第一章 矩阵

1 矩阵的概念

特殊矩阵：行矩阵、列矩阵、对角矩阵、上三角阵、下三角矩阵、单位矩阵、对称矩阵、反对称矩阵。

2 矩阵的运算：

（1）矩阵的线性运算及其运算规律－矩阵的加法（减法）和数乘。

（2）矩阵的乘法：能够进行乘法运算必须具备的条件，运算方法，左乘与右乘的区别。乘法的运算规律（应用较为普遍的是矩阵乘法满足结合律）

（3）矩阵的转置：(AB)T=BTAT

（4）矩阵的逆：AB=BA=I→A-1=B

矩阵的逆唯一

运算规律：

(A-1) -1= A；(A) -1= -1A -1；(AB) -1=B -1A -1；(AT) -1=(A-1) T

矩阵逆的计算方法：待定系数法、初等变换法、伴随矩阵法。

3 分块矩阵及其运算

第二章 线性方程组与矩阵初等变换

1 线性方程组与矩阵的一一对应关系

2 高斯消元法：线性方程组的三种变换→阶梯形方程组。

3 利用矩阵初等变换解线性方程组：三种初等变换→行阶梯形矩阵→行最简形矩阵

4 非齐次线性方程组解的三种情形的讨论



（1）无解（2）唯一解（3）无数解

5矩阵等价的概念

6 初等矩阵的概念

7 初等矩阵与矩阵初等变换的关系

8 逆矩阵定理：**设*A*是*n*阶矩阵，那么下列各命题等价：**

**（1）*A*是可逆矩阵；**

**（2）齐次线性方程组*Ax*＝0只有零解；**

**（3）*A*可以经过有限次初等行变换化为*In*；**

**（4）*A*可表示为有限个初等矩阵的乘积。**

9 利用矩阵初等变换求矩阵的逆

***A*可以经过一系列初等行变换化为*I*；**

***I*经过这同一系列初等行变换化为*A*-1**

***Ps* …*P*2*P*1** (***A | In***)=(***In |*** ***A* -1**)

第三章 行列式

1 n阶行列式的定义

（1）全排列及其奇偶性：逆序数的概念，对换，相邻对换。

（2）n阶行列式的定义





2 行列式按行（或列）展开

（1）行列式的余子式及代数余子式

（2）**设*A* = (*aij*)是*n*阶矩阵，*D*=det*A* ，那么**

**(1) *D*=*ai*1*Ai*1+*ai*2*Ai*2+…+*ainAin* (*i*=1,2*,…,n*)**

**(2) *D*=*a*1*j A*1*j*+*a*2*j A*2*j*+…+*anj Anj* (*j*=1,2*,…,n*)**

**行列式等于它们的任一行（或列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和。**

**交换行列式的两行（列）的位置，行列式变号**。

**如果***n***阶矩阵***A* = (*aij*) **中有两行（或列）相同，那么行列式*D*=det*A*=0**。

**设***A* = (*aij*) **是***n***阶矩阵，*D*=det*A* ，*i*≠*j* ，那么**

**(1) *D*1=*ai*1*Aj*1+*ai*2*Aj*2+…+*ainAjn*=0**

**(2) *D*2=*a*1*i A*1*j*+*a*2*i A*2*j*+…+*ani Anj* =0**

3 行列式的性质

**（1）行列式经过转置后其值不变。**

（2）如果行列式的某一行（或列）的元素都是两元素之和，那么行列式可分解成两个行列式的和

（3）行列式的初等变换：**设***A* = (*aij*) **为***n***阶矩阵，**

①交换*A*的第*i*、*j*行(或列)的位置得到*A*1，则

det *A*1 = - det *A*；

②把*A*的第*i*行(或列)乘以数*k*(*k*≠0)得到*A*2，则

det *A*2 = *k* det *A*；

③把*A*的第*i*行(或列)的*k*倍加到第*j*行(或列)上，得到*A*3，则

det *A*3 = det *A*；

（4） **设***A* **为任意***n***阶矩阵，则对*n*阶初等矩阵都有**

**det( *E A* )=(det *E* )( det *A* )**

**det( *A E* )=(det *A* )( det *E* )**

（5） **如果行列式有两行（或列）的对应元素成比例，那么这个行列式为零。**

**4 行列式的计算**

**法一：通过适当的初等变换把行列式化为上三角行列式，然后利用上三角行列式的计算公式得到行列式的值。**

**法二;** **通过适当的初等变换把某一行（或列）尽可能化为0，然后按该行（或列）展开，实现降阶。**

**范德蒙德行列式**

**5 行列式与矩阵的逆**

**伴随矩阵**

**矩阵、伴随矩阵、矩阵逆的关系**

**设*A*和*B*是两个*n*阶矩阵，如果*A*是不可逆矩阵，则*AB*和*BA*都是不可逆矩阵。**

**如果*AB=I*（或*BA=I*），那么*A*可逆，且*A*-1=*B*。**

**6 矩阵的乘法定理**

**设矩阵*A*1、 *A*2 、…、*A*r都是*n*阶矩阵，那么**

**det(*A*1 *A*2…*A*r)= (det*A*1) (det*A*2) …(det*A*r)**

**7 克拉默法则**

**如果线性方程组的系数行列式*D*=det*A*≠0，那么线性方程组有唯一解：**

***x*=(*x*1，*x*2，…，*x*n)T**

**其中** 

***Dj*是用方程组的常数列*b*代替*D*的第*j*列得到的行列式。**

**齐次线性方程组*Ax*=0：**



没有非零解的充分必要条件是其系数矩阵*A*的行列式*D*≠0；等价地，该方程组有非零解的充分必要条件是其系数行列式*D*=0。

8 矩阵的秩

（1）k阶子式的概念

（2）矩阵秩的概念：矩阵*A*与其转置矩阵*A*T有相同的秩

（3）矩阵秩的计算

初等变换不改变矩阵的秩→用初等行变换把矩阵化为行阶梯形矩阵，行阶梯形矩阵中非零行的行数就是该矩阵的秩。

9 **满秩矩阵与降秩矩阵**。

对于任意矩阵*Am*×*n*，总可以经过有限次初等行变换化为行阶梯形矩阵，然后通过有限次初等列变换便可化成形如



的矩阵，称为*m*×*n*矩阵A的标准形矩阵，其中*r* =*R*(*A*)。

第四章空间解析几何与向量运算

1 空间直角坐标系

2 向量及其线性运算

向量、向径、自由向量、向量相等、向量平行、向量的模（或称大小、长度）、单位向量、零向量、负向量。

向量加法的三角形法则、多边形法则。

向量线性运算：向量的加法与数乘。

3 向量的分解与向量的坐标

向量*a*关于单位坐标向量的分解式：

向量*a*的坐标 ：







向量线性运算的坐标表示式

4 向量在轴上的投影及其性质

5 向量的方向角、方向余弦、向量的模、空间两点之间的距离的坐标表示。

6 向量的数量积及其坐标表示和运算规律

两向量垂直的充要条件

7 向量的向量积及其坐标表示、运算规律、几何意义

两向量平行的充要条件

8向量的混合积及其坐标表示、运算规律、几何意义

三向量共面的充要条件

9 平面

法向量、平面的点法式方程、一般方程、截距式方程

平面间的位置关系：夹角、平行、重合、垂直

点到平面的距离

11 直线

方向向量

标准（对称式）方程、参数方程、一般方程

直线间位置关系：平行不重合、重合、相交、异面、夹角、垂直。

点到直线的距离。

12 直线与平面的位置关系

平行不重合、重合、相交、垂直、直线与平面的夹角

13 平面束的概念及其应用

14 曲面及其方程

***F*(*x* , *y* , *z*) = 0**

柱面、锥面、旋转曲面

二次曲面：截痕法

15 空间曲线及其方程



空间曲线的参数式方程

16 空间曲线在坐标面上的投影

方法：消去相应自变量后令该自变量为0。

第五章 n维向量空间

1 n维向量的概念

行向量、列向量及其表示

2 向量的线性运算：加法与数乘

3 向量空间的概念

4 向量组的线性组合

矩阵与向量组的一一对应关系。

**定理1**

**设向量组*A*：*a*1,*a*2,…,*a****m***与向量*b* (*a*1,*a*2,…,*a****m* **, *b*都是***n***维向量**)**，记矩阵**

*A***=(*a*1, *a*2, …, *a****m***)**

***x* =(***x***1,** *x***2, …,** *xm***)T**

*B***= (** *A***| *b* )**

**那么下列三个命题等价：**

**（1）向量*b*能由向量组*A*线性表示；**

**（2）线性方程组***A****x*=*b*有解；**

**（3）线性方程组***A****x*=*b*的增广矩阵***B***的秩等于其系数矩阵***A***的秩，即**

*R*(*A*)=*R*(*B*)

5 向量组的等价关系

如果*Cm*×*n*=*Am*×*sBs*×*n*，那么矩阵*C*的列向量组能由矩阵*A*的列向量组线性表示，*B*为这一线性表示的系数矩阵；

同时*C*的行向量组能由*B*的行向量组线性表示，*A*为这一线性表示的系数矩阵。

6 向量组的线性相关性

**定义6 设*n*维向量组*a*1, *a*2, …, *a****m***，如果存在一组不全为零的数***k***1,** *k***2, …,** *km***，使得向量等式**

*k***1 *a*1 +** *k***2 *a*2 +…** *km* ***a****m* =0

**成立，那么称向量组*a*1, *a*2, …, *a****m***线性相关；否则称向量组*a*1, *a*2, …, *a****m***线性无关，即如果由上述向量等式成立可以推导出***k***1**=*k***2** = **…** =*km*=0**，那么称向量组** ***a*1, *a*2, …, *a****m***线性无关。**

**定理2 设***n***维向量组*a*1, *a*2, …, *a****m***，记矩阵***A*=(***a*1, *a*2, …, *a****m*) ，***x***=(*x*1,*x*2,…,*xm*)T**，那么下列三个命题等价：**

**(1) 向量组*a*1, *a*2, …, *a****m***线性相关；**

**(2) 齐次线性方程组*Ax*=0有非零解；**

**(3) *R*(*A*)<*m*，即矩阵*A*的秩小于向量组所含向量的个数*m*。**

**等价地，下列三个命题等价：**

**(1) 向量组*a*1, *a*2, …, *a****m***线性无关；**

**(2) 齐次线性方程组*Ax*=0只有零解；**

**(3) *R*(*A*) = *m*，即矩阵*A*的秩等于向量组所含向量的个数*m*。**

**推论1 设*n*个维向量组*a*1, *a*2, …, *an*， *A*=(*a*1, *a*2, …, *an*) ，那么下列三个命题等价：**

**（1）向量组*a*1, *a*2, …, *an*线性相关（无关）；**

**（2）齐次线性方程组有非零解(只有零解)；**

**（3）det*A*=0(det*A*≠0)**

**推论2 设n维向量组维向量组*a*1, *a*2, …, *a****m*， *m*>*n* ，**即向量组所含向量个数大于向量的维数，那么*a*1, *a*2, …, *a****m***一定线性相关。**

**定理3 如果向量组** *A*：***a*1, *a*2, …, *a****m***线性相关，那么向量组** *B*：***a*1, *a*2, …, *a****m* **, *a****m*+1**也线性相关。等价地，如果向量组 *B* 线性无关，则向量组 *A* 也线性无关。**

**（如果一个向量组有线性相关的部分组，那么该向量组线性相关。如果一个向量组线性无关，那么它的任意部分组都线性无关。含零向量的向量组一定线性相关。）**

**定理4 向量*aj*在相同位置上都添上一个分量后得向量*bj*；如果向量组*A*：*a*1, *a*2, …, *am*线性无关，那么向量组*B*：*b*1, *b*2, …, *bm*也线性无关；等价地，如果向量组*B*线性相关，则向量组*A*也线性相关。**

**定理5 设向量组 *A*：*a*1, *a*2, …, *am*线性无关，而向量组*B* ：*a*1, *a*2, …, *am* , *b*线性相关，那么向量*b*一定能由向量组 *A* 线性表示，而且表示式是唯一的。**

**定理6 向量组*a*1, *a*2, …, *am*(*m*≥2)线性相关的充分必要条件是该向量组中至少有一个向量能由其余*m*-1个向量线性表示。**

**7 向量组的秩及向量组的极大无关组**

**引理 设矩阵 *A* =( *a*1, *a*2, …, *am* )， *R*(*A*)= *r*，向量组 *A*1是向量组 *A* : *a*1, *a*2, …, *am*的部分组且包含*S*个向量。如果向量组*A*1线性无关，且向量组*A*的任意*S*+1个向量线性相关，那么 *S* = *r*。**

**设向量组*A*的一个包含*r*个向量的部分组*A*0: *a*1, *a*2, …, *ar*，满足**

**（1）向量组*A*0线性无关；**

**（2）向量组*A*中任意*r*+1个向量（如果*A*中有*r*+1个向量的话）组成的向量组都线性相关。**

**那么向量组*A*0称为向量组*A*的一个极大线性无关向量组（简称极大无关组）；极大无关组所含向量个数*r*称为向量组*A*的秩。**

**矩阵*A*的列向量组的秩称为*A*的列秩，它的行向量组的秩称为*A*的行秩。**

**定理7**  **矩阵的秩等于它的列秩，也等于它的行秩**。

**定理8** **矩阵的初等行变换不改变（部分或全部）列向量之间的线性关系；矩阵的初等列变换不改变（部分或全部）行向量之间的线性关系。**

8 **向量组极大无关组的性质**

向量组*A*与它的极大无关组***A***0**:*****a*1, *a*2, …, *a****r*是等价的。

**定理9** **设向量组*a***1, ***a***2, …, ***a****r***能由向量组*b***1, ***b***2, …, ***b****s***线性表示。如果 *r* > *s*，那么向量组*a***1, ***a***2, …, ***a****r***线性相关；或者等价地，如果向量组*a***1, ***a***2, …, ***a****r***线性无关，那么*r* ≤ *s*。**

**推论1 设向量组 *A*的秩为***r***1，向量组 *B* 的秩为***r***2。如果向量组 *A* 能由向量组*B*线性表示，那么***r***1≤** *r***2。从而，等价的向量组一定有相同的秩。**

**推论2 （极大无关组的等价定义）**

**设向量组 *B* 是向量组 *A* 的部分向量组。如果向量组** *B* **线性无关，且向量组 *A* 能由向量组 *B* 线性表示，那么向量组 *B* 是向量组 *A* 的一个极大无关组。**

设*Cm*×*n*=*Am*×*sBs*×*n*，那么 *R*( *C* )≤*R*( *A* )， *R*( *C* )≤*R*( *B* )

9**向量空间的基、维数与向量的坐标**

**设** *V***为向量空间。如果*V*的向量组*a***1,***a***2,…,***a****r***满足**

**（1）** ***a***1,***a***2,…,***a****r* **线性无关；**

**（2）** *V* **中任一向量都能由** ***a***1,***a***2,…,***a****r* **线性表示。那么向量组** ***a***1,***a***2,…,***a****r* **称为向量空间** *V***的一个基，*r* 称为向量空间** *V* **的维数，记作** *r* = dim*V***，并称*V* 为 *r* 维向量空间。**

设***a***1,***a***2,…,***a****r*是向量组*V*的一个基，*V*的任一向量***a***能由 ***a***1,***a***2,…,***a****r*线性表示，并且表示式唯一，即有

***a*** =*x*1***a***1+ *x*2***a***2+… + *xr****a****r*

称为 ***a*** 在基 ***a***1,***a***2,…,***a****r*下的坐标表示式；

(*x*1, *x*2,… , *xr*)称为 ***a***在基 ***a***1,***a***2,…,***a****r*下的坐标。

10 **齐次线性方程组解的结构**

齐次线性方程组解的集合是向量空间，因为

**如果*x*=**1，***x***=****2**为矩阵方程的解向量，那么*x***=****1 +****2**也是矩阵方程的解向量。**

**如果 *x* 为矩阵方程的解向量，***k***为实数，那么 *x*** = *k***也是矩阵方程的解向量。**

**定理11**  **设***A***是***m***×***n***矩阵，齐次线性方程***Ax* **=** 0**全体解向量所组成的集合***S***是一个向量空间，当系数矩阵***A***的秩** *R*(*A*)=*r***时，解空间***S***的维数是***n* – *r*。

齐次线性方程组基础解系的求法。

11**非齐次线性方程组解的结构**

齐次线性方程组解的集合不是向量空间

**设** ***x***=**1及** ***x***=**2都是非齐次线性方程组***A****x***=*b***的解向量，那么*x***=**1 -2为对应的齐次线性方程组***A****x***=0**的解向量。**

**性质4**  **设 *x***=******是非齐次线性方程组*Ax*=*b*的解向量，** ***x***=**是非齐次线性方程组对应的齐次线性方程组*Ax*=**0**的解向量，那么 *x***=****+******是非齐次线性方程*Ax*=*b*的解向量。**

如果已经求得非齐次线性方程组 *A****x***=***b*** 的一个特解****0，又求得对应的齐次线性方程组*A****x***=0的一个基础解系 ****1，****2 **，…， ***n*-*r*那么，非齐次线性方程 *A****x***=***b*** 的通解为



第六章 特征值与特征向量

1特征值与特征向量的概念

**设*A*是*n*阶矩阵，如果存在数和*n*维非零列向量*x*，使得**

***Ax*=*x***

**那么数称为矩阵** ***A*的特征值**，**非零列向量** ***x*称为矩阵** ***A*的属于特征值的特征向量**。

**性质1 *x*是矩阵*A*的属于特征值的特征向量，对于任意的非零常数*k* ，则 *k x*也是矩阵 *A*的属于特征值的特征向量。**

**性质2 设*x*1, *x*2都是矩阵*A*的属于特征值的特征向量，那么当** ***x*1+*x*2≠0时,** ***x*1+*x*2也是矩阵A的属于特征值的特征向量。**

***n*阶矩阵的 *n*个特征值之和等于矩阵的主对角线上元素之和；**

**矩阵的 *n*个特征值之积等于矩阵的行列式的值。**

**定理6.1 设1,2,…,*m*是*n*阶矩阵***A***的*m*个互不相同的特征值， *x*1, *x*2,…, *xm*分别是** *A***的属于1,2,…,*m*的特征向量，那么向量组** ***x*1, *x*2,…, *xm*线性无关。**

**2特征值与特征向量的计算**





**3矩阵相似的概念与性质**

**设*A*、*B*都是*n*阶矩阵，如果存在*n*阶可逆矩阵*C*，使*C*-1*AC*=*B*，那么称矩阵 *A*与矩阵 *B*相似。可逆矩阵 *C*称为相似变换矩阵。**

**性质1 相似矩阵的行列式相等。**

**性质2 如果两个可逆的矩阵相似，那么它们的逆矩阵也相似。**

**性质3　 设*A*与*B*相似，那么 *kA*与*kB*相似，*Am*与*Bm*相似（其中 *k*为任意数， *m*为任意的正整数）。**

**性质4　 设*A*与*B*相似，*f* ( *x* )为一多项式，则 *f* (*A*)与*f* (*B*)相似。**

**性质5 相似矩阵具有相同的特征多项式，因而具有相同的特征值。**

**4 矩阵的相似对角化**

**定理6.2 *n*阶矩阵*A*可对角化的充分必要条件是矩阵*A*有*n*个线性无关的特征向量。**

**推论 如果*n*阶矩阵*A*有 *n*个互不相同的特征值，那么*A*一定可对角化；反之不一定成立。**

**如果矩阵*A*可对角化**

**（1）对角矩阵对角线上得元素为矩阵*A*的特征值1 , 2 ,… , *n* ；**

**（2）对角化相似变换矩阵*C*的列向量就是矩阵*A*的特征值对应的特征向量*x*1,*x*2,…,*xn* 。**

**这里需要注意 1 , 2 ,… , *n*的顺序与*x*1,*x*2,…,*xn*的顺序的对应关系。**

第七章 **向量空间的内积**

**1向量空间的内积的定义**

**定义7.1**  **设有两个*n*维实向量*a* = (***a*1**,***a*2**,…,***an***)**T**，** ***b* = (***b*1**,***b*2**,…,***bn***)**T**，那么实数**

(***a*** ,***b***) = *a*1*b*1 +*a*2*b*2 + **…** +*anbn* = ***a***T***b***

**称为向量 *a*与*b*的内积。**

**定义7.2 非负实数称为n维向量*a*的长度，记为| *a* |。**

**长度为1的向量称为单位向量。将非零向量*a*作运算 *a* /| *a* |，称为将向量 *a*单位化。**

**定义7.3** **称为非零向量*a*与*b*间的夹角；如果q=p/2那么*a*与*b*正交，规定零向量与任意向量正交。**

**2 向量的内积的运算规律**

**3向量的正交性**

**定义7.4 如果非零向量组*a*1,*a*2,…,*am*两两正交，那么向量组 *a*1,*a*2,…,*am*称为正交向量组；特别地，如果*a*1,*a*2,…,*am*全为单位向量那么正交向量组 *a*1,*a*2,…,*am*称为标准正交向量组。**

**定理7.1 正交向量组一定线性无关。**

**在维数为*r*的向量空间*V*中，如果*a*1,*a*2,…,*ar*是正交向量组，那么*a*1,*a*2,…,*ar*一定为线性无关向向量组．因此， *a*1,*a*2,…,*ar* 构成*V*的一个基，称为*V*的一个正交基。如果*a*1,*a*2,…,*ar*为标准正交向量组，那么它称为*V*的一个标准正交基（或规范正交基）。**

**4施密特正交化过程**

**维数为*r*的向量空间*V*中任意*r*个线性无关的向量组*a*1,*a*2,…,*ar*都可以作为 *V*的一个基，这个基不一定是标准正交基。可以找到的*V*的一个标准正交基 *e*1,*e*2,…,*er*，使向量组 *e*1,*e*2,…,*er*与*a*1,*a*2,…,*ar*等价。这个过程称为把基 *a*1,*a*2,…,*ar*规范正交化 。**

**5正交矩阵**

**定义7.5 设*A*是*n*阶实矩阵，如果满足*A*T*A*=*AA*T=*I* ,那么*A*称为正交矩阵。**

**对正交有矩阵*A*有；*A*-1 =*A*T 。**

**定理7.2 *n*阶实矩阵*A*为正交矩阵的充分必要条件为*A*的列向量组或行向量组为标准正交向量组。**

**性质1 如果*A*为正交矩阵，那么det*A*=±1；**

**性质2 如果*A*为正交矩阵，那么*A*-1、*A*T都是正交矩阵；**

**性质3 如果*A*、*B*是同阶的正交矩阵，那么*AB*、*BA*也是正交矩阵。**

**6实对称矩阵的特征值与特征向量**

**定理7.3 实对称矩阵的特征值一定是实数 。**

**定理7.4 实对称矩阵*A*的属于不同特征值的特征向量是正交的。**

**7实对称矩阵的对角化**

**定理7.5 设*A*为*n*阶实对称矩阵，那么一定存在*n*阶正交矩阵*C*，使得**



**其中** **1,** **2,…,** *n***是*A*的*n*个特征值。正交矩阵 *C*的列向量*e*1,*e*2,…, *en*是*A*的两两正交的单位特征向量。**

**第8章 二次型**

1**二次型的概念**

**定义8.1**  **含有*n*个变量*x*1,*x*2,…,** *xn***的二次齐次多项式**



**称为一个*n*元二次型。**





2 二次型的矩阵表示



3**二次型的标准形**



3满秩线性变换、正交变换的概念

**定理8.1 任意实二次型** ***f* (*x*1,*x*2,…,*xn*) 经过满秩线性变换 *x* = *C y*****后仍是一个二次型，并且它的秩不改变。**

4 矩阵合同的概念

**定义8.2 对于两个 *n*阶矩阵*A*与*B*，如果存在 *n*阶可逆矩阵 *C*，使得**

***B*=*C*T*AC***

**那么称矩阵*A*与矩阵*B*合同。**

**5 化二次型为标准型的方法－用正交变换法化二次型为标准形**

**定理8.2 任给实二次型 *f = x*T*Ax* ，总有正交变换*x* = *C y*，使 *f* 化为标准形**



**其中1, 2,…, *n*是 *f* 的矩阵*A*的*n*个特征值。**

**6二次曲面的化简**

**7正定二次型的概念**

**定理8.3　设有实二次型 *f = x*T*Ax* ，它的秩为*r*，分别作两个实的满秩线性变换 *x* =*C*1 *y*与*x* =*C*2 *z* ，得**





**那么*k*1,*k*2,…,*kr*中正数的个数与 *l*1,*l*2,…,*lr*中正数的个数相等。**

**定义8.3 设有实二次型 *f* (*x*1, *x*2, … , *xn* ) = *x*T*A x* ，如果对于任意一组不全为零的实数 *x*1 = *c*1 , *x*2 = *c*2 ,…, *xn* = *cn* ,都有 *f* (*c*1, *c*2, … , *cn* ) >0，那么 *f* (*x*1, *x*2, … , *xn* )称为正定二次型 ，它的矩阵*A*称为正定矩阵;如果对于任意一组不全为零的实数 *x*1 = *c*1 , *x*2 = *c*2 ,…, *xn* = *cn* ，都有 *f* (*c*1, *c*2, … , *cn* ) <0，那么 *f* (*x*1, *x*2, … , *xn* )称为负定二次型，它的矩阵称为负定矩阵。**

**8正定二次型的判定**

**定理8.4 实二次型 *f* (*x*1, *x*2, … , *xn* ) = *x*T*A x*为正定的必要条件是**

***aii*>0 (*i*=1,2,…,*n*) , 其中 *A*=(*aij*)**

**定理8.5 实二次型 *f* (*x*1, *x*2, … , *xn* ) = *x*T*A x*为正定的充分必要条件是它的标准型中*n*个系数全为正。**

**推论 实二次型*f* (*x*1, *x*2, … , *xn* ) = *x*T*A x*为正定的充分必要条件是它的矩阵的特征值全为正。**

**定理8.６ 实二次型 *f* = *x*T*A x*为正定的充分必要条件是 *f* 的矩阵*A*的各阶顺序主子式全为正； *f* 为负定的充分必要条件是矩阵 *A*的奇数阶顺序主子式全为负，而偶数阶顺序主子式全为正。**