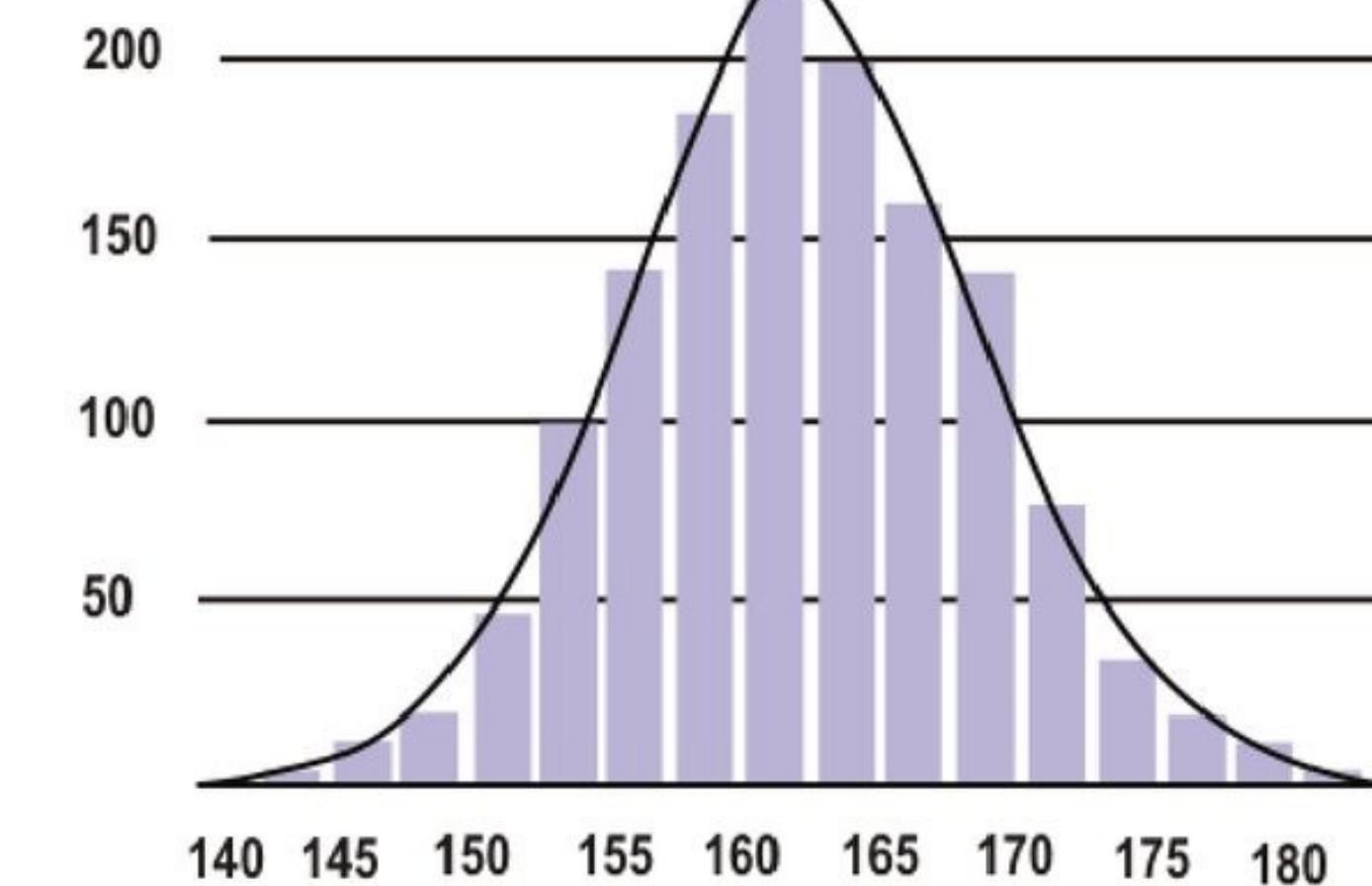
**Дисперсия (среднеквадратичное отклонение):**

$$\sigma^2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

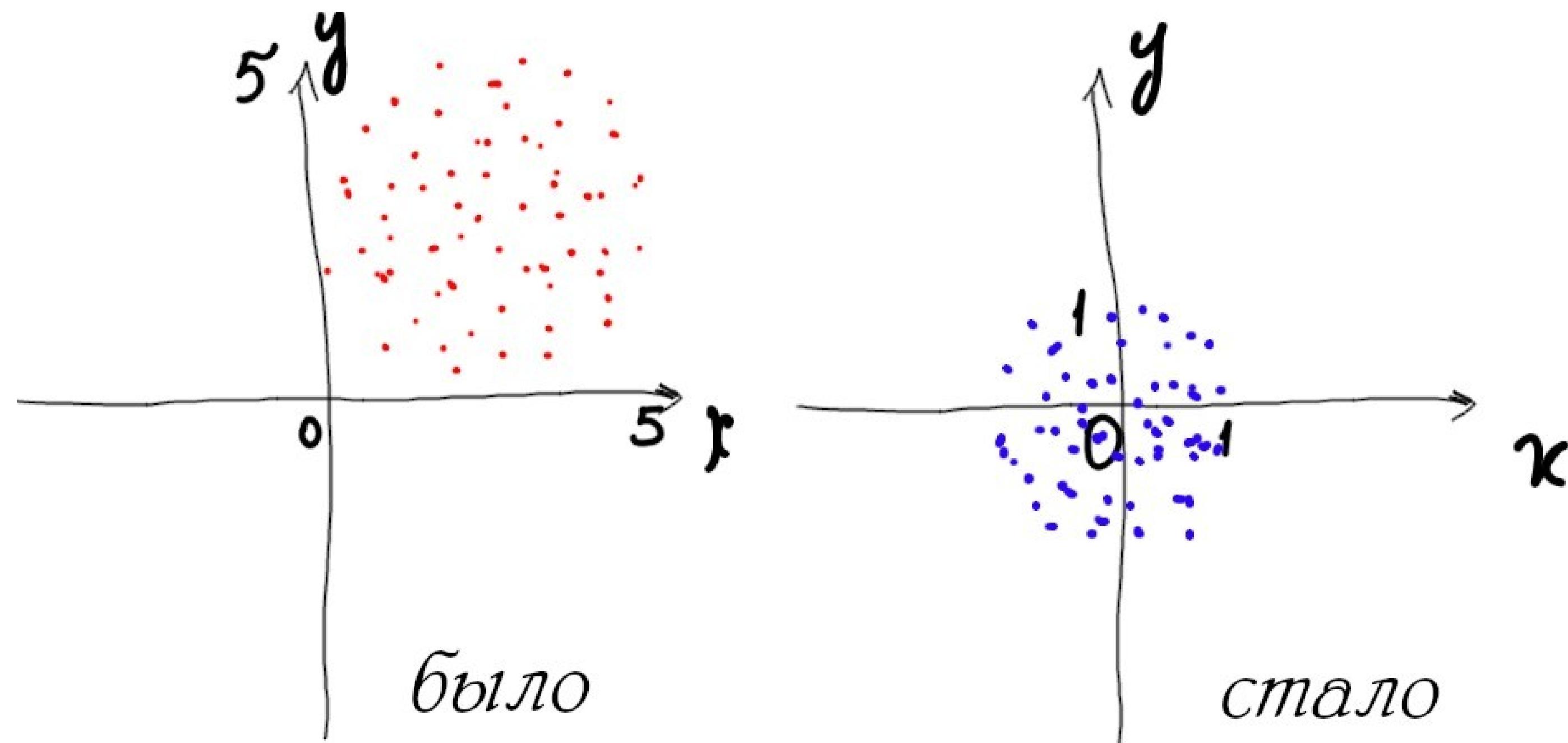
1. Вычтите каждое наблюдение из среднего значения  
 2. Возведите каждую разность в квадрат  
 3. Сложите все разности  
 4. Разделите сумму на количество наблюдений минус 1  
 5. Из результата извлеките квадратный корень

Греческая буква «сигма» используется для обозначения стандартного отклонения



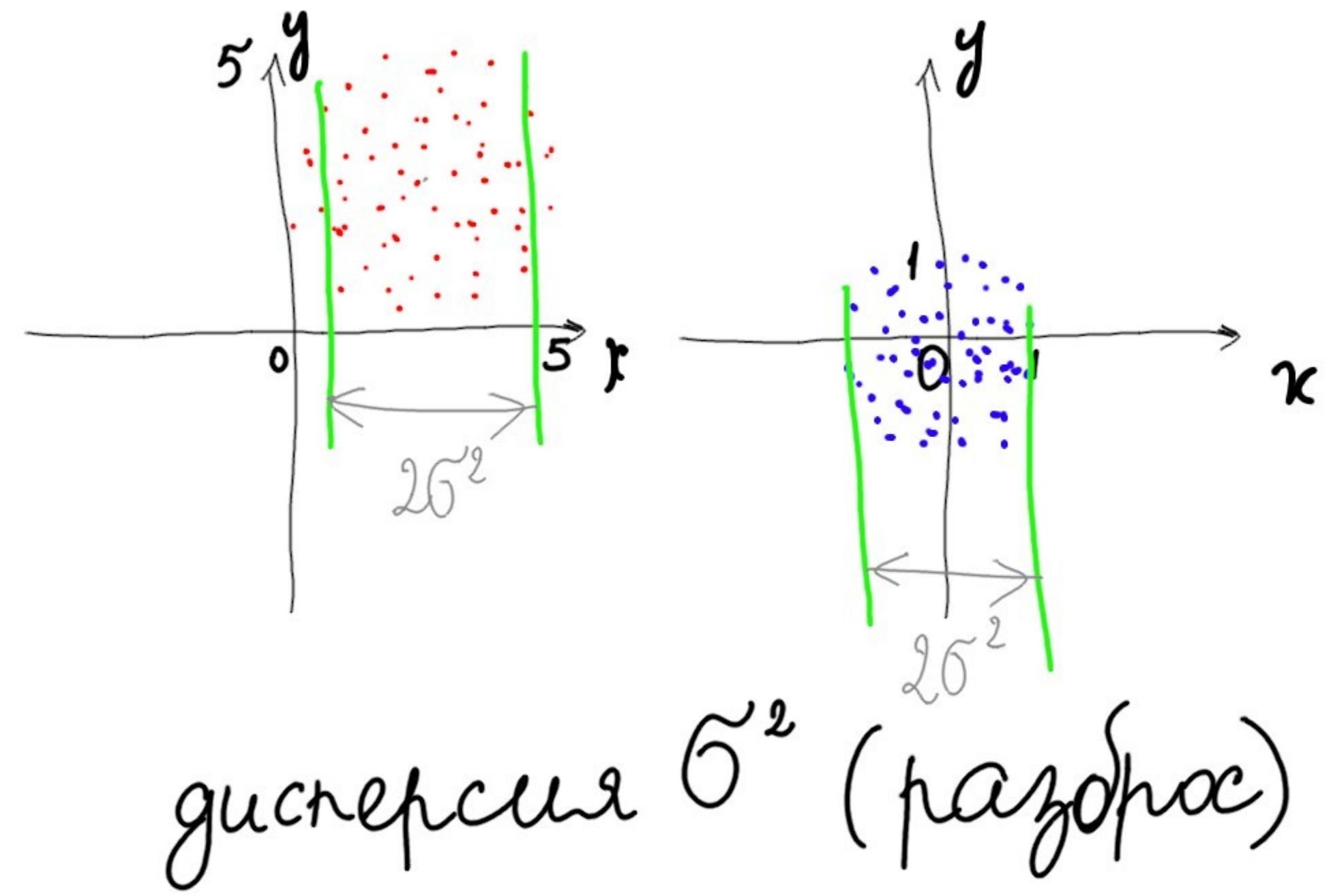
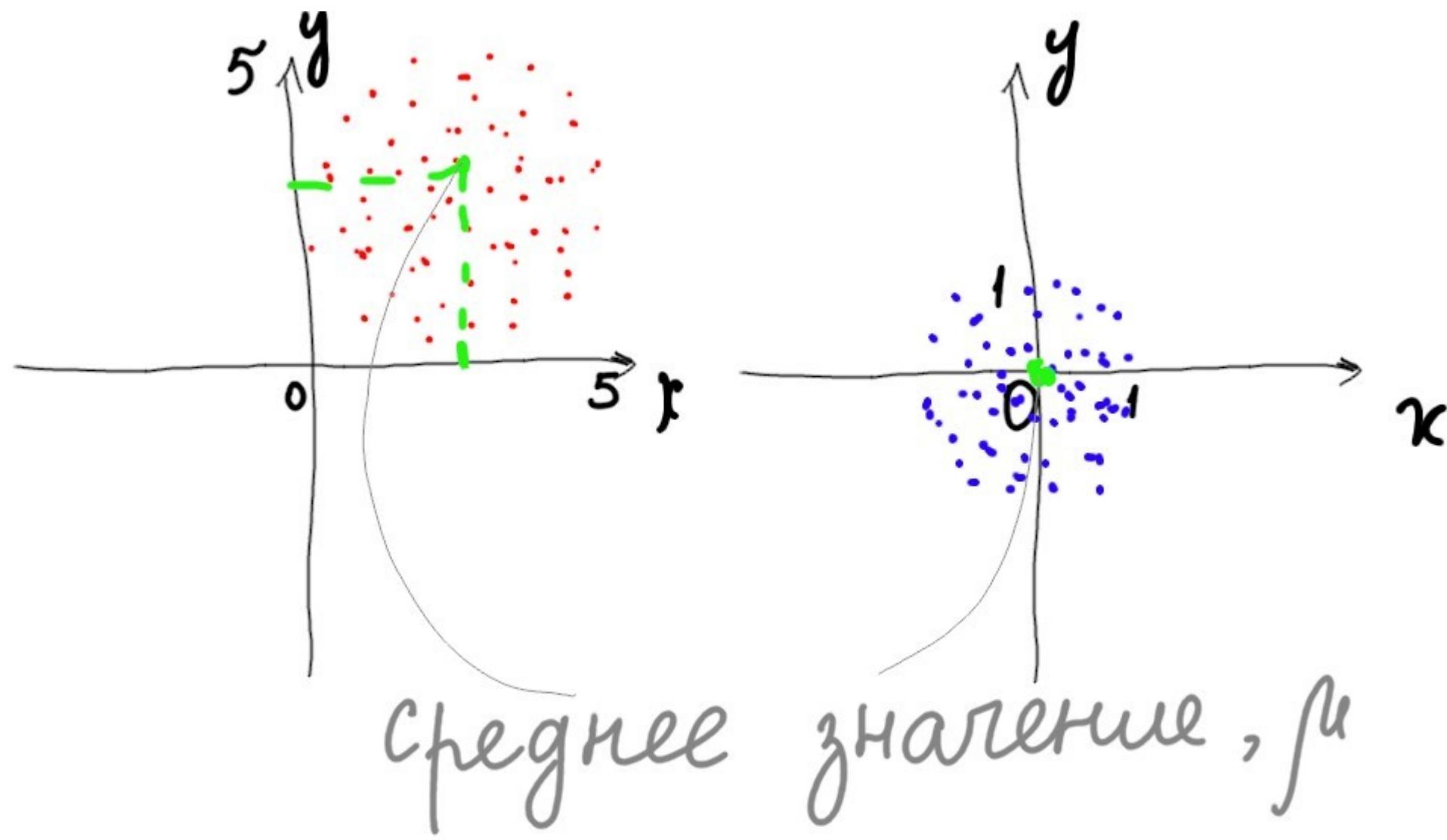
# Нормализация данных.

Любые данные перед анализом необходимо нормализовать.



# Нормальное распределение Гаусса.

Как отличать параметры распределения?



## Задачи на упражнения.

Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины?

X	2	3	5	6	5	1
---	---	---	---	---	---	---

## Задачи на упражнения.

Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины?

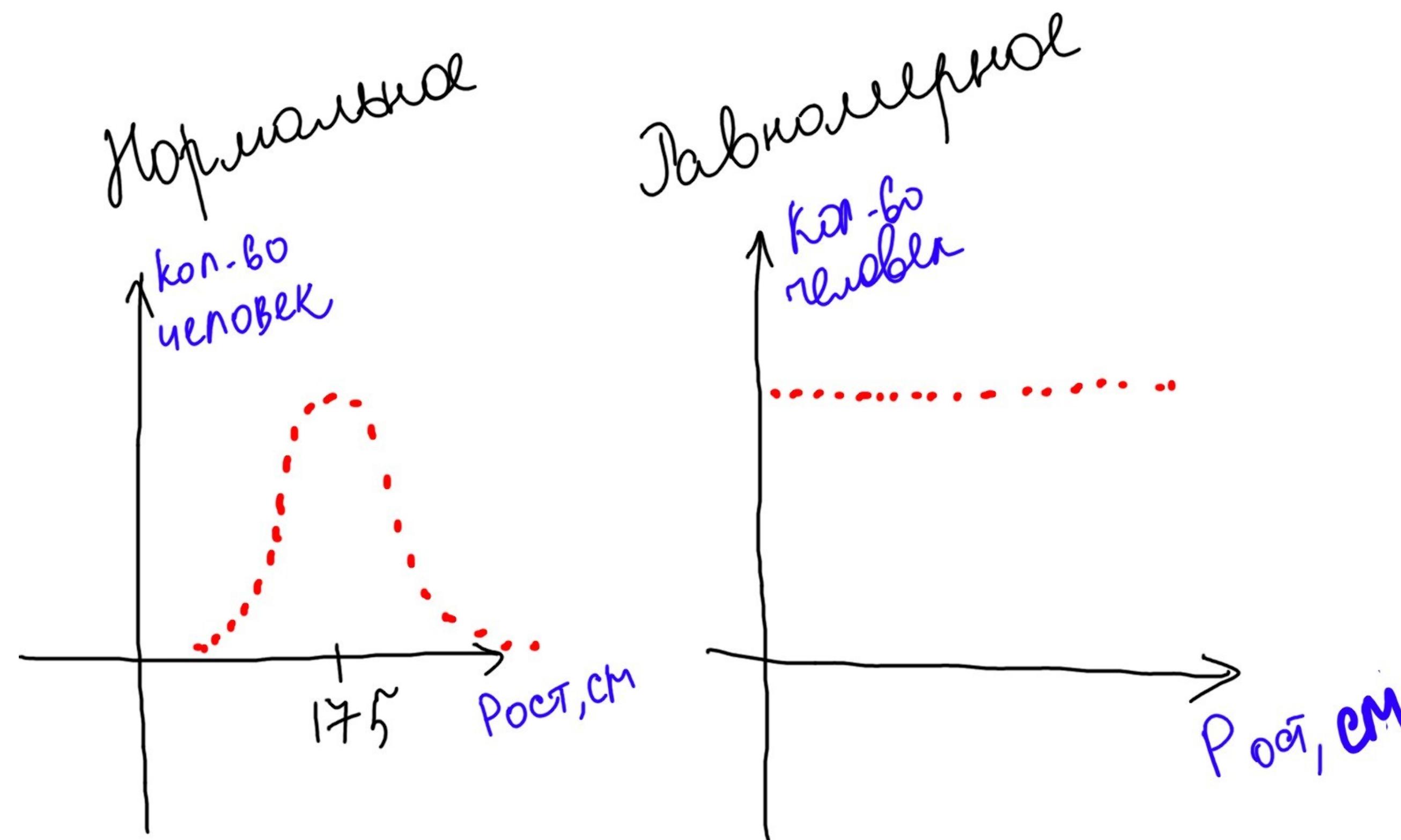
x	2	3	5	6	5	1
---	---	---	---	---	---	---

Математическое ожидание = среднее значение =  
 $(2+3+5+6+5+1)/6 = 3.6$

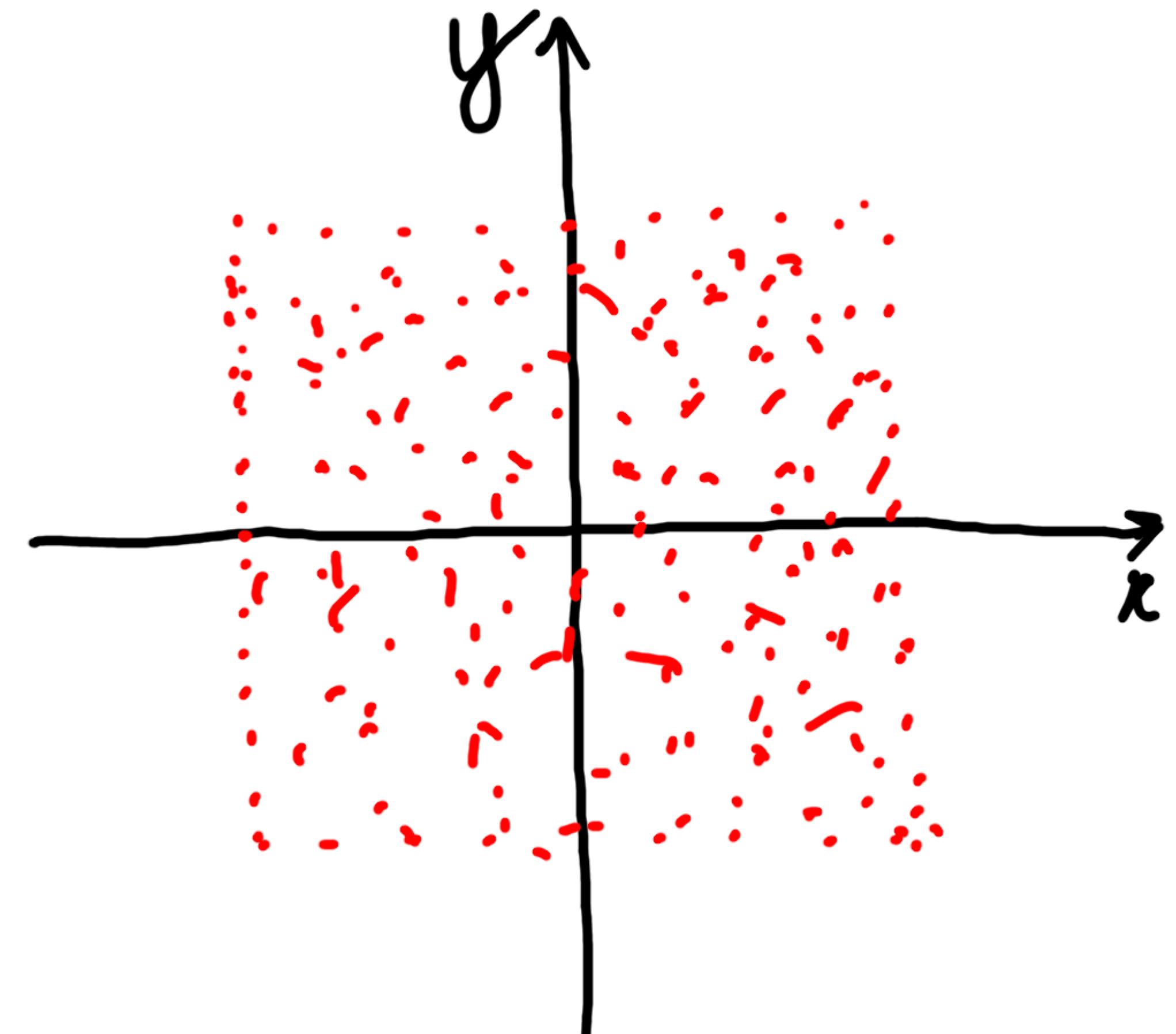
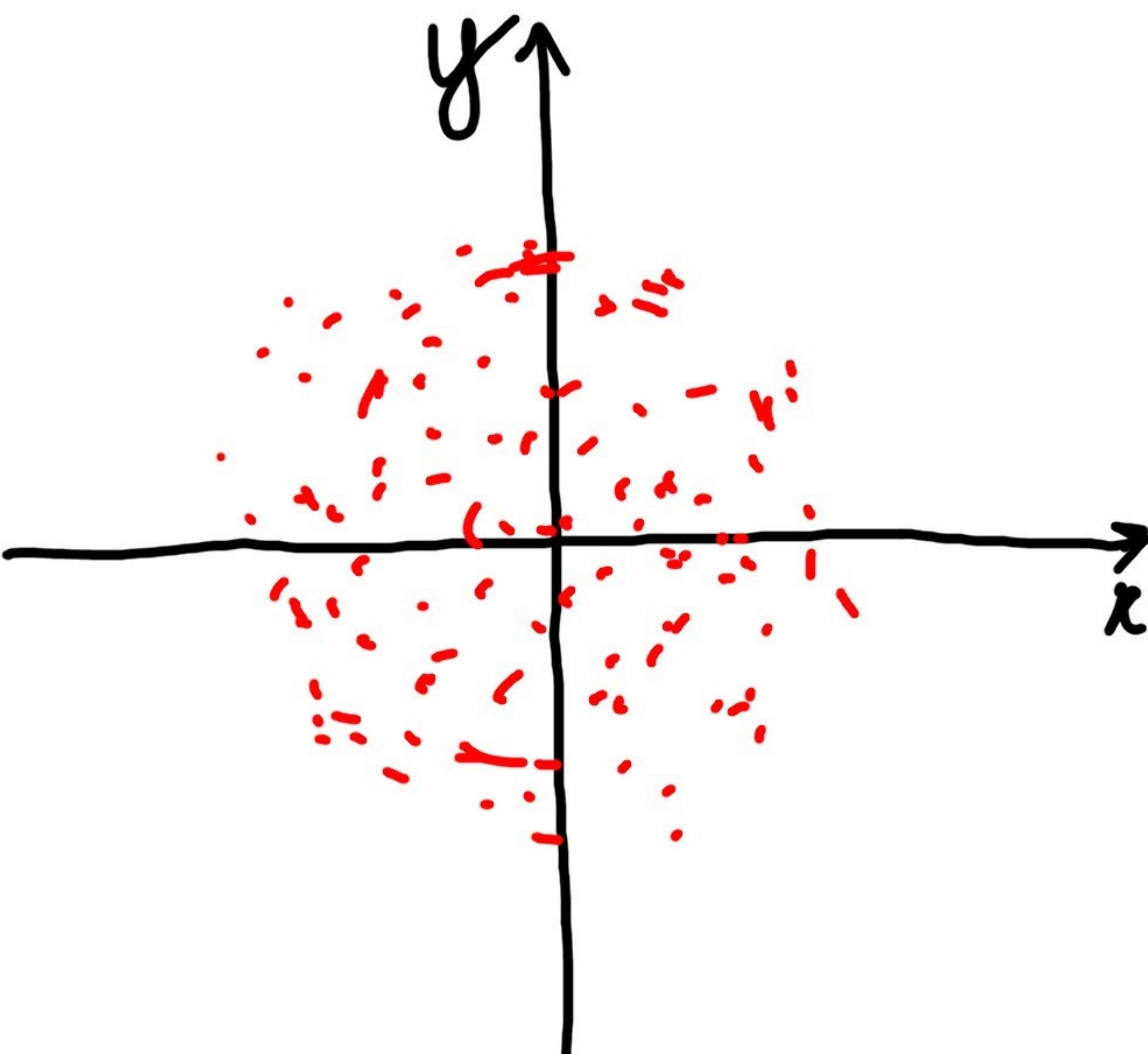
Дисперсия =  $1/5 ((2-3.6)^2 + (3-3.6)^2 + (5-3.6)^2 + (6-3.6)^2 + (5-3.6)^2 + (1-3.6)^2) = 4.632$

# Равномерное распределение.

Отличается тем, что данные распределены равномерно.



Задача: найти нормальное и равномерное распределения.



# Python: генератор случайных чисел — пример нормального распределения.

Random модуль — пример для генерации случайных чисел.

`random.random` — число от 0 до 1

`random.seed` — настройка генератора

Модуль `numpy` также имеет `random` метод.

`numpy.random.normal` -

<https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.random.normal.html>

# Модуль (scipy.stats).

[https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/  
scipy.stats.norm.html#scipy.stats.norm](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.norm.html#scipy.stats.norm)

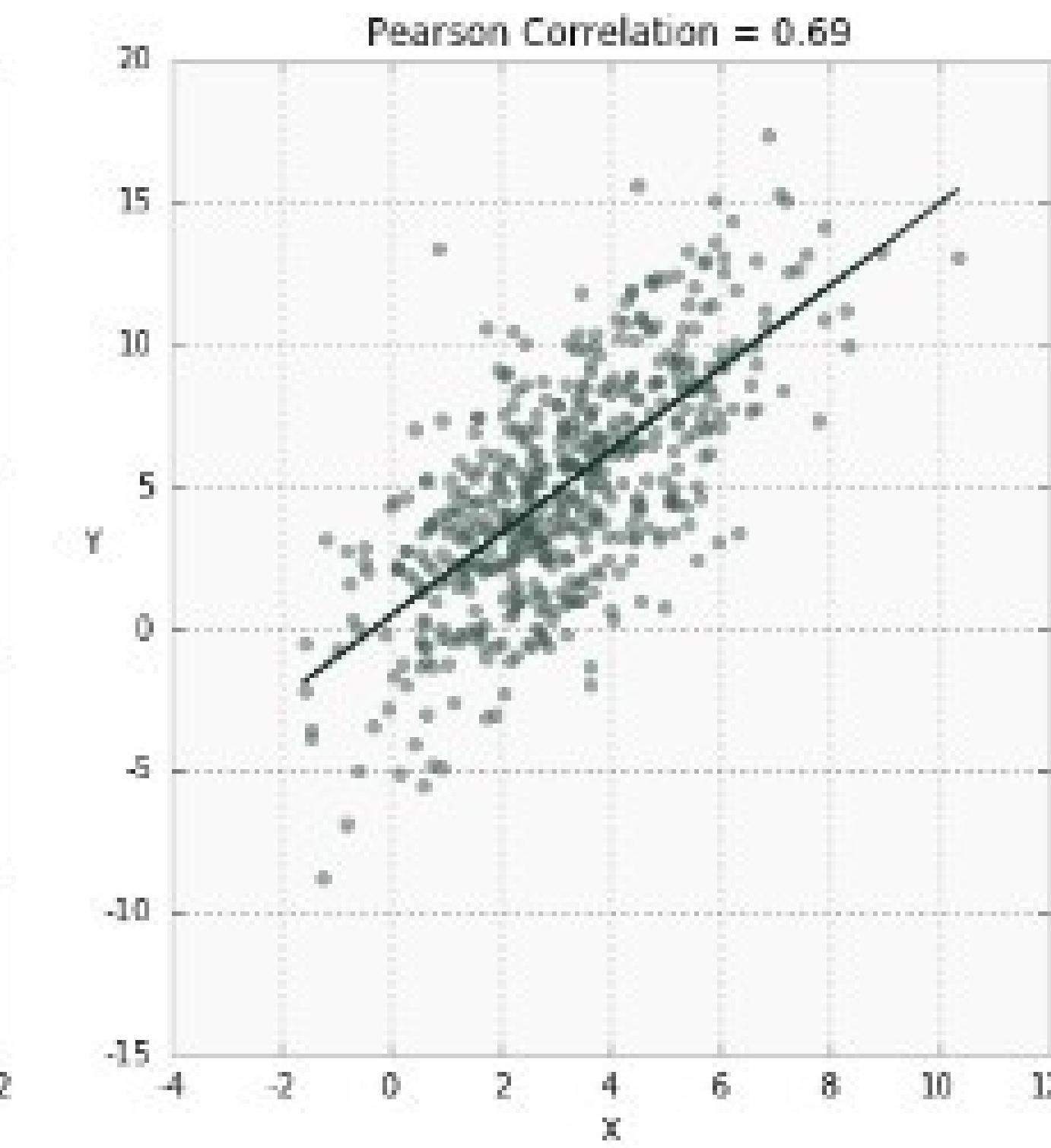
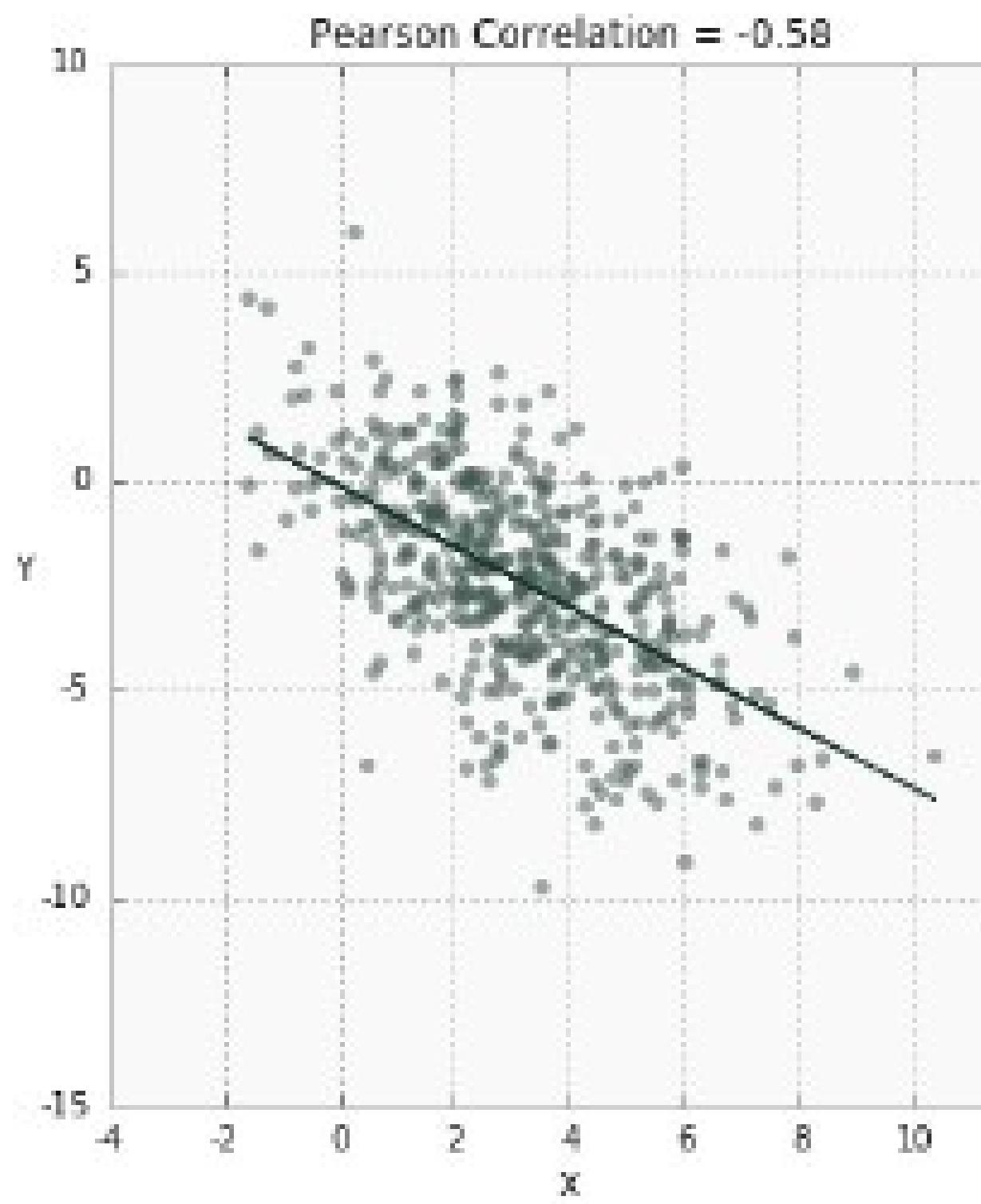
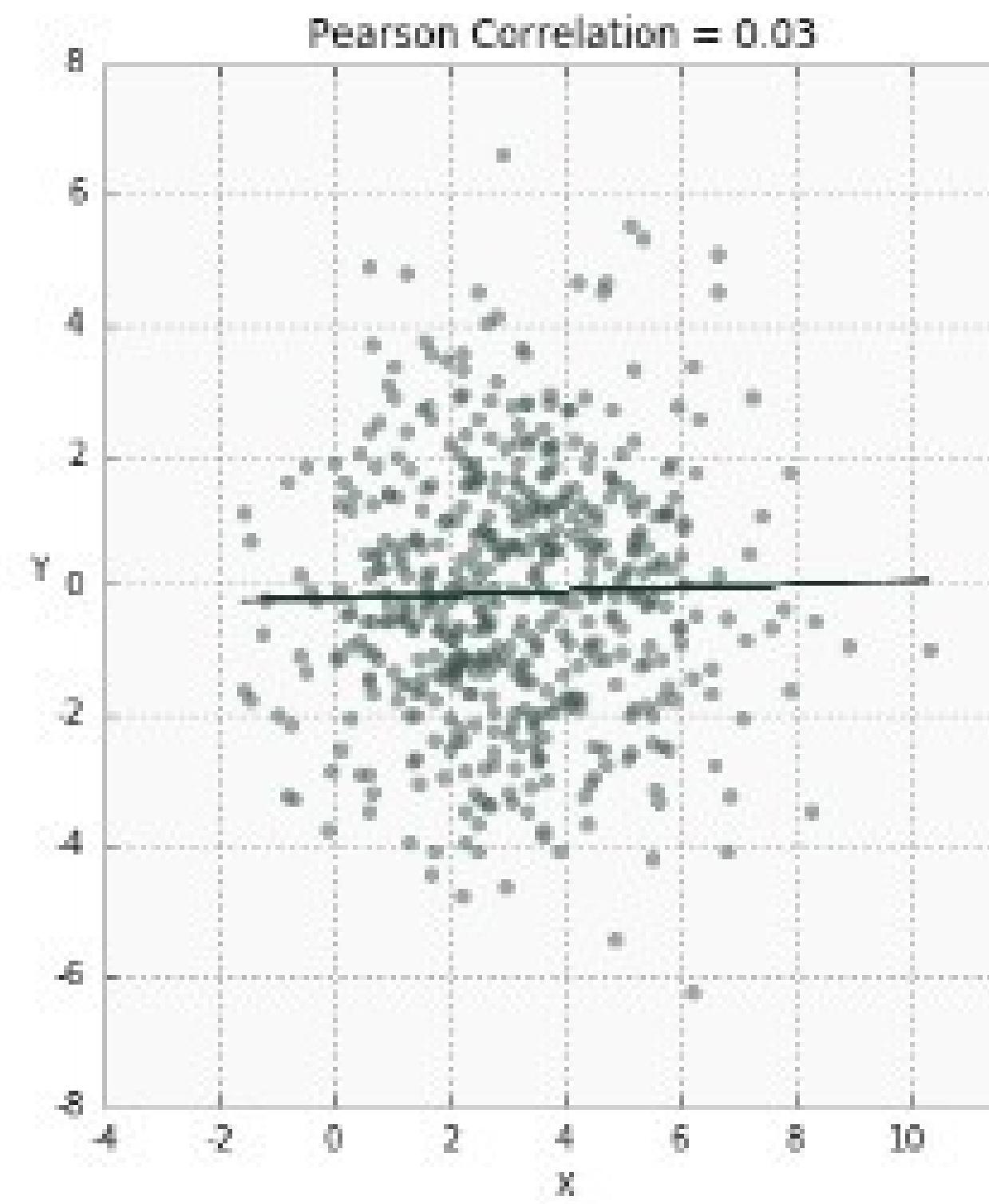
Основные функции для генерации случайных чисел:

`stats.norm` — создание нормального распределения

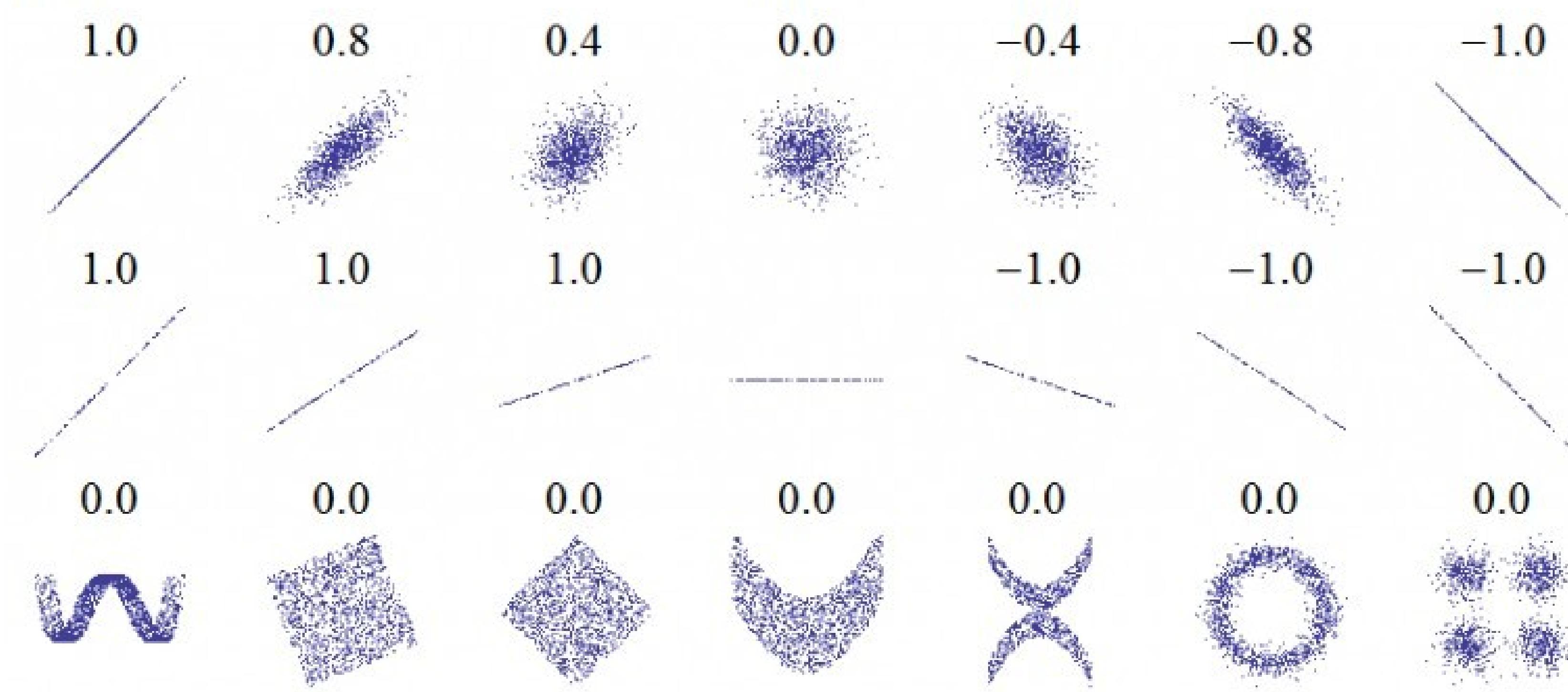
`stats.norm.rvs(size=1000)` — генерация случайного числа, можно задать дисперсию и математическое ожидание

# Корреляция Пирсона.

$$\rho_{X, Y} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$



# Кореляция Пирсона.



# Центральная предельная теорема.

Центральная предельная теорема утверждает, что сумма независимых одинаково распределённых случайных величин имеет распределение, близкое к нормальному.

ЦПТ имеет огромное значение для применений теории вероятностей в естествознании и технике. Ее действие проявляется там, где наблюдаемый процесс подвержен влиянию большого числа независимых случайных факторов, каждый из которых лишь ничтожно мало изменяет течение процесса. Наблюдатель, следящий за состоянием процесса в целом, наблюдает лишь суммарное действие этих факторов. Эта схема поясняет также исключительное место, которое нормальное распределение занимает среди других вероятностных распределений.

ЦПТ дает возможность аппроксимировать распределение сумм независимых с.в. нормальным распределением, чем часто пользуются на практике.

# Матрица корреляций.

Для статистического анализа играет наиважнейшую роль.

Строим матрицу ковариаций для того, чтобы определить, насколько 2 случайные величины зависят друг от друга. Эта информация — то, что нужно data scientists.

Если две переменные независимы, матрица ковариаций выглядит так:

$$S = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix}$$

Sx — дисперсия переменной x  
(среднеквадратичное значение)  
Sy — дисперсия переменной у

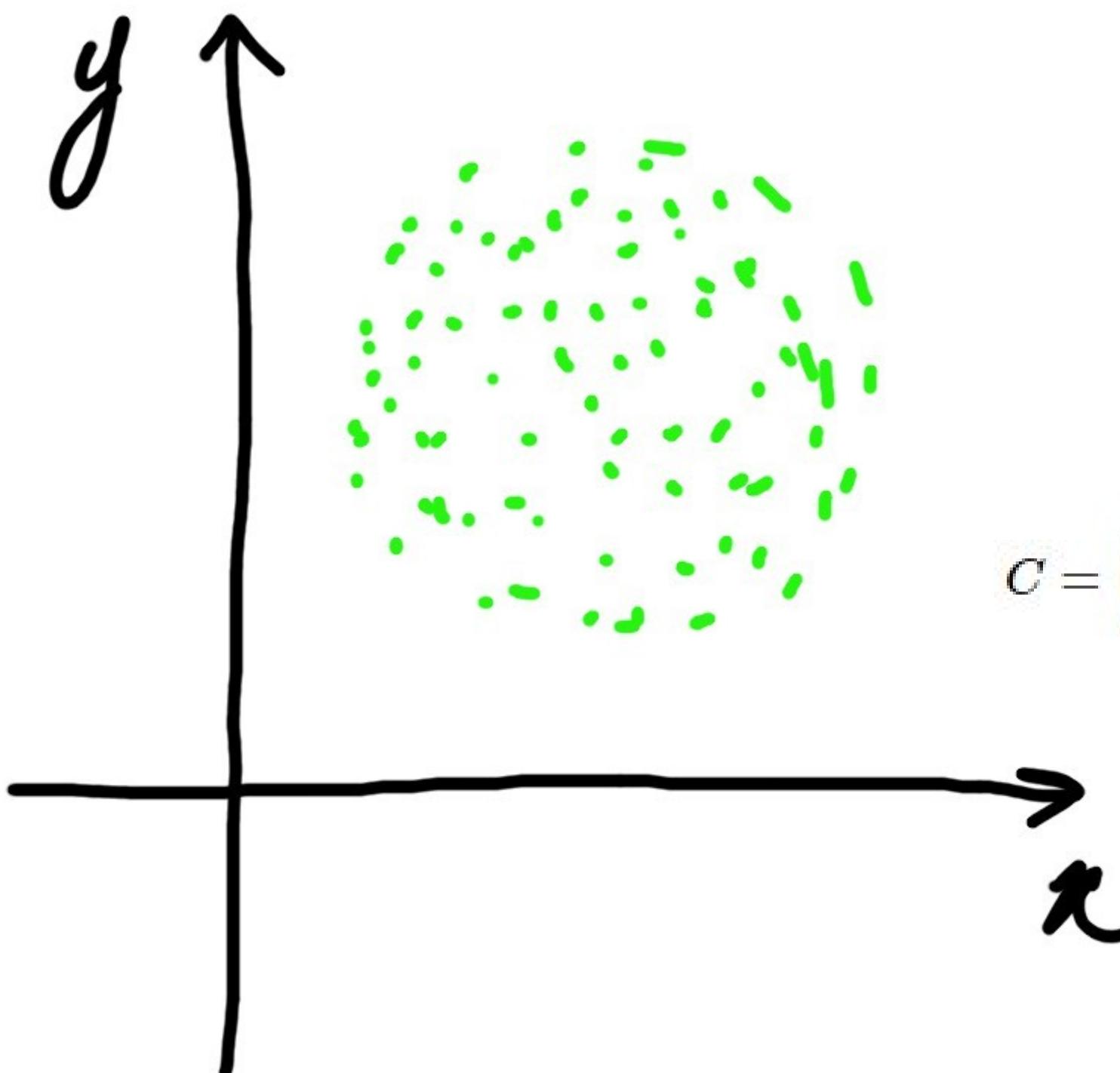
# Матрица корреляций.

Если 2 случайные величины зависимы друг от друга, то матрица корреляций принимает вид:

$$C = \begin{pmatrix} \sigma(x, x) & \sigma(x, y) \\ \sigma(y, x) & \sigma(y, y) \end{pmatrix}$$

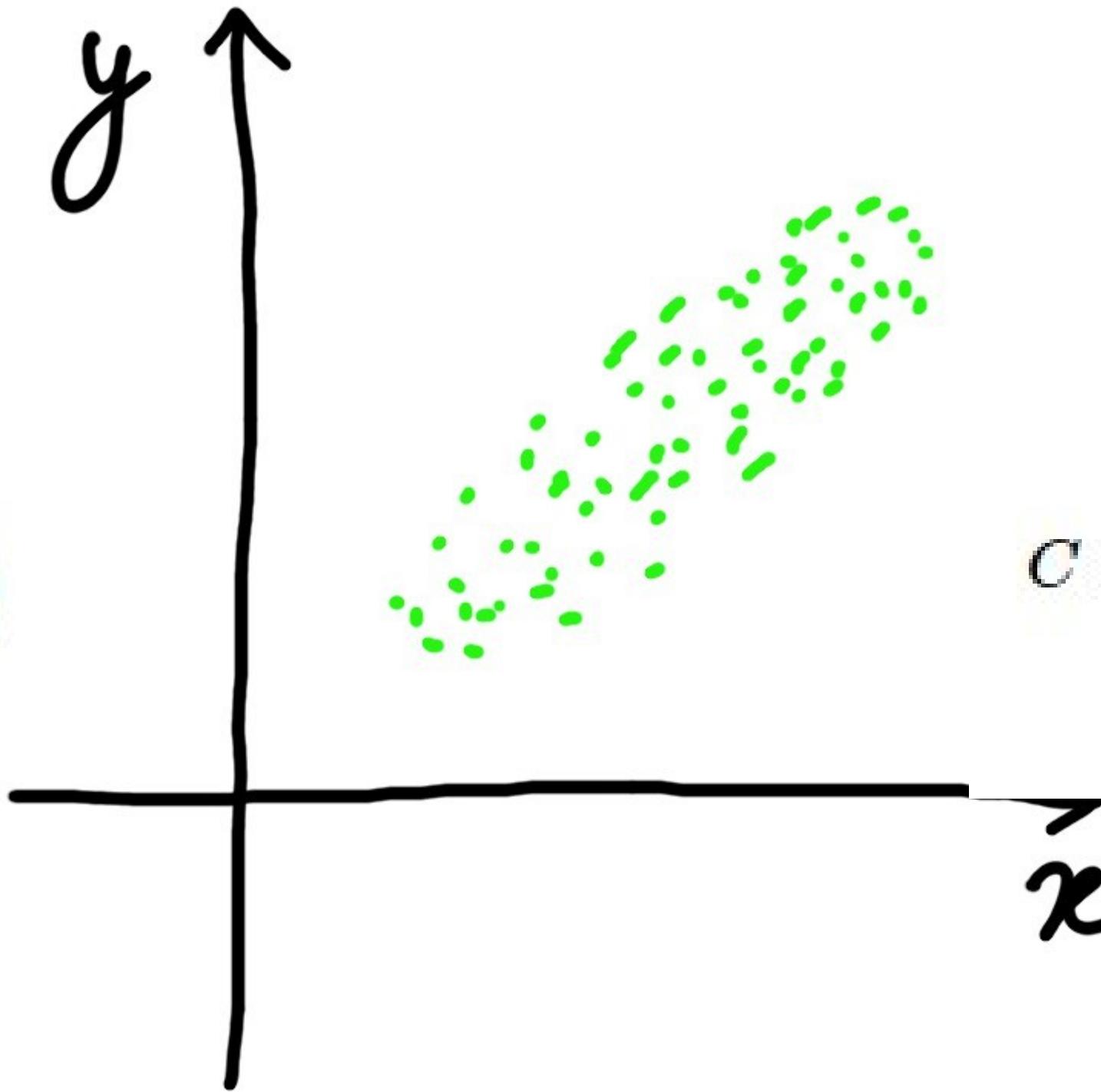
$$\rho_{X, Y} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

# Матрица корреляций.



$$C = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

Независимые переменные



$$C = \begin{pmatrix} \sigma(x, x) & \sigma(x, y) \\ \sigma(y, x) & \sigma(y, y) \end{pmatrix}$$

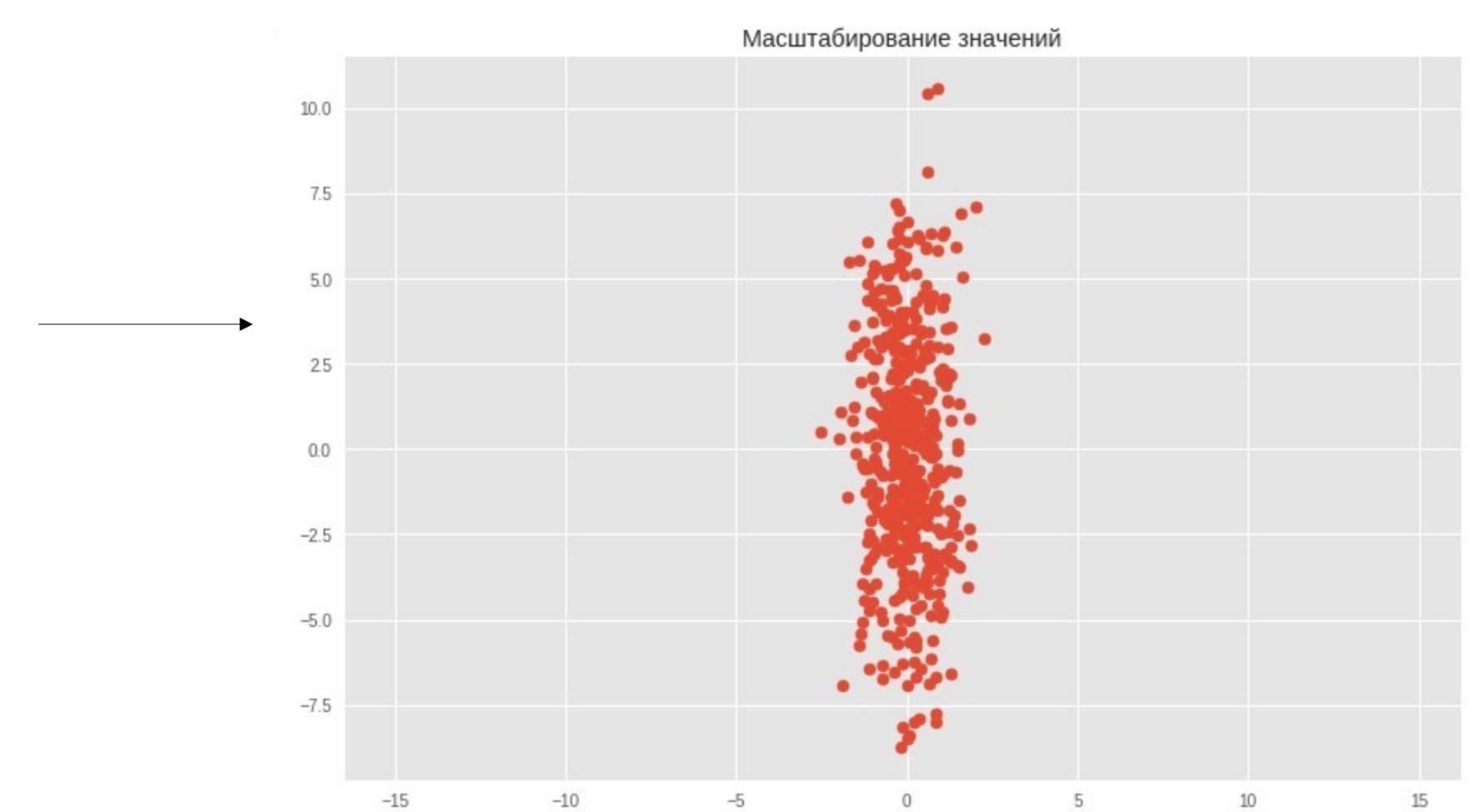
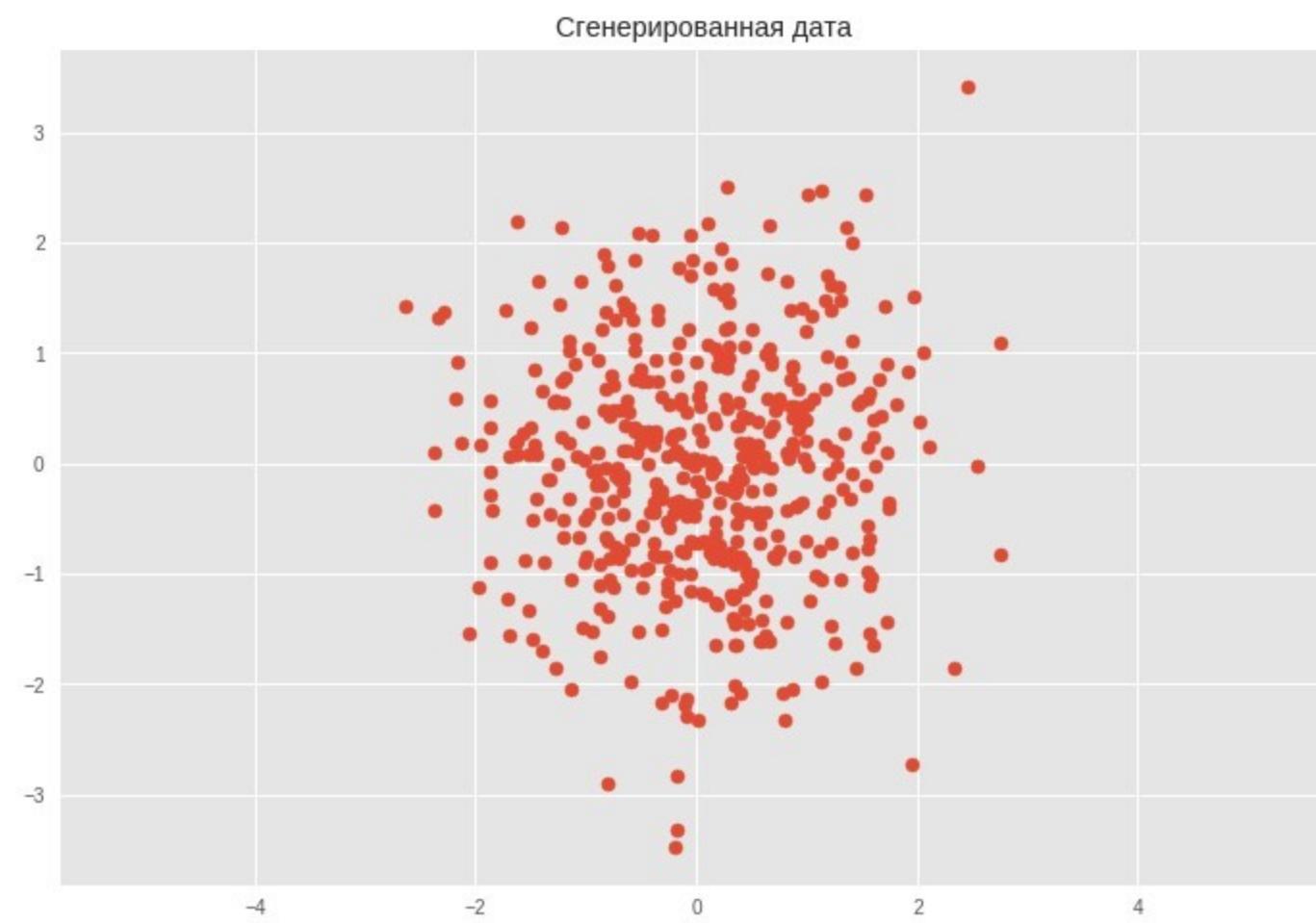
Зависимые переменные

# Матрица корреляций: изменить распределение.

Распределение случайных величин можно оценивать с помощью матрицы ковариаций.

Масштабирование (увеличение или уменьшение разброса)

$$C = \begin{pmatrix} (s_x\sigma_x)^2 & 0 \\ 0 & (s_y\sigma_y)^2 \end{pmatrix}$$



# Перемножение матриц!

Необходимо уметь перемножать матрицы для статистики. Почему? Матрица кореляций нужна для анализа, для определения, насколько переменные зависимы друг от друга. Это можно сделать с помощью линейной алгебры. Сложно, но можно разобраться.

Numpy.sum() - суммирует все элементы

Numpy.ndarray.dot() - умножает одну матрицу на другую

Numpy.ndarray.T — транспонирование матрицы

numpy.vstack((x, y)) — составляем матрицу из двух матриц, вставленных по вертикали

Спасибо за внимание! Вопросы?