

# 需求

在上一章中,我们描述了消费者选择的基本模型:受预算约束的效用最大化如何导致最优选择。我们看到,消费者的最优选择取决于消费者的收入和商品的价格,我们还举例说明了某些简单偏好的最优选择。

消费者的需求函数刻画的是每种商品的作为消费者面临的价格和收入的函数的最优消费数量。我们把需求函数记作

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$

$$x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$$

每个方程的左边代表需求的数量,每个方程的右边是把价格和收入同需求量联系在一起的函数。

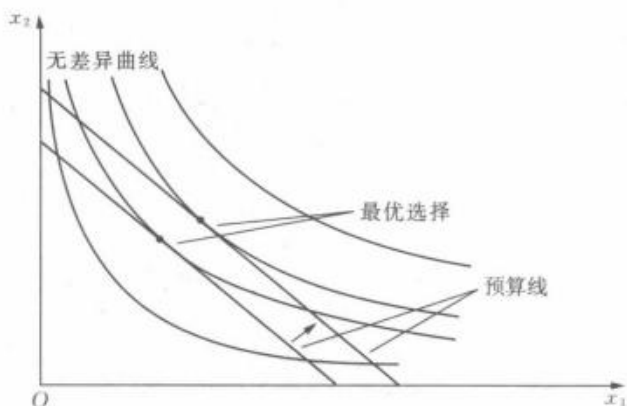
在这一章里,我们要考察当价格和收入发生变动时,对一种商品的需求会如何变动这样一个问题。众所周知,我们最初在第1章中描述的比较静态分析方法所研究的就是某个选择如何对经济环境的变动作出反应。“比较”意味着我们要比较经济环境变动前后的两种状态。“静态”意味着我们只考虑均衡选择,而并不关注任何可能涉及的从一种选择到另一种选择的调整过程。

就消费者来说,在我们的模型中,只有两种东西影响最优选择,那就是价格和收入。因此,消费者理论中的比较静态问题所要研究的只是这样一个问题:当价格和收入发生变动时,需求怎样变动。

## 6.1 正常商品与低档商品

我们先来考虑当一个消费者的收入发生变动时,他对一种商品的需求会怎样变动这样一个问题。我们想要知道,在一种收入水平上的最优选择,如何同在另一种收入水平上的最优选择进行比较。在进行这种比较时,我们将使价格保持不变,而只考察由于收入变动造成的需求变动。

我们已经知道,当价格不变时,货币收入的增加是如何影响预算线的——它使预算线



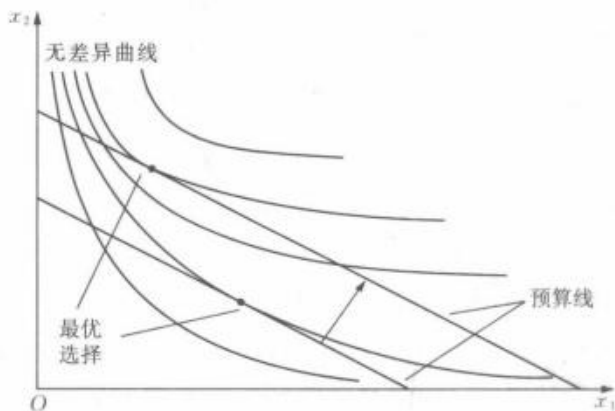
两种商品的需求随着收入的增加而增加,因此这两种商品都是正常商品。

图 6.1 正常商品

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0$$

如果有某种东西被称作正常商品,那么我们就肯定地说,一定也会有某种非正常商品存在的可能。确实,非正常商品是存在的。例如,在图 6.2 所给出的那一簇精心制作的良态无差异曲线上,收入的增加将导致对其中一种商品的需求减少。这样的一种商品就称作低档商品。也许它就是“非正常商品”,但你应该考虑到,它决不是异常商品的全部。许多种商品的需求在收入增加时都会减少;例如米粥、红肠、棚屋甚至任何一种低质量的商品都可以归入这类商品。

一种商品是否是低档商品取决于我们所考察的收入水平。极端贫困的人当收入增加时很可能会消费更多的红肠。但是,只要超过某个临界点,对红肠的消费就会随着收入的增加而减少。知悉经济理论能兼容这两种可能性是令人鼓舞的,因为在实际生活中,当收入增加时对商品的需求既有可能增加,也有可能减少。



商品 1 是一种低档商品,这意味着当收入增加时这种商品的需求会减少。

图 6.2 低档商品

## 6.2 收入提供曲线和恩格尔曲线

我们已经看到,收入的增加伴随着预算线向外平行移动。当把预算线平行地向外移动时,我们可以将一系列的需求束连接起来,从而构成收入提供曲线。如图 6.3A 所示,这种曲线代表了不同收入水平上的需求束。收入提供曲线也称作收入扩展线。如图 6.3A

所示,如果两种商品都是正常商品,那么,收入扩展线的斜率就一定为正值。

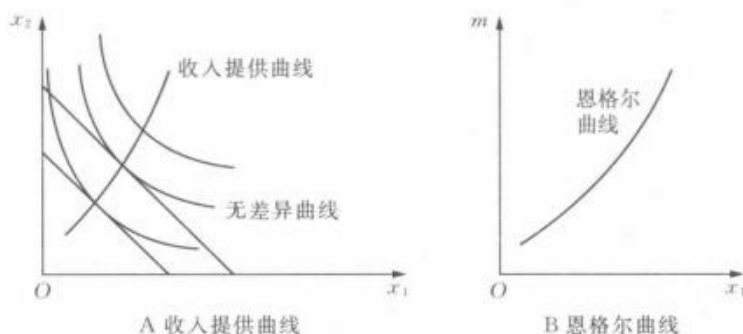


图 A 中的收入提供曲线(收入扩展线)表示价格不变条件下,不同收入水平上的最优选择。在图 B 中,当我们绘制出商品 1 对应于收入水平  $m$  的最优选择时,我们就得到了恩格尔曲线。

图 6.3 需求如何随收入变动而变动

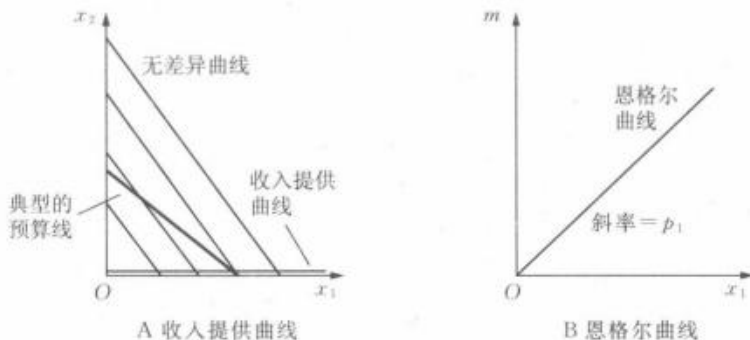
对于每一收入水平  $m$ ,每一种商品一定存在某个最优选择。让我们将注意力集中到商品 1 上,考察在每一组价格和收入水平上所作出的最优选择  $x_1(p_1, p_2, m)$ 。很明显,这恰好就是商品 1 的需求函数。如果我们让商品 1 和商品 2 的价格保持不变,然后考察收入变动时需求所作出的变动,我们就能得到一条恩格尔曲线。恩格尔曲线表示的是,在所有的价格保持不变时,需求如何随收入变动而变动的情况。图 6.3B 是恩格尔曲线的一个例子。

## 6.3 几个实例

考虑第 5 章描述的那些偏好情况,我们将考察它们的收入提供曲线和恩格尔曲线是怎样的。

### 完全替代

图 6.4 显示的是完全替代的情况。如果  $p_1 < p_2$ , 消费者专门消费商品 1, 那么, 收入增加就意味着他将增加商品 1 的消费。因此, 如图 6.4A 所示, 收入提供曲线就是横轴。



完全替代情况下的收入提供曲线(图 A)和恩格尔曲线(图 B)。

图 6.4 完全替代

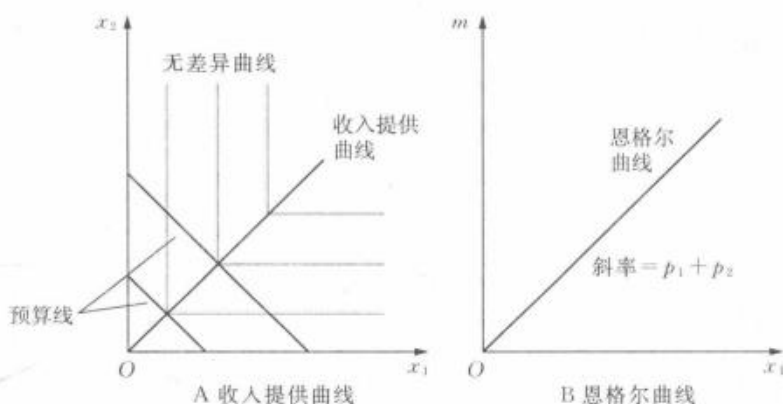
在这种情况下,由于对商品 1 的需求是  $x_1 = m/p_1$ , 所以恩格尔曲线一定是一条斜率



为  $p_1$  的直线，如图 6.4B 所示。（由于纵轴代表  $m$ ，横轴表示  $x_1$ ，将需求函数整理为  $m = p_1 x_1$ ，很明显，可以发现恩格尔曲线的斜率为  $p_1$ 。）

### 完全互补

完全互补的需求行为如图 6.5 所示。既然消费者对每种商品总是消费相同的数量，所以不管怎样，收入提供曲线总是一条经过原点的对角线，如图 6.5A 所示。我们已经看到，商品 1 的需求是  $x_1 = m/(p_1 + p_2)$ ，因此，恩格尔曲线是一条斜率为  $p_1 + p_2$  的直线，如图 6.5B 所示。



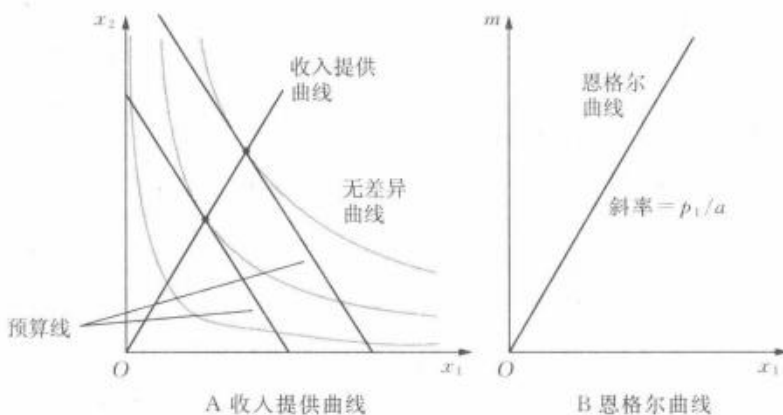
完全互补情况下的收入提供曲线(图 A)和恩格尔曲线(图 B)。

图 6.5 完全互补

### 柯布-道格拉斯偏好

对于柯布-道格拉斯偏好，较为方便的办法是考察需求函数的代数形式，以了解曲线的形状。如果  $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$ ，商品 1 的柯布-道格拉斯需求函数就是  $x_1 = am/p_1$ 。在  $p_1$  保持不变的情况下，它是  $m$  的线性函数。因此， $m$  加倍需求也加倍， $m$  扩大 3 倍需求也扩大 3 倍，依此类推。事实上， $m$  乘以任意的正数  $t$  后，需求恰好也乘以这个相同的数。

对商品 2 的需求是  $x_2 = (1-a)m/p_2$ ，显然，这也是线性函数。两种商品的需求函数都是收入的线性函数这个事实，意味着收入扩展线一定是经过原点的直线，如图 6.6A 所示。商品 1 的恩格尔曲线一定是斜率为  $p_1/a$  的一条直线，如图 6.6B 所示。



柯布-道格拉斯效用下的收入提供曲线(图 A)和恩格尔曲线(图 B)。

图 6.6 柯布-道格拉斯偏好

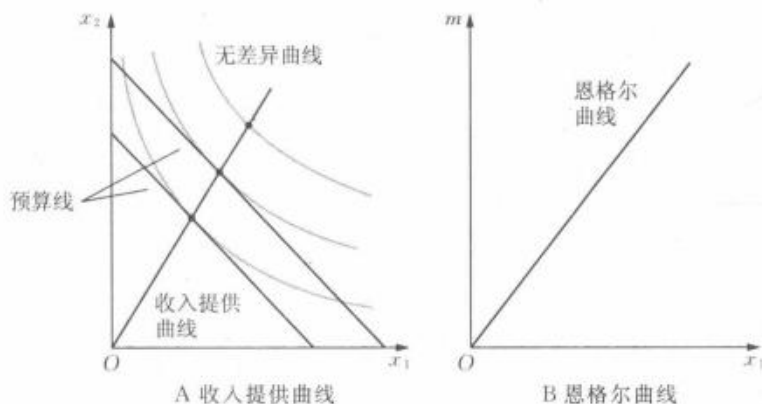
### 相似偏好

到目前为止,我们看到的全部收入提供曲线和恩格尔曲线都是简单明了的——事实上,它们都是直线!之所以会这样,是因为我们列举的例子都非常简单。实际的恩格尔曲线并不一定都是直线。通常,当收入增加时,商品的需求或者比收入增加得快,或者比收入增加得慢。如果同收入相比,商品的需求增加的比例较大,那么,我们就说这种商品是奢侈品;相反,如果商品的需求增加的比例较小,那么,我们就说这种商品是必需品。

作为分界线的情况是商品的需求与收入增加的比例相同,这就是我们上面所考察的三个例子中的情况。哪种消费者偏好会导致这种行为呢?

假设消费者偏好只取决于商品 1 对商品 2 的比率。这意味着,如果消费者对  $(x_1, x_2)$  的偏好胜过  $(y_1, y_2)$ ,那么,他就会自动地偏好  $(2x_1, 2x_2)$  而不偏好  $(2y_1, 2y_2)$ ,偏好  $(3x_1, 3x_2)$  而不偏好  $(3y_1, 3y_2)$ ,依此类推。因为对于所有这些消费束,商品 1 对商品 2 的比率都相同。事实上,对于任意的正值  $t$ ,消费者都会偏好  $(tx_1, tx_2)$ ,而不偏好  $(ty_1, ty_2)$ ,具有这种性质的偏好称作相似偏好。不难证明,上述三种偏好——完全替代、完全互补和柯布-道格拉斯偏好——都是相似偏好。

如果消费者具有相似偏好,那么,他的收入提供曲线就会像图 6.7 所显示的那样,都是由原点的直线。说得更具体一些,如果偏好是相似的,它就意味着当收入按任意的比例  $t > 0$  递增或递减时,需求束也会按相同的比例递增或递减。这可以进行严格的证明,但仅从图中也可以相当清晰地看出。如果无差异曲线与预算线相切于  $(x_1^*, x_2^*)$  点,那么,通过  $(tx_1^*, tx_2^*)$  点的无差异曲线就与价格保持不变、收入是原先  $t$  倍的预算线相切。这隐含着恩格尔曲线也是直线。如果你的收入增加一倍,那么,对每种商品的需求就恰好也会增加一倍。



相似偏好情况下的收入提供曲线(图 A)和恩格尔曲线(图 B)。

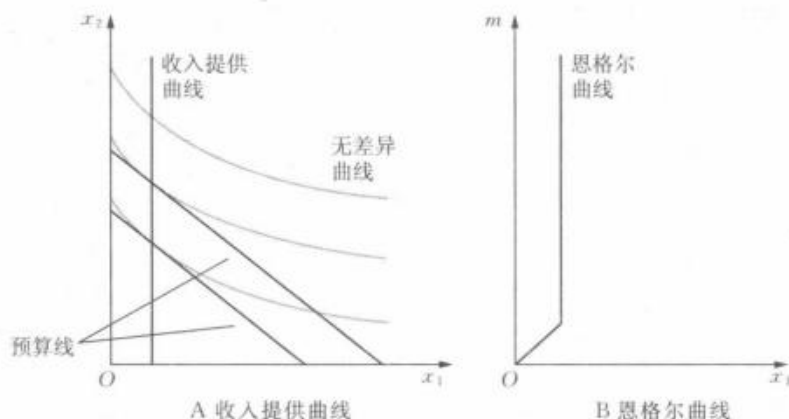
图 6.7 相似偏好

由于收入效用十分简单,因此相似偏好是非常简便的。不幸的是,基于相同的原因,相似偏好并不很真实!但在我们的例子中将经常用到它们。

### 拟线性偏好

另一种产生特殊形式的收入提供曲线和恩格尔曲线的偏好是拟线性偏好。回顾第 4 章给出的拟线性偏好的定义。如图 6.8 所示,这种情况下,所有的无差异曲线都是一条无差异曲线的“移动”变形。等价地,这种偏好的效用函数采取  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$  的形式。如

果我们把预算线向外移动,将会出现什么情况?在拟线性偏好的情况下,如果一条无差异曲线在 $(x_1^*, x_2^*)$ 点与预算线相切,那么,对于任意的常数 $k$ ,另一条无差异曲线一定也会在 $(x_1^*, x_2^* + k)$ 点与预算线相切。收入增加完全不会改变对商品1的需求,所有新增加的收入将全部用在商品2的消费上。如果偏好是拟线性的,我们有时称商品1具有“零收入效应”。因此,商品1的恩格尔曲线是一条垂直线——当收入变动时,商品1的需求保持不变。



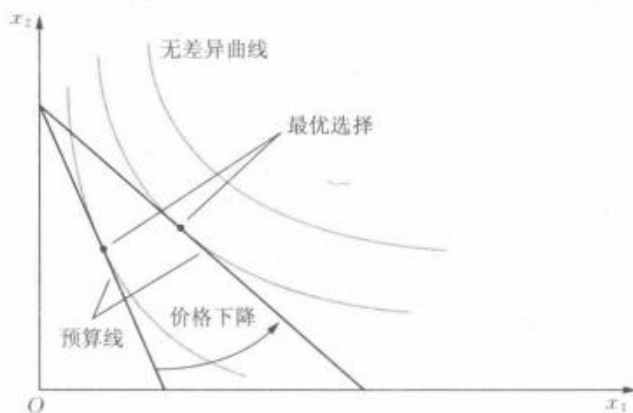
具有拟线性偏好的收入提供曲线(图 A)和恩格尔曲线(图 B)。

图 6.8 拟线性偏好

在实际生活中,这类事情可能在怎样一种情形下发生呢?假设商品1是铅笔,商品2是花费在其他商品上的货币。起初,我可能将所有的收入都花费在铅笔上,但当我的收入增加时,我不会购买更多的铅笔——我的全部新增收入都将花费在其他商品上。其他类似的例子或许是盐或牙膏。当我们考察所有其他商品和只占消费者预算很小一部分的某种商品之间的一种选择时,拟线性假设也许是很合理的,至少当消费者的收入足够大时是如此。

## 6.4 普通商品与吉芬商品

现在我们来考察价格变动的情况。假定我们降低商品1的价格,同时保持商品2的价格和货币收入不变。这种情况下,商品1的需求数量会发生什么变化呢?



通常,一种商品的需求将随着它的价格的下降而增加,如同这里所显示的情况。

图 6.9 普通商品

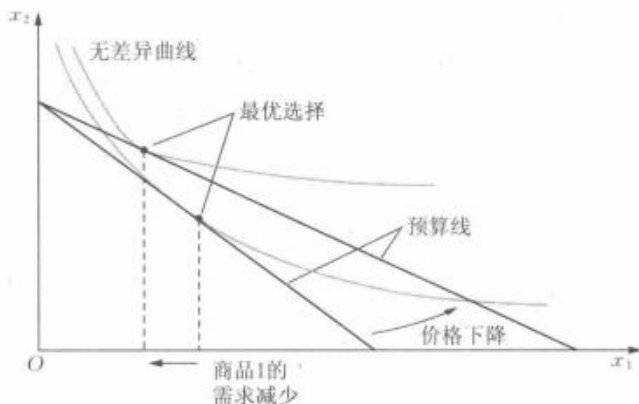
直觉告诉我们,当商品1的价格下降时,它的需求数量将会增加。普通商品的情况确是如此,如图 6.9 所示。

当商品1的价格下降时,预算线会变得平坦一些。换言之,就是纵截距保持不变,横截距右移。在图 6.9 中,商品1的最优选择也会右移:商品1的需求增加了。但我们可能会问,情况是否总是这样呢?是否不论消费者的偏好如何,只要商品的价格



下降,这种商品的需求就会增加?

事实证明这个问题的答案是否定的。从逻辑上说,完全可能找到一些性状良好的偏好,对于它们来说,商品 1 价格下降将导致商品 1 的需求减少。这样的商品称作吉芬商品,以最早注意到这种可能性的 19 世纪经济学家吉芬的名字命名。图 6.10 显示了一个例子。



商品 1 是吉芬商品,因为当它的价格下降时,它的需求将会减少。

图 6.10 吉芬商品

这种情况在经济学上怎么解释?哪种偏好可能产生如图 6.10 所示的那种特殊行为?假定你正在消费的

是粥和牛奶这样两种商品。目前,你一周消费的量是 7 碗粥和 7 杯牛奶。现在,粥变得便宜了,如果你还是每周消费 7 碗粥,你就会有多余的钱用以购买更多的牛奶。事实上,一旦有了因为粥价下跌而节省的那笔额外货币,你就会决定多喝牛奶少喝粥。虽然因粥价下跌而节省的这笔额外货币可以花费在其他方面——但是你想用它来做的一件事很可能就是减少对粥的消费!因此,价格变动在相当程度上类似于收入变动。即使货币收入保持不变,商品价格的变动也会使购买力发生变化,从而引起需求的变化。

因此,尽管吉芬商品在实际生活中很难碰到,但它却并不是完全只在逻辑的意义上才不似是而非的。绝大部分商品都是普通商品——当它们的价格上升时,它们的需求就下降。下面我们会明白,为什么这是普遍的情况。

顺便提一下,我们同时用粥作为低档商品和吉芬商品的例子并非出于偶然。事实上,这两者之间存在着密切的内在联系,下一章我们就会探讨这种联系。

然而到现在为止,我们对消费者理论所作的考察似乎留给我们这样一个印象,即差不多一切都可能发生:如果收入增加,商品的需求既可能增加,也可能减少;如果价格上涨,商品的需求也是既可能增加,又可能减少。消费者理论与任意一种行为都相容吗?或者,哪些行为可以从消费者行为的经济模型中排除掉呢?可以证明,最大化模型对行为是施加限制的。但我们必须等到下一章才能看到这些限制是什么。

## 6.5 价格提供曲线和需求曲线

假设我们让商品 1 的价格发生变动而让  $p_2$  和收入保持不变。从几何上说,这涉及预算线的转动。我们可以考虑,将这些最优点联结在一起构成价格提供曲线,如图 6.11A 所示。这条曲线代表了在商品 1 的不同价格水平上的需求束。

我们也可以用不同的方式来表示这个信息。再次使商品 2 的价格和货币收入保持不变,然后针对每个不同的  $p_1$  标绘出商品 1 的最优消费水平,结果就是图 6.11B 所示的那条需求曲线。使  $p_2$  和  $m$  取某个事先确定的值并保持不变,那么,需求曲线就是需求函数  $x_1(p_1, p_2, m)$  的几何图形。

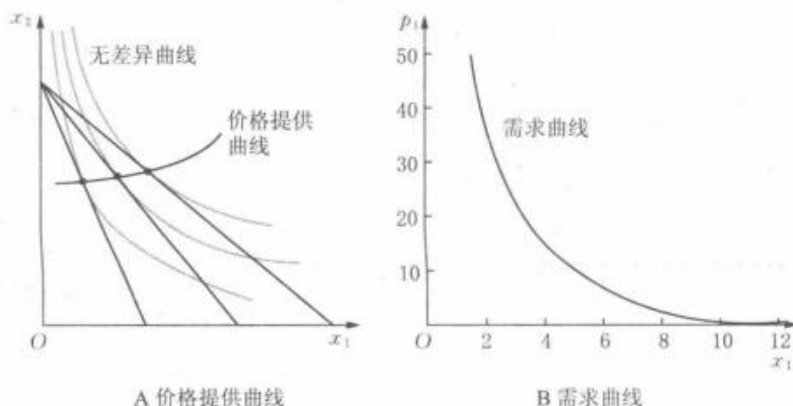


图 6.11 价格提供曲线和需求曲线

一般地,当一种商品的价格上升时,对这种商品的需求就会减少。因此,一种商品的价格和需求数量的变动方向是相反的。这表明,典型的需求曲线具有负的斜率。用变化率来表示,我们通常有

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$$

这个式子仅仅说明,需求曲线的斜率通常为负值。

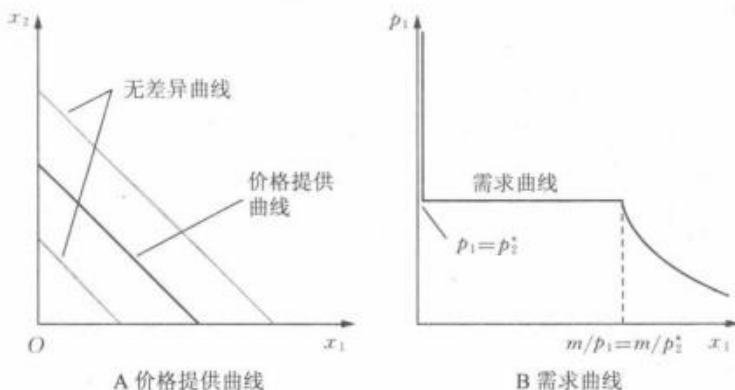
然而,我们已在吉芬商品的例子中看到,当吉芬商品的价格下降时,对该商品的需求会减少。因此,具有正斜率的需求曲线尽管不太可能存在,却也是有可能的。

## 6.6 几个例子

我们运用第 3 章所讨论的偏好问题,来考察需求曲线的几个例子。

### 完全替代

图 6.12 所示的是完全替代——例如红铅笔和蓝铅笔——情况下的价格提供曲线和需求曲线。如我们在第 5 章所看到的那样,当  $p_1 > p_2$  时,商品 1 的需求为 0;当  $p_1 = p_2$  时,



完全替代情况下的价格提供曲线(图 A)和需求曲线(图 B)。

图 6.12 完全替代



商品 1 的需求是预算线上的任一数量;当  $p_1 < p_2$  时,商品 1 的需求等于  $m/p_1$ 。价格提供曲线描绘了这些可能性。

为了找出需求曲线,我们保持商品 2 的价格  $p_2^*$  不变,然后对应于商品 1 的价格标绘出商品 1 的需求,从而得到如图 6.12B 所示的需求曲线。

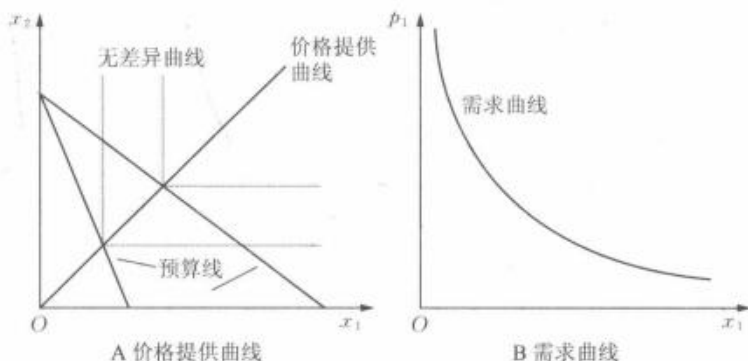
### 完全互补

图 6.13 所示的是完全互补的情况——如同左鞋和右鞋的例子。我们知道,这种情况下,无论价格如何,消费者对商品 1 和商品 2 的需求量总是相同的。因此,消费者的价格提供曲线总是一条对角线,如图 6.13A 所示。

我们在第 5 章知道,商品 1 的需求可以表示为

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

如果我们保持  $m$  和  $p_2$  不变,然后标绘出  $x_1$  和  $p_1$  之间的关系,我们就可以得到一条如图 6.13B 所示的需求曲线。



完全互补情况下的价格提供曲线(图 A)和需求曲线(图 B)。

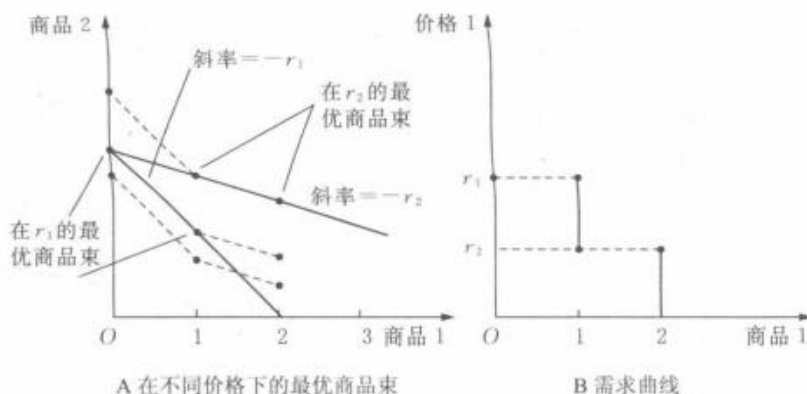
图 6.13 完全互补

### 离散商品

假设商品 1 是离散商品。如果  $p_1$  非常高,消费者就会严格偏好消费零单位的商品 1;如果  $p_1$  足够低,消费者就会严格偏好消费 1 单位的商品 1。在某个价格  $r_1$  处,消费者在消费和不消费商品 1 之间无差异。使消费者消费或不消费某种商品刚好无差异的价格称作保留价格<sup>①</sup>。无差异曲线和需求曲线如图 6.14 所示。

从图中清晰可见,需求行为可以用消费者刚好愿意再购买一个单位商品的一系列保留价格来描述。在价格  $r_1$  处,消费者愿意购买 1 单位商品;如果价格降至  $r_2$ ,消费者就会愿意再购买一个单位,依此类推。

<sup>①</sup> 保留价格这个术语源自拍卖市场。当某人想在一次拍卖中售出某物品的时候,典型的情况是他规定他愿意售出该物品的最低价格。如果最好的报价低于这个规定价格,这个销售者就保留他自己购买这个物品的权利。这个价格因此成为熟知的销售者保留价格,最终被用来描述使某人刚好愿意购买或出售某种物品的那个价格。



随着商品 1 价格的下降,会存在某个价格,也就是保留价格,在该价格处消费者在消费和不消费商品 1 之间无差异。随着价格的进一步下降,离散商品的需求数量会增加到几个单位。

图 6.14 离散商品

这些价格可以用原效用函数描述。例如,在价格  $r_1$  处,消费者刚好在消费零单位或 1 单位商品 1 之间无差异,因此,  $r_1$  一定满足方程

$$u(0, m) = u(1, m - r_1) \quad (6.1)$$

同样,  $r_2$  满足方程

$$u(1, m - r_2) = u(2, m - 2r_2) \quad (6.2)$$

这个方程的左边是按价格  $r_2$  消费 1 单位商品的效用,方程的右边是按价格  $r_2$  消费 2 单位商品的效用。

如果效用函数是拟线性的,那么,描述保留价格的公式就会变得更加简单。如果  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ , 并且  $v(0) = 0$ , 那我们就可以把式(6.1)写成

$$v(0) + m = m = v(1) + m - r_1$$

由于  $v(0) = 0$ , 我们可以求解  $r_1$  得到

$$r_1 = v(1) \quad (6.3)$$

同样,我们可以把式(6.2)写成

$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2$$

经过整理,这个式子变为

$$r_2 = v(2) - v(1)$$

用这个方法做下去,第 3 个消费单位的保留价格由下式给出

$$r_3 = v(3) - v(2)$$

依此类推。

在每种情况下,保留价格都是对导致消费者增加 1 单位商品消费所必需的效用增量的测度。不太严格地讲,保留价格测度的是与商品 1 的不同消费水平相对应的边际效用。

我们提出的凸偏好的假设隐含着保留价格序列一定是递减的： $r_1 > r_2 > r_3 \cdots$ 。

基于拟线性效用函数的特殊结构,保留价格并不取决于消费者对商品 2 的消费数量。当然,这是一种特例,但它却使对需求行为的描述变得非常容易。给定任意的价格  $p$ , 我们能找到它在保留价格表中所处的位置。例如,假设  $p$  位于  $r_6$  和  $r_7$  之间,  $r_6 > p$  这一事实意味着消费者为得到 6 单位的商品 1 愿意放弃  $p$  美元/单位,  $p > r_7$  意味着消费者不愿意放弃  $p$  美元以换取第 7 个单位的商品 1。

虽然这个论证非常直观,但为了清晰起见,我们还是转向数学证明。假设消费者需求 6 单位的商品 1, 我们想要证明  $r_6 \geq p \geq r_7$  一定成立。

如果消费者使效用最大化,那么,对于所有可能的选择  $x_1$ , 我们一定有

$$v(6) + m - 6p \geq v(x_1) + m - px_1$$

特别地,一定有

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p$$

整理这个方程,我们得到

$$r_6 = v(6) - v(5) \geq p$$

这恰好是我们想要证明的不等式的前半部分。

运用相同的办法,可以得到

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p$$

整理这个方程,我们得到

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7$$

这是我们想要证明的不等式的后半部分。

## 6.7 替代和互补

虽然我们早已使用过替代和互补这两个术语,但现在适合给出它们的正式定义。既然我们已多次看到完全替代和完全互补的情况,所以再考虑不完全的情况似乎是合情合理的。

我们首先考虑“替代”的情况。我们讲过,红铅笔和蓝铅笔可以看作完全替代品,至少对那些不在乎颜色的人来说是这样。但是,铅笔和钢笔之间又是怎样的一种关系呢? 这就是一种“不完全”替代的关系。也就是说,在某种程度上,铅笔和钢笔是互相替代的,虽然它们不像红、蓝铅笔那样彼此可以完全替代。

同样,我们讲过左、右两只鞋是完全互补的。但是,一双鞋和一双袜子之间又是怎样的一种关系呢? 左、右两只鞋几乎总是一起消费的,而鞋子和袜子往往也是一起消费的。像鞋、袜这样的互补品,常常是(尽管不总是)一起消费的。

既然已经讨论了替代和互补的基本概念,我们能给出它们的经济学上的精确定义。回顾一下,典型的情况是,商品 1 的需求函数是商品 1 的价格和商品 2 的价格的函数。所



以我们把它记作  $x_1(p_1, p_2, m)$ 。我们要问,当商品 2 的价格发生变动时,商品 1 的需求会怎样变动——增加还是减少?

如果当商品 2 的价格上升时,商品 1 的需求增加,我们就称商品 1 是商品 2 的替代品。用变动率来表示,如果

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} > 0$$

商品 1 就是商品 2 的替代品。这里的含义是,当商品 2 变得更为昂贵时,消费者就会转向消费商品 1;消费者是用较便宜的商品替代较贵的商品。

另一方面,如果当商品 2 的价格上升时商品 1 的需求下降,我们就称商品 1 是商品 2 的互补品。这意味着

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} < 0$$

互补品指的是一起消费的商品,就像咖啡和糖,所以当其中一种商品的价格上升时,这两种商品的需求都趋于减少。

完全替代和完全互补的情况很好地说明了这些论点。注意,在完全替代的情况下,  $\Delta x_1/\Delta p_2$  取正值(或零);在完全互补的情况下,  $\Delta x_1/\Delta p_2$  取负值。

对于上述的概念,提出以下两点告诫是适当的。第一,将两种商品归结为非互补品即替代品是非常特殊的情况。由于收入保持不变,所以,如果你将较多的货币花费在商品 1 上,你就必须减少花费在商品 2 上的货币,这就使各种可能的行为受到了某些限制。当商品超过两种时,这些限制就不再是一个问题。

第二,虽然用消费者需求行为表示的替代品和互补品的定义看似切合实际,但是在更为一般的情形下,这些定义仍然存在某些问题。举例来说,如果我们将上述定义应用到超过两种商品的情形中,那么完全有可能出现这种情况:商品 1 可能是商品 3 的替代品,而商品 3 又可能是商品 1 的互补品。由于这种独特的性质,更进一步的论述通常采用与此不同的关于替代品和互补品的定义。上面给出的定义所描述的概念称作总替代品和总互补品,对于我们这里的分析,有它们也就足够了。

## 6.8 反需求函数

如果我们使  $p_2$  和  $m$  保持不变,然后绘出与  $x_1$  相对应的  $p_1$ ,我们就能得到需求曲线。如上所述,我们通常认为需求曲线是向下倾斜的,所以,较高的价格将导致较少的需求,虽然吉芬商品的例子说明相反的情况也是有可能的。

只要我们的确有一条向下倾斜的需求曲线(这是通常所具有的形状),提一下反需求曲线就非常有意义。反需求函数把价格视作数量的函数。这就是说,对于商品 1 的任一需求水平,反需求曲线度量的是,为了使消费者选择这个消费水平,商品 1 所必须具有的价格。因此,反需求曲线同正需求曲线度量的是同一种关系,只是看问题的角度不同罢了。图 6.15 显示的就是一个反需求函数——或者正需求函数,这取决于看问题

的角度。

回顾一下,例如,商品 1 的柯布-道格拉斯需求是  $x_1 = am/p_1$ 。同样,我们也能将价格和数量之间的这种关系写成  $p_1 = am/x_1$ 。第一种表述是正需求函数;第二种表述是反需求函数。

反需求函数具有一种有用的经济学解释。回顾一下这种情况:只要两种商品的消费量都为正值,最优选择就必须满足边际替代率的绝对值等于价格比率这个条件,即

$$|MRS| = \frac{p_1}{p_2}$$

这就是说,例如,在商品 1 的最优需求水平上,我们一定有

$$p_1 = p_2 |MRS| \quad (6.4)$$

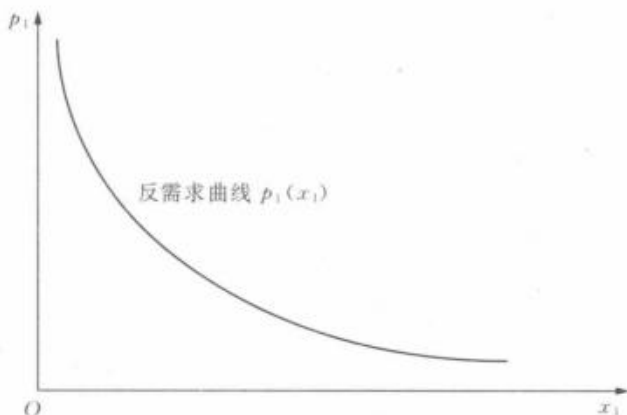
因此,在商品 1 的最优需求水平上,商品 1 的价格同商品 1 和商品 2 之间的边际替代率的绝对值成比例。

为简化起见,假设商品 2 的价格为 1,那么,我们从式(6.4)就可以得知,在最优需求水平上,商品 1 的价格度量的是,为了得到较多一些商品 1,消费者愿意放弃的商品 2 的数量。在这种情况下,反需求函数仅仅度量的是边际替代率的绝对值。对于  $x_1$  的任一最优需求水平,反需求函数表明,消费者愿意得到多少商品 2,以作为对少量减少商品 1 的消费量的补偿。或者相反,反需求函数度量,为了得到较多一些商品 1,消费者愿意放弃多少商品 2 以保持无差异。

如果把商品 2 视作花费在其他商品上的货币,那么,我们就可以把边际替代率视作是个人为了获取稍多一些商品 1 而愿意放弃的货币数量。前面讲过,在这种情况下,我们可以把边际替代率看作是对边际支付意愿的测度。因为在这种情况下,商品 1 的价格就是边际替代率,所以,这就意味着商品 1 的价格本身就是对边际支付意愿的测度。

对于任意数量的  $x_1$ ,反需求曲线测度的是消费者为了得到稍多一些商品 1 而愿意放弃的货币数量,或者换句话说,就是消费者为购买最后一个单位的商品 1 而愿意放弃的货币数量。对于足够小数量的商品 1,这两种说法实际上是一回事。

以这种方式看,向下倾斜的反需求曲线具有新的含义。当  $x_1$  非常小时,消费者愿意放弃很多货币——很多其他商品,来换取稍多一点的商品 1。当  $x_1$  较大时,消费者在边际上只愿意放弃较少的货币来换取稍多一些的商品 1。因此,从牺牲商品 2 以换取商品 1 的边际意愿的意义上说,当我们增加商品 1 的消费时,边际支付意愿是递减的。



如果你把需求曲线看作是作为数量的函数的价格的测度,你就得到一个反需求函数。

图 6.15 反需求函数

## 小 结

1. 通常,消费者对于一种商品的需求函数取决于所有商品的价格和收入。

2. 正常商品是那种在收入增加时需求随着增加的商品。低档商品是那种在收入增加时需求反而减少的商品。
3. 普通商品是那种在其价格上升时需求降低的商品。吉芬商品是那种在其价格上升时需求随之增加的商品。
4. 如果对商品 1 的需求随着商品 2 价格的上升而增加,那么,商品 1 就是商品 2 的替代品。如果对商品 1 的需求随着商品 2 价格的上升而下降,那么,商品 1 就是商品 2 的互补品。
5. 反需求函数测度的是消费者消费某个既定数量时的价格。在给定的消费水平上,需求曲线的高度测度的是消费者对于 1 单位额外商品的边际支付意愿。

## 复习题

1. 假设消费者只消费两种商品,而且他总是花光他的全部货币,在这种情况下,这两种商品有可能都是低档商品吗?
2. 说明完全替代是相似偏好的一个例子。
3. 说明柯布-道格拉斯偏好是相似偏好。
4. 收入提供曲线对于恩格尔曲线,就像价格提供曲线对于什么曲线?
5. 如果偏好是凹的,消费者会一起消费两种商品吗?
6. 汉堡包和小甜圆面包是互补品还是替代品?
7. 在完全互补的情况下,商品 1 的反需求函数是什么形式?
8. “如果需求函数是  $x_1 = -p_1$ , 那么,反需求函数就是  $x = -1/p_1$ 。”这个结论是对还是错?

## 附录

如果偏好具有独特的形式,那就意味着由这种偏好推出的需求函数也具有独特的形式。在第 4 章,我们论述了拟线性偏好。这种偏好的所有无差异曲线之间都相互平行,并且它的效用函数可以采取以下的形式:

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

这种效用函数的最大化问题是

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} & v(x_1) + x_2 \\ \text{s.t. } & p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{aligned}$$

从预算约束中解出作为  $x_1$  的函数的  $x_2$ , 将其代入目标函数, 我们有

$$\max_{x_1} v(x_1) + m/p_2 - p_1 x_1/p_2$$



通过求导,我们得到一阶条件

$$v'(x_1^*) = \frac{p_1}{p_2}$$

这种需求函数具有一种有趣的性质:对商品 1 的需求一定独立于收入——就像我们在用无差异曲线表示时所看到的那样。它的反需求曲线可以表示为

$$p_1(x_1) = v'(x_1)p_2$$

这就是说,商品 1 的反需求函数等于效用函数的导数乘上  $p_2$ 。一旦我们得到商品 1 的需求函数,商品 2 的需求函数就可以从预算约束中推得。

举例来说,我们就效用函数

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

来推算需求函数。使用一阶条件,得到

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

因此,商品 1 的正需求函数是

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

它的反需求函数是

$$p_1(x_1) = \frac{p_2}{x_1}$$

将  $x_1 = p_2/p_1$  代入预算约束,可以推出商品 2 的正需求函数,即

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - 1$$

有关这些需求函数,提出一点告诫是很有必要的。注意,在这个例子中,商品 1 的需求是独立于收入的。这是拟线性效用函数的一个普遍性质——当收入变动时,商品 1 的需求保持不变。然而,这只是对于收入的某些值才成立。需求函数不能严格地对于所有的收入值都与收入不相关;毕竟,当收入为零时,所有的需求也都是零。事实上,上面推得的拟线性需求函数只在每种商品的消费数量都是正值时才是重要的。

在这个例子中,当  $m < p_2$  时,商品 2 的最优消费为零。随着收入的增加,消费商品 1 的边际效用将递减。当  $m = p_2$  时,把额外收入花费在商品 1 上的边际效用等于将额外收入花费在商品 2 上的边际效用。超越这个点后,消费者将把所有的额外收入都花费在商品 2 上。

因此,一种能较好地描述商品 2 的需求的方法是

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{当 } m \leq p_2 \text{ 时} \\ m/p_2 - 1 & \text{当 } m > p_2 \text{ 时} \end{cases}$$

对于更多有关拟线性需求函数性质的讨论,可参见哈尔·R.范里安:《微观经济分析》,第三版(纽约:诺顿公司,1992年)。