对于线性规划问题：

$$
\begin{array}{l}
\min x_1+\alpha x_2+x_3 \\
s.t.\quad x_1+2x_2-2x_3\le 0 \\
\quad -x_1 \qquad\quad +x_3\le -1 \\
\quad x_1,x_2,x_3\ge 0
\end{array}
$$

（1）当 $\alpha=-1$ 时用单纯形法求该问题的最优解和最优值；

（2）α 取何值时，该问题无界；

（3）α 取何值时，该问题的对偶问题无界。

解：

（1）
$$
\begin{array}{l}
\min x_1+\alpha x_2+x_3+My \\
s.t.\quad x_1+2x_2-2x_3+x_4 \qquad\quad =0 \\
\quad x_1 \qquad -x_3 \qquad -x_5+y=1 \\
\quad x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,y\ge 0
\end{array}
$$

	1 x_1	α x_2	1 x_3	0 x_4	0 x_5	M y	
0 x_4	1	2	-2	1	0	0	0
M y	1	0	-1	0	-1	1	1
	M-1	-α	-M-1	0	-M	0	M

	1 x_1	α x_2	1 x_3	0 x_4	0 x_5	M y	
1 x_1	1	2	-2	1	0	0	0
M y	0	-2	1	-1	-1	1	1
	0	-2M+2-α	M-3	1	-M	0	M

	1 x_1	α x_2	1 x_3	0 x_4	0 x_5	M y	
1 x_1	1	-2	0	-1	-2	2	2
1 x_3	0	-2	1	-1	-1	1	1
	0	$-4-\alpha$	0	-2	-3	3-M	3

$\alpha=-1$ 时，为最优表，最优解 $\boldsymbol{x}^*=(2,0,1)^T$，最优值 $z^*=3$。

（2）$-4-\alpha>0$，即 $\alpha<-4$ 原问题无界。

（3）因原问题有可行解，所以对偶问题不会无界；