▶11

资产市场

资产是长期提供服务流的商品。它可以提供消费服务流，如住房提供的服务，或者，它也可以提供能用来购买消费品的货币流。提供货币流的资产称作*金融资产*。

我们在上一章讨论的债券就是金融资产的例子。债券提供的服务流就是它所支付的利息流。其他金融资产，如公司股票，提供的则是不同模式的现金流。在这一章，我们将在资产所提供的将来服务流完全确定的条件下，研究资产市场的功能。

11.1 报酬率

根据这种公认的极端的假设，我们有一条关于资产报酬率的简单原理，这就是：如果资产所提供的现金流不存在不确定性，那么所有的资产就一定具有相同的报酬率。理由很明显：如果一项资产的报酬率高于另一项资产的报酬率，而两项资产除此之外又完全一样，那么没有人会愿意购买报酬率较低的资产。所以，在均衡状态，人们所实际拥有的资产必定具有相同的报酬率。

下面，我们来研究报酬率的调整过程。考虑这样一种资产 A，它的现行价格是 p_0，预期的明天价格是 p_1。这里，人人都知道资产 A 在今天的价格，也都能确定资产 A 在明天的价格。为简化起见，我们假定，资产 A 在时点 0 和 1 之间的时期不存在任何的股息或其他现金支付。进一步假设，存在另一项我们可以在时点 0 和 1 之间的时期持有的资产 B，它会在这段时期支付利率 r。现在考虑这两项可能的投资：在期初，或者对资产 A 投资 1 美元，到期末再将它兑现；或者将 1 美元投资于资产 B，到期末赚取 r 美元的利息。

在期末，这两项投资的价值将是多少呢？我们首先要计算，我们投资 1 美元可以购买多少单位的资产 A。令 x 代表这个数量，那么，我们有

$$p_0 x = 1$$

或

$$x = \frac{1}{p_0}$$

因此,价值 1 美元的资产 A 在期末的终值是

$$FV = p_1 x = \frac{p_1}{p_0}$$

另一方面,如果我们将 1 美元投资于资产 B,在期末,我们就会得到 $1+r$ 美元。如果投资者对资产 A 和资产 B 的投资处于均衡状态,那么,对它们中的任一项的 1 美元投资在期末一定会值相同的数量。由此,我们得到以下的均衡条件:

$$1+r = \frac{p_1}{p_0}$$

如果这个等式不满足,情况会怎样呢?那么,一定会存在赚钱的方式。例如,如果

$$1+r > \frac{p_1}{p_0}$$

那么,拥有资产 A 的人就会在期初按 p_0 的价格卖掉资产 A,再把卖得的货币投资于资产 B。到期末,他们对资产 B 的投资的价值就会变为 $p_0(1+r)$,按照上面的不等式,它要比 p_1 大。这就能保证他们在期末有足够多的货币重新购买资产 A——他们又回到了起点,但是在购买资产 A 后他剩余了额外的货币。

这种做法——购买一定量的某种资产和出售一定量的另一种资产以实现确定的报酬——称作*无风险套利*,又叫*短期套利*。只要有人在积极地寻求"确定的报酬",我们就可以预期,运行良好的市场会迅速地消除任何的套利机会。因此,"均衡中不存在套利的机会"就成为对均衡条件的另一种表述方式。我们将这种均衡条件称作*无套利条件*。

但是,在实际运行中,套利是如何消除不均衡情况的呢?在上面给出的例子中,我们认为,若 $1+r > p_1/p_0$,那么,资产 A 的任何持有者都会愿意在期初将它出售,这是因为在期末,他们肯定会拥有足够多的货币重新购买资产 A。但他们会将此资产卖给谁呢?谁会愿意购买这种资产呢?肯定会有许多人愿意按 p_0 的价格出售资产 A,但却没有人会这样愚蠢地按这个价格购买资产 A。

这就意味着供给超过了需求,因此,价格将下降。它会下降多少呢?下降的幅度将恰好满足无套利条件,直到 $1+r = p_1/p_0$ 为止。

11.2 套利与现值

通过交叉相乘,我们可以将无套利条件重新表述为一种非常有用的形式

$$p_0 = \frac{p_1}{1+r}$$

上式表明,资产的现行价格必定等于它的现值。实际上,我们是把无套利条件中的终值比较转换成了现值比较。因此,如果满足无套利条件,那么,我们就能断定资产一定是按它们的现值出售的。任何背离现值的定价都提供了赚钱的机会。

11.3 对资产差异的调整

上述无套利规则假定,除了完全的货币差异,这两种资产所提供的资产服务完全相同。但如果这些资产所提供的服务具有不同的特征,那么在断言这两种资产一定具有相同的均衡报酬率以前,我们就需要对这些差异作出调整。

例如,一种资产可能比另一种资产更容易出售。有时,我们称这种情况是一种资产比另一种资产具有更大的**流动性**。在这种情况下,我们就需要根据寻找资产买主的困难程度来调整报酬率的大小。例如,价值10万美元的房屋的流动性很可能小于价值10万美元的国库券的流动性。

类似地,一种资产可能比另一种资产具有更大的风险。一种资产的报酬率可能是有保证的,而另一种资产的报酬率却可能具有很大的风险。在第13章,我们将研究对这些风险差异进行调整的方式。

这里,我们要考察另外两种类型的调整。其中的一种调整针对那些具有某些消费报酬的资产,另一种调整则针对那些具有不同税收性质的资产。

11.4 具有消费报酬的资产

大多数资产的报酬直接表现为货币的形式,但另有一些资产具有消费报酬。这方面最好的例子是住房。如果你正居住的房子归你所有,那么你就不必支付租金;因此,拥有该资产的部分“报酬”来自“不必支付租金就能住进房子”的事实。换句话说,你在向自己支付房租。虽然后一种说法听起来很特别,但却包含着重要的内容。

实际上,由于你有权居住在自己的房子里,你并未明确地向自己支付房租,但是,设想房屋所有者已隐含地支付了这笔房租是非常有用的。房屋的**隐含租金率**就是你向他人租用相同房屋时支付的租金率。换句话说,也就是你在公开市场上把房屋出租给其他人而收取的租金率。由于选择了“把房子出租给自己”,你也就放弃了从他人那里赚取租金的机会,从而产生了机会成本。

假设你房屋的隐含租金为每年 T 美元,那么,拥有这房子的部分报酬就是由此产生的每年 T 美元的隐含收入——如果你不拥有这所房子,要居住在同样条件的房子中你必须支付的货币。

但是,这并不是你那所房子的全部报酬。就如房地产商不厌其烦地对我们说的那样,房产也是一种投资。当你购买一幢房子时,你为此支付了一笔相当可观的货币,因此,你理所当然地可以期望通过房屋的增值,从这笔投资中获得货币报酬。资产价值的这种增加称作**增值**。

我们用 A 表示房屋在一年中的预期增值。拥有房屋的总报酬是房租报酬 T 和投资报酬 A 的总和。如果住房的初始成本是 P,那么,房屋在初始投资上的总报酬率就是

$$h=\frac{T+A}{P}$$

这个总报酬率由消费报酬率 T/P 和投资报酬率 A/P 两部分构成。

我们用 r 表示其他金融资产的报酬率。于是,在均衡状态,房屋投资的总报酬率应该等于 r:

$$r=\frac{T+A}{P}$$

这里,我们可以用这种方式来考虑问题。年初,你可以在银行投资 p 美元,而后在年末赚得 rP 美元,或者,你也可以在房屋上投资 P 美元,从而节省 T 美元的房租,并在年末赚得 A 美元。这两种投资的总报酬一定相同。假如 $T+A<rP$,那么,你投资于银行并支付 T 美元的租金,就会使你的境况变得更好。到年底,你就会拥有 $rP-T>A$ 美元。若 $T+A>rP$,则投资房屋将会是更好的选择(当然,这里忽略了不动产经纪人的佣金和买卖的交易成本)。

由于总报酬率等于利率,所以一般地,金融报酬率 A/P 总是小于利率。所以,在均衡状态,提供消费报酬的资产的金融报酬率通常要比完全金融资产的报酬率低。这意味着,仅仅作为金融投资而购买房屋、绘画或珠宝,也许并不是一个好主意,这是因为其部分资产价格反映的是拥有这些资产的人从资产中得到的消费报酬。另一方面,如果你对这些资产的消费报酬给予相当高的评价,或者拥有这些资产你可以获取租金,那么购买这些资产就是值得的。这类资产的总报酬可以证明这项投资是一个非常明智的选择。

11.5 对资产报酬征税

美国国内税局在征税时对两种不同的资产报酬作了区分。第一种报酬是股息或利息。这种报酬是在资产的存续期内按年份或月份支付的。你将按与劳动所得税相同的一般税率,来支付股息收入税和利息收入税。

第二种报酬是资本利得。当按高于买入价的价格出售资产时,资本利得就会产生。但只有当实际出售资产时,资本利得才会被征税。在现行的税法下,资本利得的税率与一般收入的税率相同,不过,已有一些提议主张对它们应该实行更为优惠的税率。

按与一般收入相同的税率对资本利得征税,有时被认为是一种"中性"的政策。但是,至少有两个理由对这种观点提出了挑战。第一个理由是,资本利得税仅仅是在资产实际出售时才支付的,而股息税或利息税却是每年都要支付的。资本利得税可以递延至资产出售之际这个事实,使得资本利得的有效税率低于一般收入的税率。

资本利得和一般收入的税率相同并非中性的第二个理由是,资本利得税取决于资产的增值。如果资产的价值只是因为通货膨胀才增加的,那么消费者就可能是在为其实际价值并未发生变化的资产纳税。例如,假设某人购买了价值 100 美元的资产,10 年后这项资产价值 200 美元。假设在同一时期内,一般物价水平也上涨了一倍。那么,即使这个人所拥有资产的购买力水平并没有改变,他也必须为 100 美元的资本利得纳税。这种情况倾向于使资本利得税高于一般收入税。上述两种效应中究竟哪一种占主导地位,还是一个有争议的问题。

除了对股息和资本利得的征税方式不同之外，在处理资产报酬方面，税法还具有许多其他方面的差异。例如，在美国，联邦政府对市政公债——即州或市发行的公债——是不征税的。我们前面提到过，房主使用自有住房而获得的消费报酬是不纳税的。此外，在美国，甚至使用自有住房的房主获得的有关该住房的资本利得，也有一部分是不需要纳税的。

税法对不同资产按不同方式征税这个事实，意味着在比较报酬率时，无套利规则必须针对这种税收差异作出调整。假设一种资产的税前报酬率是 r_b，另一种资产的免税报酬率是 r_e，那么，当这两种资产由同一个人持有，并且这个人按税率 t 交纳所得税时，我们就一定有

$$(1-t)r_b=r_e$$

这就是说，每种资产的税后报酬一定相同。否则，个人就不会同时持有这两种资产——资产税后报酬不同，他们会转而单独持有税后报酬较高的资产。当然，这里的分析舍弃了流动性、风险等方面的差异。

11.6 市场泡沫

设想你正在盘算购买 1 年后确保价值为 22 万美元的房屋，(反映你的其他投资机会的)现行利率是 10%。房屋的公平交易价格应该是其现在的价值 20 万美元。

假设事情并不是那么确定的。尽管许多人相信 1 年后的房屋价值是 22 万美元，但没有任何保证。伴随房屋购买的其他风险，我们希望房屋的销售价格低于 20 万美元。

设想 1 年之后的房屋价值是远高于预期的 24 万美元。尽管现行的利率还是 10%，但房屋价值上升了 20%。或许这种经验会导致人们修正自己对房屋的未来价值的认识，人们可能认为房屋价值在下一年将增加 20%或更多。

如果许多人都这样认为，他们现在就会抬高房屋的价格，使得其他人对未来房地产市场的预期更为乐观。依据我们对价格调整的讨论，对于人们期望获得高于利率的收益的资产，资产的价格将上涨。更高的资产价格可能减少目前的资产需求，但也可鼓励人们对未来的资产收益寄予更高的期望。

第一种效应是高价减少需求，起着有助于稳定价格的作用。第二种效应是高价导致期望未来更高的价格，起着让价格波动的作用。

这是一个资产泡沫的例子。在资产泡沫中，出于各种原因，资产价格上涨，这又导致人们期望未来资产价格的进一步上涨。如果人们期望未来资产价格的明显上涨，人们将在今天购买更多的资产，推动资产价格的更快上涨。

金融市场可能遭遇这样的资产泡沫，特别是在金融市场的参与者缺乏经验的时候。例如，2000 年至 2001 年期间，出现了技术性企业股票价格的飞涨；2005 年至 2006 年期间，美国的多数地区和许多其他国家出现了房地产泡沫。

所有泡沫最终都将破灭。资产价格下降，一些人只能持有价格比购买价格低得多的资产。

避免泡沫的关键在于关注经济的基本面。在美国房地产泡沫的过程中,相同住房的房屋价格与房屋年租金的比率远远高于历史统计数据的正常值。这一差异反映了房屋购买者对房屋价格未来涨幅的预期。

相似地,房屋价格的中位数与收入中位数的比值也达到了历史的最高值。房屋价格与房屋租金比、房屋价格与收入比都是房屋的高价格无法维持的警示信号。

"这次真的和以往不同"可能成为人们持有的非常有害的信念,特别是当这种信念影响到金融市场的时候。

11.7 应用

所有无风险的资产必定获得相同的报酬这一事实虽然十分明显,但它却非常重要。它对于资产市场的运行具有令人吃惊的巨大意义。

可耗竭资源

我们来研究可耗竭资源(如石油)的市场均衡情况。考察一个存在着许多供给者的竞争性石油市场,为简化起见,我们假设石油的开采成本等于零。然后,我们考虑随着时间的推移,石油的价格会发生怎样的变化?

可以证明,石油价格必定按利率上升。为了看清楚这一点,我们只要注意以下的事实即可:地下的石油是与其他资产相同的资产。如果把石油从一个时期保留到下一个时期对石油的生产者来说是值得的,那么,这样做带给他的报酬一定会等于他从别处可以获得的金融报酬。令 p_{t+1} 和 p_t 分别表示时间 $t+1$ 和时间 t 时的价格,我们有

$$p_{t+1}=(1+r)p_t$$

作为我们在石油市场上的跨时期无套利条件。

上面的论述可以归结为这样一个简单的思想:石油储藏在地下就像货币存放在银行。如果货币存放在银行获得的报酬率是 r,那么石油储藏在地下一定也会得到相同的报酬率。如果地下石油的报酬率超过存入银行的货币的报酬率,就不会有人愿意去开采石油,因为人们宁愿等到以后再去开采它,而这样一来,就会使得石油的价格上升。而如果地下石油的报酬率低于存入银行的货币的报酬率,油井的所有者就会立即着手开采石油,并把出售石油获得的货币存入银行,从而抑制了当前的石油价格。

这番论述告诉我们石油价格是如何变动的。但价格水平本身又是由什么决定的呢?可以证明,石油价格水平是由对石油的需求决定的。我们来研究一个非常简单的市场需求模型。

假设对石油的需求保持在每年 D 桶不变,世界石油的总供给是 S 桶。这样,全部的石油还可以持续供给 $T=S/D$ 年。当石油耗竭时,我们就不得不采用替代技术,例如液化煤,它可以按每桶 C 美元的不变成本进行生产。我们假设液化煤在各种用途上都能完全替代石油。

从现在起 T 年后,当石油恰好耗尽时,它的价格会是多少呢?很显然,它的价格一定是每桶 C 美元,这也是它的完全替代品液化煤的价格。这表明,今天一桶石油的价格 p_0,

一定会按利率 r 在接下来的 T 年内上涨到 C。由此，我们得到这样一个方程

$$p_0(1+r)^T=C$$

即

$$p_0=\frac{C}{(1+r)^T}$$

这个表达式揭示，石油的现行价格是这个问题中的其他变量的函数。现在，我们可以讨论一些有趣的比较静态问题。例如，如果新发现了原先不知道的石油资源，情况会变得怎样呢？这意味着石油的使用年限 T 会增加，从而 $(1+r)^T$ 会增加，最终 p_0 会下降。所以毋庸置疑，石油供给的增加将会使它的现行价格下降。

如果出现一种能够降低成本 C 的技术突破，情况又会怎样呢？上述方程表明，p_0 必定下降。如果液化煤是石油的唯一替代品，那么，石油的价格一定会等于它的完全替代品液化煤的价格。

何时砍伐森林

假设森林的规模——用从中可以获得的木材量来度量——是时间的某种函数 $F(t)$。再假设木材的价格保持不变，而树木的增长率一开始很高，随后就逐渐递减。如果木材市场是完全竞争的，什么时候应该砍伐森林？

答案是：当森林的增长率等于利率时，就应该砍伐森林。在此之前，森林的报酬率大于存入银行的货币的报酬率，在此之后，森林的报酬率小于存入银行的货币的报酬率。当森林的增长率恰好等于利率时，就是砍伐森林的最佳时机。

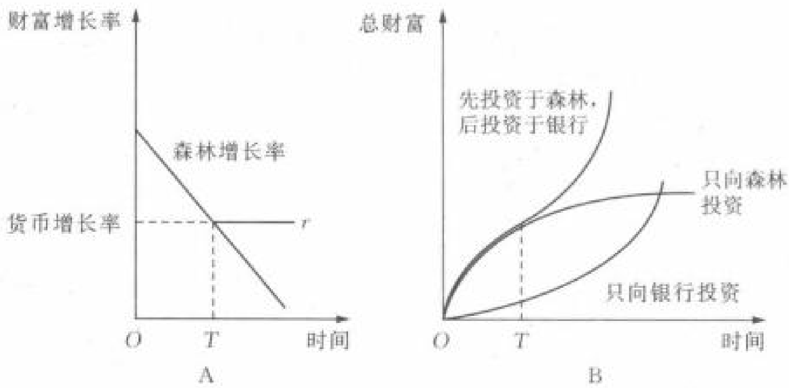
通过计算在时间 T 所砍伐森林的现值，我们可以对这个问题作出更正式的表述。这个现值可以表示为

$$PV=\frac{F(T)}{(1+r)^T}$$

我们要找到使得现值最大化的 T——也就是使森林的价值尽可能大的 T。如果我们选择的 T 值太小，森林的增长率就会超过利率，这意味着现值 PV 还将上升，因此再等一段时期砍伐森林是有利可图的。另一方面，如果 T 值太大，从而森林的增长率低于利率，现值 PV 就会下降。可见，实现现值最大化的 T 值，出现在森林增长率恰好等于利率的时候。

图 11.1 显示了这个论点。在图 11.1A 中，我们绘制出了森林的增长率和投资于银行的 1 美元的增长率。如果我们想要在将来的某个不确定的时点上，得到最大数量的货币，我们就应该在这段时期的每个时点上都把货币投资于报酬最高的资产。当森林刚开始生长时，它是报酬最高的资产。但随着时间的推移，它的增长率逐渐下降，最终，银行提供的报酬变得较高。

图 11.1B 显示的是总财富效应。在时点 T 以前，当投资于森林时，财富增长得最快。而在时点 T 以后，当投资于银行时，财富增长得最迅速。因此，最优的策略是在时点 T 以前投资于森林，在时点 T 以后砍伐森林，然后将出售木材的所得收入投资于银行。



砍伐森林的最佳时机是森林的增长率等于利率的时候。

图 11.1 砍伐森林

例子:海湾战争中的石油定价

1990 年夏天,伊拉克入侵科威特。联合国对此的一个反应是禁止从伊拉克进口石油。在宣布石油禁运后不久,国际石油市场上的石油价格就大幅上涨。与此同时,美国国内的汽油价格也在大幅飙升。这反过来又引起了对发"战争财"的抱怨,并且,在晚间新闻中也多了几则有关石油行业的报道。

那些认为油价上涨缺乏公平的人指出,至少要花费 6 周的时间,才能将新开采的、价格较高的石油运过大西洋,并将它们提炼成汽油。由此,他们认为,通过提高那些以前使用较便宜的石油所提炼的汽油的价格,石油公司在攫取"额外的"利润。

我们从一个经济学家的角度来考察这个问题。假定你拥有一项资产——如储藏罐中的汽油,现在它的价格是 1 美元/加仑。你知道,6 周以后它的价格将变为 1.5 美元/加仑。现在,你愿意按怎样的价格将它出售?可以肯定的一点是,如果你按低于 1.5 美元/加仑的价格出售该资产,你就是傻子。这是因为,对于任何低于 1.5 美元/加仑的价格,你只要将汽油在储藏罐里放 6 周,你的境况就会得到改善。有关从地下开采石油的跨时期套利的推理过程,同样也适用于储藏罐中的汽油的情况。如果你希望厂商现在提供汽油,明天汽油价格的适当折现就必须等于今天的汽油价格。

从福利的角度看,这样做也非常有意义:如果在不久的将来,汽油将变得更加昂贵,那么减少今天的消费就是合理的。上涨的汽油价格不仅促进了直接的节约措施的出现,还反映了汽油的真实稀缺价格。

颇具讽刺意味的是,相同的现象出现在两年之后的俄罗斯。在向市场经济过渡的转型时期,俄罗斯国内的原油价格大约为 3 美元/蒲式耳,而同一时期的国际原油价格为 19 美元/蒲式耳。原油生产商预期,不久以后,政府就会允许原油价格上浮——所以,他们尽可能地控制现阶段的产量。如同一位生产商所指出的:"你曾看到有人在纽约将 1 美元只售 10 美分吗?"最终的结果是,在俄罗斯,为消费者提供汽油的油泵前排起了长队。①

① 参看路易斯·尤奇特勒(Louis Uchitelle)《俄罗斯人排队购买汽油,而完美厂可以获得便宜的原油》,《纽约时报》,1992 年 7 月 12 日,第 4 页。

11.8 金融机构

资产市场能够改变人们在一段时期内的消费模式。例如，考虑 A 和 B 两个人，他们拥有不同的财富禀赋。A 可能今天有 100 美元，但明天却一无所有；B 可能今天一无所有，但明天有 100 美元。很可能他们每个人都宁可今天和明天都有 50 美元。通过下面这样一个简单的交易，他们就可以实现这种消费模式：今天 A 给 B 50 美元，明天 B 给 A 50 美元。

在这个特殊的例子中，利率等于零：A 今天借给 B 50 美元，明天只得到 50 美元作为报酬。如果人们对于今天消费和明天消费的偏好是凸的，他们就可能希望他们的消费在各个时期能比较平均，而不愿在一个时期就把一切都消费掉，即使利率是零。

对于其他类型的资产禀赋，我们也可以重复相同的分析。某人可能拥有提供稳定收入流的资产，而他却偏好提供一次性总收入的资产，同时，另一个人可能拥有提供一次性总收入的资产，但他却偏好提供稳定收入流的资产。例如，一个 20 岁的人可能想现在就有一整笔货币以购买房子，而一个 60 岁的人却可能为了退休后能有经济来源，而想要有一个稳定的货币收入流。显然，这两个人只要彼此交换他们的禀赋，就可以相互获利。

在现代经济中，金融机构的存在就是为了促进这种交易。在上述例子中，60 岁的那个人可以将他的整笔钱一次性存入银行，然后，银行可以将这笔钱贷给那个 20 岁的人。那个 20 岁的人以后会向银行偿付抵押贷款，反过来这种偿付可以作为银行向那个 60 岁的人支付的利息。当然，银行在安排这种交易时是要从中收取费用的，但只要银行业存在着充分的竞争，这种费用最终就会非常接近直接交易的实际费用。

银行并不是唯一使人们重新分配不同时期消费的金融机构。股票市场是另一个重要例子。假设一个企业家开办一个公司并获得成功。为了开办公司，这个企业家很可能需要一些金融上的支持者，这些支持者提供货币帮他开业——即帮他付账，直至收入开始滚滚而来。一旦公司建立，公司的所有者对公司未来的利润就有要求权：他们有对于收入流的要求权。

但他们很可能希望对于他们的贡献现在就一次性总支付全部报酬。在这种情况下，这些所有者就可以决定通过股票市场把企业卖给其他人。他们发行公司股票，赋予股票持有者分享企业未来利润的权利，以交换他们现在对股票的一次性总支付。那些想要购买企业利润流的人为得到这些股票将向原先的所有者支付货币，通过这种途径，市场交易双方都能重新配置他们不同时期的财富。

还有许多其他各种机构和市场在帮助促进跨时期的交易。但是，如果购买者和出售者最终不相对称的话，会发生什么情况呢？如果更多的人要出售明天的消费而不想买进明天的消费，又怎么办呢？就像任何其他市场一样，如果某种东西的供给超过了需求，价格就会下降。在这里，明天消费的价格就会下降。前面我们已经知道，明天消费的价格可表示为

$$p=\frac{1}{1+r}$$

所以,这意味着利率必定上升。利率提高将诱导人们增加储蓄,减少现在的消费,从而使需求和供给趋于相等。

小　结

1. 在均衡处,一切提供报酬的资产的报酬率一定相等。否则,就会出现无风险的套利机会。
2. "一切资产的所得报酬一定相等"这一事实隐含着,所有的资产都将按现值出售。
3. 如果按不同的方法对资产征税,或者,资产具有不同的风险性质,那么,我们就必须比较它们的税后报酬率,或它们的经过风险调整的报酬率。

复习题

1. 假定资产 A 在下个时期能卖 11 美元。如果与 A 相似的资产的报酬率是 10%,请问资产 A 的现值是多少?

2. 一所住房,你可以先按 1 万美元的价格出租 1 年,然后再按 11 万美元的价格将它出售,现在这所房子可以按 10 万美元购置。请问这幢房子的报酬率是多少?

3. 某种类型债券(如市政公债)的利息收入是不纳税的。如果类似的应税债券支付 10%的利率,人们面临的边际税率是 40%,那么不纳税债券的报酬率应该是多少?

4. 假设一种稀缺资源面临的需求保持不变,它将在 10 年内耗尽。如果替代资源要按 40 美元的价格才可得到,利率是 10%,这种稀缺资源在今天的价格应是多少?

附录

假设你在一种资产上投资 1 美元,这种资产的利率是 r,利息一年支付一次。于是,T 年后你就拥有 $(1+r)^T$ 美元。现在假定,利息是按月支付的。这意味着每月的利率将是 $r/12$,并且在 T 年内将会支付 $12T$ 次利息,因此,T 年后你将拥有 $(1+r/12)^{12T}$ 美元。如果利率是按日计算的,T 年后你就会有 $(1+r/365)^{365T}$ 美元,依此类推。

一般地,如果利率一年支付 n 次,你在 T 年末就会有 $(1+r/n)^{nT}$ 美元。很自然,接下来我们会问,如果利率是连续支付的,你将拥有多少货币。换句话说,这就是求这个表达式在 n 趋于无穷时的极限。可以证明,这个极限可以由下面这个式子给出:

$$e^{rT}=\lim_{n\to\infty}(1+r/n)^{nT}$$

其中,$e=2.718\,3\cdots$,它是自然对数的底。

这个式子对于在连续复利下计算终值是非常方便的。例如,我们可以用它来证明正

文中的那个命题：砍伐森林的最佳时机出现在森林增长率等于利率时。因为森林在 T 时的价值是 $F(T)$，那么在 T 时砍伐的森林的现值就是

$$V(T)=\frac{F(T)}{e^{rT}}=e^{-rT}F(T)$$

为了使现值最大化，我们对这个式子关于 T 求微分，并令一阶条件等于零，我们有

$$V'(T)=e^{-rT}F'(T)-re^{-rT}F(T)=0$$

即

$$F'(T)-rF(T)=0$$

经过整理，我们可以得到以下的结果：

$$r=\frac{F'(T)}{F(T)}$$

这个式子表明，最优的 T 值满足利率等于森林价值增长率的条件。