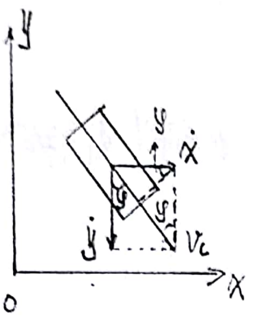


4

假设这刚性车轮在垂直平面内做纯滚动，满足条件：

①. 车轮在接地点切线方向上只滚不滑；

②. 车轮在轴线方向上不能侧向滑动

根据车轮在切线方向上只滚不滑的条件：

$$v_p = v_c - \dot\theta r_\theta = 0 \quad ①$$

将 $v_c = \dot x \sin\psi + \dot y \cos\psi$ 代入上式，得：

$$\dot x \sin\psi + \dot y \cos\psi - \dot\theta r_\theta = 0. \quad ②$$

根据车轮在其轴线方向上不滑动的条件，即车轮侧向速度为零：

$$\dot x \cos\psi - \dot y \sin\psi = 0. \Rightarrow \dot x = \dot y \frac{\sin\psi}{\cos\psi}. \quad ③$$

非完整约束：

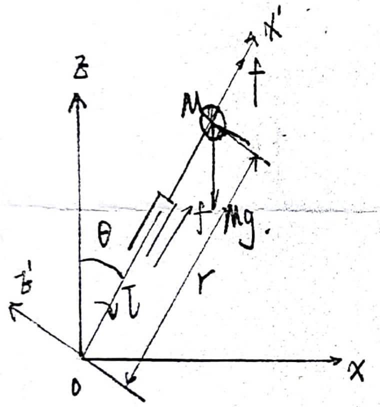
约束针对速度，且该速度约束不可积分为位置约束.

将式③代入式②，得：

$$\dot y \sin^2\psi + \dot y \cos^2\psi - \dot\theta r_\theta \cos\psi = 0.$$

$$\Rightarrow \dot y = \dot\theta r_\theta \cos\psi. \quad \dot x = \dot\theta r_\theta \sin\psi. \quad ④$$

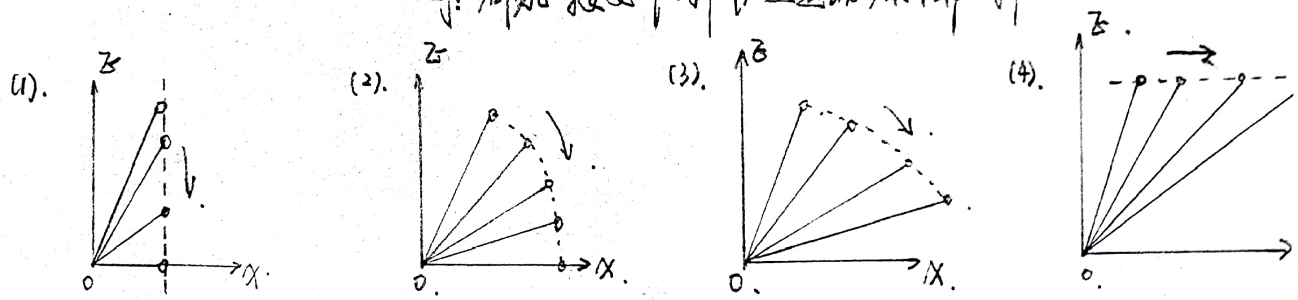
由于ψ与 $\dot x$、$\dot y$、$\dot\theta$ 的关系未知，所以式④中两个式子为不可积分的微分方程组，属于非完整约束方程.



基本假设：①. 机器人的所有质量集中于其质心位置.

②. 机器人的腿无质量，与地面的接触是通过一个可以转动的支点实现.

问：若质心按如下四种轨迹运动，求相应的f.

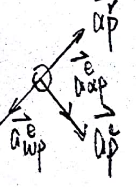


解：①. 根据理论力学的原理：

动点的绝对加速度为：

$$\vec a_p = \underset{\text{相对}}{\vec a_p^r} + \underset{\text{科式}}{\vec a_p^c} + \underbrace{\vec a_{\varepsilon p}^e + \vec a_{\alpha p}^e + \vec a_{\omega p}^e}_{\text{牵连}}$$

对此题，取动基 x'-z'，则有：



$$\vec a_{\varepsilon p}^e = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_T = a_{\alpha p}^e + a_p^c = \ddot\theta r + 2\dot\theta \dot r \\ a_n = a_p^r - a_{\omega p} = \ddot r - \dot\theta r \end{cases}$$

②. 由牛顿-欧拉公式：

$$\begin{cases} Ma_T = Mg\sin\theta + \frac{T}{r} \\ Ma_n = f - Mg\cos\theta. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot\theta r^2 + 2r\dot r\dot\theta - gr\sin\theta = \frac{T}{M}. \\ \ddot r - \dot\theta^2 r + g\cos\theta = \frac{f}{M}. \end{cases}$$