▶12

不确定性

不确定性是生活中的一个事实。每当人们淋浴、横穿大街或进行投资时，他们总会面临风险。但诸如保险市场和股票市场一类的金融机构，却至少能在某种程度上减轻这些风险。我们将在下一章研究这些市场的功能，但首先我们必须研究不确定性条件下的个人选择行为。

12.1 或有消费

迄今为止，我们已经了解了所有与消费者选择有关的标准理论，因此，我们要尽可能地运用它们来理解不确定性条件下的选择行为。首先要考虑的问题是，要选择的基本“对象”是什么？

消费者可能关注的是获得不同消费束的概率分布。概率分布是由可能发生的一系列结果——这里表现为消费束——以及每种结果发生的概率构成的。当消费者在决定购买多少汽车保险，或在股票市场上进行多少投资时，他实际上就是在对具有不同概率分布的不同消费量作出决策。

举例来说，假设你现在拥有 100 美元，正在考虑购买 13 号彩票。如果 13 号彩票中奖，你就能得到 200 美元的奖金。这张彩票的价格是 5 美元。接下来我们要考察彩票中奖和彩票没有中奖时的情况。

无论 13 号彩票是否中奖，你的财富的初始禀赋——你不购买彩票时所拥有的财富——都是 100 美元。而一旦你花费 5 美元购买了彩票，你就将面临以下的财富分布：如果彩票中奖，你就会拥有 295 美元；如果彩票没有中奖，你就只剩下 95 美元。由于购买彩票，不同环境下的财富分布的初始禀赋发生了变化。我们将更具体地研究这个问题。

为了便于表述，这里的讨论只限于货币赌博。当然，这不仅仅是一个货币问题；用货币购买的消费才是最终要选择的“商品”。同样的原理也适用于商品赌博，但把研究范围局限于货币结果，只是为了使问题简化一些。其次，我们这里研究的是只包含少数几种可能结果的非常简单的情况。同样，这样做也仅仅是出于简化的目的。

上面，我们描述了彩票赌博；现在，我们要考虑一个保险的例子。假设某人一开始拥

有价值35 000美元的资产，但他有可能损失其中的10 000美元。这种可能性来自他的汽车可能会失窃，或者他的住宅可能会被风暴摧毁，等等。假定这些事件发生的概率为 $p=0.01$，那么他面临的财富的概率分布将是：财富为25 000美元的概率为 1%，财富为35 000美元的概率为 99%。

保险为改变这种概率分布提供了一条途径。假设保险合同规定，事先缴纳 1 美元的保险费，如果遭受损失，投保者就可以得到 100 美元的补偿。当然，不论损失是否发生，保险费都要缴纳。由此，如果某人决定购买的保险金额为10 000美元，那么他就要缴纳 100 美元的保险费。在这种情况下，财富为34 900美元（初始资产35 000美元－损失10 000美元＋保险偿付10 000美元－保险费 100 美元）的概率为 1%，并且财富为34 900美元（资产35 000美元－保险费 100 美元）的概率为 99%。很明显，这样做的结果是：不论损失是否发生，消费者最终都会拥有相同数量的财富。这样，对于可能的损失，他采取了完全保险。

通常，如果这个人购买的保险金额为 K 美元，并且必须支付 γK 美元的保险费，那么，他面临的财富的概率分布就可以表示为以下的形式：

$$
\text{财富为 } 25\,000+K-\gamma K \text{ 美元的概率是 } 0.01
$$
$$
\text{财富为 } 35\,000-\gamma K \text{ 美元的概率是 } 0.99
$$

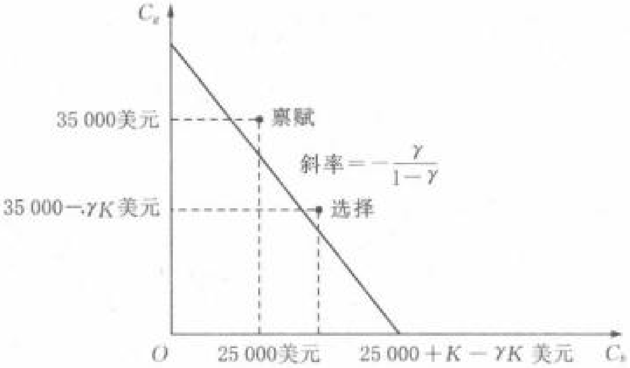
具体地，这个人将选择哪一种保险呢？很显然，这取决于他的偏好。他可能非常保守，因此会选择购买大量的保险，或者他可能喜欢冒风险，因此不会选择购买任何保险。如同对一般商品的消费具有不同的偏好，人们对概率分布也具有不同的偏好。

事实上，研究不确定性条件下决策的一个非常有效的办法，就是将不同条件下可以获得的货币视作不同的商品。巨额损失发生后的1 000美元，与没有损失发生时的1 000美元，是截然不同的。当然，这种思想并不只适用于货币：如果明天阳光充足，天气炎热，那么，这种天气下的冰淇淋就会与明天寒冷多雨条件下的冰淇淋完全不同。通常，同一种消费品对一个人具有不同的价值，这取决于得到这些消费品时的环境条件。

我们把某个随机事件的不同结果看作不同的*自然状态*。在上述保险的例子中，存在两种自然状态：发生损失或不发生损失。但在一般情况下，会存在许多不同的自然状态。因此，*或有消费计划*确定的是在每个不同的自然状态——随机过程中的每个不同的结果——下将要消费什么。“或有”意味着要取决于某种尚不确定的东西，所以，或有消费计划指的是依赖于某个事件结果的计划。在购买保险的例子中，或有消费是通过保险合同来描述的：如果发生损失，你将会拥有多少货币，如果不发生损失，你又会拥有多少货币。在雨天和晴天的例子中，或有消费计划对应于各种天气结果下的消费。

人们对不同的消费计划具有偏好，这一点类似于他们对实际消费的偏好。相比之下，知道自己已经获得充分保险一定会使你感觉更好。人们作出的选择，反映了他们对不同环境条件下的消费的偏好，因此，我们可以利用前文论述的选择理论来分析这些选择。

如果把或有消费计划看作一般的消费束，那么，我们就又回到了前面几章的分析框架。我们可以认为偏好是定义在不同的消费计划上的，而“交换条件”则可以由预算约束给出。接下来我们就可以为消费者选择他（或她）能够支付的最佳消费计划的行为建立模型，就像我们一直做的那样。



购买保险时的预算线。保险费 γ 使我们放弃了“好”状态(C_g)下的一些消费,以换取“坏”状态(C_b)下更多的消费。

图 12.1　保险

我们运用前面一直使用的无差异曲线分析方法来描述购买保险的行为。这里的两种自然状态是发生损失或不发生损失。或有消费就是在这每种环境下,你可能会拥有的货币价值。我们可以把这些价值标绘在图 12.1 中。

或有消费的禀赋包括:“坏”状态——发生损失——下的 25 000 美元,和“好”状态——不发生损失——下的35 000美元。保险提供了一条离开这个禀赋点的途径。如果你购买的保险金额为 K 美元,这就意味着你放弃了“好”状态下的 γK 美元的消费可能,以换取“坏”状态下的 $K-\gamma K$ 美元的消费可能。所以,用“好”状态下损失的消费,除以“坏”状态下得到的额外消费,我们就可以得到

$$\frac{\Delta C_g}{\Delta C_b}=-\frac{\gamma K}{K-\gamma K}=-\frac{\gamma}{1-\gamma}$$

它就是穿过禀赋点的预算线的斜率。这类似于,“好”状态下消费的价格是$1-\gamma$,“坏”状态下消费的价格是 γ。

我们可以绘制出消费者可能具有的对应于或有消费的无差异曲线。很自然,这种无差异曲线的形状也是凸的:这表示他宁可在每种状态下保持相同数量的消费,也不愿在一种状态下消费很多而在另一种状态下消费很少。

给定了显示每种自然状态下的消费的无差异曲线,我们就可以讨论需要购买多少保险的选择问题。与往常一样,这种选择可以用切线条件来表示:各个自然状态下消费之间的边际替代率,一定等于我们用以交换这些不同状态下的消费的价格比率。

很显然,一旦拥有了最优选择模型,我们就可以把前文阐述的技巧都应用于这里的分析。我们可以考察,当保险价格变动时,以及当消费者的财富变动时,对保险的需求会出现什么变化,等等。可见,与确定性条件下的情况相同,消费者行为理论也完全适用于为不确定性条件下的行为建立模型。

例子:巨灾债券

我们已经看到,保险是一种将财富从好的自然状态向坏的自然状态转移的方式。当然,这种交易涉及两类交易者:购买保险的一方和出售保险的一方。这里,我们将只关注保险的卖方。

保险的卖方又可以划分为零售商和批发商,前者直接与最终的购买者交易,而在后者的情况下,保险人将风险卖给其他的参与者。保险批发市场又称作*再保险市场*。

典型地,再保险市场一直依赖大型投资者如养老基金为保险提供资金支持。但是,有些再保险人也依靠大的个人投资者。英国伦敦劳合社(Lloyds of London)是为巨灾提供再保险的最著名的保险人之一,它通常依赖的就是个人投资者。

最近，再保险市场一直在试验发行巨灾债券(catastrophe bonds)，从某些角度看，这是一类更加灵活的再保险方式。这种债券一般出售给大型机构，它通常与自然灾难有关，如地震和飓风等。

一家金融中介机构，如再保险公司或投资银行，可以发行一种与某个特定的可投保事件相联系的债券，譬如为至少涉及5亿美元保险理赔额的地震发行债券。如果地震没有发生，投资者可以获得丰厚的利息收入；但如果地震发生了，并且理赔金额超过债券的面值，投资者就要损失本金和利息。

巨灾债券具有某些吸引人的特征。它能够广泛地分散风险，并且，它能够无限地细分，从而使每个投资者只承担很小一部分风险。支持这种保险的资金是事先支付的，所以，被保险人不会面临违约风险。

从经济学家的视角来看，巨灾债券是一类*状态依赖型证券*，也就是说，这类债券只有在某个特定事件发生时才会进行支付。这个概念最初是由诺贝尔经济学奖获得者阿罗(Kenneth J. Arrow)在1952年发表的一篇论文中提出的，长期以来，它被认为只具有理论上的价值。但最终，所有类型的期权和其他衍生工具都能通过“状态依赖型证券”获得最佳的解释。现在，华尔街的“火箭科学家”(rocket scientists)们在创建新的衍生工具如巨灾债券时，都沿用这个有50年历史的构思。

12.2 效用函数和概率

如果消费者对于不同环境下的消费具有合理的偏好，那么与确定性条件下的情况相同，我们可以运用效用函数来描述这些偏好。但是，考虑到我们研究的是不确定性条件下的选择，有必要对这里的选择问题添加一个特殊的结构。一般地，消费者如何比较和评价不同状态下的消费，取决于不同状态实际发生的概率。换句话说，消费者愿意用雨天的消费替代晴天的消费的比率，在相当程度上与他认为下雨的可能性有关。对不同自然状态下的消费的偏好，将取决于个人对于这些状态的可能性的看法。

因此，不确定性条件下的效用函数不仅取决于消费水平，还取决于它们的概率。假设我们考察的是两种相互排斥的状态，例如雨天和晴天，损失和不损失，等等。令 c_1 和 c_2 分别表示状态1和状态2下的消费，令 π_1 和 π_2 分别表示状态1和状态2实际发生的概率。

如果两种状态相互排斥，从而只有其中的一种状态会实际发生，那么我们就有 $\pi_2 = 1-\pi_1$。但是，为了使分析看起来比较对称，我们一般将两种概率都写出来。

有了这些符号，我们就可以把状态1和状态2下的消费的效用函数记为 $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$。这个效用函数表示了个人对每种状态下的消费的偏好。

例子：效用函数的几个例子

在不确定性条件下的选择问题中，我们差不多可以使用到现在为止已知的任何一个效用函数的例子。例如，完全替代就是很好的一个例子。在这种情况下，我们可以用每种消费可能发生的概率作为权数。这样，我们就得到以下形式的效用函数：

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$$

在不确定性条件下,这种表达式称作期望值。它恰好就是消费者能够获得的平均消费水平。

可以用来研究不确定性条件下的选择的另一个效用函数的例子是柯布-道格拉斯效用函数

$$u(c_1, c_2, \pi, 1-\pi)=c_1^{\pi}c_2^{1-\pi}$$

这里,不同消费束组合的效用取决于非线性的消费模式。

与往常一样,我们可以对效用函数进行单调变换,并且变化后的效用函数仍表示相同的偏好。可以证明,对柯布-道格拉斯效用函数取对数在以后的论述中是非常方便的。这样,我们就得到以下形式的效用函数:

$$\ln u(c_1 c_2, \pi_1 \pi_2)=\pi_1 \ln c_1+\pi_2 \ln c_2$$

12.3 期望效用

效用函数可能采取的一个特别方便的形式为

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)=\pi_1 v(c_1)+\pi_2 v(c_2)$$

它表示效用可以记为某个消费函数在每种状态下的取值 $v(c_1)$ 和 $v(c_2)$ 的加权平均数,这里的权数由概率 π_1 和 π_2 给出。

上面已给出了这种函数的两个例子。完全替代或期望值效用函数就是这种形式,其中,$v(c)=c$。起初,柯布-道格拉斯函数一般不具有这种形式,但当我们对它取对数时,它就有了 $v(c)=\ln c$ 的线性形式。

如果一种状态是确定的,从而有 $\pi_1=1$,那么,$v(c_1)$就是状态 1 下的确定消费的效用。同样,如果 $\pi_2=1$,$v(c_2)$ 就是状态 2 下确定消费的效用。所以,表达式

$$\pi_1 v(c_1)+\pi_2 v(c_2)$$

表达的就是消费模式(c_1, c_2)的平均效用或期望效用。

基于这个原因,我们把具有这种特殊形式的效用函数称作*期望效用函数*,或者,有时也叫*冯·诺依曼-摩根斯坦效用函数*①。

当我们说消费者偏好可以用期望效用函数来表示,或者说消费者偏好具有期望效用的性质时,我们的意思是,可以选择一个具有上述相加形式的效用函数。当然,我们也可以选择一个不同的形式;毕竟,期望效用函数的任何单调变换都可以描述相同的偏好。但可以证明,相加形式是非常便利的。如果消费者偏好可以用 $\pi_1 \ln c_1+\pi_2 \ln c_2$ 来描述,那么它也可以用 $c_1^{\pi_1}c_2^{\pi_2}$ 来描述。但后面这种表达式并不具有期望效用的性质,而前面那种表达式却具有这种性质。

---

① 冯·诺依曼(John von Neuman)是 20 世纪杰出的数学家之一。他对物理学、计算机科学和经济理论也有许多真知灼见。奥斯卡·摩根斯坦(Oscar Morgenstern)是普林斯顿的一位经济学家,他同冯·诺依曼一道,发展了数学中的博弈论。

另一方面，期望效用函数可以经过某些种类的单调变换而仍然具有期望效用的性质。若对效用函数 u 进行这样的变换：$v(u)=au+b$，其中 $a>0$，则我们称$v(u)$是一个正仿射变换。一个正仿射变换就是在原函数上乘上一个正数，然后再加上一个常数。可以证明，如果对一个期望效用函数进行正仿射变换，那么，正仿射变换后得到的函数不仅表示相同的偏好(这是很明显的，因为仿射变换只是一种特殊的单调变换)，而且它仍然具有期望效用的性质。

经济学家认为，期望效用函数"唯一只适于仿射变换"。这正意味着，对期望效用函数进行仿射变换，就能得到另一个表示相同偏好的期望效用函数，而任何其他形式的变换都会破坏期望效用的性质。

12.4 期望效用为什么是合理的

期望效用是一种方便的表达式，但是，它是否合理呢？为什么对于不确定性条件下的选择的偏好，我们会认为它具有期望效用函数所隐含的特殊结构呢？实际上，我们拥有令人信服的理由可以说明，为什么期望效用是不确定性条件下选择问题的一个合理目标。

随机选择的结果是不同环境下所消费的消费品这一事实，意味着在这些结果中最终只有一种会实际发生。你的住宅或者会发生火灾，或者不会发生；某天可能会下雨，也可能出太阳。我们处理选择问题的方式意味着在许多可能的结果中只有一种会发生，因此，实际上只有一种或有消费计划会实现。

这一结论具有非常重要的意义。假定你正考虑为住宅购买明年的火灾保险。在进行这种选择时，你会关注以下三种情形下的财富：现在的财富(c_0)，房屋遭受火灾时的财富(c_1)，房屋不发生火灾时的财富(c_2)。(当然，你真正关心的是在每种结果中拥有的消费可能性，但是在这里，我们简单地用财富近似地代表消费。)令 π_1 表示房屋发生火灾的概率，π_2 表示房屋不发生火灾的概率，那么对于这三种不同消费的偏好，通常就可以用效用函数 $u(\pi_1, \pi_2, c_0, c_1, c_2)$来表示。

假设我们正在考虑现期财富和一种可能结果之间的权衡——比如说，为了在房屋发生火灾时可以得到稍多一些的货币，现在我们愿意放弃多少货币。这种决策与你在其他自然状态下将有多少消费——房屋没有遭破坏时你将拥有多少财富——无关。因为房子或者发生火灾，或者不发生火灾，二者只能取其一。如果房子发生火灾，那么额外财富的价值就不应该取决于房子不发生火灾时所拥有的财富。过去的事就让它过去吧——因此，没有发生的事情不应该影响实际发生结果中的消费价值。

注意，这仅仅是对个人偏好的一种假设，它是可以被推翻的。当人们考虑在两件东西之间进行选择时，他们所拥有的第三件东西的数量确实会影响到这里的选择。例如，咖啡和茶之间的选择，在相当程度上就取决于你拥有多少冰淇淋。这是因为，你是同时消费冰淇淋和咖啡的。而如果你面临的是这样一种选择：通过掷骰子来决定获得咖啡、茶或者冰淇淋，那么，你可能得到的冰淇淋的数量就不应该影响你对咖啡和茶的偏好。为什么呢？因为你只能得到其中的一样东西：如果你最终得到了冰淇淋，那么你得到咖啡或得到茶的这些可能就都不相干了。

因此,对于不确定性条件下的选择,各种结果之间很自然地存在着一种"独立性",这是因为对它们的消费必定是分开的——在不同的自然状态下消费。人们计划在一种自然状态下作出的选择,将独立于他们在另一种自然状态下所作出的选择。这个假定就称作**独立性假定**。可以证明,这个假定隐含着或有消费的效用函数将采取非常特殊的结构:不同的或有消费束必定是可加的。

这就是说,如果 c_1、c_2 和 c_3 代表不同自然状态下的消费,π_1、π_2 和 π_3 表示这三个自然状态实现的概率,那么当上面提到的独立性假定得到满足时,效用函数就一定会表示为以下的形式:

$$U(c_1, c_2, c_3)=\pi_1 u(c_1)+\pi_2 u(c_2)+\pi_3 u(c_3)$$

这就是所谓的期望效用函数。注意,期望效用函数的确满足这样一个性质:两种商品之间的边际替代率与第三种商品的数量无关。比如说,商品 1 和商品 2 之间的边际替代率将采取以下形式:

$$\begin{aligned}\mathrm{MRS}_{12}&=\frac{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_1}{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_2}\\&=-\frac{\pi_1\Delta u(c_1)/\Delta c_1}{\pi_2\Delta u(c_2)/\Delta c_2}\end{aligned}$$

这里的边际替代率(MRS)只取决于你拥有多少商品 1 和商品 2,而与商品 3 的数量无关。

12.5 厌恶风险

上面我们说过,对于分析不确定性条件下的选择问题,期望效用函数具有许多非常便利的性质。在这一节我们将给出一个这样的例证。

我们把期望效用的分析框架应用于一个简单的选择问题。假设一个消费者现在拥有 10 美元的财富,他正在考虑是否要进行一次赌博,在这次赌博中,他赚 5 美元的概率是 50%,输 5 美元的概率也是 50%。他的财富因此将是随机的:他有 50%的概率以拥有 5 美元告终,也有 50%的概率以拥有 15 美元告终。所以,财富的预期值是 10 美元,期望效用是

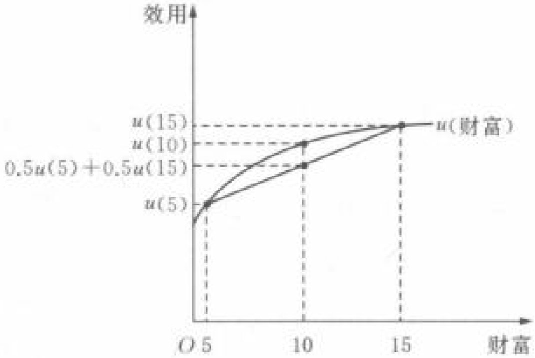
$$\frac{1}{2}u(15\text{ 美元})+\frac{1}{2}u(5\text{ 美元})$$

图 12.2 显示了这个例子。财富的期望效用是两个数值 $u(15)$ 和 $u(5)$ 的平均值,在图中标记为 $0.5u(5)+0.5u(15)$。我们也刻画了财富的期望值的效用,它标记为 $u(10)$。注意,在这张图中,财富的期望效用小于财富的期望值的效用,也就是说:

$$u\left(\frac{1}{2}\times 15+\frac{1}{2}\times 5\right)=u(10)>\frac{1}{2}u(15)+\frac{1}{2}u(5)$$

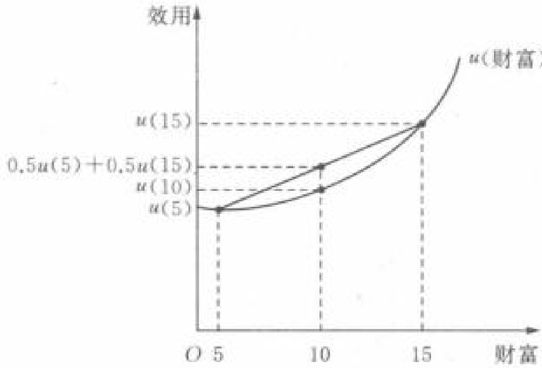
在这种情况下,我们称这个消费者是**风险厌恶**的,这是因为他更偏好的是财富的期望

值而不是赌博本身。当然,也有可能出现相反的情况,消费者更偏好的是财富的随机分布而不是财富的期望值。在后面这种情况下,我们就称这个消费者是风险偏好的,图 12.3 给出了这样的一个例子。



对于一个厌恶风险的消费者而言,财富的期望值的效用 $u(10)$ 大于财富的期望效用 $0.5u(5)+0.5u(15)$。

图 12.2 厌恶风险



对于一个偏好风险的消费者而言,财富的期望效用 $0.5u(5)+0.5u(15)$ 大于财富的期望值的效用 $u(10)$。

图 12.3 偏好风险

要注意图 12.2 和图 12.3 之间的差别。厌恶风险的消费者的效用函数是凹的——它的斜率随着财富的增加而变得越来越平坦。而偏好风险的消费者的效用函数是凸的——它的斜率随着财富的增加而变得越来越陡峭。因此,效用函数的曲率度量的是消费者对待风险的态度。一般地,效用函数越是凹,消费者就越是厌恶风险,效用函数越是凸,消费者就越是偏好风险。

中间状态对应的是线性效用函数。这时,消费者是风险中性的:财富的期望效用恰好等于财富的期望值的效用。在这种情况下,消费者完全不会关心财富的风险——而只会关心它的期望值。

例子:对保险的需求

我们把期望效用的分析框架应用到前面考察的对保险的需求的例子中来。回顾一下,在那个例子中,消费者起初拥有35 000美元的财富,他有可能遭受10 000美元的损失,损失的概率为 1%。购买金额为 K 美元的保险需要支付 γK 美元的保险费。用无差异曲线来分析这个问题,我们发现,最优的保险选择取决于这个条件:两种结果——损失或不损失——中的消费之间的边际替代率必定等于 $1-\gamma/(1-\gamma)$。令 π 表示发生损失的概率,$1-\pi$ 为不发生损失的概率。

令状态 1 是不发生损失的情形,他在这种状态下的财富为

$$c_1=35\,000-\gamma K$$

令状态 2 是发生损失的情形,这时,他的财富为

$$c_2=35\,000-10\,000+K-\gamma K$$

于是,消费者的最优保险选择,由它在两种结果中的消费之间的边际替代率等于价格比率这个条件决定:

$$\mathrm{MRS}=-\frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1}=-\frac{\gamma}{1-\gamma} \tag{12.1}$$

现在，我们从保险公司的角度来考虑保险合同。保险公司必须偿付 K 美元的概率是 π，它什么也不需要支付的概率是 $1-\pi$。不论出现什么情况，它都可以得到 γK 美元的保险费。因此，保险公司的期望利润 P 可以表示为

$$P=\gamma K-\pi K-(1-\pi)0=\gamma K-\pi K$$

我们假设，平均而言，通过出售保险合同，保险公司正好做到盈亏平衡。这就是说，它按照一个“公平”的费率提供保险，这里的“公平”指的是保险的期望值恰好等于它的成本。因此，我们有

$$P=\gamma K-\pi K=0$$

这隐含着 $\gamma=\pi$。

把这代入方程(12.1)，我们就有

$$\frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1}=\frac{\pi}{1-\pi}$$

消去诸 π，我们就可以得到最优的保险数量所必需满足的条件

$$\frac{\Delta u(c_1)}{\Delta c_1}=\frac{\Delta u(c_2)}{\Delta c_2} \tag{12.2}$$

这个方程表明，发生损失时的1美元额外收入的边际效用，必须等于不发生损失时的1美元额外收入的边际效用。

我们假设消费者是风险厌恶的，所以，当他所拥有的货币数量增加时，货币的边际效用就会下降。因此，如果 $c_1>c_2$，在 c_1 处的边际效用就会低于在 c_2 处的边际效用，反之亦然。而且，如果在 c_1 和 c_2 处的收入的边际效用相等，如同方程(12.2)所显示的那样，那么我们就一定有 $c_1=c_2$。应用代表 c_1 和 c_2 的公式，我们得到

$$35\,000-\gamma K=25\,000+K-\gamma K$$

该式隐含着 $K=10\,000$ 美元。这意味着，如果存在按“公平”的保险费购买保险的机会，厌恶风险的消费者就总会选择完全保险。

之所以会发生这种情况，是因为每种状态下的财富的效用只取决于消费者在这种状态下所拥有的财富的数量——而与他在其他状态下可能拥有的财富数量无关——因此，如果消费者在每种状态下都拥有相同的财富总量，财富的边际效用就一定也会相等。

总之，如果消费者是一个厌恶风险的追求期望效用最大化的人，并且，如果他可以为潜在的损失购买公平保险，那么，他的最优选择就是完全保险。

12.6 资产多样化

现在，我们转向涉及不确定性的另一个问题——多样化的优势。假设我们正在考虑对两家不同的公司投资100美元，其中，一家公司是制造太阳镜的，另一家公司是生产雨

衣的。长期趋势的天气预报显示,明年夏季的雨天和晴天的数量可能参半。在这种情况下,你应该如何投资这笔钱呢?

对每家公司都投资一部分货币,可能是比较明智的做法。通过分散投资,投资报酬就会变得更具确定性,从而对于厌恶风险的投资者来说,它就显得更为合意。

举例来说,假设雨衣公司和太阳镜公司的股价现在都是每股10美元。如果明年夏天多雨,雨衣公司的股票就会值20美元,而太阳镜公司的股票只值5美元;而如果明年夏天非常晴朗,两家公司的股价就会颠倒过来:太阳镜公司的股票将会值20美元,雨衣公司的股票只值5美元。如果你将100美元全部投资于太阳镜公司,那么,你就是在进行一场这样的赌博:你有50%的机会得到200美元,也有50%的机会只得到50美元。如果你将100美元全部投资于雨衣公司,你将得到相同的结果:无论在哪种情况下,你的期望收入都是125美元。

但是,如果把全部货币平均分作两份,分别投资于这两家公司,我们发现情况将会发生变化。这样做的结果是:如果明年夏天天气晴朗,从对太阳镜公司的投资中你就能得到100美元,同时,从对雨衣公司的投资中得到25美元。或者,如果明年夏天多雨,你就可以从对雨衣公司的投资中得到100美元,同时从对太阳镜公司的投资中得到25美元。可见,不论明年夏天的天气如何,你最终都能确定地得到125美元。由于你将投资分散于这两家公司,所以,你在使期望收入保持不变的同时,已经成功地降低了投资的整体风险。

在这个例子中,投资多样化是十分容易做到的:这两项资产是完全负相关的——当一种资产的价值增加时,另一种资产的价值就会减少。类似于这样的资产组合非常具有价值,因为它们可以大大降低风险。但实际上,要找到这样的资产组合是非常困难的。大多数资产的价值是同向变动的:当通用汽车(GM)公司的股票价格上升时,福特(Ford)公司和古德里奇(Goodrich)公司的股票价格也在上升。但只要资产价格的变动不是完全正相关的,那我们就可以从多样化投资中得到某些好处。

12.7 风险分散

现在,我们再回到上面讨论的保险问题。在那里,我们考察的是这样一种情况:某人起初拥有35 000美元,他有可能损失10 000美元,发生损失的概率为0.01。假定现在存在1 000个这样的人,那么,平均而言,就会有10个人发生损失,从而每年的损失额是10万美元。每年,每一个人面临的预期损失都是0.01×10 000美元=100美元。我们假定任何人发生损失的概率都不会影响其他人发生损失的概率。换句话说,假定风险是独立的。

这里,每个人的预期财富是0.99×35 000美元+0.01×25 000美元=34 900美元。但是,每个人也要承担大量的风险:每个人都有1%的概率损失10 000美元。

假设每个消费者都决定分散他(或她)所面临的风险,他们如何能做到这一点呢?通过将部分风险转嫁给其他人就可以实现分散风险的目的。假设这1 000个人决定互相提供保险,从而不论他们中任何人遭受损失,每个人都将向他捐款10美元。采用这种办法,房屋被烧毁的可怜人的损失就会得到补偿,而其他人的心理也能保持平衡,因为如果灾难降临到自己的身上,他们也一样能获得补偿。这就是风险分散的一个例子:每个人都把风险分散给其他所有的人,从而降低了他所承受的风险的规模。

现在每年平均有 10 幢房屋被烧毁，所以平均来说，每人每年就要付出 100 美元。但这只是平均的规模。某些年份可能有 12 个人遭受损失，而另一些年份可能只有 8 个人遭受损失。在任一年份里，个人实际必须支付 200 美元以上的概率是非常小的，然而即使如此风险却依然存在。

但即使这样，也有办法分散这种风险。假定住宅所有者同意不论是否发生损失，每年都确定地支付 100 美元，那么他们就可以建立一个现金储备基金，以应付那些火灾较多的年份。他们只需要每年确定地支付 100 美元，但平均而言，这些货币已足够补偿那些遭受火灾的住宅所有者们。

不难发现，我们现在讨论的内容非常类似于合作保险公司的情况。也许，我们需要再补充一些特征：保险公司可以将现金储备基金进行投资并从中获利，等等，但在这里保险公司的本质已经显露无遗。

12.8 股票市场的作用

在分散风险方面，股票市场所发挥的作用与保险市场十分相似。回顾一下，在第 11 章我们论证过，股票市场使得企业的原所有者可以把跨时期的报酬流量转换成一次性的总收入。同样，股票市场也可以使他们从将全部财富集中在一家企业时的高风险处境，转换到拥有一笔一次性的总收入，并且能够将它投资于各种不同资产的情形中。企业的原所有者有激励发行自家公司的股票，因为这样，他们就可以将原本由单个公司承担的风险分散到大量的股票持有者身上。

同样，后来的这些公司股票持有者也可以通过股票市场，重新分配他们的风险。如果你所持有股票的那家公司采取的政策不符合你的嗜好——风险太高或者太保守——你就可以抛售这些股票并转而购买其他公司的股票。

在保险的例子中，个人可以通过购买保险使他的风险降低至零。缴纳 100 美元的统一保险费，他就可以为10 000美元的潜在损失购买完全的保险。这是毋庸置疑的，因为从总体上看基本上不存在任何风险：如果发生损失的概率是 1%，那么，平均而言，1 000 个人中只有 10 个人会遭受损失——只是我们不清楚究竟是哪些人。

总体上看，股票市场也存在着风险。在某一年，股票市场可能运转得很好，但在另一年，它却可能表现得一团糟。某些人必须承担这种风险。股票市场为把风险投资从厌恶风险的人转移至偏好风险的人提供了一条途径。

当然，除了在拉斯维加斯，几乎没有人偏好风险：绝大多数人都是风险厌恶的。因此，股票市场可以使得人们将风险从那些厌恶风险的人，转移至那些只要能够获得足够的补偿就愿意承担风险的人身上。我们将在下一章进一步探讨这一思想。

小　结

1. 不同自然状态下的消费可以看作消费品，前面几章的分析都可应用于不确定性条件下的选择问题。

2. 然而，代表不确定性条件下的选择行为的效用函数具有特殊的结构。特别是，如果效用函数是概率的线性函数，那么，分配给一次赌博的效用恰好就是各种结果的期望效用。
3. 期望效用函数的曲率描述的是消费者对于风险的态度。若它是凹的，消费者就是风险厌恶的，若它是凸的，消费者就是风险偏好的。
4. 金融机构，如保险市场和股票市场，为消费者分散风险提供了途径。

复习题

1. 在图 12.1 中，如何才能到达禀赋点左边的消费点？

2. 下面哪一个效用函数具有期望效用函数的性质？

(a) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a(\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2)$；

(b) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2^2$；

(c) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2 + 17$。

3. 一个厌恶风险的人要在以下两种情形之间进行选择：他有 25%的概率得到1 000美元，有 75%的概率得到 100 美元；或者，他可以确定地得到 325 美元。他将如何选择？

4. 在上题中，如果他可以确定地得到 320 美元，他又会如何选择？

5. 请绘制出这样一个效用函数，对于小额赌博，它显示的是偏好风险的行为，而对于大额赌博，它显示的则是厌恶风险的行为。

6. 为什么相对于火灾来说，在洪灾的情况下，相邻而居的人们更难以相互提供保险？

附录

我们将通过一个简单的问题来说明期望效用最大化原理。假设消费者拥有 w 美元的财富，他正考虑对一种风险资产投资 x 美元。这种资产在“好”的结果下可实现报酬 r_g，在“坏”的结果下可实现报酬 r_b。你可以把 r_g 看作正报酬——资产价值增加，而把 r_b 看作负报酬——资产价值减少。

因此，消费者的财富在“好”的结果和“坏”的结果下分别为

$$W_g = (w - x) + x(1 + r_g) = w + xr_g$$
$$W_b = (w - x) + x(1 + r_b) = w + xr_b$$

假设“好”的结果发生的概率是 π，坏的结果发生的概率是$(1-\pi)$。如果消费者决定投资 x 美元，他的期望效用就是

$$EU(x) = \pi u(w + xr_g) + (1 - \pi)u(w + xr_b)$$

消费者想要选择使这个表达式最大化的 x 值。

对上式求关于 x 的微分，我们就可以求得效用随 x 变动而变动的方式：

$$EU'(x)=\pi u'(w+xr_g)r_g+(1-\pi)u'(w+xr_b)r_b \tag{12.3}$$

期望效用关于 x 的二阶导数是

$$EU''(x)=\pi u''(w+xr_g)r_g^2+(1-\pi)u''(w+xr_b)r_b^2 \tag{12.4}$$

如果消费者是风险厌恶的,他的效用函数就是凹的,这隐含着对应于所有的财富水平有 $u''(w)<0$。因此期望效用的二阶导数一定为负值。期望效用将是 x 的凹函数。

考察在风险资产上投资第一个美元时,期望效用的变化情况。这恰好就是方程(12.3)在 $x=0$ 时的导数值:

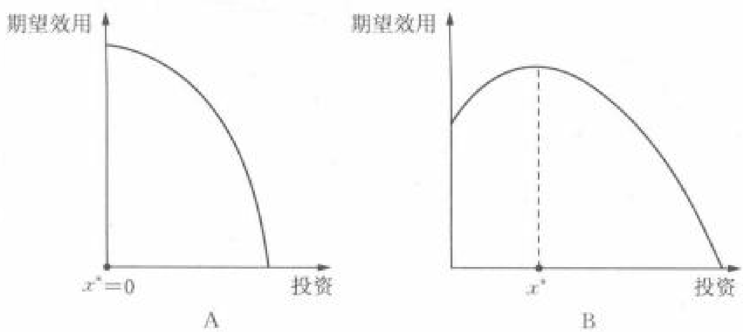
$$\begin{aligned}EU'(0)&=\pi u'(w)r_g+(1-\pi)u'(w)r_b\\&=u'(w)[\pi r_g+(1-\pi)r_b]\end{aligned}$$

方括号内的表达式代表资产的期望报酬。如果资产的期望报酬为负值,那么,期望效用就一定会在第一个美元投资于该资产上时减小。但由于期望效用函数是凹的,它的二阶导数一定为负值,所以,随着更多的美元投向这项资产,期望效用就一定会继续减小。

这样,我们发现,如果一次赌博的期望值取负值,厌恶风险的人就会在 $x^*=0$ 处得到最大的期望效用:他决不愿做一点点蚀本生意。

另一方面,如果资产的期望报酬取正值,从零开始增加 x 就会增加期望效用。因此,不管他如何厌恶风险,他总会愿意在风险资产上多投资一些。

图 12.4 显示的是作为 x 的函数的期望效用。在图 12.4A 中,期望报酬是负的,因此最优选择是 $x^*=0$,在图 12.4B 中,期望报酬在某个区间内是正的,因此,消费者愿意在风险资产上投资某个数量为正的 x^*。



在图 A 中,最优投资水平是零,而在图 B 中,消费者愿意投资的水平是一个正值。

图 12.4 在风险资产上投资多少

消费者的最优投资量可以由期望效用对于 x 的导数等于零这个条件来决定。由于效用函数是凹的,效用的二阶导数一定取负值,那么这就是一个整体极大值。

使式(12.3)等于零,我们有

$$EU'(x)=\pi u'(w+xr_g)r_g+(1-\pi)u'(w+xr_b)r_b=0 \tag{12.5}$$

这个方程决定了上述消费者对 x 的最优选择。

例子:对风险资产投资征税的效应

当需要为投资报酬纳税时,你对风险资产的投资水平会有什么变动呢?如果个人是按税率 t 纳税的,他的税后报酬就为 $(1-t)r_g$ 和 $(1-t)r_b$。因此决定最佳投资 x 的一阶条件变为

$$\begin{aligned}EU'(x) &= \pi u'(w+x(1-t)r_g)(1-t)r_g+(1-\pi)u'(w+x(1-t)r_b)(1-t)r_b \\ &=0\end{aligned}$$

消去 $(1-t)$ 项,我们有

$$EU'(x)=\pi u'(w+x(1-t)r_g)r_g+(1-\pi)u'(w+x(1-t)r_b)r_b=0 \quad (12.6)$$

令 x^* 表示不征税——$t=0$——时的最大化问题的解;令 $\hat{x}$ 表示征税时的最大化问题的解。x^* 和 $\hat{x}$ 之间的关系怎样呢?

直觉上,你可能会认为 $x^*>\hat{x}$——对风险资产征税会抑制对它的投资。但可以证明,这种想法实际上是错误的!按我们所描述的方式对风险资产征税,实际上会鼓励对它的投资。

实际上,x^* 和 $\hat{x}$ 之间存在着精确的关系,即

$$\hat{x}=\frac{x^*}{1-t}$$

考虑到在征税的情况下,$\hat{x}$ 满足最优选择问题的一阶条件,证明就会变得很简单。将这个最优选择代入方程(12.6),我们有

$$\begin{aligned}EU'(\hat{x}) &= \pi u'\left(w+\frac{x^*}{1-t}(1-t)r_g\right)r_g+(1-\pi)u'\left(w+\frac{x^*}{1-t}(1-t)r_b\right)r_b \\ &=\pi u'(w+x^*r_g)r_g+(1-\pi)u'(w+x^*r_b)r_b=0\end{aligned}$$

上式中的最后一个等式来自这样一个事实:x^* 是不征税时的最优解。

这里究竟发生了什么?征税怎么会增加对风险资产的投资水平呢?情况是这样的。征税以后,个人在"好"的结果下得到的收入将减少,但他在"坏"的结果下的损失也会减少。按 $1/(1-t)$ 的比率增加对风险资产的投资规模,他就可以获得与征税前的报酬相同的税后报酬。征税的确降低了预期报酬,但它也降低了投资者的风险:通过增加投资,投资者实际上可以获得与以往相同的收入模式,从而完全抵消掉了税收效应。当报酬为正值时,对风险投资征税就意味着对收益征税,而当报酬为负值时,它就意味着对亏损进行补贴。