

## 公共物品

在第 35 章我们论述了,对于某些外部效应,要消除这些无效率现象并不困难。例如,在两个人之间具有消费外部效应的情况下,我们必须做的一切就是确保初始产权得到明确的规定。然后,人们就能通过正常的方式交换产生外部效应的产权。在存在生产外部效应的情况下,市场本身提供的利润信号就能以最有效的手段对产权进行区分。在财产共有的情况下,将产权分配给个人就可以消除无效率现象。

遗憾的是,并非所有的外部效应都能用这种方法加以处理。一旦有两个以上的经济行为参与其中,问题就会变得非常复杂。例如,假定在第 35 章所考察的同室人数不是两个而是三个——一个抽烟者和两个不抽烟者,那么,在两个不抽烟者看来,烟尘量可能就是一种负的外部效应。

我们假定产权已明确界定,不妨说不抽烟者有权得到清洁的空气。如前所述,虽然他们有权得到清洁空气,他们也有权用一部分清洁空气与适当的补偿进行交换。但现在有一个问题出现了——即在不抽烟者之间必须就可接受的烟尘量为多少以及用什么方法加以补偿取得一致意见。

可能不抽烟者中有一人比另一人对烟尘更为敏感,或其中一人比另一人更富有。他们对烟尘量的偏好可能不同,两人的财力可能也不同,然而他们必须达成某种协议以有效地分配烟尘量。

假如我们考察的不是同室居住者,而是整个国家的居民,那么,这个国家的污染达到怎样的程度才是可接受的呢?你只要想象在只有三个人的时候要达成一项协议就那么困难,要在数以百万计的人之间达成一项协议该是何等困难!

三个人中抽烟的外部效应是公共物品的例子之一——公共物品是指对所有涉及的消费者都必须供应同样数量的物品。在这个例子中,抽烟所带来的烟尘量对所有的人都一样多——每个人对此的评价可能不同,但都必须消费同样的数量。

许多公共物品是由政府提供的。例如,街道和人行道就是由地方市政部门提供的。城市里有一定数量和质量的街道,每个人都可以使用这些街道。公共物品的另一个例子是国防。国家向其所有居民提供同一水平的国防安全。虽然每个公民可能对此评价不一,有些人希望国防多一些,另一些人希望少一些,但提供给他们数量是相同的。

公共物品是消费外部效应的一类特殊的例子：每个人必定消费相同数量的这种物品。这是一类特别令人费解的外部效应的例子，因为经济学家所偏爱的分散化的市场解决方法在配置公共物品时不起作用。人们不可能购买不同数量的公共防务，因而不管怎样，他们总得对共同的防务数量作出决定。

本章要考察的第一个问题是公共物品的理想数量应该是多少？然后再讨论某些可能被用来对公共物品进行社会决策的方法。

### 37.1 什么时候提供公共物品

我们从一个简单的例子开始。假定同一个房间有两个人，以 1 和 2 代表。两人都设法决定是否购买一台电视机作出决定，在住房大小既定的条件下，电视机必然要放在起居室内以便两人都能看到电视。因此电视机将是一种公共物品而不是私人物品。问题是他们购买一台电视机是否值得？

我们用  $w_1$  和  $w_2$  代表每人最初的财富，用  $g_1$  和  $g_2$  代表每人对购买电视机所作出的贡献， $x_1$  和  $x_2$  代表每人剩余下来用作私人消费的资金。预算约束由下面的方程式给出：

$$x_1 + g_1 = w_1$$

$$x_2 + g_2 = w_2$$

我们还假定电视机的费用为  $c$  美元，因而为购买电视机，两人所作出的贡献之和至少必须等于  $c$ ：

$$g_1 + g_2 \geq c$$

这一方程概括了可用于提供这种公共物品的技术：如果他俩合起来支付费用  $c$ ，就能买到一台电视机。

行为人 1 的效用函数将由他或她的私人消费  $x_1$  和公共物品电视机的可获性来决定。我们将用  $u_1(x_1, G)$  表示行为人 1 的效用函数，这里， $G$  既可以是 0，表示没有电视机，也可以是 1，表示拥有一台电视机。行为人 2 的效用函数为  $u_2(x_2, G)$ 。每人的私人消费都有下标以表明物品是由行为人 1 还是由行为人 2 消费的，但是公共物品没有下标，它是由两个人共同消费的。当然，这种消费并不是指真的耗尽电视机，而是指两人共同消费电视机所提供的服务。

两人对电视机提供的服务的评价可能很不相同。通过征询每人可能为购买电视机支出的金额，我们可以估计出每人对电视机服务所作出的评价。要进行这种计算，我们还需运用第 15 章中曾经介绍过的保留价格概念。

行为人 1 的保留价格是指他为购买电视机而愿意支付的最高价格。这就是说，保留价格  $r_1$  是这样一种价格：它可以使行为人 1 觉得支付  $r_1$  的价格购买电视机与根本不购买电视机这两种选择之间毫无区别。如果行为人 1 支付了这种保留价格并得到一台电视机，他就剩余  $w_1 - r_1$  的财产可用于私人消费。如果他不购买电视机，他就有  $w_1$  的财产用于私人消费。如果他认为这两种选择没有差别，就必然有



$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0)$$

这一方程明确地表达了行为人1的保留价格,即他购买电视机愿意支付的最高价格。行为人为2的保留价格也可用类似的方程式表达。注意,一般而言每人的保留价格视每人的财产而定;即每个人将愿意支付的最高价格要根据每个人能够支付多少来确定。

回想一下,一种配置之所以是帕累托有效率的,是由于没有任何其他配置方式能使两人的境况变得更好。如果还有其他配置方式能使两人的境况变得更好,那么,这种配置就是帕累托低效率的。在帕累托低效率的情况下,我们说帕累托改进是可能的。在电视机一例中,只有两种配置方式是值得注意的:一种是不买电视机;这种配置具有简单的形式 $(w_1, w_2, 0)$ ,即每个人把自己的全部财产都用于私人消费。

另一种配置方式是购买电视机(即提供公共物品),这种配置取 $(x_1, x_2, 1)$ 的形式,其中,

$$x_1 = w_1 - g_1$$

$$x_2 = w_2 - g_2$$

这两个方程式是由预算约束方程改写的,表明每个人的私人消费由购买公共物品后剩余的财产决定。

在什么条件下应该购买电视机呢?也就是说,什么时候有一种支出方案 $(g_1, g_2)$ 可以使两人合伙购买一台电视机,比不购买电视机经济福利要好些呢?用经济学语言来表达就是,什么时候提供电视机是一种帕累托改进呢?

如果购买电视机使两人的境况比没有购买电视机要好些,那么购买电视机这样一种配置方式就属于帕累托改进,也就是说

$$u_1(w_1, 0) < u_1(x_1, 1)$$

$$u_2(w_2, 0) < u_2(x_2, 1)$$

现在,运用保留价格 $r_1$ 和 $r_2$ 以及预算约束的定义,可得

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0) < u_1(x_1, 1) = u_1(w_1 - g_1, 1)$$

$$u_2(w_2 - r_2, 1) = u_2(w_2, 0) < u_2(x_2, 1) = u_2(w_2 - g_2, 1)$$

考察不等式的左边和右边,并记住更多的私人消费必定增加效用,我们可以得出结论:

$$w_1 - r_1 < w_1 - g_1$$

$$w_2 - r_2 < w_2 - g_2$$

这意味着

$$r_1 > g_1$$

$$r_2 > g_2$$

如果一种配置 $(w_1, w_2, 0)$ 是帕累托低效率的,则必定满足这一条件:每个人对购买电视机的贡献必定小于他愿意支付的价格。如果一个消费者能按低于他愿意支付的最高价格获得这种商品,那么,获得这种商品无疑能改善他的福利。因此,保留价格大于所分担的费用这一条件无非是说,当室中每个人都能按低于他们愿意支付的最高价格获得电视机提供的服务时,就实现了帕累托改进。显然,这一条件是使购买电视机成为帕累托改进的必要条件。

如果室中每人愿意支付的数额大于他的电视机费用分担额,那么,对每人愿意支付的最高额进行加总必然大于电视机的总费用:

$$r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c \quad (37.1)$$

这个条件是使购买电视机成为帕累托改进的充分条件。如果该条件得到满足,那么,就一定存在某种通过提供电视机这种公共物品使两人的境况改善的支付方案。如果  $r_1 + r_2 \geq c$ , 那就说明,同室两人愿意支付的总额至少与购买电视机的成本相等,因而他们可以很容易地找到一种支付方案  $(g_1, g_2)$  使得  $r_1 \geq g_1$ 、 $r_2 \geq g_2$  和  $g_1 + g_2 = c$ 。你会觉得奇怪,这一条件如此简明,为什么在推导时还要进行这么详尽的论证。这里包含了几个不太令人注意的细节。

首先,值得注意的是,在上述条件中,什么时候提供公共物品是一种帕累托改进,仅取决于人们的支付意愿和公共物品的总成本。如果保留价格总额大于电视机成本,那么肯定存在着某种支付方案,使两人拥有这种公共物品的境况比不拥有它的境况要好。

其次,提供公共物品是不是帕累托有效率的,一般来说取决于初始的财富分配  $(w_1, w_2)$ 。这是正确的,因为保留价格  $r_1$  和  $r_2$  一般是由财富分配决定的。某些财富分配完全有可能使  $r_1 + r_2 > c$ , 而另一些财富分配则可能使  $r_1 + r_2 < c$ 。

要搞清楚怎么会产生这种现象,只要设想这样一种情况:同室中有一人真的很希望获得电视机,而另一人则对此抱无所谓的态度。于是,如果喜爱电视机的人拥有全部财富,他可能愿意独自支付大于电视机成本的价格。这样提供电视机就可能是一种帕累托改进。但是,如果另一个对电视机抱无所谓态度的人拥有全部财富,那么,偏爱电视机的人就不会有足够的钱购买电视机,在这种情况下不买电视机就可能是一种帕累托有效率。

所以,一般来说,是否应该购置公共物品将取决于财富的分配。但在某些特殊情况下,公共物品的提供可能与财富分配无关。例如,假定同室两人的偏好是拟线性的,换言之,效用函数具有下述形式:

$$u_1(x_1, G) = x_1 + v_1(G)$$

$$u_2(x_2, G) = x_2 + v_2(G)$$

这里,  $G$  为 0 或 1, 取决于是否能获得公共物品。为简化起见,假定  $v_1(0) = v_2(0) = 0$ 。这就是说,当没有电视机时,你收看电视的效用为零。<sup>①</sup>

在这种情况下,保留价格的定义就成为

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = w_1 - r_1 + v_1(1) = u_1(w_1, 0) = w_1$$

$$u_2(w_2 - r_2, 1) = w_2 - r_2 + v_2(1) = u_2(w_2, 0) = w_2$$

这两个方程意味着保留价格可由  $r_1 = v_1(1)$ ,  $r_2 = v_2(1)$  给出。可见保留价格与财富数量无关。因而公共物品的最优供给将与财富无关,至少在某种财富范围内是这样。<sup>②</sup>

① 也许收看电视应该被指派一个负的效用。

② 甚至这也仅适用于某种财富范围,因为我们必须始终规定  $r_1 \leq w_1$ ,  $r_2 \leq w_2$ ——即支付意愿小于支付能力。



## 37.2 私人提供公共物品

前面我们已经知道,如果同室两人愿意支付的价格超过公共物品的成本,那么购买电视机对他们来说就是帕累托有效率的。这就解决了产品有效率配置问题,但并不一定可以得出结论说他们真的决定购买电视机。他们是否真的决定购买电视机,还要取决于他们作出共同决定时所采用的具体方式。

如果同室两人互相合作并能如实地表明他们对电视机的评价,那么他们要作出是否应该购买电视机的决定并不困难。但在某些环境条件下,他们可能并不乐意如实地表明自己对电视机的评价。

例如,假定他们对电视机的评价相同,每个人的保留价格都大于成本即  $r_1 > c, r_2 > c$ 。则行为人 1 可能会想,如果他表明对电视机的评价为零,那么另一人不论怎样都会购买电视机。但是行为人 2 也会以同样的方式思考问题!也可以设想两人都可能会拒绝出资,以期望另一个人独自购买电视机的其他情况。

在这种情况下,经济学家认为这是人们试图互相搭便车:每人都希望其他人会独自购买公共物品。由于一旦拥有电视机后,每个人都可以充分使用电视机所提供的服务,因此每人都希望在购买电视机时支付尽可能少的费用。

## 37.3 搭便车

搭便车与第 29 章考察的“囚徒困境”类似,但并不完全相同。要看清楚这一点,我们考虑有关上述电视机问题的一个具体的例子。假定每个人拥有 500 美元的财富,每个人对电视机的评价是 100 美元,电视机的成本是 150 美元。由于保留价格的总和超过电视机的成本,所以,购买电视机是帕累托有效率的。

假定同室中的任何人都不能阻止另一人收看电视,并且,同室中的两人将独立地决定是否购买电视机。考虑其中的一个人,如参与人 A 的决策。如果他购买电视机,他将获得收益 100 美元,并支付成本 150 美元,最终他的净收益为 -50 美元。但是,如果参与人 A 购买电视机,参与人 B 就可以免费观看,从而获得收益 100 美元。表 37.1 显示了这个博弈的收益。

表 37.1 搭便车博弈矩阵

		参与人 B	
		买	不买
参与人 A	买	-50, -50	-50, 100
	不买	100, -50	0, 0

这个博弈的占优策略均衡是,两个参与人都不购买电视机。如果参与人 A 决定购买电视机,那么,搭便车对于参与人 B 就是有利的:即收看电视,但不进行任何的支付。如果

参与人 A 决定不购买电视机,那么,搭便车还是符合参与人 B 的利益。这与囚徒困境的情形类似,但两者并不完全相同。在囚徒困境中,使参与双方的总体效用最大化的策略,是双方作出一致的选择。但在这里,最大化总体效用的策略却是其中的一个参与人购买电视机(参与双方都观看电视)。

如果参与人 A 购买电视机,并且参与双方共同收看电视,那么,仅仅让参与人 B 向参与人 A 作一笔单边支付,我们就能创建一个帕累托改进。例如,如果参与人 B 向参与人 A 支付 51 美元,那么,在参与人 A 购买电视机时,参与双方的境况就都能得到改善。更一般地,在这个例子中,任意在 50 美元和 100 美元之间的支付都能导致一个帕累托改进的结果。

事实上,这大概就是实际可能发生的情况:每一个参与人都支付电视机的一部分成本。这类公共物品问题相对容易解决,但在家庭公共物品分享中,还有可能出现更为复杂的搭便车问题。例如,由谁清扫房间的问题?每一个参与人都乐于看到房间清洁,并愿意尽一份力量。但双方也可能都想搭对方的便车——以致最终没有人打扫房间,结果同往常一样,房间还是脏乱不堪。

当房间里住的人多于两人时,情况也许会变得更糟糕——因为可以在更多的人那里搭便车!从个人的角度看,让其他人清扫房间是最优的,但从社会整体的角度看,这样做属于帕累托低效率。

## 37.4 不同水平的公共物品

在上述例子中,我们面临一种非此即彼的选择:要么购买电视机要么不买。当面临一种需要提供多少公共物品的选择时,会出现同样的这类问题。例如,假定同室两人必须决定花多少钱购买电视机。他们花的钱越多,得到的电视机就越好。

与前面一样,我们令  $x_1$  和  $x_2$  代表每人的私人消费,令  $g_1$  和  $g_2$  代表支付电视机的款项。现在,令  $G$  代表他们购买的电视机的质量,令质量的成本函数由  $c(G)$  表示。这就是说,如果同室两人要购买一台质量为  $G$  的电视机,那么,他们就得花  $c(G)$  美元才能购得。

同室两人所面临的约束条件,就是他们花在公共物品和私人消费上的货币总量必须等于两人所拥有的货币量,即

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2$$

帕累托有效率配置是指,在消费者 2 的效用水平不变的条件下,消费者 1 的效用水平要尽可能大。如果把消费者 2 的效用固定在某一水平  $\bar{u}_2$  上,我们就可以把问题表述为:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2, G} & u_1(x_1, G) \\ \text{s.t.} & u_2(x_2, G) = \bar{u}_2 \\ & x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 \end{aligned}$$



可以证明,与这一问题相应的合适的最优化条件,是这两位消费者的私人物品和公共物品之间的边际替代率的绝对值相加之和,等于多提供一个单位的公共物品所增加的边际成本:

$$|MRS_1| + |MRS_2| = MC(G)$$

或者,把边际替代率的含义更清楚地表述出来,得到

$$\left| \frac{\Delta x_1}{\Delta G} \right| + \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta G} \right| = \frac{MU_G}{MU_{x_1}} + \frac{MU_G}{MU_{x_2}} = MC(G)$$

为了理解为什么这必定是正确的效率条件,让我们运用常规的方法设想一下,如果违反了这一条件,情况会怎样?例如,假定边际替代率的绝对值相加之和小于边际成本,比如说  $MC=1$ ,  $|MRS_1|=1/4$ ,  $|MRS_2|=1/2$ , 我们需要证明存在某种方法可以使两人的境况变得更好。

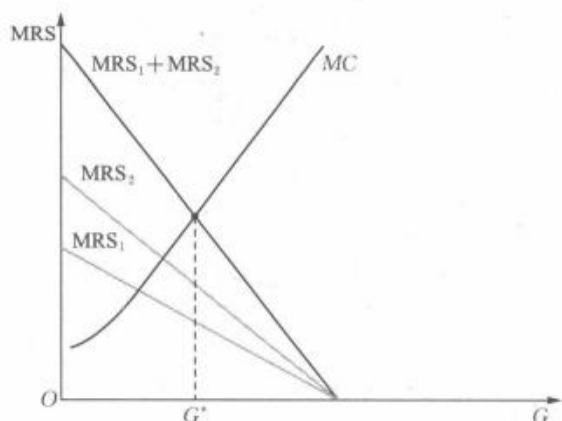
在边际替代率给定的条件下,我们知道,为减少 1 美元的公共物品,行为人 1 可能愿意接受增加 1/4 美元的私人物品(因为两种物品每单位费用都是 1 美元)。同样,为减少 1 美元的公共物品,行为人 2 可能会接受增加 1/2 美元的私人物品。假定我们减少提供公共物品的数量,然后以此补偿两个人的私人消费。当我们减少 1 单位公共物品时就可以节约 1 美元的开支。在我们支付给每个人用以完成这种改变所需的货币量( $3/4 = 1/4 + 1/2$ )之后,我们发现,原先的 1 美元还剩下 1/4 美元,这样,剩余的资金可由两人进行分享,因而会使两人的境况都得到改善。

同样,如果边际替代率的绝对值相加之和大于 1,我们可以增加公共物品的数量以使他们的境况得到改善。例如,  $|MRS_1|=2/3$ ,  $|MRS_2|=1/2$ , 这就意味着,行为人 1 可以放弃 2/3 美元的私人消费以增加 1 单位公共物品,行为人 2 可以放弃 1/2 美元的私人消费以增加 1 单位的公共物品。但是,如果行为人 1 放弃 2/3 单位,行为人 2 放弃 1/2 单位,则由此得到的货币量足以超过为多生产 1 单位公共物品所需的货币量,因为供应这种公共物品的边际成本等于 1。因此可以把多余的货币归还给个人,使两人的境况都得到改善。

帕累托效率条件的意义是什么呢?一种解释是把边际替代率视作对一个额外单位公共物品的边际支付意愿的度量。因此,效率条件无非是说边际支付意愿相加之和必须等于多提供 1 单位公共物品的边际成本。

当物品为非连续时,不论提供物品与否,我们说有效条件就是支付意愿相加之和至少应该与成本相等。在我们此处考察的公共物品可以在不同水平上提供的情形中,效率条件就是在公共物品数量为最优时,边际支付意愿相加之和应该等于边际成本。无论何时,只要对公共物品的边际支付意愿相加之和超过边际成本,提供更多的公共物品就是正确的。

把公共物品的帕累托有效率条件与我们在私人物品条件下推导出的帕累托有效率条件进行比较是有意义的。就私人物品而言,每个人的边际替代率必须等于边际成本;就公



边际替代率的绝对值相加之和必须等于边际成本。

图 37.1 确定有效率的公共物品数量

率配置,如图 37.1 所示。

共物品而言,边际替代率的绝对值相加之和必须等于边际成本。在私人物品情形中,每个人可以消费不同数量的私人物品,但他们对边际消费量的评价必定全都相同,否则他们就会进行交换。在公共物品的情形中,每人的消费量必定相同,但他们对边际消费量的评价可以各不相同。

我们可以用图 37.1 来说明公共产品的有效率条件,只需要绘制出每个人的边际替代率(MRS)曲线,然后将这些曲线垂直迭加得到总的 MRS 曲线。当总的 MRS 与边际成本相等时,就得到公共物品的有效

## 37.5 拟线性偏好与公共物品

当私人物品的配置发生变化时,公共物品的最优数量一般也会不同。但是如果消费者具有拟线性偏好,那么就每一种有效率配置而言显然只存在一个唯一的公共物品提供量。要搞懂这一点,最简单的方法就是考察表达这种拟线性偏好的效用函数。

如第 4 章所述,拟线性偏好的效用表达式为:

$$u_i(x_i, G) = x_i + v_i(G)$$

这就是说,私人物品的边际效用总是等于 1。因此,私人物品和公共物品之间的边际替代率——边际效用比率——只取决于  $G$ ,具体地,

$$\begin{aligned} |MRS_1| &= \frac{\Delta u_1(x_1, G)/\Delta G}{\Delta u_1/\Delta x_1} = \frac{\Delta v_1(G)}{\Delta G} \\ |MRS_2| &= \frac{\Delta u_2(x_2, G)/\Delta G}{\Delta u_2/\Delta x_2} = \frac{\Delta v_2(G)}{\Delta G} \end{aligned}$$

我们已经知道,一种公共物品的帕累托有效率水平必须满足条件  $|MRS_1| + |MRS_2| = MC(G)$ ,利用拟线性效用方程式中各 MRS 的具体表述式,我们可以把该条件写成

$$\frac{\Delta v_1(G)}{\Delta G} + \frac{\Delta v_2(G)}{\Delta G} = MC(G)$$

注意,该方程式决定了  $G$ ,而与  $x_1$  和  $x_2$  根本无关。因此,存在一个唯一的公共物品有效供给数量。

考察这个问题的另一种方法是观察无差异曲线的形状。就拟线性偏好而言,所有无差异曲线恰巧是它们互相之间的移动变换形式。进而言之,这是说当我们改变私人物品



的数量时,无差异曲线的斜率即边际替代率不会发生变化。假定我们找到一种公共物品和私人物品的有效配置方式,使得各 MRS 的绝对值相加之和等于  $MC(G)$ 。现在如果从其中一人的私人物品中取出一部分给予另一个人,两人的无差异曲线的斜率不变,那么各 MRS 的绝对值相加之和仍然等于  $MC(G)$ ,结果就产生了另一种帕累托有效率配置形式。

在拟线性偏好条件下,把公共物品的数量固定在有效率水平上不变,只需通过重新配置私人物品就可得到所有帕累托有效率配置形式。

### 例子:重新考察污染问题

回顾第 35 章论述的钢厂和渔场的模型。在那个模型中我们曾论证过,有效率的污染排放量是指能使钢厂和渔场各自负担的污染成本内部消化掉的那个排放量。现在假定有两家渔场,钢厂产生的污染是一种公共物品(或者更确切地说是一种公害)。

于是,污染的有效率排放量应使三家企业的利润总和最大化,即使污染的社会总成本最小。要正规地表达,可令  $c_S(s, x)$  代表钢厂生产  $s$  单位钢产量和  $x$  单位污染的成本。以  $c_F^1(f_1, x)$  代表渔场 1 在污染程度为  $x$  的条件下捕鱼  $f_1$  的成本。 $c_F^2(f_2, x)$  代表渔场 2 在污染程度为  $x$  的条件下捕鱼  $f_2$  的成本。那么,要计算帕累托有效率污染数量,就要使三家企业的利润总和达到最大:

$$\max_{s, f_1, f_2, x} p_S s + p_F f_1 + p_F f_2 - c_S(s, x) - c_F^1(f_1, x) - c_F^2(f_2, x)$$

污染程度的加重对总利润的影响怎样,是我们感兴趣的问题。污染程度的加重会降低钢厂生产的成本,但会提高每个渔场的捕鱼成本。从该利润最大化问题得出的合适的最优条件是

$$\frac{\Delta c_S(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_F^1(\hat{f}_1, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_F^2(\hat{f}_2, \hat{x})}{\Delta x} = 0$$

这是说由三家企业负担的污染边际成本相加之和应该等于 0。同在公共物品消费的例子中一样,正是经济行为人的边际收益或边际成本相加之和,对决定公共物品的帕累托有效率提供量的影响极大。

## 37.6 搭便车问题

我们既已知道公共物品的帕累托有效率配置是什么,我们就能把注意力转到寻求如何达到帕累托有效率配置上。在没有外部效应的私人物品情况下,我们看到市场机制会导致有效率配置的形成。在公共物品情形中,市场机制会不会导致帕累托有效率配置的形成呢?

我们可以设想每个人都拥有一定数量的私人物品  $w_i$ , 每个人都可以把私人物品的一部分用于自身的私人消费。他或她也可以把一部分私人物品贡献出来用于购买公共物品。让我们用  $x_1$  代表行为人 1 的私人消费,用  $g_1$  表示他购买的公共物品的数量。类似表达方法也适用于行为人 2。为简化起见,假定令  $c(G) \equiv G$ , 这表示供应 1 单位公共物品的边际成本恒等于 1。所供应的公共物品总量将是  $G = g_1 + g_2$ 。由于每个人关心的是所提供公共物品的总量,所以,第  $i$  个人的效用函数表达式为

$$u_i(x_i, g_1 + g_2) = u_i(x_i, G)$$

行为人1为决定他应该对公共物品贡献多少，必须对行为人2可能会贡献多少作出某种预测。这里最简易的方法是采用第29章论述过的纳什均衡模型，并假定行为人1预期行为人2的贡献是购买一定数量的公共物品 $\bar{g}_2$ 。对行为人2的行为，我们也可以作出同样的假定，然后寻求这样一种均衡，在这种均衡下，每个人都在另一个人的行为既定的条件下作出最优贡献。

因此，行为人1的最大化问题具有下述形式：

$$\begin{aligned} \max_{x_1, g_1} & u_1(x_1, g_1 + \bar{g}_2) \\ \text{s.t. } & x_1 + g_1 = w_1 \end{aligned}$$

这与普通的消费者最大化问题十分相似，因而最优条件也相同：如果两人购买两种物品，则每个消费者的公共物品和私人物品之间的边际替代率的绝对值都应该是1：

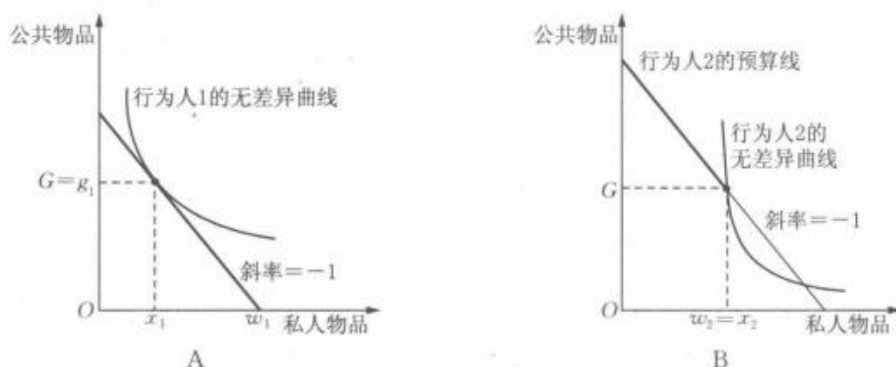
$$\begin{aligned} |MRS_1| &= 1 \\ |MRS_2| &= 1 \end{aligned}$$

但在这里我们必须小心谨慎。如果行为人2真的要购买一些公共物品，那么他将购买这种公共物品一直到边际替代率的绝对值等于1为止。然而很可能产生这样一种情况，即行为人2认为由行为人1所贡献的公共物品的数量已完全够用，因而他认为他不需要再作出任何贡献。

我们一般假定每个人为购买公共物品所作出的贡献只能为正数——他们可以把金钱放进收款盘但不能从中拿出来，因此对于每个人的贡献存在一种附加约束，即 $g_1 \geq 0$ 和 $g_2 \geq 0$ 。每个人只能决定是否要增加公共物品的数量。但结果也可能出现这种情况：一个人认为另一个人所购买的公共物品数量正好够用，因而不愿意作出任何贡献。

类似这样的例子如图37.2所示。图中水平轴表示每个人的私人消费，纵轴表示他或她的公共消费。每个人的“禀赋”由两部分组成：他或她的财产 $w_1$ 和另一个人贡献的公共物品数量——如果这个人决定不作贡献的话，这就是他可能得到的公共物品的数量。

图37.2A说明行为人1是公共物品的唯一贡献者，因而 $g_1 = G$ 。如果行为人1贡献 $G$ 单位的公共物品，那么行为人2的禀赋将由两部分组成：他或她的私人财产 $w_2$ 和 $G$ 数量的公共物品——因为行为人2不论是否作出贡献都能消费公共物品。鉴于行为人2不



行为人1作出贡献，行为人2搭便车。

图 37.2 搭便车问题



可能减少公共物品的数量相反只能增加公共物品的数量,因此他的预算约束由图 37.2B 中的粗线段表示。当行为 2 的无差异曲线形状既定时,从他的角度看,免费享用行为 1 作出的贡献以及独自消费自己的“禀赋”是最优选择,如图所示。

这是行为 2 免费享用行为 1 对公共物品作出的贡献的一个例子。由于公共物品是每个人必须消费同等数量的一种物品,所以任何一个人提供了某种公共物品就将减少其他人的提供量。因此,自愿均衡条件下的公共物品提供量与公共物品的有效率提供量相比一般要少得多。

## 37.7 与私人物品的比较

在私人物品的讨论中,我们已经证明,一种特殊的社会制度——竞争市场——可以使私人物品达到帕累托有效率配置。每个消费者为其自身决定各种物品应购买多少数量,结果会形成一种帕累托有效率的消费方式。这种分析的一个重要假定是一个人的消费不会影响到其他人的效用,即不存在消费外部效应。因此每个人都使自身的消费最优化,就足以形成某种消费的社会最优化。

就公共物品来说,情况有着很大差异。在这种情况下,由于每个人需要消费同样数量的公共物品,因此个人之间的效用是牢固联系着的。在这种情况下,市场提供的公共物品不大可能导致帕累托有效率提供量。

确实,在许多场合我们利用不同的社会制度来确定公共物品的提供量。有时候,人们运用指令机制,即由一个人或一小部分人来决定由公众提供的种种公共物品的数量。在另一些场合人们采用投票制度来作决定,即由每个人对公共物品的提供进行投票来作出决定。对投票选择或其他社会决策机制,人们可能也会提出类似于对私人市场机制提出的问题,即这些配置机制能否使公共物品的配置达到帕累托有效率?公共物品的任何帕累托有效率配置是否都能由这些机制来取得?要全面分析这些问题已超出了本书的范围。但下面我们将对某些配置机制是怎样运行的作一浅近的介绍。

## 37.8 投票

虽然私人提供公共物品进行得并不很好,但是,尚有其他几种配置机制也可用于社会选择。在民主国家里最为普遍采用的一种机制就是投票。让我们来考察投票决定公共物品提供量的效果怎样。

当只有两个消费者时投票没有什么意义,所以我们假定有  $n$  个消费者,更进一步假设  $n$  为奇数,这样就不必担心出现投票数相同的局面。想象一下消费者正在投票决定某种公共物品的规模大小——譬如说国防开支的大小。每个消费者都有一个自己赞成的开支数额,他对其他开支数额的评价要看这种开支水平与他所赞成的开支数额的接近程度如何而定。

作为决定社会结果的一种手段,投票所带来的第一个问题在第 34 章曾经考察过。假定可供选择的开支水平有 A、B、C 三种。多数消费者赞成 A 而不是 B,或者多数消费者赞成 B 而不是 C……,以及多数赞成 C 而不是 A,这都是完全可能出现的情形。

用第 34 章的术语来说,由消费者选择而产生的社会偏好是不传递的,这就是说对公共物品的数量进行投票的结果不是很确定的——总有某种开支水平的得票数超过其他开支计划。如果允许社会对一个问题进行多次投票,那就意味着投票结果会出现循环现象。如果社会对一个问题只能投一次票,那么投票结果要看选择按什么顺序提请投票而定。

如果先对 A 或 B 进行投票,然后再投票决定 A 或 C,那么投票结果将是选择 C。但如果先投票决定 C 或 A 然后再决定 C 或 B,那么结果就是选择 B。改变提请投票的选择方案的顺序你就能得到三种结果中的任意一种。

这种“投票悖论”现象使问题更趋复杂化。因而人们必然会产生这样的问题:对偏好作一些怎样的限制才可避免这种循环现象的产生?或者说偏好应取何种形态才可保证上述循环现象不至于发生?

我们把消费者  $i$  的偏好用图 37.3 来表示。图中曲线的高度表示购买公共物品的不同支出水平给消费者带来的净效用或价值水平。这里采用净效用的概念是妥帖的,因为每个消费者不仅关心公共物品的数量,还要考虑到他对公共物品的购买所作出的贡献量。支出水平越高意味着公共物品的数量越多,而且为支付这些公共物品须缴纳的税额也越高。因此,有理由设想,一开始消费者得益于公共物品,故公共物品支出的净效用上升,但最终由于提供公共物品的成本增加,公共物品支出的净效用会下降。

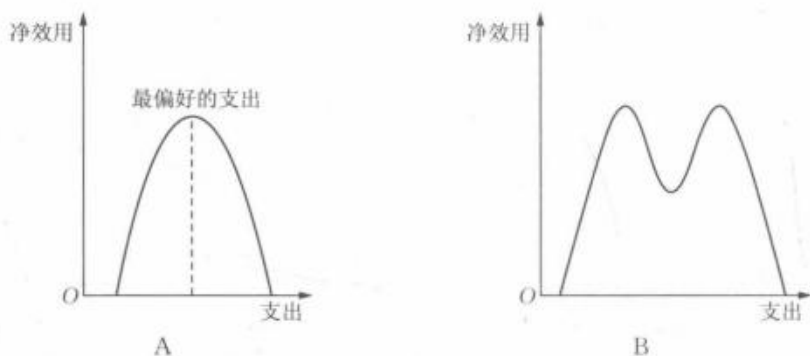


图 A 所示为单峰偏好,图 B 所示为多峰偏好。

图 37.3 偏好的形状

这类偏好的一个限制就是它们是“单峰”的。这意味着这类偏好具有图 37.3A 所显示的那种形状,而不是图 37.3B 所显示的那种形状。在单峰偏好的条件下,见图 37.3A,随支出量的增加净效用会上升一直到最偏好的某一支出点为止然后便开始下降,它不可能出现图 37.3B 中所显示的上升下降然后再上升的现象。

如果每人都具有单峰偏好,那就可以证明,由大多数投票所表达出来的社会偏好根本就不会出现我们上面论述过的那种不传递性。在承认单峰偏好的条件下我们就可以设问,如果每个人都具有单峰偏好,那么应该选择怎样的支出水平?答案显然是应该选择中位数支出水平——这种开支水平会使占人口一半的人认为应该增加开支,而另一半人感到应该减少开支。这一结论从直观上看也是有道理的:如果超过一半的人要求增加公共物品的支出,他们就会投票要求增加开支。所以唯一可能的均衡投票结果是要求增加公共物品支出与要求减少公共物品支出的投票数正好相等。



这就是公共物品的有效率数量水平吗？一般来说，答案是否定的。中位数支出额结论只意味着一半的人希望增加开支，另外一半的人希望减少开支，根本没有涉及他们需要多少公共物品。由于这种信息在研究效率问题时必须加以考虑，因此投票一般不会导致产生公共物品的有效率数量水平。

进一步，即使人们的真实偏好呈单峰状，使得投票可能会导致产生一种合理的结果，人们在进行投票时也可能作出与他们的真实偏好不符的选择。因此，为了操纵投票最终结果，人们会产生某种冲动，作出与他们可能具有的真实偏好并不一致的投票选择。

### 例子：操纵议程

我们已经看到，一系列投票的结果可能取决于投票的顺序。有经验的政治家非常清楚这种可能性。在美国国会中，对一项法案进行修订必须经过投票表决，这也为影响立法程序提供了一种通用的方式。

1956年，美国众议院考虑颁布一项旨在为修建学校提供联邦援助的法案。一位代表提出了一个修改方案，他建议该法案只向拥有综合学校的州提供联邦援助。关于这个问题，三个规模大体相当的团体分别持有以下不同的观点：

- 共和党人。他们反对为教育提供联邦援助，但是，他们对修订的法案的偏好甚于最初的法案。他们对这几个选择的偏好顺序是没有法案、修订的法案、最初的法案。
- 北方的民主党人。他们希望为教育提供联邦援助，并支持综合类学校，所以，他们对这几个选择的排序是：修订的法案、最初的法案、没有法案。
- 南方的民主党人。这个团体希望为教育提供联邦援助，但在修订的法案下，由于南方的学校是分离的，它们得不到任何援助。他们的排序是最初的法案、没有法案、修订的法案。

在对是否修订法案进行投票表决时，共和党人和北方的民主党人占大多数，所以，修订的法案会替代最初的法案。若在对修订的法案进行投票表决时，共和党人和南方的民主党人占大多数，最终，修订的法案遭到否决。但是，在修订以前，最初的法案拥有大多数的选票。

## 37.9 维克里-克拉克-格罗夫斯机制

让我们在一个极为一般的框架中讨论公共物品问题。目的是选择实现与公共物品相关的行为人的效用总和最大化的某个结果（如，是否安装路灯）。既然消费者没有报告自己真实评价的良好动机，挑战就在于确定这些相关行为人的效用函数是什么。

在最简单的情况下选择可能是0-1决策： $x=1$ 表示安装路灯， $x=0$ 表示不安装路灯。在更一般的情况下，选择或许涉及安装多少路灯、路灯的亮度如何、在何处安装路灯等具体事情。我们使用 $x$ 表示可能的选择，而忽视具体的选择内容。我们假设存在 $n$ 个行为人， $u_i(x)$ 表示行为人 $i$ 的效用。目的是选择最大化行为人效用总和 $\sum_i u_i(x)$ 的 $x$ 。

如果决策者知道效用函数，问题就比较简单。不幸的是，在任何现实问题中，决策者都不会知道效用函数。而且正如我们所知道的那样，各个行为人或许都有虚假报告自己真实的效用函数的动机。

有些令人惊异的是，存在让行为人说真话并获得有效率结果的敏捷方法。这种经济机制(economic mechanism)被称为维克里-克拉克-格罗夫斯机制(Vickrey-Clarke-Groves mechanism)或 VCG 机制。

### 格罗夫斯机制

我们下面来说明维克里-克拉克-格罗夫斯机制。首先，我们解释什么是所谓的格罗夫斯机制。

第1步：中心要求每个行为人  $i$  报告其愿意为提供  $x$  单位公共物品承担多少费用。我们将对  $x$  单位公共物品报告的效用表示成  $r_i(x)$ 。

第2步：中心选择最大化报告效用的总和  $R = \sum_{i=1}^n r_i(x)$  的公共物品单位量  $x^*$ 。

第3步：每个行为人  $i$  收到一个旁支付(sidepayment)，这个旁支付的数额等于除自己以外所有其他人对第2步确定的  $x$  单位公共物品报告的效用的总和。将这个旁支付表示成  $R_i = \sum_{j \neq i} r_j(x^*)$ 。

可以证明，在这个机制中，每个人的占优策略(dominant strategy)是报告自己的真实效用函数。为说明其理由，考虑行为人  $i$  的总收益。行为人  $i$  的总收益等于其效用与其旁支付之和：

$$u_i(x) + \sum_{j \neq i} r_j(x)$$

注意：行为人  $i$  关心他自己的真实效用函数，但其旁支付取决于其他人报告的效用函数之和。

行为人  $i$  认识到决策者将使用他所报告的效用函数来最大化效用总和：

$$r_i(x) + \sum_{j \neq i} r_j(x)$$

然而，行为人  $i$  希望决策者最大化他自己的真实效用和旁支付的总和。

$$u_i(x) + \sum_{j \neq i} r_j(x)$$

行为人  $i$  确信当报告自己真实的效用时，决策者就会作出最大化上述表达式的选择；相当于设定  $r_i(x) = u_i(x)$ 。

格罗夫斯机制的本质是在不同行为人之间“内生外部性”。该机制使得每个行为人承担自己的报告给其他行为人造成的成本和收益。既然每个行为人都希望最大化自己的真实效用，因而每个行为人也希望报告自己的真实效用。

### 维克里-克拉克-格罗夫斯机制

格罗夫斯机制自身的麻烦之处在于其潜在成本太高：中心必须向每个行为人支付其他行为人报告的效用的总和。如何能够减少旁支付的规模呢？

一个重要的观察是，我们可以向每个行为人征“税”，只要该税收独立于每个行为人的选择。如果该税收独立于行为人  $i$  的选择，那么征税就不会影响他的选择。<sup>①</sup>我们将以保

<sup>①</sup> 这就是拟线性效用假设的重要性所在。



证中心收到的净收入非负的方式选择征税形式。因此,中心将总是需要至少恰能支付公共物品成本的货币收入。

一种特别方便的税是对行为人  $i$  征收一种税额等于除行为人  $i$  以外的其他人报告的效用总和最大值的税收。换言之,我们对每个行为人征收不包括他自己时其他人所报告效用的总和的税收。对行为人  $i$  征收的净税额等于

$$W_i - R_i = \sum_{j \neq i} r_j(x) - \max_z \sum_{j \neq i} r_j(z)$$

注意这个净税额非负。原因何在? 因为  $n-1$  个报告效用的总和的最大值必然大于这  $n-1$  个报告效用的总和的其他值。

我们在此计算的是包括行为人  $i$  时和不包括行为人  $i$  时之间的差异。因此,这也衡量了行为人  $i$  对其他行为人施加的净成本。只要行为人  $i$  承担自己施加给其他行为人的成本,行为人  $i$  就有报告自己真实效用的适当动机。

现在,我们可以完成对维克里-克拉克-格罗夫斯机制的描述。我们使用上述的格罗夫斯机制的第 1 步和第 2 步,但用以下的步骤替代格罗夫斯机制的第 3 步。

第 3 步:中心也计算最大化不包括行为人 1, 2, ...,  $n$  的  $n-1$  个报告效用的总和的结果。 $W_i$  表示不包括行为人  $i$  的报告效用总和的最大值。

第 4 步:每个行为人  $i$  支付数额为  $W_i - R_i$  的税额。

## 37.10 维克里-克拉克-格罗夫斯机制的事例

诚然,上节的讨论是抽象的,因此讨论几个特殊事例是有益的。

### 维克里拍卖

我们分析的第一个事例是第 18 章讨论过的维克里拍卖(Vickrey auction)。现在,结果非常简单:哪个人应该得到拍卖的物品。令  $v_1 > v_2$  表示两个投标人的真实估价,  $r_1 > r_2$  表示两个投标人的报告估价。

如果行为人 1 出现,行为人 1 获得效用  $v_1$ 。如果行为人 1 缺席,拍卖物品归另一个行为人,所以行为人 1 的总收益是  $v_1 - r_2$ 。不管出现什么结果,行为人 2 的收益均为零。每个行为人都报告自己真实估价的动机,所以我们最终得到最优的结局。

### 克拉克-格罗夫斯机制

下一个事例是类似表 37.1 说明的购买电视机的博弈例子的有关公共物品的例子。此例子涉及准备决定是否购买电视机的两个室友。令  $c_i$  表示购买电视机时行为人  $i$  将支付的费用。既然电视机的总成本是 150 美元,我们一定有  $v_1 + v_2 = 150$ 。

根据维克里-克拉克-格罗夫斯机制,每个行为人报告自己对电视机的估价  $r_i$ 。若  $r_1 + r_2 > 150$ , 将购买电视机,且每个人根据维克里-克拉克-格罗夫斯机制支付费用。 $x = 1$  表示购买了电视机,  $x = 0$  表示没购买电视机。

在分析维克里-克拉克-格罗夫斯机制之前,我们考虑使用如下简单机制将出现什么结果:要求每个行为人报告自己对电视机的估价,如果报告的估价总和大于电视机的成本,则购买电视机。

假设行为人1的估价超过其分摊的成本,从而  $v_1 - c_1 > 0$ 。因此,行为人1可能报告对电视机的100万美元的估价,这保证了行为人1希望看到的购置电视机的结果。另一方面,若  $v_1 < c_1$ , 行为人1也可能报告对电视机的负100万美元的估价。

问题在于每个行为人都独立行事,不需要考虑其他行为人的估价。行为人拥有以各种方式夸大自己的报告估价的强大动机。

让我们看看维克里-克拉克-格罗夫斯机制是如何解决这个问题的。行为人1的收益是

$$(v_1 - c_1)x + (r_2 - c_2)x - \max_y (r_2 - c_2)y$$

第一项是行为人1从电视机中获得的净效用:他对电视机的估价减去他需要支付的成本。第二项是行为人1的室友所报告的净效用。最后一项是不存在行为人1时他的室友可能获得的最大效用。既然行为人1不能影响这个最大效用,我们从现在起可忽视这个最大效用。

重新整理前面两项,我们可以得到行为人1的收益如下:

$$[(v_1 + r_2) - (c_1 + c_2)]x$$

若上式为正,那么如果行为人1报告  $r_1 = v_1$ , 他就能确保会购置电视机,因为此时报告的估价之和会大于总成本。若上式为负,行为人1只要报告  $r_1 = v_1$  就能确保不会购买电视机。不管出现哪种情况,报告真实估价是最优的。对于行为人2也是如此。若两个行为人都报告真实的估价,则只有在  $v_1 + v_2 > 150$  时,才可能会购买电视机。这也是最优行事的要求。

注意:只有在行为人*i*改变社会决策的时候,行为人*i*才必须进行旁支付。此时,我们说行为人*i*成为关键(pivotal)行为人。关键行为人需要负担的旁支付就等于关键行为人对其他行为人施加的成本。

## 37.11 维克里-克拉克-格罗夫斯机制的问题

尽管维克里-克拉克-格罗夫斯机制要求说真话和实现公共物品的最优供给,但它也不是没有问题的。

第一个问题是维克里-克拉克-格罗夫斯机制仅适用于拟线性偏好。这是因为我们并不知道你需要交纳的影响你对公共物品的需求的费用数量。重要的是存在唯一的公共物品的最优提供量。

第二个问题是维克里-克拉克-格罗夫斯机制确实不能形成帕累托有效率的结果。尽管公共物品的提供数量是最优的,但私人消费可能更大,原因在于征税。回想一下,为保证激励正确,关键行为人实际上必须支付反映自己确实给他人带来的损害的税收。既然税收负担影响着人们的决策,参与决策过程的其他非关键行为人就有可能负担这些税收。税收需要从决策体系中消失。这就产生以下问题:若实际上必须交税,则私人消费将最终低于不征税时可能达到的水平,出现帕累托无效率的结果。



然而,只有关键行为人必须交纳税收。在许多人参与决策的场合,任何一个行为人会成为关键行为人的概率不可能很大。因此,一般认为征税的可能性是相当小的。

第三个问题是维克里-克拉克-格罗夫斯机制对串谋非常敏感。例如,考虑前述的公共物品问题。假如三个室友参与电视机的拍卖,但其中的两个人串谋。串谋者都同意声称他们从电视机中获得的净收益是 100 万美元。这将确保购置电视机,但既然串谋的行为人没有成为关键行为人(即两个串谋的行为人没有改变社会决策),两个串谋的行为人都不需要支付税收。

最后的问题涉及维克里-克拉克-格罗夫斯机制固有的平等与效率的抉择问题。既然必须预先确定支付计划,一般会产生以下现象:即使提供了帕累托有效率的公共物品的数量,部分人的境况仍将因公共物品的供给而变坏。帕累托有效率的公共物品提供的含义是存在一种支付计划,这种支付计划使得每个人因为提供了公共物品的境遇要优于没有公共物品的境遇。然而,这并不意味着任意的支付计划都将改善每个人的境遇。维克里-克拉克-格罗夫斯机制确保了若每个人因为提供了公共物品而境遇变得更好,就应该提供公共物品。然而,这并不意味着实际提供公共物品时,每个人的境遇将实际上变得更好。

理想的情形是支付计划不仅可决定公共物品提供与否,还可决定分担费用的帕累托有效率方式,即存在可使每个人的境遇都变得更好的支付计划。然而,并不存在这样一般可行的理想的支付计划。

## 小 结

1. 公共物品是每个人必须“消费”相同数量的物品,例如国防、空气污染等等。
2. 如果公共物品按某个固定数量提供或者根本不提供,公共物品提供量是帕累托有效率的充分必要条件就是支付意愿(保留价格)之和超过公共物品的成本。
3. 如果公共物品按可变数量提供,所提供的公共物品的数量为帕累托有效率的必要条件就是边际支付意愿(边际替代率)之和等于边际成本。
4. 搭便车问题指的是对个人的一种诱惑,即让别人去提供公共物品。一般来说,由于搭便车问题,完全个人主义的机制不会产生最优数量的公共物品。
5. 为决定公共物品的供给,已提出了多种集体决策方法。这些办法包括中央集权机制、投票和维克里-克拉克-格罗夫斯机制。

## 复习题

1. 假定 10 个人住在同一条街上,每个人都愿意为每新增加的一盏路灯多支付 2 美元而不考虑已提供的路灯数量。如果提供  $x$  盏路灯的成本为  $c(x) = x^2$ , 实现帕累托有效率的路灯数量应是多少?

## 附录

我们来解决公共物品帕累托有效率配置的最大化问题:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2, G} \quad & u_1(x_1, G) \\ \text{s.t.} \quad & u_2(x_2, G) = \bar{u}_2 \\ & x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 \end{aligned}$$

我们构筑拉格朗日函数:

$$L = u_1(x_1, G) - \lambda[u_2(x_2, G) - \bar{u}_2] - \mu[x_1 + x_2 + c(G) - w_1 - w_2]$$

然后,对  $x_1$ 、 $x_2$  和  $G$  求微分,我们得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} &= \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1} - \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= -\lambda \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2} - \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial G} &= \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \lambda \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} - \mu \frac{\partial c(G)}{\partial G} = 0 \end{aligned}$$

如果用第三个方程式除以  $\mu$ ,经过整理,我们可得到

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \frac{\lambda}{\mu} \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} = \frac{\partial c(G)}{\partial G} \quad (37.2)$$

现在,从第一个方程式求解  $\mu$ ,得到

$$\mu = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1}$$

从第二个方程式求解  $\mu/\lambda$ ,得到

$$\frac{\mu}{\lambda} = -\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2}$$

把这两个方程式代入方程(37.2),得到

$$\frac{\partial u_1(x_1, G)/\partial G}{\partial u_1(x_1, G)/\partial x_1} + \frac{\partial u_2(x_2, G)/\partial G}{\partial u_2(x_2, G)/\partial x_2} = \frac{\partial c(G)}{\partial G}$$

这就是正文中给出的

$$MRS_1 + MRS_2 = MC(G)$$