

غاز یک پروژه درس تحقیق در عملیات ۱

استاد عشقی

سجاد عابد - ۹۷۱۰۴۵۱۵

فهرست

بخش الف.....	۳
متغیرهای مدل سازی ریاضی.....	۳
توضیحات محدودیت ها.....	۵
توضیحات تابع هدف.....	۹
مدل سازی ریاضی مسئله.....	۱۳
بخش ب.....	۲۸

بخش الف)

برای بیشینه کردن سود هفتگی باید برای مسئله، مدل ریاضی موجودی هر مرکز، تعداد و مبدا و مقصد انتقال ها، خودرو های منتقل شده به تعمیرگاه و... را نوشت.

متغیرهای مدلسازی ریاضی

(با توجه به اینکه مراکز روز جمعه تعطیل هستند و روز جمعه در اجاره ماشین ها محاسبه نمی شود، هفته را معادل ۶ روز میگیریم)

S_i : تعداد ماشین های سالم در دسترس در صبح روز i ام در شهر شیراز که قابل اجاره دادن یا ارسال به شهر دیگر هستند

M_i : تعداد ماشین های سالم در دسترس در صبح روز i ام در شهر مشهد که قابل اجاره دادن یا ارسال به شهر دیگر هستند

E_i : تعداد ماشین های سالم در دسترس در صبح روز i ام در شهر اصفهان که قابل اجاره دادن یا ارسال به شهر دیگر هستند

A_i : تعداد ماشین های سالم در دسترس در صبح روز i ام در شهر اهواز که قابل اجاره دادن یا ارسال به شهر دیگر هستند

$$i \in \{1,2,3,4,5,6\}$$

$X_{N,P,i}$: تعداد ماشین های سالمی که در روز i ام از شهر N به شهر P منتقل می شوند که:

$$i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad N, P \in \{E, S, M, A\} \quad N \neq P$$

$J_{N,i,j}$: تعداد ماشین هایی که در شهر N در روز i ام برای j روز اجاره می دهیم

$$N \in \{E, S, M, A\} \quad i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad j \in \{1,2,3\}$$

$D_{N,i}$: تعداد ماشین های سالمی که شهر N در روز i از مشتریان دریافت می کنند

$$i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad N \in \{E, S, M, A\}$$

$T_{N,i}$: تعداد ماشین‌های خرابی که پس از صبح روز i ام در شهر N نگهداری می‌شوند.

$$i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad N \in \{E, S, M, A\}$$

$Y_{N,P,i}$: تعداد ماشین‌های خرابی که در روز i برای تعمیر از شهر N به تعمیرگاه P فرستاده می‌شوند. (اگر $N=P$ باشد، ماشین همان روز به تعمیرگاه می‌رسد و هزینه ارسال ندارند.)

$$i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad N, P \in \{E, S, M, A\}$$

(شهر مقصد در ابتدا تنها شهرهای S و M هستند اما به علت بخش دوم سوال شهر مقصد را اصفهان و اهواز نیز در نظر می‌گیریم که البته این مقادیر با وجود محدودیت ظرفیت پارکینگ که در ادامه می‌آید، در بخش اول مقدار صفر به خود می‌گیرند.)

$F_{N,P,i,j}$: تعداد خودروهایی که در روز i ام هفته از شهر N به صورت j روزه اجاره گرفته شده‌اند و به شهر P بازگردانده می‌شوند. این مقدار نسبتی از متغیر $J_{N,i,j}$ است که این نسبت از جدول ۲ قابل مشاهده است.

$$N, P \in \{E, S, M, A\} \quad i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad j \in \{1,2,3\}$$

متغیر F به این خاطر به صورت جدا تعریف می‌شود که میزان ماشین‌هایی که مشتریان به هر شهر پس می‌دهند باید مقداری صحیح داشته باشد.

تمام متغیرهای تعریف شده بزرگتر مساوی صفر و به صورت عدد صحیح هستند.

توضیحات محدودیت‌ها

(این بخش در محدودیت‌های مدل به طور کامل دوباره نوشته می‌شوند.)

در اندیس متغیرها اگر مقدار برابر با ۰، ۱، ۲- شد، به ترتیب ۶، ۵، ۴ در نظر می‌گیریم (هنگام نوشتن تمام متغیرها این مقادیر به درستی نوشته می‌شوند.)

$$0 \equiv 6 \quad -1 \equiv 5 \quad -2 \equiv 4$$

$$S_i = S_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{S,i-1,j} + D_{S,i} - X_{S,\{E.A.M\},i-1} + X_{\{E.A.M\},S,i-1} + Y_{\{E.A.M\},S,i-2} + Y_{S,S,i-1}$$

$$A_i = A_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{A,i-1,j} + D_{A,i} - X_{A,\{E.S.M\},i-1} + X_{\{E.S.M\},A,i-1} + Y_{\{E.S.M\},A,i-2} + Y_{A,A,i-1}$$

$$M_i = M_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{M,i-1,j} + D_{M,i} - X_{M,\{E.A.S\},i-1} + X_{\{E.A.S\},M,i-1} + Y_{\{E.A.S\},M,i-2} + Y_{M,M,i-1}$$

$$E_i = E_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{E,i-1,j} + D_{E,i} - X_{E,\{S.A.M\},i-1} + X_{\{S.A.M\},E,i-1} + Y_{\{S.A.M\},E,i-2} + Y_{E,E,i-1}$$

ماشین‌های در دسترس برای هر شهر از میزان ماشین‌های صبح روز قبل، منهای ماشین‌هایی که روز قبل اجاره داده شده اند یا به شهرهای دیگر فرستاده شده‌اند، بعلاوه ماشین‌هایی که صبح آن روز دریافت می‌شوند و ماشین‌هایی که از شهرهای دیگر دریافت می‌شوند بدست می‌آیند (روز قبل ارسال شده‌اند و آن روز دریافت می‌شوند). همچنین مراکزی که تعمیرگاه دارند، ماشین‌هایی که تعمیر شده اند را بعنوان ماشین در دسترس، در اختیار دارند. (در بخش اول مقدار Y در تساوی E_i و A_i به علت محدودیت ظرفیت پارکینگ صفر لحاظ می‌شود.)

متغیر $F_{N,P,i,j}$ از حاصلضرب احتمال اینکه اتومبیلی که در شهر N تحویل اجاره داده در شهر P دریافت شود، در $J_{N,i,j}$ بدست می‌آید.

$$F_{N,P,i,j} = P_{N,P} \cdot J_{N,i,j}$$

که در آن $P_{N,P}$ احتمال این است که خودرویی که در مبدأ N دارد در مقصد P تحویل داده شود. (جدول ۲)

$$N, P \in \{E, S, M, A\} \quad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad j \in \{1, 2, 3\}$$

$D_{N,i}$ ماشین‌های سالمی است که در روز i توسط مشتریان به مرکز شهر N بازگردانده می‌شوند. این عدد ۰.۹ مجموع ماشین‌هایی که به صورت j روزه در روز $i-j$ توسط مشتریان اجاره گرفته شده اند و قرار است به شهر N بازگردند. مقدار ۰.۹ به این دلیل است که ۱۰ درصد از ماشین‌ها به صورت خراب دریافت می‌شوند. اینکه چه میزان از ماشین‌های اجاره شده در هر شهر، به شهر N بازگردانده می‌شوند، در جدول ۲ آمده است.

پس داریم:

$$\begin{aligned} D_{N,i} = 0.9 [& P_{S,N} (J_{S,i-1,1} + J_{S,i-2,2} + J_{S,i-3,3}) \\ & + P_{E,N} (J_{E,i-1,1} + J_{E,i-2,2} + J_{E,i-3,3}) \\ & + P_{A,N} (J_{A,i-1,1} + J_{A,i-2,2} + J_{A,i-3,3}) \\ & + P_{M,N} (J_{M,i-1,1} + J_{M,i-2,2} + J_{M,i-3,3})] \end{aligned}$$

که مقادیر $P_{E,N}$ احتمال آن است که ماشین اجاره داده شده در شهر E ، به شهر N بازگردانده شود. این مقادیر در جدول ۲ نشان داده شده است.

همچنین محدودیت‌های بالا را می‌توان به شکل زیر نوشت،

$$\begin{aligned} D_{N,i} = 0.9 [& (F_{S,N,i-1,1} + F_{S,N,i-2,2} + F_{S,N,i-3,3}) \\ & + (F_{E,N,i-1,1} + F_{E,N,i-2,2} + F_{E,N,i-3,3}) \\ & + (F_{A,N,i-1,1} + F_{A,N,i-2,2} + F_{A,N,i-3,3}) \\ & + (F_{M,N,i-1,1} + F_{M,N,i-2,2} + F_{M,N,i-3,3})] \end{aligned}$$

ماشین‌هایی اجاره می‌دهیم نمی‌تواند از تقاضا بیشتر باشند. در جدول ۱ میزان تقاضای هر شهر آمده است. همچنین می‌دانیم که ۵۵٪ یک‌روزه اجاره می‌کنند، ۲۰٪ دو‌روزه و ۲۵٪ سه‌روزه پس باید داشته باشیم

$$J_{N,i,j} \leq P(j) \cdot [R_{N,i}]$$

که در آن مقدار $R_{N,i}$ از جدول یک خوانده می‌شود و

$$P(1) = 0.55 \quad P(2)=0.20 \quad P(3)=0.25$$

$T_{N,i}$ ماشین‌های خراب موجود در شهر N پس از صبح روز i ام است. این مقدار از ماشین‌های خراب روز قبل بعلاوه ماشین‌های خرابی که صبح تحویل داده شده اند منهای ماشین‌هایی که صبح روز i ام به تعمیرگاه ارسال شده اند بدست می‌آید.

$$T_{N,i} = T_{N,i-1} + \frac{1}{9}D_{N,i} - Y_{N,\{S.A.M,E\},i}$$

مقدار $\frac{1}{9}$ به این خاطر است که نسبت ماشین‌های خراب دریافت شده به ماشین‌های سالم دریافت شده ۱ به ۹ است.

ماشین‌های داخل تعمیرگاه نباید از ظرفیت آن بیشتر باشند (فعلا ظرفیت تعمیرگاه اهواز و اصفهان صفر است). ماشین‌های داخل تعمیرگاه از مجموع ماشین‌هایی بدست می‌آید که همان روز از همان شهر ارسال شده‌اند، یا روز قبل از شهر دیگری ارسال شده اند. بنابراین داریم:

$$Y_{S,S,i} + Y_{M,S,i-1} + Y_{A,S,i-1} + Y_{E,S,i-1} \leq 20$$

$$Y_{M,M,i} + Y_{S,M,i-1} + Y_{A,M,i-1} + Y_{E,M,i-1} \leq 12$$

$$Y_{E,E,i} + Y_{S,E,i-1} + Y_{A,E,i-1} + Y_{M,E,i-1} \leq 0$$

$$Y_{A,A,i} + Y_{S,A,i-1} + Y_{M,A,i-1} + Y_{E,A,i-1} \leq 0$$

مجموع اتومبیل‌هایی که در یک روز اجاره می‌دهیم و یا به شهر دیگر می‌فرستیم، نباید از ماشین‌های در دسترس آن روز بیشتر باشند.

$$S_i - \sum_{j=1}^3 J_{S,i,j} - X_{S,\{E.A.M\},i} \geq 0$$

$$A_i - \sum_{j=1}^3 J_{A,i,j} - X_{A,\{E.S.M\},i} \geq 0$$

$$E_i - \sum_{j=1}^3 J_{E,i,j} - X_{E,\{S.A.M\},i} \geq 0$$

$$M_i - \sum_{j=1}^3 J_{M,i,j} - X_{M,\{E.A.S\},i} \geq 0$$

همچنین تمام متغیرها بزرگتر مساوی صفر هستند و عدد صحیح هستند.

$$S_i, E_i, A_i, M_i, X_{N,P,i}, J_{N,i,j}, Y_{N,P,i}, D_{N,i}, T_{N,i}, F_{N,P,i,j} \geq 0 \quad Int$$

$$N, P \in \{E, S, M, A\} \quad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad j \in \{1, 2, 3\}$$

که در $X_{N,P,i}$ داریم $P \neq N$

توضیحات تابع هدف

تابع هدف مدنظر ما بیشینه کردن سود هفتگی است. ما می‌دانیم که سود، حاصل کاسته شدن هزینه‌ها از درآمدها می‌باشد پس می‌توانیم به روش زیر عمل کنیم:

$$\text{Max } Z = \text{Income} - \text{Expense}$$

حال مشخص می‌کنیم که هر یک از درآمدها و هزینه‌ها از چه بخش‌هایی تشکیل شده‌اند.

$$\text{Income} = \text{Same rental income} + \text{Other rental income} + \text{Damage income} - \text{Discounts}$$

$$\text{Expense} = \text{Operating expenses} + \text{Fixed cost} + \text{Transport Expenses}$$

Same rental income مقدار دریافت‌شده از مشتریانی است که خودرو را در همان شهر دریافتی، تحویل می‌دهند.

Other rental income مقدار دریافت‌شده از مشتریانی است که خودرو را در شهری دیگر تحویل می‌دهند.

Damage income مبلغی است که از مشتریان بابت خسارتی که به ماشین وارد کرده‌اند دریافت می‌شود.

Discounts مقدار تخفیفی است که به مشتریانی که روز پنجشنبه به صورت یک روزه اتومبیل اجاره می‌گیرند داده می‌شود.

Operating expenses هزینه‌های عملیاتی و اجرایی اجاره خودروها می‌باشد که متناسب با تعداد روز اجاره، متفاوت هستند.

Fixed cost همان هزینه‌های مرتبط با خواب سرمایه، محل نگهداری و سرویس خودروها است.

Transport Expenses هزینه‌های جابجایی خودروها در بین شهرها می‌باشد. (اینکه چند درصد از ماشین‌ها به همان شهر بازمی‌گردد در جدول ۲ به ما داده شده است)

(مجموعه $U = \{A, S, E, M\}$ که نشانگر ۴ شهر اهواز، شیراز، اصفهان و مشهد است را تعریف می‌کنیم)

Same rental income =

$$\begin{aligned}
 & 50 \sum_i (0.6 J_{E,i,1}) + (0.55 J_{M,i,1}) + (0.54 J_{S,i,1}) + (0.53 J_{A,i,1}) \\
 & + 70 \sum_i (0.6 J_{E,i,2}) + (0.55 J_{M,i,2}) + (0.54 J_{S,i,2}) + (0.53 J_{A,i,2}) \\
 & + 120 \sum_i (0.6 J_{E,i,3}) + (0.55 J_{M,i,3}) + (0.54 J_{S,i,3}) + (0.53 J_{A,i,3})
 \end{aligned}$$

Other rental income =

$$\begin{aligned}
 & 70 \sum_i (0.4 J_{E,i,1}) + (0.45 J_{M,i,1}) + (0.46 J_{S,i,1}) + (0.47 J_{A,i,1}) \\
 & + 100 \sum_i (0.4 J_{E,i,2}) + (0.45 J_{M,i,2}) + (0.46 J_{S,i,2}) + (0.47 J_{A,i,2}) \\
 & + 150 \sum_i (0.4 J_{E,i,3}) + (0.45 J_{M,i,3}) + (0.46 J_{S,i,3}) + (0.47 J_{A,i,3})
 \end{aligned}$$

$$\text{Damage income} = 0.1 \times 100 \sum_{N \in U} \sum_i \sum_j J_{N,i,j} = 10 \sum_{N \in U} \sum_i \sum_j J_{N,i,j}$$

$$\text{Discounts} = 20 \times \left(\sum_{N \in U} J_{N,6,1} \right)$$

$$\text{Operating expenses} = 20 \sum_{N \in U} \sum_i J_{N,i,1} + 25 \sum_{N \in U} \sum_i J_{N,i,2} + 30 \sum_{N \in U} \sum_i J_{N,i,2}$$

$$Fixed\ cost = 15 \times Total\ cars$$

برای محاسبه تعداد کل ماشین‌های شرکت با توجه به آن‌که تعداد کل ماشین‌ها در همه روزهای هفته ثابت است، یک روز را در نظر می‌گیریم و تعداد کل را در ابتدای آن روز می‌شماریم.

$$Total\ cars = Available\ cars + Transport\ to\ mechanics \\ + Car\ in\ mechanics + Rented\ cars + Broken\ cars$$

$$Available\ cars = S_1 + M_1 + E_1 + A_1$$

مشخص‌کننده مجموع خودروهای سالم موجود برای اجاره یا انتقال به شهرهای دیگر در ابتدای روز شنبه در تمام مراکز می‌باشد.

$$Transport\ to\ mechanics = \\ Y_{E,S,1} + Y_{M,S,1} + Y_{A,S,1} + Y_{E,M,1} + Y_{S,M,1} + Y_{A,M,1} + Y_{M,E,1} + Y_{S,E,1} + Y_{A,E,1} + Y_{E,A,1} \\ + Y_{M,A,1} + Y_{S,A,1}$$

تعداد ماشین‌هایی که برای انتقال به تعمیرگاه قابل اجاره دادن نیستند را مشخص می‌کند. همچنین وجود ماشین‌هایی که به تعمیرگاه‌های شهر اهواز یا اصفهان منتقل می‌شوند به علت محاسبات بخش دوم است.

$$Car\ in\ mechanics = \\ Y_{E,S,6} + Y_{S,S,1} + Y_{M,S,6} + Y_{A,S,6} + Y_{E,M,6} + Y_{S,M,6} + Y_{M,M,1} + Y_{A,M,6} + Y_{E,E,1} + Y_{S,E,6} \\ Y_{M,E,6} + Y_{A,E,6} + Y_{S,A,6} + Y_{E,A,6} + Y_{M,A,6} + Y_{A,A,1}$$

تعداد خودروهای موجود در تعمیرگاه به وسیله معادله بالا مشخص می‌گردد. در نظر گرفتن تعمیرگاه در شهرهای اصفهان و اهواز به علت بند "ب" پروژه می‌باشد.

$$Rented\ cars = \sum_{N \in U} J_{N,6,2} + \sum_{N \in U} J_{N,6,3} + \sum_{N \in U} J_{N,5,3}$$

تعداد خودروهای اجاره داده شده به مشتریان که در حال حاضر در اختیار مشتریان هستند از رابطه بالا بدست می‌آید.

$$Broken\ cars = \sum_{N \in U} T_{N,1}$$

مشخص‌کننده تعداد ماشین‌های خرابی است که به تعمیرگاه منتقل نشده‌اند.

Transport expenses =

$$\begin{aligned} & 20 \sum_i (X_{E,M,i} + Y_{E,M,i}) + 30 \sum_i (X_{E,S,i} + Y_{E,S,i}) + 50 \sum_i (X_{E,A,i} + Y_{E,A,i}) \\ & + 20 \sum_i (X_{M,E,i} + Y_{M,E,i}) + 15 \sum_i (X_{M,S,i} + Y_{M,S,i}) + 35 \sum_i (X_{M,A,i} + Y_{M,A,i}) \\ & + 30 \sum_i (X_{S,E,i} + Y_{S,E,i}) + 15 \sum_i (X_{S,M,i} + Y_{S,M,i}) + 25 \sum_i (X_{S,A,i} + Y_{S,A,i}) \\ & + 50 \sum_i (X_{A,E,i} + Y_{A,E,i}) + 35 \sum_i (X_{A,M,i} + Y_{A,M,i}) + 25 \sum_i (X_{A,S,i} + Y_{A,S,i}) \end{aligned}$$

هزینه حمل و نقل ماشین‌های سالم و خراب بین شهرها را به وسیله تابع بالا مشخص می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z_1 = & 50 \sum_i (0.6J_{E,i,1}) + (0.55J_{M,i,1}) + (0.54J_{S,i,1}) + (0.53J_{A,i,1}) \\
 & + 70 \sum_i (0.6J_{E,i,2}) + (0.55J_{M,i,2}) + (0.54J_{S,i,2}) + (0.53J_{A,i,2}) \\
 & + 120 \sum_i (0.6J_{E,i,3}) + (0.55J_{M,i,3}) + (0.54J_{S,i,3}) + (0.53J_{A,i,3}) \\
 & + 70 \sum_i (0.4J_{E,i,1}) + (0.45J_{M,i,1}) + (0.46J_{S,i,1}) + (0.47J_{A,i,1}) \\
 & + 100 \sum_i (0.4J_{E,i,2}) + (0.45J_{M,i,2}) + (0.46J_{S,i,2}) + (0.47J_{A,i,2}) \\
 & + 150 \sum_i (0.4J_{E,i,3}) + (0.45J_{M,i,3}) + (0.46J_{S,i,3}) + (0.47J_{A,i,3}) \\
 & + 10 \sum_{N \in U} \sum_i \sum_j J_{N,i,j} \\
 & - 20 \times \left(\sum_{N \in U} J_{N,6,1} \right) \\
 & - \left(20 \sum_{N \in U} \sum_i J_{N,i,1} + 25 \sum_{N \in U} \sum_i J_{N,i,2} + 30 \sum_{N \in U} \sum_i J_{N,i,2} \right) \\
 & - 15[S_1 + M_1 + E_1 + A_1 \\
 & + Y_{E,S,1} + Y_{M,S,1} + Y_{A,S,1} + Y_{E,M,1} + Y_{S,M,1} + Y_{A,M,1} + Y_{M,E,1} + Y_{S,E,1} + Y_{A,E,1} \\
 & + Y_{E,A,1} + Y_{M,A,1} + Y_{S,A,1} \\
 & + Y_{E,S,6} + Y_{S,S,1} + Y_{M,S,6} + Y_{A,S,6} + Y_{E,M,6} + Y_{S,M,6} + Y_{M,M,1} + Y_{A,M,6} + Y_{E,E,1} \\
 & + Y_{S,E,6} + Y_{M,E,6} + Y_{A,E,6} + Y_{S,A,6} + Y_{E,A,6} + Y_{M,A,6} + Y_{A,A,1} \\
 & + \sum_N J_{N,6,2} + \sum_N J_{N,6,3} + \sum_N J_{N,5,3} + \sum_N T_{N,1}] \\
 & - [20 \sum_i (X_{E,M,i} + Y_{E,M,i}) + 30 \sum_i (X_{E,S,i} + Y_{E,S,i}) + 50 \sum_i (X_{E,A,i} + Y_{E,A,i}) \\
 & + 20 \sum_i (X_{M,E,i} + Y_{M,E,i}) + 15 \sum_i (X_{M,S,i} + Y_{M,S,i}) + 35 \sum_i (X_{M,A,i} + Y_{M,A,i}) \\
 & + 30 \sum_i (X_{S,E,i} + Y_{S,E,i}) + 15 \sum_i (X_{S,M,i} + Y_{S,M,i}) + 25 \sum_i (X_{S,A,i} + Y_{S,A,i}) \\
 & + 50 \sum_i (X_{A,E,i} + Y_{A,E,i}) + 35 \sum_i (X_{A,M,i} + Y_{A,M,i}) + 25 \sum_i (X_{A,S,i} + Y_{A,S,i})]
 \end{aligned}$$

Subject to

$$S_i = S_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{S,i-1,j} + D_{S,i} - X_{S,\{E.A.M\},i-1} + X_{\{E.A.M\},S,i-1} + Y_{\{E.A.M\},S,i-2} + Y_{S,S,i-1}$$

$$A_i = A_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{A,i-1,j} + D_{A,i} - X_{A,\{E.S.M\},i-1} + X_{\{E.S.M\},A,i-1} + Y_{\{E.M,S\},A,i-2} + Y_{A,A,i-1}$$

$$M_i = M_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{M,i-1,j} + D_{M,i} - X_{M,\{E.A.S\},i-1} + X_{\{E.A.S\},M,i-1} + Y_{\{E.A,S\},M,i-2} + Y_{M,M,i-1}$$

$$E_i = E_{i-1} - \sum_{j=0}^3 J_{E,i-1,j} + D_{E,i} - X_{E,\{S.A.M\},i-1} + X_{\{S.A.M\},E,i-1} + Y_{\{M.A,S\},E,i-2} + Y_{E,E,i-1}$$

$$J_{S,1,1} \leq 52.25$$

$$J_{S,1,2} \leq 19$$

$$J_{S,1,3} \leq 23.75$$

$$J_{S,2,1} \leq 107.25$$

$$J_{S,2,2} \leq 39$$

$$J_{S,2,3} \leq 48.77$$

$$J_{S,3,1} \leq 229.9$$

$$J_{S,3,2} \leq 48.4$$

$$J_{S,3,3} \leq 60.5$$

$$J_{S,4,1} \leq 61.05$$

$$J_{S,4,2} \leq 22.2$$

$$J_{S,4,3} \leq 27.75$$

$$J_{S,5,1} \leq 38.5$$

$$J_{S,5,2} \leq 14$$

$$J_{S,5,3} \leq 17.5$$

$$J_{S,6,1} \leq 68.2$$

$$J_{S,6,2} \leq 24.8$$

$$J_{S,6,3} \leq 31$$

$$J_{A,1,1} \leq 88$$

$$J_{A,1,2} \leq 32$$

$$J_{A,1,3} \leq 40$$

$$J_{A,2,1} \leq 54.45$$

$$J_{A,2,2} \leq 19.8$$

$$J_{A,2,3} \leq 24.75$$

$$J_{A,3,1} \leq 30.25$$

$$J_{A,3,2} \leq 11$$

$$J_{A,3,3} \leq 13.75$$

$$J_{A,4,1} \leq 52.8$$

$$J_{A,4,2} \leq 19.2$$

$$J_{A,4,3} \leq 24$$

$$J_{A,5,1} \leq 63.25$$

$$J_{A,5,2} \leq 23$$

$$J_{A,5,3} \leq 28.75$$

$$J_{A,6,1} \leq 44$$

$$J_{A,6,2} \leq 16$$

$$J_{A,6,3} \leq 20$$

$$J_{M,1,1} \leq 137.5$$

$$J_{M,1,2} \leq 50$$

$$J_{M,1,3} \leq 62.5$$

$$J_{M,2,1} \leq 78.65$$

$$J_{M,2,2} \leq 28.6$$

$$J_{M,2,3} \leq 35.75$$

$$J_{M,3,1} \leq 44$$

$$J_{M,3,2} \leq 16$$

$$J_{M,3,3} \leq 20$$

$$J_{M,4,1} \leq 123.75$$

$$J_{M,4,2} \leq 45$$

$$J_{M,4,3} \leq 56.25$$

$$J_{M,5,1} \leq 115.5$$

$$J_{M,5,2} \leq 42$$

$$J_{M,5,3} \leq 52.5$$

$$J_{M,6,1} \leq 53.9$$

$$J_{M,6,2} \leq 19.6$$

$$J_{M,6,3} \leq 24.5$$

$$J_{E,1,1} \leq 55$$

$$J_{E,1,2} \leq 20$$

$$J_{E,1,3} \leq 25$$

$$J_{E,2,1} \leq 82.5$$

$$J_{E,2,2} \leq 30$$

$$J_{E,2,3} \leq 37.5$$

$$J_{E,3,1} \leq 74.24$$

$$J_{E,3,2} \leq 27$$

$$J_{E,3,3} \leq 33.75$$

$$J_{E,4,1} \leq 45.65$$

$$J_{E,4,2} \leq 16.6$$

$$J_{E,4,3} \leq 20.75$$

$$J_{E,5,1} \leq 65$$

$$J_{E,5,2} \leq 24$$

$$J_{E,5,3} \leq 30$$

$$J_{E,6,1} \leq 126.5$$

$$J_{E,6,2} \leq 46$$

$$J_{E,6,3} \leq 57.5$$

(همانطور که در توضیحات محدودیت‌ها اشاره شد، محدودیت‌های زیر را می‌توان به کمک متغیر F نیز نوشت.)

$$D_{S,1} = 0.9 [0.54(J_{S,1,6} + J_{S,2,5} + J_{S,3,4}) \\ + 0.1(J_{E,1,6} + J_{E,2,5} + J_{E,3,4}) \\ + 0.27(J_{A,1,6} + J_{A,2,5} + J_{A,3,4}) + 0.25(J_{M,1,6} + J_{M,2,5} \\ + J_{M,3,4})]$$

$$D_{S,2} = 0.9 [0.54(J_{S,1,1} + J_{S,2,6} + J_{S,3,5}) \\ + 0.1(J_{E,1,1} + J_{E,2,6} + J_{E,3,5}) \\ + 0.27(J_{A,1,1} + J_{A,2,6} + J_{A,3,5}) + 0.25(J_{M,1,1} + J_{M,2,6} \\ + J_{M,3,5})]$$

$$D_{S,3} = 0.9 [0.54(J_{S,1,2} + J_{S,2,1} + J_{S,3,6}) \\ + 0.1(J_{E,1,2} + J_{E,2,1} + J_{E,3,6}) \\ + 0.27(J_{A,1,2} + J_{A,2,1} + J_{A,3,6}) + 0.25(J_{M,1,2} + J_{M,2,1} \\ + J_{M,3,6})]$$

$$D_{S,4} = 0.9 [0.54(J_{S,1,3} + J_{S,2,2} + J_{S,3,1}) \\ + 0.1(J_{E,1,3} + J_{E,2,2} + J_{E,3,1}) \\ + 0.27(J_{A,1,3} + J_{A,2,2} + J_{A,3,1}) + 0.25(J_{M,1,3} + J_{M,2,2} \\ + J_{M,3,1})]$$

$$D_{S,5} = 0.9 [0.54(J_{S,1,4} + J_{S,2,3} + J_{S,3,2}) \\ + 0.1(J_{E,1,4} + J_{E,2,3} + J_{E,3,2}) \\ + 0.27(J_{A,1,4} + J_{A,2,3} + J_{A,3,2}) + 0.25(J_{M,1,4} + J_{M,2,3} \\ + J_{M,3,2})]$$

$$D_{S,6} = 0.9 [0.54(J_{S,1,5} + J_{S,2,4} + J_{S,3,3}) \\ + 0.1(J_{E,1,5} + J_{E,2,4} + J_{E,3,3}) \\ + 0.27(J_{A,1,5} + J_{A,2,4} + J_{A,3,3}) + 0.25(J_{M,1,5} + J_{M,2,4} \\ + J_{M,3,3})]$$

$$D_{A,1} = 0.9 [0.11(J_{S,1,6} + J_{S,2,5} + J_{S,3,4}) \\ + 0.1(J_{E,1,6} + J_{E,2,5} + J_{E,3,4}) \\ + 0.53(J_{A,1,6} + J_{A,2,5} + J_{A,3,4}) + 0.05(J_{M,1,6} + J_{M,2,5} \\ + J_{M,3,4})]$$

$$D_{A,2} = 0.9 [0.11(J_{S,1,1} + J_{S,2,6} + J_{S,3,5}) \\ + 0.1(J_{E,1,1} + J_{E,2,6} + J_{E,3,5}) \\ + 0.53(J_{A,1,1} + J_{A,2,6} + J_{A,3,5}) + 0.05(J_{M,1,1} + J_{M,2,6} \\ + J_{M,3,5})]$$

$$D_{A,3} = 0.9 [0.11(J_{S,1,2} + J_{S,2,1} + J_{S,3,6}) \\ + 0.1(J_{E,1,2} + J_{E,2,1} + J_{E,3,6}) \\ + 0.53(J_{A,1,2} + J_{A,2,1} + J_{A,3,6}) + 0.05(J_{M,1,2} + J_{M,2,1} \\ + J_{M,3,6})]$$

$$D_{A,4} = 0.9 [0.11(J_{S,1,3} + J_{S,2,2} + J_{S,3,1}) \\ + 0.1(J_{E,1,3} + J_{E,2,2} + J_{E,3,1}) \\ + 0.53(J_{A,1,3} + J_{A,2,2} + J_{A,3,1}) + 0.05(J_{M,1,3} + J_{M,2,2} \\ + J_{M,3,1})]$$

$$D_{A,5} = 0.9 [0.11(J_{S,1,4} + J_{S,2,3} + J_{S,3,2}) \\ + 0.1(J_{E,1,4} + J_{E,2,3} + J_{E,3,2}) \\ + 0.53(J_{A,1,4} + J_{A,2,3} + J_{A,3,2}) + 0.05(J_{M,1,4} + J_{M,2,3} \\ + J_{M,3,2})]$$

$$D_{A,6} = 0.9 [0.11(J_{S,1,5} + J_{S,2,4} + J_{S,3,3}) \\ + 0.1(J_{E,1,5} + J_{E,2,4} + J_{E,3,3}) \\ + 0.53(J_{A,1,5} + J_{A,2,4} + J_{A,3,3}) + 0.05(J_{M,1,5} + J_{M,2,4} \\ + J_{M,3,3})]$$

$$D_{M,1} = 0.9 [0.2(J_{S,1,6} + J_{S,2,5} + J_{S,3,4}) \\ + 0.2(J_{E,1,6} + J_{E,2,5} + J_{E,3,4}) \\ + 0.12(J_{A,1,6} + J_{A,2,5} + J_{A,3,4}) + 0.55(J_{M,1,6} + J_{M,2,5} \\ + J_{M,3,4})]$$

$$D_{M,2} = 0.9 [0.2(J_{S,1,1} + J_{S,2,6} + J_{S,3,5}) \\ + 0.2(J_{E,1,1} + J_{E,2,6} + J_{E,3,5}) \\ + 0.12(J_{A,1,1} + J_{A,2,6} + J_{A,3,5}) + 0.55(J_{M,1,1} + J_{M,2,6} \\ + J_{M,3,5})]$$

$$D_{M,3} = 0.9 [0.2(J_{S,1,2} + J_{S,2,1} + J_{S,3,6}) \\ + 0.2(J_{E,1,2} + J_{E,2,1} + J_{E,3,6}) \\ + 0.12(J_{A,1,2} + J_{A,2,1} + J_{A,3,6}) + 0.55(J_{M,1,2} + J_{M,2,1} \\ + J_{M,3,6})]$$

$$D_{M,4} = 0.9 [0.2(J_{S,1,3} + J_{S,2,2} + J_{S,3,1}) \\ + 0.2(J_{E,1,3} + J_{E,2,2} + J_{E,3,1}) \\ + 0.12(J_{A,1,3} + J_{A,2,2} + J_{A,3,1}) + 0.55(J_{M,1,3} + J_{M,2,2} \\ + J_{M,3,1})]$$

$$D_{M,5} = 0.9 [0.2(J_{S,1,4} + J_{S,2,3} + J_{S,3,2}) \\ + 0.2(J_{E,1,4} + J_{E,2,3} + J_{E,3,2}) \\ + 0.12(J_{A,1,4} + J_{A,2,3} + J_{A,3,2}) + 0.55(J_{M,1,4} + J_{M,2,3} \\ + J_{M,3,2})]$$

$$D_{M,6} = 0.9 [0.2(J_{S,1,5} + J_{S,2,4} + J_{S,3,3}) \\ + 0.2(J_{E,1,5} + J_{E,2,4} + J_{E,3,3}) \\ + 0.12(J_{A,1,5} + J_{A,2,4} + J_{A,3,3}) + 0.55(J_{M,1,5} + J_{M,2,4} \\ + J_{M,3,3})]$$

$$D_{E,1} = 0.9 [0.15(J_{S,1,6} + J_{S,2,5} + J_{S,3,4}) \\ + 0.6(J_{E,1,6} + J_{E,2,5} + J_{E,3,4}) \\ + 0.08(J_{A,1,6} + J_{A,2,5} + J_{A,3,4}) + 0.15(J_{M,1,6} + J_{M,2,5} \\ + J_{M,3,4})]$$

$$D_{E,2} = 0.9 [0.15(J_{S,1,1} + J_{S,2,6} + J_{S,3,5}) \\ + 0.6(J_{E,1,1} + J_{E,2,6} + J_{E,3,5}) \\ + 0.08(J_{A,1,1} + J_{A,2,6} + J_{A,3,5}) + 0.15(J_{M,1,1} + J_{M,2,6} \\ + J_{M,3,5})]$$

$$D_{E,3} = 0.9 [0.15(J_{S,1,2} + J_{S,2,1} + J_{S,3,6}) \\ + 0.6(J_{E,1,2} + J_{E,2,1} + J_{E,3,6}) \\ + 0.08(J_{A,1,2} + J_{A,2,1} + J_{A,3,6}) + 0.15(J_{M,1,2} + J_{M,2,1} \\ + J_{M,3,6})]$$

$$D_{E,4} = 0.9 [0.15(J_{S,1,3} + J_{S,2,2} + J_{S,3,1}) \\ + 0.6(J_{E,1,3} + J_{E,2,2} + J_{E,3,1}) \\ + 0.08(J_{A,1,3} + J_{A,2,2} + J_{A,3,1}) + 0.15(J_{M,1,3} + J_{M,2,2} \\ + J_{M,3,1})]$$

$$D_{E,5} = 0.9 [0.15(J_{S,1,4} + J_{S,2,3} + J_{S,3,2}) \\ + 0.6(J_{E,1,4} + J_{E,2,3} + J_{E,3,2}) \\ + 0.08(J_{A,1,4} + J_{A,2,3} + J_{A,3,2}) + 0.15(J_{M,1,4} + J_{M,2,3} \\ + J_{M,3,2})]$$

$$D_{E,6} = 0.9 [0.15(J_{S,1,5} + J_{S,2,4} + J_{S,3,3}) \\ + 0.6(J_{E,1,5} + J_{E,2,4} + J_{E,3,3}) \\ + 0.08(J_{A,1,5} + J_{A,2,4} + J_{A,3,3}) + 0.15(J_{M,1,5} + J_{M,2,4} \\ + J_{M,3,3})]$$

$$\begin{aligned}
T_{S,1} &= T_{S,6} + \frac{1}{9}D_{S,1} - Y_{S,S,1} - Y_{M,S,1} - Y_{A,S,6} - Y_{E,S,6} \\
T_{S,2} &= T_{S,1} + \frac{1}{9}D_{S,2} - Y_{S,S,2} - Y_{M,S,1} - Y_{A,S,1} - Y_{E,S,1} \\
T_{S,3} &= T_{S,2} + \frac{1}{9}D_{S,3} - Y_{S,S,3} - Y_{M,S,2} - Y_{A,S,2} - Y_{E,S,2} \\
T_{S,4} &= T_{S,3} + \frac{1}{9}D_{S,4} - Y_{S,S,4} - Y_{M,S,3} - Y_{A,S,3} - Y_{E,S,3} \\
T_{S,5} &= T_{S,4} + \frac{1}{9}D_{S,5} - Y_{S,S,5} - Y_{M,S,4} - Y_{A,S,4} - Y_{E,S,4} \\
T_{S,6} &= T_{S,5} + \frac{1}{9}D_{S,6} - Y_{S,S,6} - Y_{M,S,5} - Y_{A,S,5} - Y_{E,S,5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{M,1} &= T_{M,6} + \frac{1}{9}D_{M,1} - Y_{M,M,1} - Y_{S,M,1} - Y_{A,M,6} - Y_{E,M,6} \\
T_{M,2} &= T_{M,1} + \frac{1}{9}D_{M,2} - Y_{M,M,2} - Y_{S,M,1} - Y_{A,M,1} - Y_{E,M,1} \\
T_{M,3} &= T_{M,2} + \frac{1}{9}D_{M,3} - Y_{M,M,3} - Y_{S,M,2} - Y_{A,M,2} - Y_{E,M,2} \\
T_{M,4} &= T_{M,3} + \frac{1}{9}D_{M,4} - Y_{M,M,4} - Y_{S,M,3} - Y_{A,M,3} - Y_{E,M,3} \\
T_{M,5} &= T_{M,4} + \frac{1}{9}D_{M,5} - Y_{M,M,5} - Y_{S,M,4} - Y_{A,M,4} - Y_{E,M,4} \\
T_{M,6} &= T_{M,5} + \frac{1}{9}D_{M,6} - Y_{M,M,6} - Y_{S,M,5} - Y_{A,M,5} - Y_{E,M,5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{A1} &= T_{A,6} + \frac{1}{9}D_{A,1} - Y_{A,A,1} - Y_{M,A,1} - Y_{S,A,6} - Y_{E,A,6} \\
T_{A,2} &= T_{A,1} + \frac{1}{9}D_{A,2} - Y_{A,A,2} - Y_{M,A,1} - Y_{S,A,1} - Y_{E,A,1} \\
T_{A,3} &= T_{A,2} + \frac{1}{9}D_{A,3} - Y_{A,A,3} - Y_{M,A,2} - Y_{S,A,2} - Y_{E,A,2} \\
T_{A,4} &= T_{A,3} + \frac{1}{9}D_{A,4} - Y_{A,A,4} - Y_{M,A,3} - Y_{S,A,3} - Y_{E,A,3} \\
T_{A,5} &= T_{A,4} + \frac{1}{9}D_{A,5} - Y_{A,A,5} - Y_{M,A,4} - Y_{S,A,4} - Y_{E,A,4} \\
T_{A,6} &= T_{A,5} + \frac{1}{9}D_{A,6} - Y_{A,A,6} - Y_{M,A,5} - Y_{S,A,5} - Y_{E,A,5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{E,1} &= T_{E,6} + \frac{1}{9}D_{E,1} - Y_{E,E,1} - Y_{S,E,1} - Y_{A,E,6} - Y_{M,E,6} \\
T_{E,2} &= T_{E,1} + \frac{1}{9}D_{E,2} - Y_{E,E,2} - Y_{S,E,1} - Y_{A,E,1} - Y_{M,E,1} \\
T_{E,3} &= T_{E,2} + \frac{1}{9}D_{E,3} - Y_{E,E,3} - Y_{S,E,2} - Y_{A,E,2} - Y_{M,E,2} \\
T_{E,4} &= T_{E,3} + \frac{1}{9}D_{E,4} - Y_{E,E,4} - Y_{S,E,3} - Y_{A,E,3} - Y_{M,E,3} \\
T_{E,5} &= T_{E,4} + \frac{1}{9}D_{E,5} - Y_{E,E,5} - Y_{S,E,4} - Y_{A,E,4} - Y_{M,E,4} \\
T_{E,6} &= T_{E,5} + \frac{1}{9}D_{E,6} - Y_{E,E,6} - Y_{S,E,5} - Y_{A,E,5} - Y_{M,E,5}
\end{aligned}$$

$$Y_{S,S,i} + Y_{M,S,i-1} + Y_{A,S,i-1} + Y_{E,S,i-1} \leq 20$$

$$Y_{M,M,i} + Y_{S,M,i-1} + Y_{A,M,i-1} + Y_{E,M,i-1} \leq 12$$

$$Y_{E,E,i} + Y_{S,E,i-1} + Y_{A,E,i-1} + Y_{M,E,i-1} \leq 0$$

$$Y_{A,A,i} + Y_{S,A,i-1} + Y_{M,A,i-1} + Y_{E,A,i-1} \leq 0$$

$$S_1 - J_{S,1,1} - J_{S,1,2} - J_{S,1,3} - X_{S,E,1} - X_{S,A,1} - X_{S,M,1} \geq 0$$

$$S_2 - J_{S,2,1} - J_{S,2,2} - J_{S,2,3} - X_{S,E,2} - X_{S,A,2} - X_{S,M,2} \geq 0$$

$$S_3 - J_{S,3,1} - J_{S,3,2} - J_{S,3,3} - X_{S,E,3} - X_{S,A,3} - X_{S,M,3} \geq 0$$

$$S_4 - J_{S,4,1} - J_{S,4,2} - J_{S,4,3} - X_{S,E,4} - X_{S,A,4} - X_{S,M,4} \geq 0$$

$$S_5 - J_{S,5,1} - J_{S,5,2} - J_{S,5,3} - X_{S,E,5} - X_{S,A,5} - X_{S,M,5} \geq 0$$

$$S_6 - J_{S,1,6} - J_{S,6,2} - J_{S,6,3} - X_{S,E,6} - X_{S,A,6} - X_{S,M,6} \geq 0$$

$$A_1 - J_{A,1,1} - J_{A,1,2} - J_{A,1,3} - X_{A,E,1} - X_{A,S,1} - X_{A,M,1} \geq 0$$

$$A_2 - J_{A,2,1} - J_{A,2,2} - J_{A,2,3} - X_{A,E,2} - X_{A,S,2} - X_{A,M,2} \geq 0$$

$$A_3 - J_{A,3,1} - J_{A,3,2} - J_{A,3,3} - X_{A,E,3} - X_{A,S,3} - X_{A,M,3} \geq 0$$

$$A_4 - J_{A,4,1} - J_{A,4,2} - J_{A,4,3} - X_{A,E,4} - X_{A,S,4} - X_{A,M,4} \geq 0$$

$$A_5 - J_{A,5,1} - J_{A,5,2} - J_{A,5,3} - X_{A,E,5} - X_{A,S,5} - X_{A,M,5} \geq 0$$

$$A_6 - J_{A,1,6} - J_{A,6,2} - J_{A,6,3} - X_{A,E,6} - X_{A,S,6} - X_{A,M,6} \geq 0$$

$$E_1 - J_{E,1,1} - J_{E,1,2} - J_{E,1,3} - X_{E,A,1} - X_{E,S,1} - X_{E,M,1} \geq 0$$

$$E_2 - J_{E,2,1} - J_{E,2,2} - J_{E,2,3} - X_{E,A,2} - X_{E,S,2} - X_{E,M,2} \geq 0$$

$$E_3 - J_{E,3,1} - J_{E,3,2} - J_{E,3,3} - X_{E,A,3} - X_{E,S,3} - X_{E,M,3} \geq 0$$

$$E_4 - J_{E,4,1} - J_{E,4,2} - J_{E,4,3} - X_{E,A,4} - X_{E,S,4} - X_{E,M,4} \geq 0$$

$$E_5 - J_{E,5,1} - J_{E,5,2} - J_{E,5,3} - X_{E,A,5} - X_{E,S,5} - X_{E,M,5} \geq 0$$

$$E_6 - J_{E,6,1} - J_{E,6,2} - J_{E,6,3} - X_{E,A,6} - X_{E,S,6} - X_{E,M,6} \geq 0$$

$$M_1 - J_{M,1,1} - J_{M,1,2} - J_{M,1,3} - X_{M,A,1} - X_{M,S,1} - X_{M,E,1} \geq 0$$

$$M_2 - J_{M,2,1} - J_{M,2,2} - J_{M,2,3} - X_{M,A,2} - X_{M,S,2} - X_{M,E,2} \geq 0$$

$$M_3 - J_{M,3,1} - J_{M,3,2} - J_{M,3,3} - X_{M,A,3} - X_{M,S,3} - X_{M,E,3} \geq 0$$

$$M_4 - J_{M,4,1} - J_{M,4,2} - J_{M,4,3} - X_{M,A,4} - X_{M,S,4} - X_{M,E,4} \geq 0$$

$$M_5 - J_{M,5,1} - J_{M,5,2} - J_{M,5,3} - X_{M,A,5} - X_{M,S,5} - X_{M,E,5} \geq 0$$

$$M_6 - J_{M,6,1} - J_{M,6,2} - J_{M,6,3} - X_{M,A,6} - X_{M,S,6} - X_{M,E,6} \geq 0$$

$$S_i, E_i, A_i, M_i, X_{N,P,i}, J_{N,i,j}, Y_{N,P,i}, D_{N,i}, T_{N,i} \geq 0 \quad Int$$

$$(N, P \in \{E, S, M, A\} \quad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad j \in \{1, 2, 3\})$$

$$(P \neq N \text{ داریم } X_{N,P,i})$$

بخش ب)

متغیرهای صفر و یک مقابل را برای اجرای هر یک از آلترناتیوها در نظر میگیریم به طوری که اگر هر یک از متغیرها مقدار یک بگیرد، آن آلترناتیو اجرا شود و در غیر این صورت خیر.

$$q_i = 1, 0$$

$$i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

حالا تابع هدف و محدودیت‌ها را طوری تغییر می‌دهیم که در صورت فعال شدن آلترناتیو i ام، هزینه‌ی آن از تابع هدف (سود) ما کسر شود و مقدار سمت راست محدودیت مربوط به ظرفیت تعمیرگاه افزایش یابد.

پس تابع هدف جدید به شکل زیر در می‌آیند (Z_1 مقدار تابع هدف در بخش اول است):

$$\text{Max } Z_2 = Z_1 - 18000q_1 - 8000q_2 - 20000q_3 - 5000q_4 - 19000q_5$$

و محدودیت‌های ظرفیت پارکینگ به شکل زیر در می‌آیند.

$$Y_{S,S,i} + Y_{M,S,i-1} + Y_{A,S,i-1} + Y_{E,S,i-1} \leq 20 + 5q_1 + 5q_2$$

$$Y_{M,M,i} + Y_{S,M,i-1} + Y_{A,M,i-1} + Y_{E,M,i-1} \leq 12 + 5q_3 + 5q_4$$

$$Y_{E,E,i} + Y_{S,E,i-1} + Y_{A,E,i-1} + Y_{M,E,i-1} \leq 0$$

$$Y_{A,A,i} + Y_{S,A,i-1} + Y_{M,A,i-1} + Y_{E,A,i-1} \leq 0 + 5q_5$$

با توجه به اینکه نهایتاً امکان اجرای ۳ آلترناتیو وجود دارد و آلترناتیو ۲ و ۴ به ترتیب مشروط به اجرای آلترناتیو ۱ و ۳ امکان اجرا دارند، باید محدودیت‌های زیر به محدودیت‌های ما اضافه شوند.

$$q_2 \leq q_1$$

$$q_4 \leq q_3$$

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 \leq 3$$

$$q_i = 1, 0$$

$$i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$